



鍵を握る古典電磁気学

- 高エネルギー分野には多くの未解決問題がある
- 非熱的な粒子が活躍するプラズマ現象(熱力学の法則を破っている?)
- ・ 流体的な描像を超え、 プラズマ運動論の必要性
- ・ マックスウェル方程式+ボルツマン方程式
- 観測的な手掛かりは非熱的粒子からの放射

衝擊波統計加速





我々の周りの環境 空気分子:10⁹回/s 衝突している 平均自由行程:2×10⁻⁵cm →瞬時に緩和、熱化、等方化が達成される

一方、星間空間では、 T=1eV,1個/cc→ クーロン衝突による平均自由行程: ~2×10¹⁴cm



どうやって衝撃波や乱れた磁場を作るか?

無衝突系での衝撃波形成



X線での衝撃波の厚み (100TeV加速粒子 の存在する領域) 最も薄い所で~ 0.01pc

B~10-100μG (Sub-equipartition)

クーロン衝突でも衝撃波は できるだろうが、磁場はせ いぜい4倍にしかならない。

無衝突ボルツマン方程式

位相空間

f(x, p; t):位相空間の粒子密度



無衝突衝撃波シミュレーション





衝撃波はプラズマ不安定性によって駆動されていると推測されている。

Boltzmann方程式

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_s + \frac{q_s}{m_s} \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} \right) \cdot \nabla_v f_s = 0$$

Maxwell方程式

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$
$$\mathbf{\widehat{c}} \mathbf{\widehat{s}} : \mathbf{j} = \sum_{s} q_{s} \int \mathbf{v} f_{s} d^{3} v$$

微小量
$$\propto \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)]$$
 で展開



連立方程式は3x3の行列

から分散関係が求まる。 単なる真空なら $\omega = ck$ $E \propto \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)], E_{R,L} = E_x \mp iE_y$



簡単のため、背景磁場に平行に伝わる波についての場合だけ

橫波 $\varepsilon_T(k,\omega) = (ck/\omega)^2$ $c^{2}k^{2} - \omega^{2} - \sum_{s} \frac{4\pi q_{s}^{2}}{m_{s}} \int v_{\perp} \frac{\omega f_{s0,v_{\perp}} + k(v_{\perp}f_{s0,v_{//}} - v_{//}f_{s0,v_{\perp}})}{\omega - kv_{//} \pm \omega_{cs}} \pi v_{\perp} dv_{\perp} dv_{\perp} dv_{//} = 0$ +:右円偏光、-:左円偏光 **At it also a constraint of the set of the** $1 + \sum_{s} \frac{4\pi q_{s}^{2}}{m_{s}} \frac{1}{k} \int \frac{f_{s0,v_{//}}}{\omega - kv_{//}} 2\pi v_{\perp} dv_{\perp} dv_{//} = 0$ 基本的なスケール: $\omega_{ps}^{2} = \frac{4\pi n_{s} q_{s}^{2}}{m_{s}}$ $\frac{c}{2} \approx 5.3$ km, for $n_e = 1/\text{ cm}^3$ ω_{pe}

MHD近似との違い

	理想MHD	プラズマ運動論
電場	E=-v×B/c (Motional E)	流体静止系でも小 さなスケールの電 場揺らぎが存在
ラーマー半径	ゼロの極限	有限値なので、波 のスケールと同程 度の時、相互作用 を起こす
分布関数	熱的 ボルツマン分布	任意

静電波動(縦波)

 ωが実数なら安定な波、複素数なら波の成長、減衰となる。 プラズマの成分、波の伝播方向、分布関数によって、 様々なモードの解がある。

電子・陽子共にボルツマン分布を仮定



高振動数極限 $\omega/k >> v_{e,th}$ 電子の振動によるラングミュア波

$$\omega = \omega_{pe} \sqrt{1 + 3k^2 \lambda_D^2} - i\omega_{pe} \sqrt{\frac{\pi}{8}} (k\lambda_D)^{-3} \exp\left(-\frac{1}{2k^2 \lambda_D^2} - \frac{3}{2}\right)$$

静電波動(縦波)2

イオンも振動する低振動数 $v_{i,th} << \omega / k << v_{e,th}$ (オン音波)

$$\omega = \omega_{pp} \sqrt{\frac{k^2}{k^2 + 1/\lambda_D^2}} \approx k \sqrt{T_e / m_p} = kc_s, \ k \ll 1/\lambda_D$$
$$\approx \omega_{pp}, \ k \gg 1/\lambda_D$$

この波も負の虚数部を持ち、減衰する



波の位相速度と同じ速度の 粒子は、同じ電場を感じ続け、 加速される。

⇒波から粒子へのエネルギー輸送

Landau Damping





磁場に沿って伝播するとき

$$\frac{c^2k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_{\rm pe}^2}{\omega(\omega \pm \omega_{\rm Be})} - \frac{\omega_{\rm pp}^2}{\omega(\omega \pm \omega_{\rm Bp})},$$

where $\omega_{Be} \leq 0$. For R-mode,

$$\omega = \begin{cases} kv_{\mathrm{A}}, & \omega \ll \omega_{Bp}, & \text{Alfvén wave,} \\ \frac{c^2k^2}{\omega_{pe}^2} |\omega_{Be}|, & \omega_{Bp} \ll \omega \ll \omega_{Be}, & \text{Whistler wave,} \\ 0, & \omega_{Be} \ll \omega \ll \omega_{\mathrm{R}}, & \text{Stop band,} \\ ck \left[1 - \frac{\omega_{Pe}^2}{2\omega^2} \left(1 - \frac{\omega_{Be}}{\omega} \right) \right]^{-1}, & \omega \gg \omega_{pe}, & \text{Electromagentic Wave} \end{cases}$$

For L-mode,

$$\omega = \begin{cases} kv_{\rm A}, & \omega \ll \omega_{Bp}, & \text{Alfvén wave,} \\ 0, & \omega_{Bp} \ll \omega \ll \omega_{\rm L}, & \text{Stop band,} \\ ck \left[1 - \frac{\omega_{Pe}^2}{2\omega^2} \left(1 + \frac{\omega_{Be}}{\omega} \right) \right]^{-1}, & \omega \gg \omega_{pe}, & \text{Electromagentic Wave,} \end{cases}$$

where

$$\omega_{\mathbf{R},\mathbf{L}} = \frac{1}{2} \left[\mp (\omega_{B\mathbf{e}} + \omega_{B\mathbf{p}}) + \sqrt{(\omega_{B\mathbf{e}} + \omega_{B\mathbf{p}})^2 + 4(\omega_{\mathbf{pe}}^2 + \omega_{\mathbf{pp}}^2)} \right]$$



二流体不安定性



二流体不安定性



縦波として、電場のゆらぎが発生

波数ベクトルのLorentz変換 $\omega = \Gamma(\omega' + vk') \approx \omega' + vk'$

$$\frac{\omega_{pe}}{\sqrt{2}} = \frac{kv_b - \omega_{pb}}{\sqrt{2}}$$

背景プラズマの縦波振動数

Doppler Shiftしたビームプラズマの縦波振動数

二流体不安定性



先ほどと逆。 粒子から波にエネルギーが移る

ビームのプラズマ振動が ドップラーシフトし、背景 プラズマのプラズマ振動 と共鳴する。



プラズマは如何にして等方化されるか



ビーム方向に生じた電場だけでは、プラズマの運動は等方化されない。

温度非等方不安定性

$$\xi \equiv \frac{\omega}{\sqrt{2}u_s k}$$

 $u_0 >> u_s \& |\xi| >> 1$ の時のみ、複素数の解

$$\Rightarrow \omega^{2} = \frac{1}{2} \left[c^{2}k^{2} + \omega_{pe}^{2} \pm \sqrt{\left(c^{2}k^{2} + \omega_{pe}^{2}\right)^{2} + 4u_{0}^{2}\omega_{pe}^{2}k^{2}} \right]$$





$$|\xi| >> 1 \text{ GOT, } |k| << \frac{|\omega|}{u_s} << \frac{u_0}{u_s} \frac{\omega_{pe}}{c}$$

不安定性の最短のスケールは、
$$\frac{c}{\omega_{pe}}$$
 程度だろう

磁場が成長し、プラズマの運動を等方化する

Weibel 不安定性のメカニズム



※電子だけが動くと考える

加藤氏スライド



B~10-100μG (Sub-equipartition)

磁場はせいぜい4倍のはず SN1006 R~10pc



磁場10³⁻¹⁰⁶G





粒子Flux $[n\Gamma\beta] = n_2\Gamma_2\beta_2 - n_1\Gamma_1\beta_1$ Momentum $|T^{11}| = |(\varepsilon + P)\Gamma^2\beta| = 0$ Energy $|T^{01}| = |(\varepsilon + P)\Gamma^2\beta^2 + P| = 0$ $P = (\hat{\gamma} - 1)(\varepsilon_0 - n_0 m c^2),$ Non-rela $[nv] = 0, \left[\frac{\rho v^2}{2} + P\frac{\hat{\gamma}}{\hat{\gamma} - 1}\right] = 0, \left[P + \rho v^2\right] = 0$

非相対論的衝撃波

$$(v_1 \ll c, \hat{\gamma} = 5/3, v_s = \sqrt{\hat{\gamma}P/\rho})$$

 $\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{(\hat{\gamma}+1)M^2}{(\hat{\gamma}-1)M^2+2}, \ \frac{P_2}{P_1} = \frac{2\hat{\gamma}M^2}{\hat{\gamma}+1} - \frac{\hat{\gamma}-1}{\hat{\gamma}+1}, \ \frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2n_1}{P_1n_2}, \ M \equiv \frac{v_1}{v_{s1}}$

M>>1だと

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} \approx \frac{(\hat{\gamma} + 1)}{(\hat{\gamma} - 1)} = 4$$

相対論的衝撃波

$$(\Gamma_1 \equiv 1/\sqrt{1-(v_1/c)^2} >> 1)$$

$$\frac{v_1}{c} = \sqrt{\frac{(P_2 - P_1)(e_2 + P_1)}{(e_2 - e_1)(e_1 + P_2)}}, \quad \frac{v_2}{c} = \sqrt{\frac{(P_2 - P_1)(e_1 + P_2)}{(e_2 - e_1)(e_2 + P_1)}}$$

上流と下流の相対速度

$$\begin{aligned} \frac{v_{12}}{c} &= \sqrt{\frac{(P_2 - P_1)(e_2 - e_1)}{(e_1 + P_2)(e_2 + P_1)}}, \ \Gamma_{12} = \sqrt{\frac{(e_1 + P_2)(e_2 + P_1)}{(e_1 + P_1)(e_2 + P_2)}} \\ P_1 / n_1 mc^2 &<< 1, \ P_2 >> P_1, \ \hat{\gamma}_2 = 4/3, \ P_2 = e_2 / 3, \ v_{s2} = c / \sqrt{3} \\ \Gamma_1 &= \sqrt{\frac{(\Gamma_{12} + 1)[\hat{\gamma}_2(\Gamma_{12} - 1) + 1]^2}{\hat{\gamma}_2(2 - \hat{\gamma}_2)(\Gamma_{12} - 1) + 2}} \approx \sqrt{2}\Gamma_{12} \\ \frac{n_2}{n_1} &= 4\Gamma_{12} + 3, \qquad \frac{U_2}{n_2 mc^2} = \Gamma_{12} - 1 \\ (e_2 = n_2 mc^2 + U_2) \end{aligned}$$

衝擊波統計加速



運動論的な描像

移流拡散方程式(背景流体の上にのったボルツマン方程式)



運動論的な描像 u $u\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}D\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{3}(u_{+} - u_{-})\delta(x)\frac{\partial f}{\partial \ln p}$ u_{+} u_{-} $D \approx \frac{1}{3} l_m c = \frac{1}{3} \eta r_L c$ **→**X f 上流での平均滞在時間 $\Delta t_{+} = 4 \frac{\lambda}{c} = \frac{4D}{cu_{-}}$ u_{\perp} Χ



加速時間

$$\begin{split} t_{acc} &= \frac{20}{3} \eta \frac{E}{eB} \frac{c}{u_{+}^{2}} \\ E_{max} &= \frac{3}{20\eta} eB \frac{u_{+}}{c} (u_{+}t_{acc}) = \frac{3}{20\eta} eB \frac{u_{+}}{c} L \\ u_{-} &= u_{+}/4, \ D_{+} = D_{-} = \frac{1}{3} \eta r_{L} c \quad \textbf{CR} \\ \end{split}$$

粒子が散乱されるための、共鳴条件は乱流の波長が、 $\lambda_{dis} \approx r_L$ なので、 $\eta \ge 1$ と考えるのが自然



定量的には多くの課題が

- 電子/陽子加速効率(注入問題)
- 宇宙線による反作用(非線形効果)
 - -スペクトル
 - 磁場
- 磁場の乱れ度合い(δB/B~1?)







宇宙線による磁場の増幅?

2006

2006



B>mG is likely!





超新星残骸 RXJ1713.7-3946



 $\frac{6\pi m_e c}{\sigma_T B^2 \gamma} \approx \text{a few year}$

観測エネルギー

 $\frac{\hbar eB}{m_{\rm e}c}\gamma^2 \approx \rm keV$ 100 µ G

広帯域電磁波観測の時代



古典的電磁波放射

Maxwell eq.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta\right) A^{\mu} &= \frac{4\pi}{c} j^{\mu} \Rightarrow A^{\mu} = \frac{e}{R - \beta \cdot \mathbf{R}} (\mathbf{1}, \beta) \\ \mathbf{\overline{aus}} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla A^0 \\ &= \frac{e}{c^2} \frac{1}{(1 - \mathbf{n} \cdot \beta)^3 R} [\mathbf{n} \times \{(\mathbf{n} - \beta) \times \dot{\mathbf{v}}\}] \\ &\frac{dE_{rad}}{dE_{rad}} = c \left| \hat{E}(\mathbf{\omega}) \right|^2 \quad \hat{E}(\mathbf{\omega}) = \frac{1}{c} \int E(\mathbf{\omega}) d\mathbf{r} d\mathbf{r}$$



$$\frac{dE_{rad}}{d\omega dS} = c \left| \hat{E}(\omega) \right|^2, \quad \hat{E}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int E(t) e^{i\omega t} dt$$

 $\frac{dE_{kin}}{dt} = \frac{2q^2a^2}{3c^3}$

相対論的Beaming







1個の電子からの放射



Power-law電子からの放射





Klein-Nishina 断面積







単色ソースのIC Spectra



SSC







高エネルギーガンマ線の吸収 二次生成電子・陽電子からの放射:電磁カスケード

光子の平均自由行程



遠方ブレーザ3C279



赤外背景放射



3C279広帯域スペクトル



衝突による粒子生成



$$pp \Rightarrow pp\pi^0$$

 $\Rightarrow pn\pi^+$ $\sigma \approx 10^{-26} \text{cm}^2$

原子核半径10-13cm

光子との衝突

Bethe-Heitler過程

$$p\gamma \Rightarrow pe^+e^ \gamma \longrightarrow e^ p \longrightarrow p^+$$
 $p^ p \longrightarrow p^ p$
 $\gamma \Rightarrow e^ p \longrightarrow p^ p$
 $p \longrightarrow p^ p$
 $\gamma \Rightarrow e^ p \longrightarrow p^ p$
 $p \longrightarrow p^ p$
 p
 $p \longrightarrow p^-$



中間子崩壞 \overline{u} $\pi^0 \Rightarrow \gamma \gamma$ $\tau_{\rm dec} = \frac{32\pi^3\hbar^3(f_\pi m_\pi)^2}{e^4 m_{\pi 0}^3} = 8.6 \times 10^{-17}$ s, \Leftrightarrow 8.4 × 10⁻¹⁷ s. 21 $V_{\mu_{\neg}}$ $\pi^+ \Rightarrow \mu^+ \nu_\mu^{\ \overline{d}}$ W^+ Ľ *U* $\tau_{\rm dec} = \frac{8\pi\hbar^7}{G_{\rm F}^2G_v^2c^4} \frac{m_\pi^3}{(m_\pi^2 - m_\mu^2)^2m_\mu^2(f_\pi m_\pi)^2} = 2.6\times 10^{-8} ~{\rm s},$

古い超新星残骸と分子雲





Abdo et al. 2009



銀河Diffuse成分



GZK Mechanism

高見氏スライド





$$\tau_{\rm dec} = \frac{192\pi^3\hbar^7}{G_{\rm F}^2c^4} \left(m_{\mu}^5 - 8m_{\rm e}^2m_{\mu}^3 + 24m_{\rm e}^4m_{\mu}\log\left(m_{\mu}/m_{\rm e}\right) + 8m_{\rm e}^6/m_{\mu} - m_{\rm e}^8/m_{\mu}^3\right)^{-1} = 2.2 \times 10^{-6} {\rm s},$$