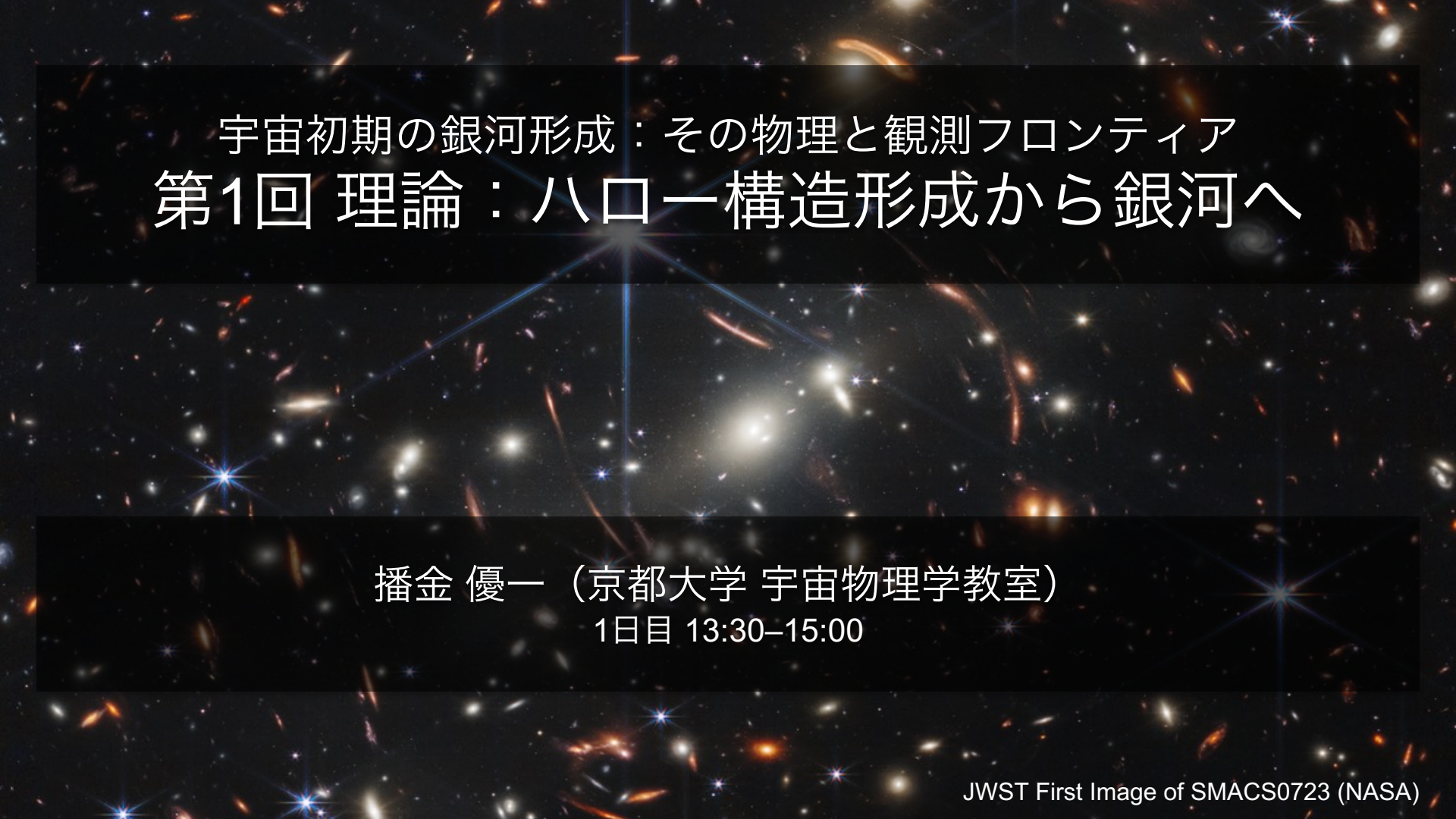
宇宙初期の銀河形成：その物理と観測フロンティア

第1回 理論：ハロー構造形成から銀河へ

播金 優一（京都大学 宇宙物理学教室）

1日目 13:30–15:00



JWST First Image of SMACS0723 (NASA)

連絡事項

- 授業は計6回
  - 1日目 (9日): 13:30-15:00, 15:30-17:00
  - 2日目 (10日): 10:30-12:00, 13:30-15:00 (談話会: 15:30-17:00)
  - 3日目 (11日): 10:30-12:00, 13:30-15:00

- 講義スライドは https://sites.google.com/view/yuichi-harikane/講義

- レポート: pdfで播金 hari@kusastro.kyoto-u.ac.jp に提出してください (形式自由。名前と番号、フィードバック希望の有無を書いてください)
- 締め切り: 一応11月末まで。受領の返信をします (返信が来ない場合は連絡してください)

レポート課題

以下の５つの問いから１つを選び、どのような研究を行えば問題を解決できるかを (なるべく) 定量的に議論してください。（例: Aのモデルで、銀河のBはXX (数値) と予想されている。これをC (望遠鏡・装置手法) でYYの精度まで測定して、Aのモデルが正しいか調べる）

1. z>10の宇宙で明るい銀河の個数密度が理論予測よりも多いが、その原因は何か？
2. z>15の初代銀河はどのようにしたら見つかるのか？
3. 遠方銀河で見られる窒素過剰の起源は何か？(例: 窒素過剰な重元素汚染はどこで起こっているのか？なぜ遠方宇宙でよく見つかるのか？一部のlittle red dotsの窒素過剰との関係は？)
4. Little red dotsの正体は何か？ (例: 構造は？中心には何がいる？Little blue dotsとの関係？)
5. その他、今回の集中講義に関連したopen question

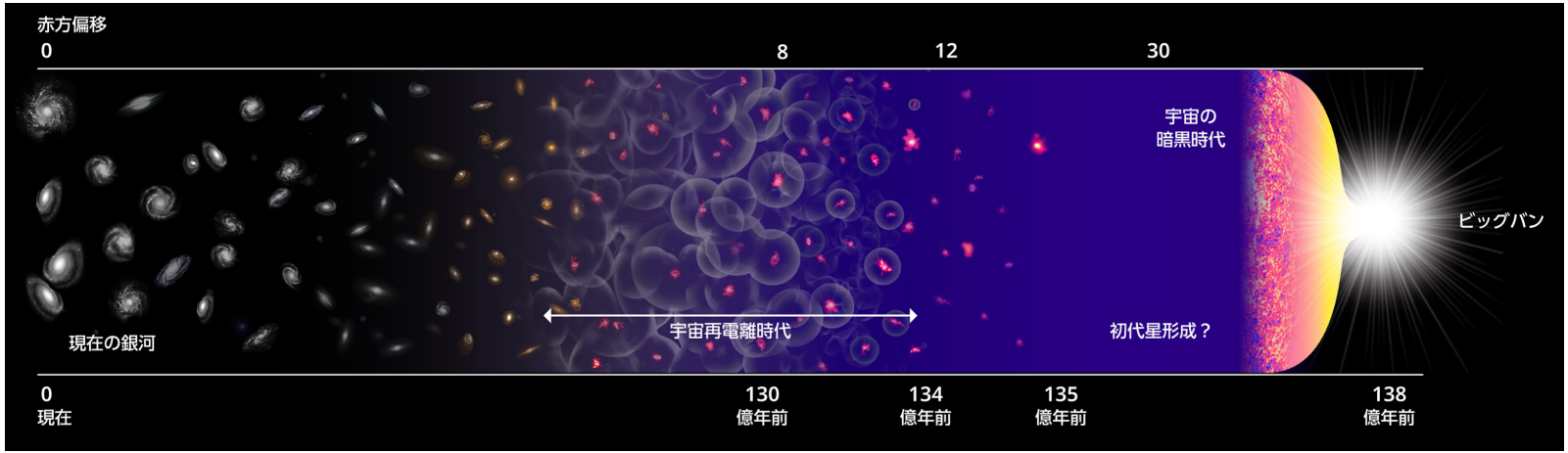
注意事項

・観測・理論・装置開発的アプローチのどれでも良いです。皆さんの考えやすい手法で調べてください。手法のfeasibility (例: 観測の場合はその感度が実現可能か) も可能な限り議論してください。現在の望遠鏡・装置・計算機能力を仮定する必要はありませんが、現在存在しない装置・手法を用いる場合は、それが実現する見込みも議論してください。

・授業中に紹介した手法を詳しく調べ定量的に議論するのでも、新しいアプローチでも構いません。AIを使っても良いです。誰も今まで思いついていなかったような、斬新なアプローチ、新しい研究・論文に繋がりそうな手法を高評価します。

銀河形成研究で理解したいこと

- 宇宙の歴史の中で、銀河はいつ、どのように形成、進化したのか？
  - 初代銀河はいつ、どのようにできたのか？
  - 銀河はどのように進化したのか？（例: 星質量、重元素、形態）
  - 巨大ブラックホールとどう関係しているのか？



Harikane et al.

JWSTによる最新観測

- 初代銀河はいつ、どのようにできたのか？

  → **赤方偏移 z >10 で予想を超える数の明るい銀河の発見（1日目）**

- **銀**河はどのように進化したのか？（星質量、重元素）

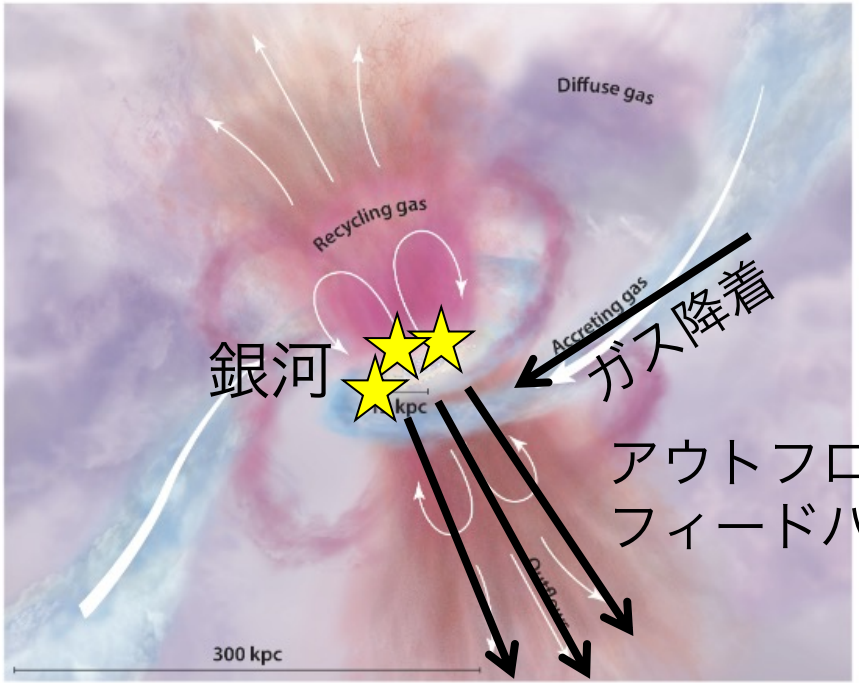
  → **宇宙初期の窒素過剰な銀河の発見 (2日目)**

- 巨大ブラックホールとどう関係しているのか？

  → **遠方宇宙で大量のAGN (little red dots含む) の発見 (3日目)**

銀河形成の流れ

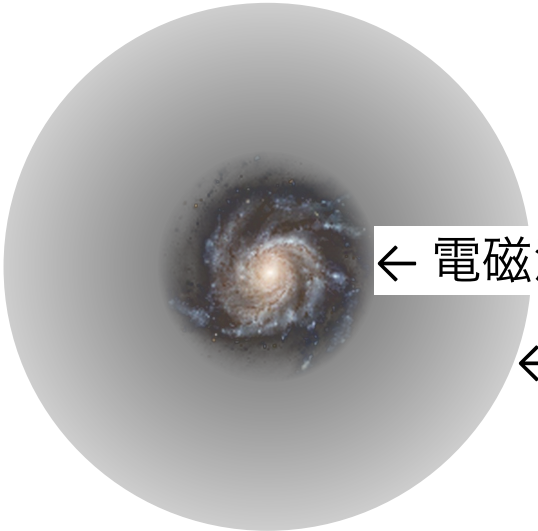
- **ダークマターハロー形成 → ガス降着 → 冷却 → 星形成 → フィードバック**
- この回ではこの順に、銀河形成の物理を紹介



Tumlinson+17

ダークマターハローと銀河

- 銀河はダークマターが集まったダークマターハローに囲まれている
  - 電磁波で見える質量 (バリオン) は~20%。ダークマターが~80%
- **銀河の形成 = ダークマターハローの形成 + 星の形成**



← 電磁波で見える部分（バリオン）

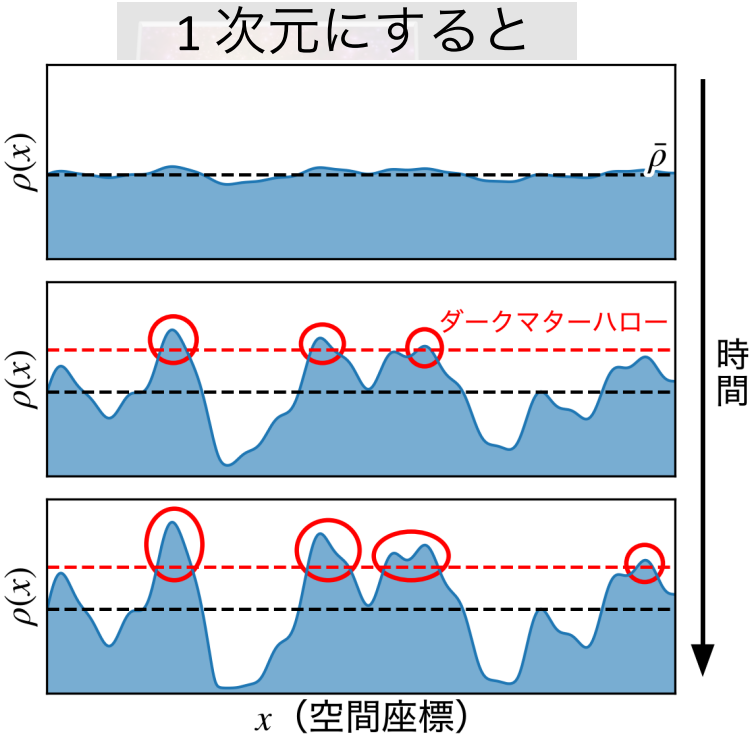
← ダークマターハロー

銀河の画像：NASA/ESA

構造形成：ダークマターの密度場

- ダークマターの初期密度ゆらぎが重力で成長し、大規模構造ができる
  - ~10 Mpc より大きいスケール：線形近似でよい
  - 銀河のダークマターハロー (<10 Mpc): **非線形**

- 非線形の成長、その中でのガスの冷却を、簡単な球対称崩壊モデルで調べる



球対称崩壊モデル

- 仮定：球対称、粒子の速度分散なし
  - 簡単のため Einstein–de Sitter 宇宙（$\Omega_{\mathrm{m}} = 1,\ \Lambda = 0$）
- 質量 M を含む半径 r の殻の運動方程式とその積分

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GM}{r^2} \qquad \Rightarrow \qquad \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \frac{2GM}{r} + 2E$$

  - E：単位質量あたりの全エネルギー
- $E < 0$（束縛解）は θ をパラメータとして解ける

$$r = (GM)^{1/3} A^2 (1 - \cos\theta), \qquad t = A^3 (\theta - \sin\theta)$$

  - A：積分定数

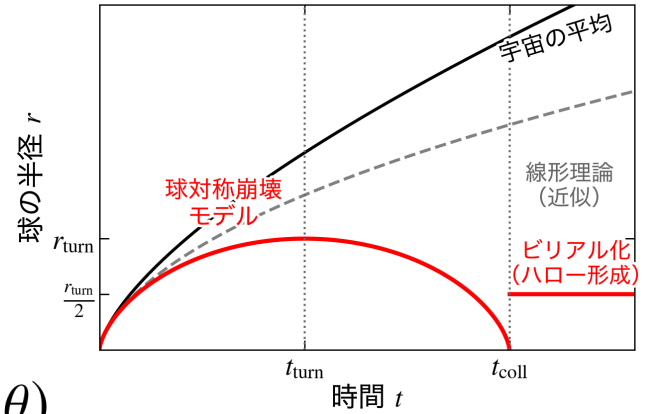


球の中の密度ゆらぎ

- 密度ゆらぎ $\delta = \rho/\bar{\rho} - 1$
  - 球の密度 $\rho = 3M/(4\pi r^3)$
  - Einstein–de Sitter 宇宙の平均密度 $\bar{\rho} = 1/(6\pi G t^2)$

$$\delta = \frac{9GMt^2}{2r^3} - 1 = \frac{9}{2}\frac{(\theta - \sin\theta)^2}{(1-\cos\theta)^3} - 1$$

$$r = (GM)^{1/3}A^2(1-\cos\theta), \qquad t = A^3(\theta - \sin\theta)$$



- $0 < \theta < \pi$：宇宙膨張とともに膨張
- $\theta = \pi$ で転回（turnaround）し、収縮に転じる
- $\theta = 2\pi$ で中心に崩壊（$\delta \to \infty$）

転回点

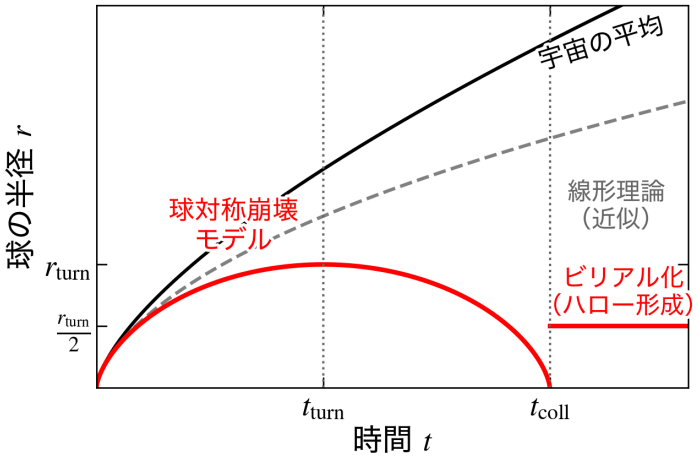
- 転回点（$\theta = \pi$）

$$t_{\rm turn} = \pi A^3, \qquad r_{\rm turn} = 2(GM)^{1/3} A^2$$

- 転回点での密度ゆらぎ
  （$\bar{\rho} = 1/(6\pi G t^2)$）

$$\delta_{\rm turn} = \frac{\rho_{\rm turn}}{\bar{\rho}(t_{\rm turn})} - 1 = \frac{3M}{4\pi r_{\rm turn}^3} 6\pi G\, t_{\rm turn}^2 - 1$$

$$= \frac{3M}{4\pi \cdot 8GMA^6} 6\pi G\, (\pi A^3)^2 - 1 = \frac{9\pi^2}{16} - 1 \simeq 4.55$$



崩壊点と自由落下時間

- 崩壊点（$\theta = 2\pi$）：$t_{\rm coll} = 2t_{\rm turn}$

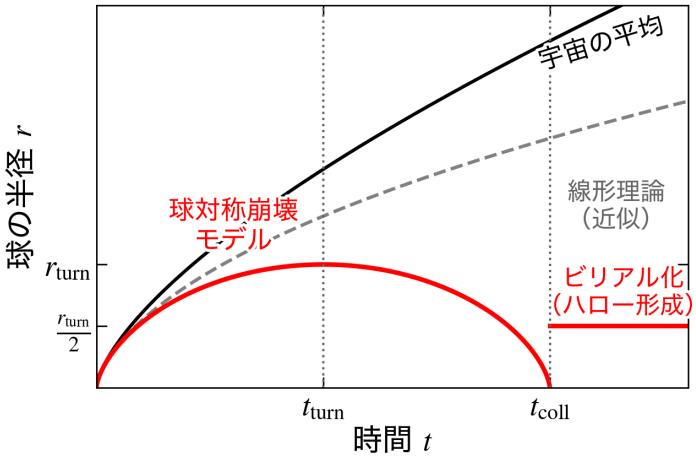
$$r_{\rm coll} = 0 \quad \Rightarrow \quad \rho_{\rm coll} = \frac{3M}{4\pi r_{\rm coll}^3} \to \infty$$

- 転回点 → 崩壊点：自由落下時間 $t_{\rm ff}$

$$t_{\rm ff} = t_{\rm coll} - t_{\rm turn} = \pi A^3$$

$$\rho_{\rm turn} = \frac{3M}{4\pi \cdot 8GMA^6} = \frac{3}{32\pi G A^6} \quad \Rightarrow \quad A^3 = \sqrt{\frac{3}{32\pi G \rho_{\rm turn}}}$$

$$t_{\rm ff} = \pi A^3 = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho_{\rm turn}}}$$



ビリアル平衡

- 実際には崩壊点で発散せず、ビリアル平衡に達してハローになる

- ハローとして、半径 R、質量 M の一様な球を考える
  - ポテンシャルエネルギー U

$$U = -\int_0^R \frac{GM(<r)}{r}\frac{dM}{dr}\,dr, \qquad M(<r) = \frac{4}{3}\pi r^3\rho, \quad \frac{dM}{dr} = 4\pi r^2\rho$$

$$U = -\int_0^R \frac{G}{r}\frac{4}{3}\pi r^3\rho\, 4\pi r^2\rho\, dr = -\frac{16\pi^2}{15}G\rho^2R^5 = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$$

  - K を運動エネルギーとして、ビリアル定理 $2K + U = 0$ と $E = K + U$ から

$$K = -\frac{U}{2} = \frac{3}{10}\frac{GM^2}{R}, \qquad E = K + U = \frac{U}{2} = -\frac{3}{10}\frac{GM^2}{R}$$

崩壊時のハローの密度

- 転回点では $K = 0$。ビリアル平衡では $E = U_{\rm vir}/2$

$$E = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{r_{\rm turn}} = \frac{U_{\rm vir}}{2} = -\frac{3}{10}\frac{GM^2}{R_{\rm vir}} \quad \Rightarrow \quad R_{\rm vir} = \frac{r_{\rm turn}}{2} = (GM)^{1/3}A^2$$

- $R_{\rm vir} = (GM)^{1/3}A^2$、 $t_{\rm coll} = 2\pi A^3$ を代入

$$\delta_{\rm coll} = \frac{\rho_{\rm vir}}{\bar{\rho}(t_{\rm coll})} - 1 = \frac{3M}{4\pi R_{\rm vir}^3} 6\pi G\, t_{\rm coll}^2 - 1$$

$$= \frac{3M}{4\pi GMA^6} 6\pi G\,(2\pi A^3)^2 - 1 = 18\pi^2 - 1 \simeq 177$$

- **ハローの密度は宇宙平均の $18\pi^2 \simeq 178$ 倍（~200 とも）**

ビリアル温度

- ガスを平均分子量 μ の理想気体とする（$M = N\mu m_{\rm H}$）
- K から速度の 2 乗平均

$$K = \frac{3}{10}\frac{GM^2}{R} = \frac{1}{2}N\mu m_{\rm H}\langle v^2\rangle = \frac{1}{2}M\langle v^2\rangle \quad \Rightarrow \quad \langle v^2\rangle = \frac{3}{5}\frac{GM}{R}$$

- エネルギー等分配から温度

$$\frac{1}{2}\mu m_{\rm H}\langle v^2\rangle = \frac{3}{2}k_{\rm B}T \qquad \Rightarrow \qquad T = \frac{GM\mu m_{\rm H}}{5k_{\rm B}R}$$

- 同じ質量なら、小さい（高密度の）ハローほど高温

ビリアル半径と温度

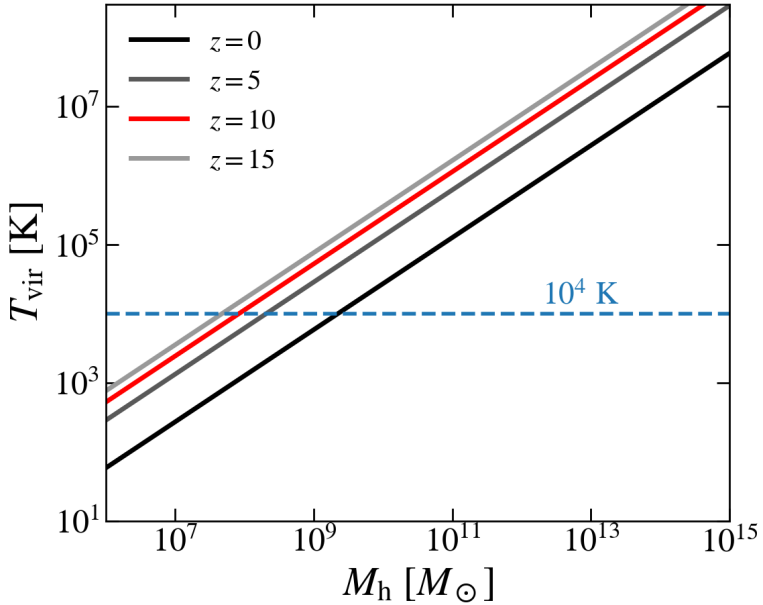
- ハローの密度 ∝ 平均密度 ∝ $(1+z)^3$

$$M = \frac{4\pi}{3} 18\pi^2 \bar{\rho}(z) R_{\rm vir}^3, \qquad \bar{\rho}(z) = \bar{\rho}_0 (1+z)^3$$

- 高 z ほど小さく、高温

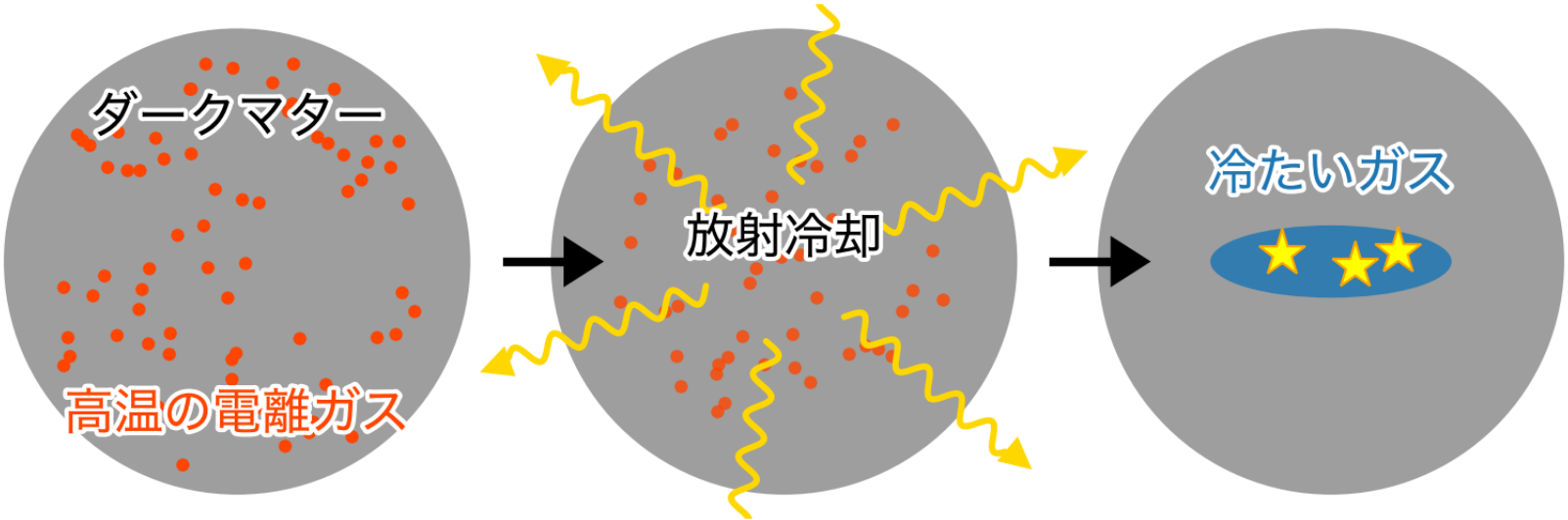
$$R_{\rm vir} \propto M_{\rm h}^{1/3} (1+z)^{-1}, \qquad T_{\rm vir} \propto M_{\rm h}^{2/3} (1+z)$$

- ハロー質量 $M_{\rm h} = 10^{12}\, M_\odot$ の場合
  - z = 0：$R_{\rm vir} \approx 260$ kpc、$T_{\rm vir} \approx 6 \times 10^5$ K
  - z = 10：$R_{\rm vir} \approx 30$ kpc、$T_{\rm vir} \approx 5 \times 10^6$ K



ガスの冷却と銀河の形成

- ハローの中のガスが冷えて中心に集まると、星ができる



ハローに落ちたガスは衝撃波で加熱され、高温の電離ガスになる (〜ビリアル温度)

電離ガスは放射冷却でエネルギーを失い、中心に落ちる (ダークマターは冷えない)

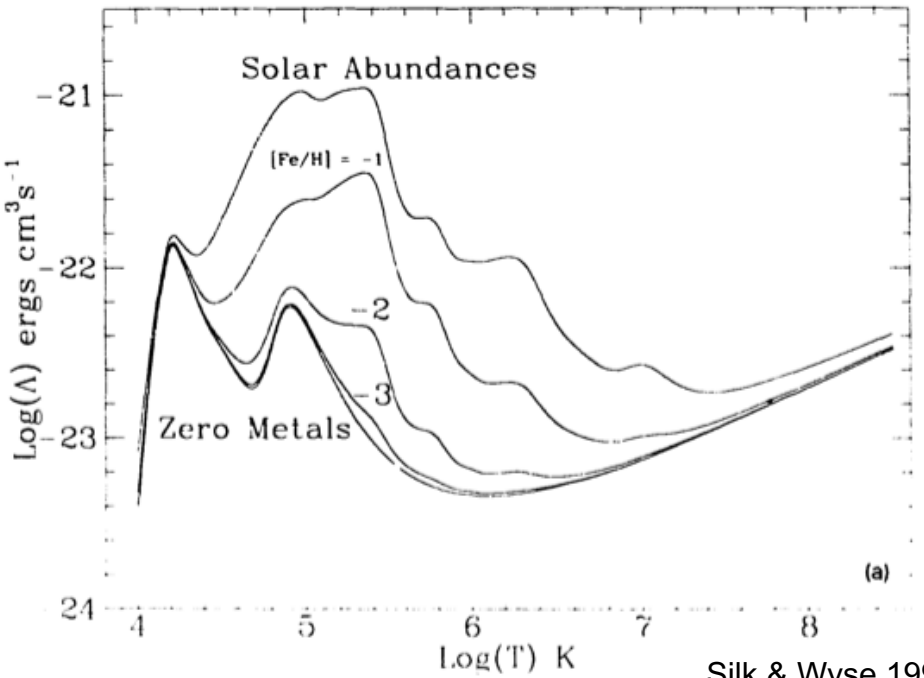
中心に冷たいガスが溜まり、星が生まれる

冷却率と冷却関数

- ガスは H と He（完全電離）
- 冷却は 2 体衝突：$\propto n^2$

$$|\dot{E}_{\rm cool}| = n^2 \Lambda(T)$$

- $\Lambda(T)$：冷却関数
  - 10^4 K：H の衝突励起
  - 10^5 K：He の衝突励起
  - $\gtrsim 10^6$ K：制動放射
- 金属があるとより早く冷える



Silk & Wyse 1993

冷却時間と自由落下時間

- 冷却時間：熱エネルギー / 冷却率

$$t_{\rm cool} = \frac{(3/2)\, n k_{\rm B} T}{|\dot{E}_{\rm cool}|} = \frac{3}{2} \frac{k_{\rm B} T}{n \Lambda(T)}$$

- 自由落下時間：球対称崩壊モデルの $t_{\rm ff}$ で、$\rho_{\rm turn} = \mu m_{\rm H} n$ とする

$$t_{\rm ff} = \sqrt{\frac{3\pi}{32 G \rho_{\rm turn}}} = \sqrt{\frac{3\pi}{32 G \mu m_{\rm H} n}}$$

- **$t_{\rm cool} < t_{\rm ff}$：ガスは冷えて収縮し、銀河ができる**
  - $t_{\rm ff} < t_{\rm cool} < t_{\rm H}$：準静的に収縮しながら冷える
  - $t_{\rm cool} > t_{\rm H}$：冷えない（$t_{\rm H}$：ハッブル時間）

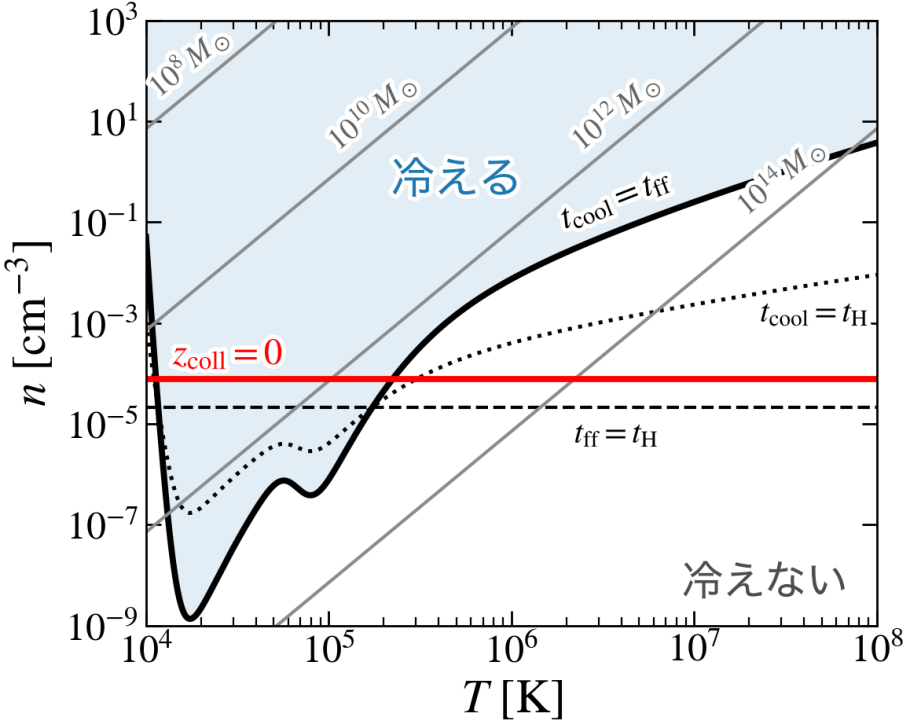
冷却図

- 密度 n と温度 T の平面
- 実線：$t_{\rm cool} = t_{\rm ff}$
  - 上側で冷えて収縮
- 斜線：ハロー質量が一定

$$n \simeq \frac{3M}{4\pi\mu m_{\rm p} R^3} \simeq 30 \frac{(k_{\rm B}T)^3}{G^3\mu^4 M^2 m_{\rm p}^4}$$

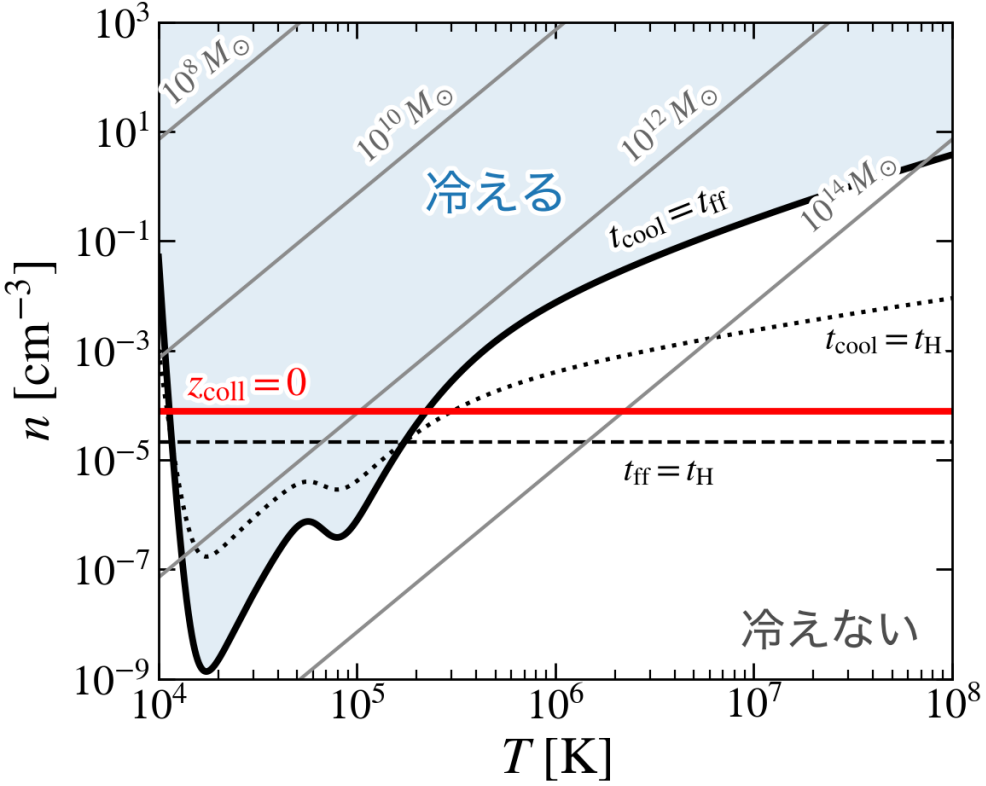
- 冷えて銀河になれるのは

$$M \lesssim 10^{13}\, M_\odot$$



冷却率：Katz+96（金属なし）

問題: 遠方宇宙ではガスは冷えやすい？冷えにくい？



High-zのハローほど冷えやすい

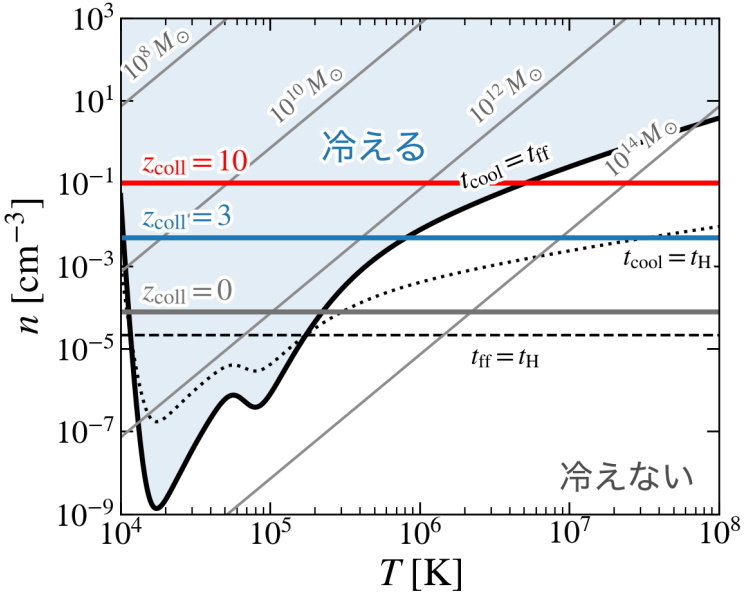
- ハローの密度：崩壊時の平均の $18\pi^2$ 倍

$$n = 18\pi^2(1+z_{\rm coll})^3\,\bar{n}_0 \sim 10^{-4}(1+z_{\rm coll})^3\ {\rm cm}^{-3}$$

- 同じ温度なら、高密度ほど早く冷える

$$\frac{t_{\rm cool}}{t_{\rm ff}} \propto \frac{n^{-1}}{n^{-1/2}} \propto (1+z_{\rm coll})^{-3/2}$$

- 高 z ほど高密度で冷えやすい

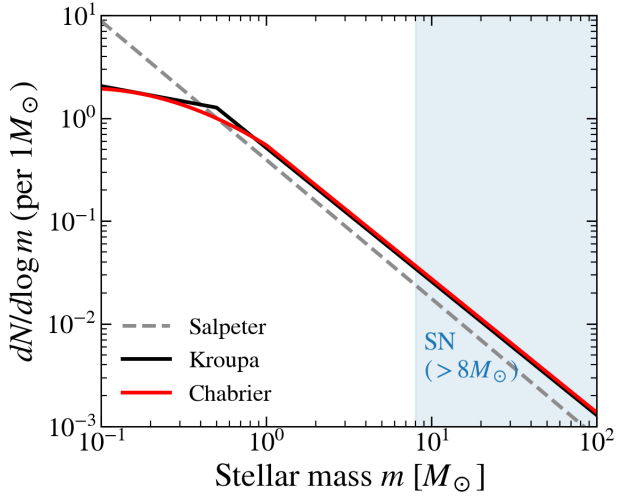


星形成と初期質量関数（IMF）

- 星はさまざまな質量で生まれる
- **IMF：生まれる星の質量分布**
  - Salpeter：$dN/dm \propto m^{-2.35}$
  - Kroupa、Chabrier：小質量側で平ら
- 傾きが < -1 なので、銀河全体の質量は小質量星が支配的
- 紫外線の明るさは大質量星が支配的
  - 大質量星は寿命が短いので、紫外線光度 $L_{\rm UV}$ は星形成率の指標

$$\mathrm{SFR} = \mathcal{K}_{\rm UV} L_{\rm UV}$$

$$\mathcal{K}_{\rm UV} = 1.15 \times 10^{-28} \frac{M_\odot\,\mathrm{yr}^{-1}}{\mathrm{erg\,s^{-1}\,Hz^{-1}}} \quad \text{(Salpeter)}$$

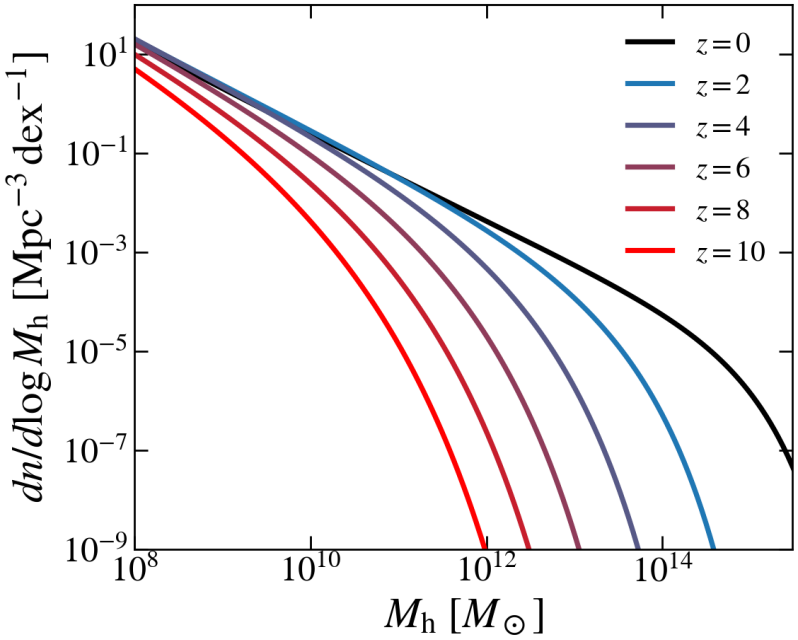


Salpeter に対する比（Madau & Dickinson 14）

IMF	SFR、K_{UV}	M_*
Salpeter	1	1
Chabrier	0.63	0.61
Kroupa	0.67	0.66

ハロー質量関数 (導出はおまけにあります)

- **質量ごとのダークマターハローの個数密度 $dn/dM_{\rm h}(M_{\rm h}, z)$**
  - 初期密度揺らぎ + ΛCDM で計算可能
  - 今は N 体シミュレーションで計算
- 高 z では大質量ハローが急減
  - $M_{\rm h} > 10^{11}\,M_\odot$ の数密度：
  - z = 4：$5 \times 10^{-3}\,{\rm Mpc}^{-3}$
  - z = 10：$2 \times 10^{-6}\,{\rm Mpc}^{-3}$
- 小質量のハローから先にできる
  - 階層的構造形成



Tinker+08 + Behroozi+13

ハローの成長率とガスの降着率

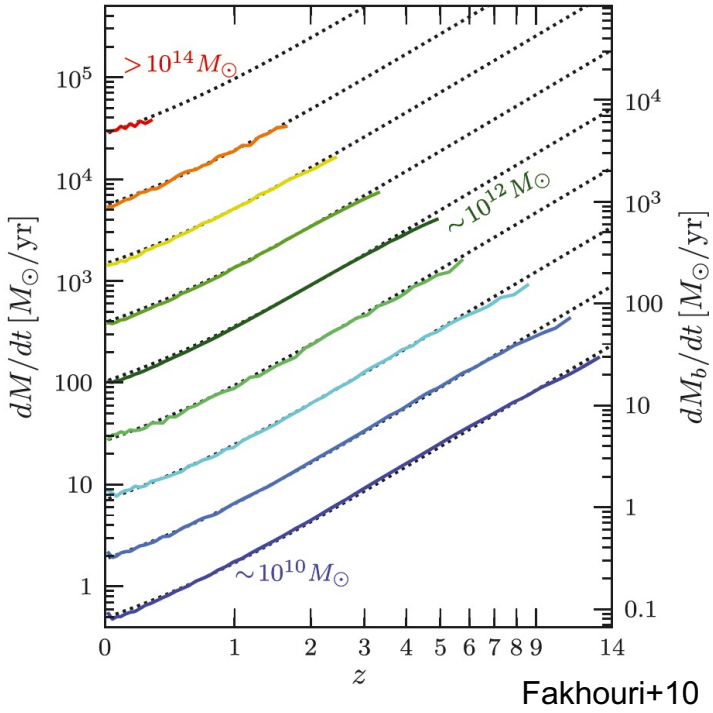
- ハローは合体と降着で成長

$$\frac{dM_{\rm h}}{dt} = 46\,M_\odot\,{\rm yr}^{-1}\left(\frac{M_{\rm h}}{10^{12}M_\odot}\right)^{1.1}(1+1.11z)\frac{H(z)}{H_0}$$

  - N 体シミュレーションからの近似式

- バリオン流入率は $f_{\rm b}\,dM_{\rm h}/dt$
  - $f_{\rm b} = \Omega_{\rm b}/\Omega_{\rm m} \simeq 0.16$：宇宙のバリオンの割合（Planck 2018）

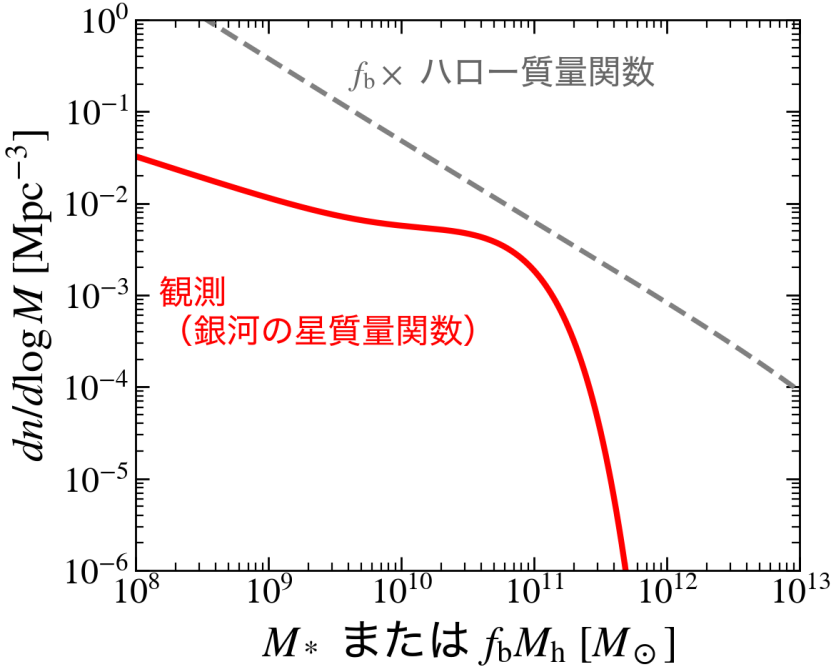
- 高 z ほど速く成長
  - z = 10 では ~100 Myr で倍増



Fakhouri+10

z~0 の星質量関数との比較

- 全バリオンが星になると
  - $M_* = f_{\rm b} M_{\rm h}$（灰色）
- 観測（赤）ははるかに少ない
  - 特に小質量と大質量側

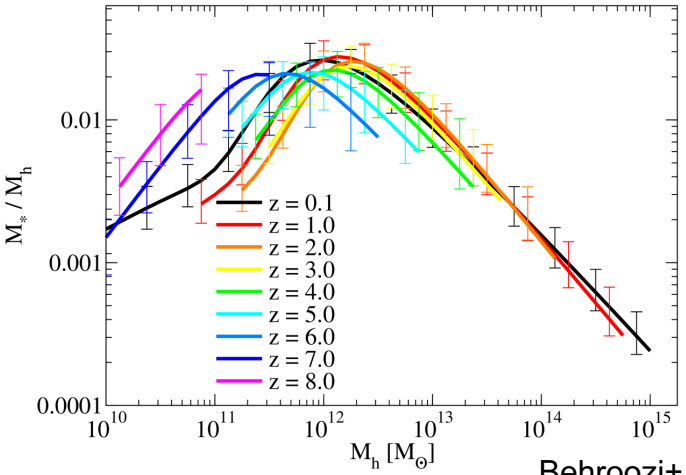


Baldry+12

星形成は非効率

- 数密度で対応させた（abundance matching）星質量 M_* とハロー質量 M_h の関係（stellar-to-halo mass ratio）
- 星になるのはバリオンの最大 ~20%（$M_*/M_\mathrm{h} \lesssim 0.03$）
  - $M_\mathrm{h} \sim 10^{12}\,M_\odot$ でピーク。両側で低い

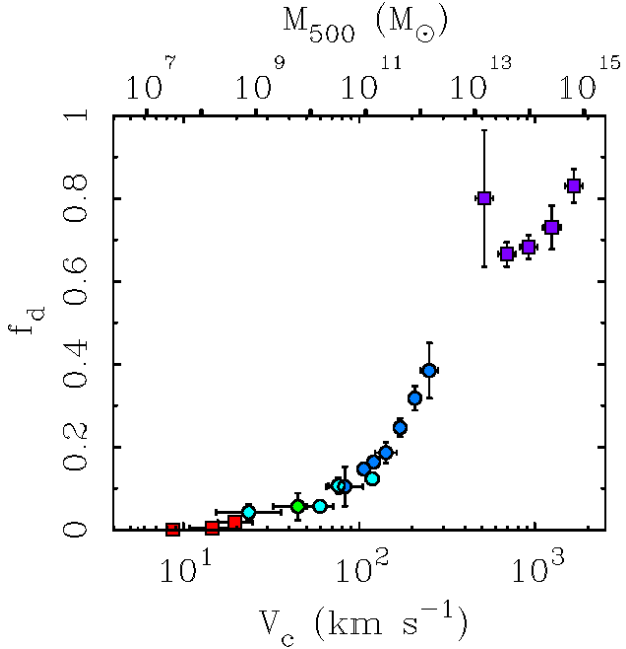
$f_b = \Omega_b/\Omega_m \approx 0.16$
(全バリオンが星)



Behroozi+13

問題: どこでバリオンが失われるのか

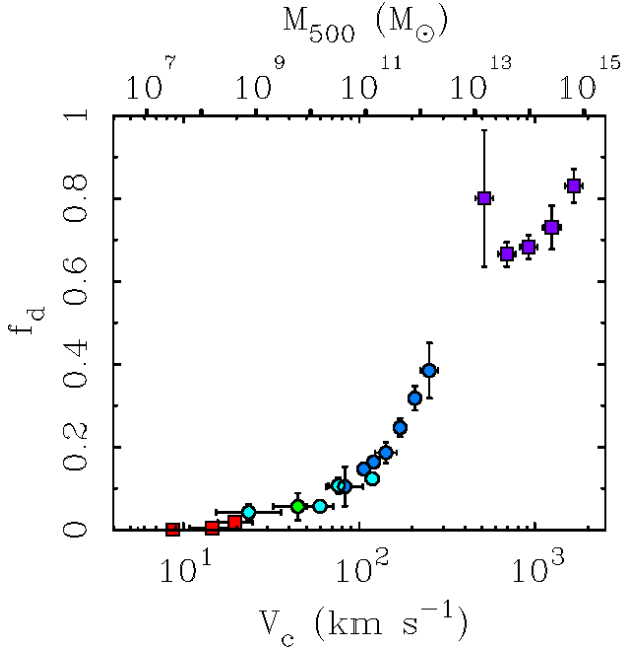
- ハロー内のバリオンの割合$f_{\rm d}$
- 大質量ハローはバリオンガスはたくさんあるのに、星質量が小さかったのはなぜ？
- 小質量ハローでバリオンガスの割合が低いのはなぜ？



McGaugh+10

どこでバリオンが失われるのか

- ハロー内のバリオンの割合 $f_{\rm d}$
- 小質量（矮小銀河）： <1%
  - バリオンが残っていない
  - 流入・保持が難しい
- 大質量（銀河団）：宇宙平均に近い
  - 高温のまま：冷えない



McGaugh+10

小質量銀河: フィードバック効果

- $8\,M_\odot$ 以上の大質量星は約 $100\,M_\odot$ あたり 1 個（Chabrier, Kroupa）

$$\frac{N_{\rm SN}}{M_*} = \frac{\int_8^{100} \phi(m)\,dm}{\int_{0.1}^{100} m\,\phi(m)\,dm} \approx 0.01\,M_\odot^{-1}$$

  - 大質量星は短命で、重力崩壊型超新星（SN）になる
  - SN 1 個のエネルギーは約 10^{51} erg → 星形成 $1\,M_\odot$ あたり 10^{49} erg

- 星を作ると、SN がガスにエネルギーを注入する

小質量銀河: フィードバック効果

- SN のエネルギー > 束縛エネルギー → ガスが吹き飛ぶ
  - 星 $1\,M_\odot$ あたりの SN は ~10^{49} erg、ガス $1\,M_\odot$ を出すには ~10^{47} erg
  - ガスは星の数倍：$M_{\rm gas}/M_* \sim 3$–10（近傍の矮小銀河の HI、Huang+12）

$$E_{\rm SN}\frac{N_{\rm SN}}{M_*}M_* \gtrsim \frac{1}{2}M_{\rm gas}V_{\rm c}^2, \qquad V_{\rm c}^2 = \frac{GM_{\rm h}}{R_{\rm vir}}$$

- $V_{\rm c} \lesssim 100$ km/s のハローではガスを失う（Dekel & Silk 1986）
  - z = 0 では $M_{\rm h} \lesssim 5\times10^{11}\,M_\odot$
  - z = 10 では $M_{\rm h} \lesssim 2\times10^{10}\,M_\odot$

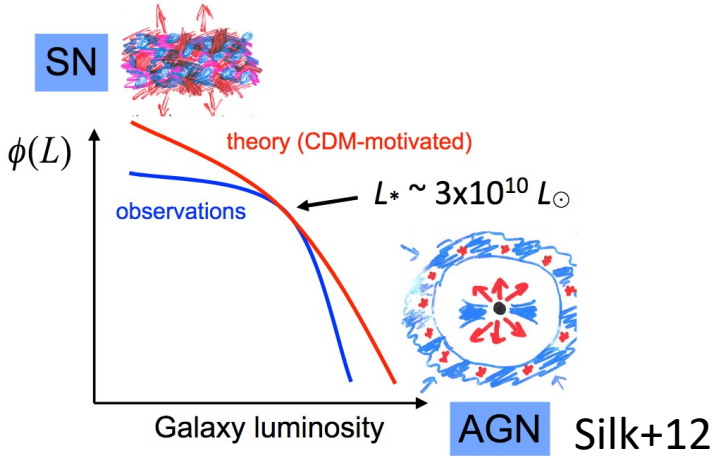
  （高 z ほど密度が高くポテンシャルが深く、フィードバックが効きにくい）

→ **小質量のハローで星形成効率が下がる**

大質量銀河: 高温 or AGNフィードバック

- ビリアル温度が高く、冷却時間 $t_{\rm cool}$ が長い（冷却図）
  - ガスは高温のままハローにとどまる
- 中心の巨大ブラックホール（AGN）がガスを加熱する
  - AGN feedback：3日目に扱う

→ **星形成効率はハロー質量 (と赤方偏移) に強く依存する**



Silk+12

星形成効率のモデル

- 星形成率 SFR と バリオン流入率（ハロー成長率）を関係させる
  - $\varepsilon(M_{\rm h}, z)$：**流入したバリオンが星になる割合（星形成効率）**

$$\mathrm{SFR}(M_{\rm h}, z) = \varepsilon(M_{\rm h}, z)\, f_{\rm b} \frac{dM_{\rm h}}{dt}$$

- ε が決まれば、銀河の星形成が決まって、星集積史が決まる
  - 星集積だけに注目した銀河形成では、ε を決めればほぼ全てがわかる

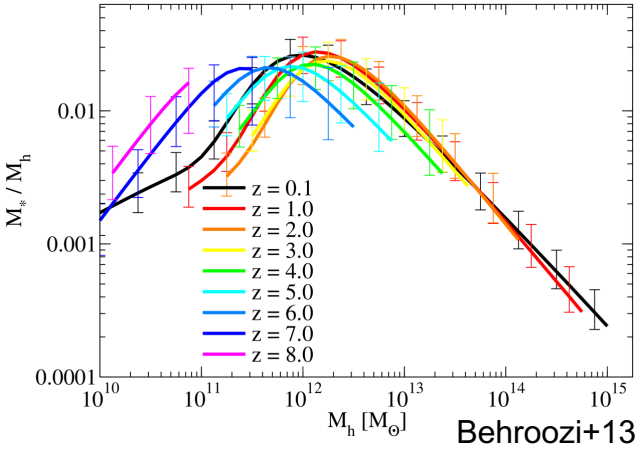
星形成効率 ε と星質量・ハロー質量比

- SFR $= \varepsilon f_{\rm b}\, dM_{\rm h}/dt$ を積分

$$M_*(t) = (1-R)\, f_{\rm b} \int_0^t \varepsilon \frac{dM_{\rm h}}{dt'}\, dt'$$

  - R：大質量星が戻すガスの割合（return fraction）
  - $R \approx 0.27$（Salpeter）、0.41（Chabrier）

- ε 一定なら：$\dfrac{M_*}{M_{\rm h}} = (1-R)\, \varepsilon\, f_{\rm b}$



Behroozi+13

- $M_*/M_{\rm h}$：ハローの成長の履歴で平均した ε

光度関数（ばらつきなし）

- SFR から紫外光度が決まる：$L_{\rm UV} \propto {\rm SFR} \propto dM_{\rm h}/dt$

$$
{\rm SFR} = \mathcal{K}_{\rm UV} L_{\rm UV}
$$

$$
L_{\rm UV}(M_{\rm h}, z) = \frac{\rm SFR}{\mathcal{K}_{\rm UV}} = \frac{\varepsilon f_{\rm b}}{\mathcal{K}_{\rm UV}} \frac{dM_{\rm h}}{dt}(M_{\rm h}, z)
$$

- $L_{\rm UV}$ は $M_{\rm h}$ の関数：ハローの数を光度ごとの銀河数に変換

線形表示: $\Phi(L_{\rm UV})\, dL_{\rm UV} = \dfrac{dn}{dM_{\rm h}} dM_{\rm h} \quad \Rightarrow \quad \Phi(L_{\rm UV}) = \dfrac{dn}{dM_{\rm h}} \dfrac{dM_{\rm h}}{dL_{\rm UV}}$

対数表示: $\Phi(\log L_{\rm UV}) = \ln 10\, L_{\rm UV}\, \Phi(L_{\rm UV}) = \dfrac{dn}{dM_{\rm h}} \dfrac{dM_{\rm h}}{d \log L_{\rm UV}}$

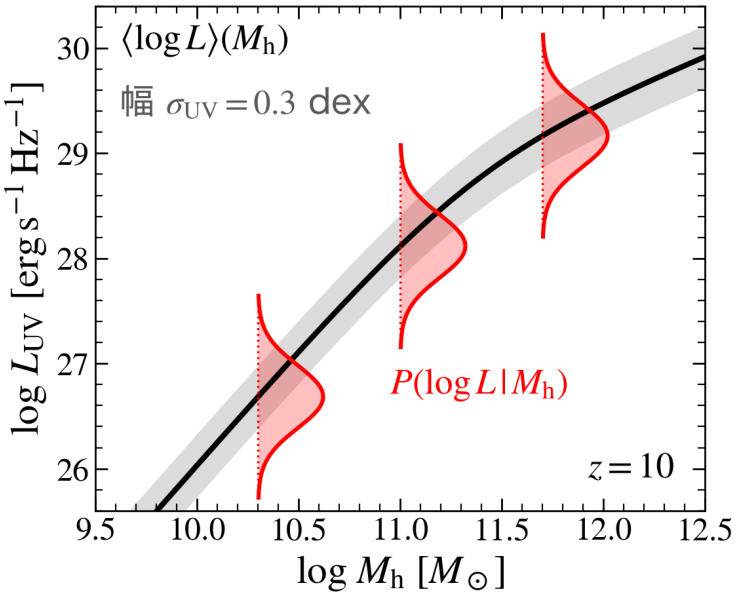
光度関数（ばらつきあり）

- 実際には $L_{\rm UV}$–$M_{\rm h}$ 関係はばらつく
  - 成長率、星形成史、IMF、ダストなど
  - $\log L_{\rm UV}$ が幅 $\sigma_{\rm UV}$ [dex] のガウス分布

$$P(\log L_{\rm UV}\,|\,M_{\rm h}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_{\rm UV}} \exp\left[-\frac{(\log L_{\rm UV} - \langle \log L_{\rm UV}\rangle(M_{\rm h}))^2}{2\sigma_{\rm UV}^2}\right]$$

- 光度関数：質量関数と P の積を積分

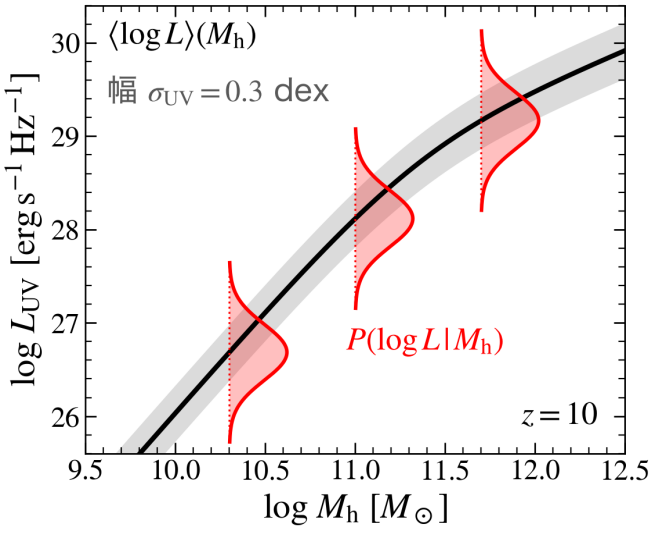
$$\Phi(\log L_{\rm UV}) = \int \frac{dn}{dM_{\rm h}} P(\log L_{\rm UV}\,|\,M_{\rm h})\, dM_{\rm h}$$

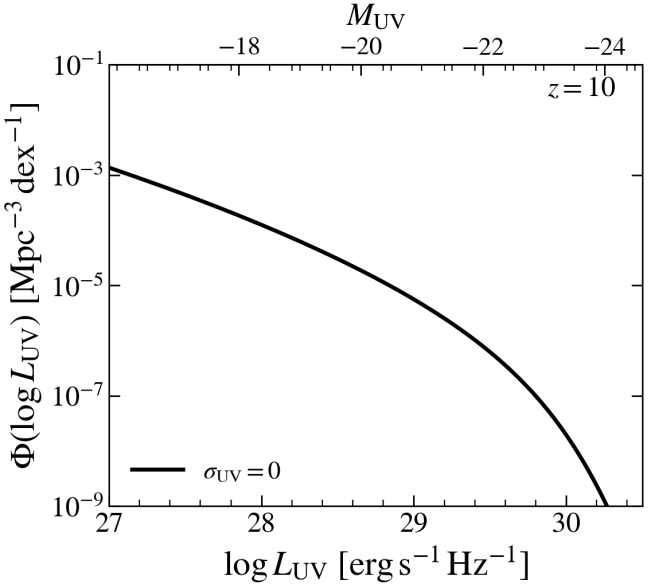


問題: ばらつき (scatter) の効果

- ハロー質量と光度の間の関係のscatterが大きくなると、銀河の光度関数の形はどうなる？

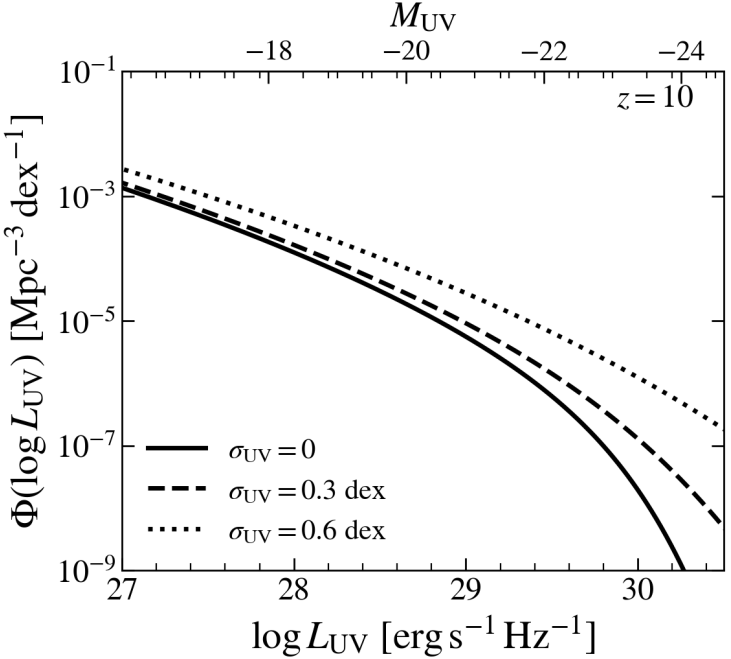
$$\Phi(\log L_{\rm UV}) = \int \frac{dn}{dM_{\rm h}} P(\log L_{\rm UV} \,|\, M_{\rm h})\, dM_{\rm h} \qquad P(\log L_{\rm UV} \,|\, M_{\rm h}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_{\rm UV}} \exp\left[-\frac{(\log L_{\rm UV} - \langle \log L_{\rm UV} \rangle (M_{\rm h}))^2}{2\sigma_{\rm UV}^2} \right]$$





UV 光度のばらつきの影響

- ハロー質量関数は大質量側で急減
  - $\sigma_{\rm UV}$ が大きくなると、数の多い小質量ハローから数の元々少なかった明るい銀河への染み出しが増えて、明るい銀河の数が増える



第1回のまとめ

- ΛCDM ではハローの数と成長が計算できる
  - 高 z では大質量ハローが少ない
- バリオンの物理：冷却、星形成（IMF）、feedback
  - 星形成効率 $\varepsilon(M_{\rm h}, z)$
- ε を決めれば、星集積に注目した銀河形成が大体わかる

  → 第2回：観測で確かめよう

$$\mathrm{SFR}(M_{\rm h}, z) = \varepsilon(M_{\rm h}, z)\, f_{\rm b} \frac{dM_{\rm h}}{dt} \qquad L_{\rm UV} = \frac{\mathrm{SFR}}{\mathcal{K}_{\rm UV}} = \frac{\varepsilon f_{\rm b}}{\mathcal{K}_{\rm UV}} \frac{dM_{\rm h}}{dt}(M_{\rm h}, z)$$

$$\Phi(\log L_{\rm UV}) = \int \frac{dn}{dM_{\rm h}} P(\log L_{\rm UV} \,|\, M_{\rm h})\, dM_{\rm h}$$

$$P(\log L_{\rm UV} \,|\, M_{\rm h}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_{\rm UV}} \exp\left[-\frac{(\log L_{\rm UV} - \langle \log L_{\rm UV} \rangle (M_{\rm h}))^2}{2\sigma_{\rm UV}^2} \right]$$

おまけ: ハロー質量関数の導出

線形理論との対応：$\delta_c = 1.69$

- $\theta \ll 1$ で展開し、δ の線形部分 δ_L を取り出す

$$\delta \simeq \frac{3}{20}\theta^2, \quad t \simeq \frac{A^3}{6}\theta^3 \qquad \Rightarrow \qquad \delta_L(t) = \frac{3}{20}\frac{(6t)^{2/3}}{A^2}$$

  - $\delta_L \propto t^{2/3}$：線形理論の成長モードと一致

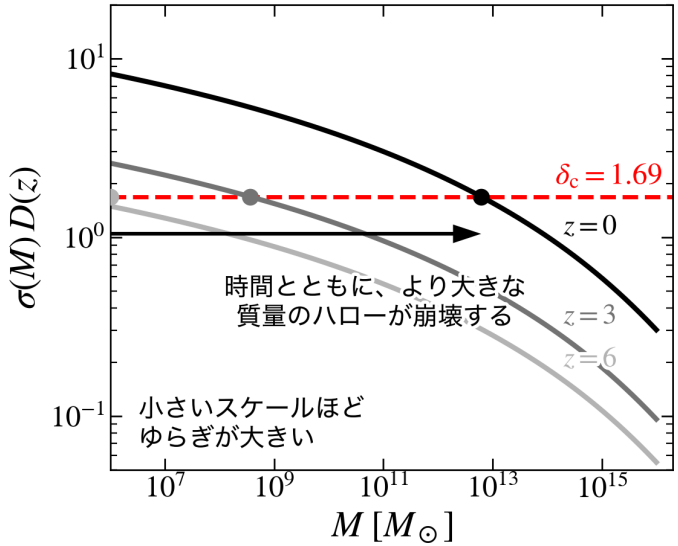
- 転回点と崩壊点で、線形理論の δ_L と実際の δ を比べる

	線形理論 δ_L	球対称崩壊の δ
転回点（$\theta = \pi$）	$3(6\pi)^{2/3}/20 \approx 1.06$	$9\pi^2/16 - 1 \approx 4.55$
崩壊点（$\theta = 2\pi$）	$3(12\pi)^{2/3}/20 \approx 1.69$	∞（ビリアル平衡で $18\pi^2 - 1 \approx 177$）

- 線形理論で $\delta_L = 1.69$ に達したとき、ハローが崩壊する

密度ゆらぎの線形成長

- 密度ゆらぎ $\delta = \delta\rho/\bar{\rho}$ は重力で成長する
  - 線形（$\delta \ll 1$）では空間形を保って成長
- 冷たい暗黒物質（CDM）では、小さいスケールほどゆらぎが大きい
  - $\sigma(M)$：質量 M のスケールのゆらぎの大きさ（右図）
- 小さい構造から先にできる（階層的構造形成）
  - $\sigma(M)D(z)$ が δ_c を超えた質量から崩壊



Press–Schechter 理論：ガウス分布のゆらぎ

- 線形理論と球対称崩壊（$\delta_{\rm c} = 1.69$）からハロー質量関数を予言
  - Press & Schechter (1974)

- 初期ゆらぎはガウス分布（WMAP、Planck で確認）
  - 線形の間はガウス性を保ち、$D(z)$ で成長

$$P(\delta)\,d\delta = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left(-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}\right)d\delta, \qquad \delta(\mathbf{x},z) = D(z)\,\delta(\mathbf{x},0)$$

  - $\sigma(R)$：半径 R でならしたゆらぎの分散（パワースペクトル $P(k)$ から）

$$\sigma^2(R,z) = D^2(z)\,\sigma^2(R,0), \qquad \sigma^2(R,0) = \frac{1}{2\pi^2}\int_0^\infty k^3 P(k)\,W^2(kR)\,\frac{dk}{k}$$

Press–Schechter 理論：崩壊する確率

- 質量 M の球（半径 R）でならした線形ゆらぎ δ_M

$$M = \frac{4\pi}{3}\bar{\rho}_0 R^3, \qquad P(\delta_M) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2(M)}} \exp\left(-\frac{\delta_M^2}{2\sigma^2(M)}\right)$$

- $\delta_M > \delta_\mathrm{c}$ の領域は、質量 M 以上のハローに含まれる

$$P_{>\delta_\mathrm{c}}(M) = \int_{\delta_\mathrm{c}}^{\infty} P(\delta_M)\, d\delta_M = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\delta_\mathrm{c}/\sigma(M)}^{\infty} e^{-x^2/2}\, dx$$

  - $M \to 0$ で $\sigma \to \infty$ なので $P_{>\delta_\mathrm{c}} \to 1/2$：半分の質量がハローにならない
  - 負のゆらぎの領域を無視したため。PS 理論では $P_{>\delta_\mathrm{c}}$ を 2 倍する

Press–Schechter 関数

- $[M, M+dM]$ のハローに含まれる質量
  - これは $2\bar{\rho}_0\,[P_{>\delta_c}(M) - P_{>\delta_c}(M+dM)]$ に等しい

$$n(M)\,M\,dM = 2\bar{\rho}_0 \left|\frac{dP_{>\delta_c}}{d\sigma}\right| \left|\frac{d\sigma}{dM}\right| dM$$

- ν：ハローがどれだけ「珍しい」か

$$n(M) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\frac{\bar{\rho}_0}{M}\left|\frac{d\nu}{dM}\right| \exp\left(-\frac{\nu^2}{2}\right), \qquad \nu = \frac{\delta_c}{D(z)\,\sigma(M)}$$

- $\nu \gg 1$ の大質量ハローは $\exp(-\nu^2/2)$ で急に少なくなる

成長因子と Sheth–Tormen 関数

- 成長因子 $D(z)$：Λ がある宇宙の近似式（Carroll+92）

$$D(z) = \frac{g(z)}{g(0)(1+z)}, \qquad g \simeq \frac{5}{2}\Omega_{\rm m}\left[\Omega_{\rm m}^{4/7} - \Omega_\Lambda + \left(1+\frac{\Omega_{\rm m}}{2}\right)\left(1+\frac{\Omega_\Lambda}{70}\right)\right]^{-1}$$

$$\Omega_{\rm m}(z) = \frac{\Omega_{\rm m,0}(1+z)^3}{\Omega_{\rm m,0}(1+z)^3 + \Omega_{\Lambda,0}}, \qquad \Omega_\Lambda(z) = 1 - \Omega_{\rm m}(z)$$

- 楕円体崩壊に拡張：Sheth & Tormen (1999)
  - N 体計算をより良く再現（$A \approx 0.322$、$a = 0.707$、$q = 0.3$）

$$n(M) = A\left(1+\frac{1}{\nu'^{2q}}\right)\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\bar{\rho}_0}{M}\left|\frac{d\nu'}{dM}\right|\exp\left(-\frac{\nu'^2}{2}\right), \qquad \nu' = \sqrt{a}\,\nu$$