

宇宙史まとめ

浅野勝晃

宇宙論パラメータ

以下ではミンコフスキー時空 (Minkowski space) の基底を

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

とする。一様等方の仮定から計量 (metric) $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ は一般に Robertson-Walker 計量、

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a(t)^2 \left(\frac{dr^2}{1 - K(t)r^2} + r^2 d\Omega^2 \right)$$

で書ける。ここで $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2$ 、空間座標 (r, θ, ϕ) は共動座標系 (comoving frame)、 $a(t)$ はスケール因子 (scale factor)。流体 (fluid) 描像を取る。一般にエネルギー・運動量テンソル (stress-energy tensor) は、エネルギー密度 (energy density) ε と圧力 (pressure) P を用いて、 $T^{\mu\nu} = (\varepsilon + P)u^\mu u^\nu - Pg^{\mu\nu}$ となる。ここで u^μ は流体の四元速度 (four-velocity) だが、共同座標系では流体は止まっているので、 $u^\mu = (1, 0, 0, 0)$ 。よって

$$T^\mu_\nu = \begin{pmatrix} \varepsilon & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -P \end{pmatrix}$$

アインシュタイン方程式 (Einstein equation)

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}$$

ここで Λ は宇宙項 (cosmological constant)。これを解くと対角成分から独立な 2 本の方程式 (Friedmann equations)

$$\begin{aligned} \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 &= \frac{8\pi G}{3c^2} \varepsilon - \frac{Kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}, \\ \frac{\ddot{a}}{a} &= -\frac{4\pi G}{3c^2} (\varepsilon + 3P) + \frac{\Lambda c^2}{3} \end{aligned}$$

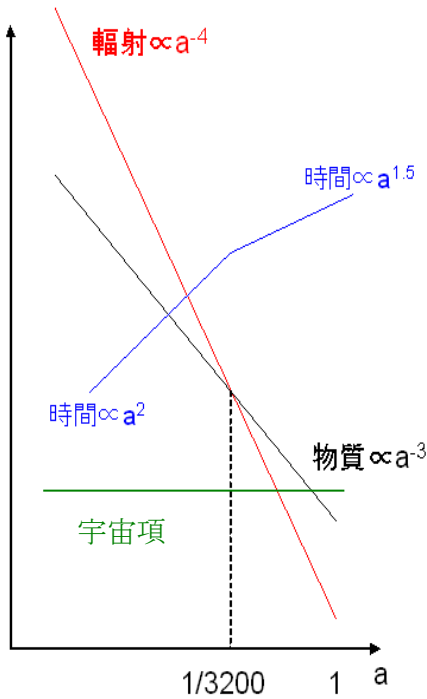
と、非対角成分から $K = \text{const.}$ が導かれる。ここで以下の宇宙論パラメータ (cosmological parameters) を定義。

$$H = \frac{\dot{a}}{a}, \rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}, \Omega = \frac{\varepsilon}{\rho_c c^2}, \Omega_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{3H^2}$$

それぞれハッブル定数 (Hubble constant)、臨界密度 (critical density)、密度パラメータ (density parameter)、オメガ・ラムダ。それぞれ現在の値を表すときは H_0 などのように添字 0 をつける。Friedmann 方程式を連立させると、エネルギー保存則 (energy conservation)

$$\dot{\varepsilon} = -3H(\varepsilon + P)$$

が得られる。通常的气体などの物質 (matter) では $\varepsilon \approx \rho c^2 \gg P \approx 0$ 、輻射 (radiation) のような相対論的な粒子の場合、 $\varepsilon = 3P$ となる。エネルギー保存則から、物質の場合エネルギー密度は $\varepsilon \approx \rho c^2 \propto a^{-3}$ 、輻射の場合 $\varepsilon \propto a^{-4}$ のように振舞う。観測から $K = 0$ で、Friedmann 方程式は $\Omega + \Omega_\Lambda = 1$ となる。宇宙項の存在は Ia 型超新星の観測から確かめられており (Perlmutter, Schmidt & Riess 2011 Nobel prize)、 $H_0 = 100h \text{ km/s/Mpc}$ とすると、標準的な値は $h = 0.71, \Omega_0 = 0.27, \Omega_{\Lambda 0} = 0.73$ とされている。



光の伝播 $ds^2 = 0$ を考えると、ある瞬間 t に振動数 ν で放たれた光が、現在 $t = t_0$ で観測されると、その光の振動数は $\nu/(1+z)$ と低くなる。ここで赤方偏移 (redshift) z は $1+z = a(t_0)/a(t)$ で定義される。以下では $a(t_0) = 1$ とする。物質をガスと輻射に分離し、 $\Omega_0 = \Omega_{m0} + \Omega_{r0}$ と表すと、過去のハッブル定数は

$$H = H_0 \sqrt{\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{r0}(1+z)^4 + \Omega_{\Lambda 0}}$$

$z > z_{eq} = 3200$ ($t \sim 7$ 万年) では輻射優勢 (radiation dominant) 宇宙。宇宙項を無視できれば、輻射優勢期は $a \propto t^{1/2}$ 、物質優勢期 (matter dominant) は $a \propto t^{2/3}$ で近似できる膨張宇宙。現在は宇宙項 (暗黒エネルギー、dark energy) が効いてきて加速膨張に転じてきている。膨張の時間スケールは $1/H$ で、ハッブル地平線 (Hubble horizon) 半径 $r_H = c/H$ より内側の領域しか相互作用できない。輻射を無視して宇宙年齢を評価すると

$$t = \int_0^1 \frac{da}{\dot{a}} = \frac{1}{H_0} \int_0^1 \frac{da}{\sqrt{\Omega_{m0}a^{-1} + \Omega_{\Lambda 0}a^2}}$$

現在は 13.7Gyr と見積もられている。

粒子的地平線 (particle horizon)

宇宙年齢 t の間に光が伝播する距離は $r_p = a(t)c \int dt/a$ と書け、物質優勢の $a \propto t^{2/3}$ を用いれば、 $r_p = 3ct = 2r_H$ 。

光度距離 (luminosity distance)

天体の本来の光度 (luminosity) L [erg/s] が分かっている時、観測されたエネルギー流速 (flux) f [erg/cm²/s] を元に光度距離 d_L を次のように定義する。

$$f = \frac{L}{4\pi d_L^2} \Rightarrow d_L(z) = (1+z)r, \quad r = c \int_0^z \frac{dz}{H}$$

$$\begin{aligned} d_L(z) &= (1+z) \frac{c}{H_0} \int_{1/(1+z)}^1 \frac{da}{a \sqrt{\Omega_{m0}a^{-1} + \Omega_{\Lambda 0}a^2}} \\ &= (1+z) \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{\Lambda 0}}} \end{aligned}$$

結果、固有距離 (proper distance) r を用いると、 $f \propto (1+z)^{-2} r^{-2}$ となる。 $1+z$ の因子は、一つは赤方偏移によるエネルギーの減少、一つは時間間隔の拡張 (time dilation) の効果。 $z=1$ で約 8Gyr 前の宇宙となり、距離は約 6.5Gpc (pc=3.09×10¹⁸cm=3.26 光年) となる。当然だが、遠くの天体ほど z が大きい。宇宙膨張により、より遠くの天体ほど、より速い速度で我々から遠ざかっており、その結果赤方偏移が大きくなっているのである。比較的 z が小さければ、その遠ざかる速度は rH_0 と近似でき、ハッブルの法則 (Hubble's law) として知られている。

インフレーション

宇宙マイクロ波背景放射の観測から、その当時 ($z=1090$) のハッブル地平線のスケールよりも広い範囲で密度などが一様であることを要求されており、これを地平線問題 (horizon problem) と呼ぶ。また、初期宇宙でほんのわずかも $\Omega + \Omega_\Lambda = 1$ よりずれていると、現在の宇宙は平坦な宇宙としては観測されないはずで、これを平坦性問題 (flatness problem) と呼ぶ。これらを解決するために、初期宇宙は通常物質ではなく、一つの実スカラー場 (quantum scalar field) によって満たされていると仮定する。ラグランジアン密度 (Lagrangian density) は

$$\mathcal{L}_s = \frac{1}{2} \hbar^2 c^2 g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi)$$

通常の質量を持つ場なら $V(\phi) = \frac{1}{2} m^2 c^4 \phi^2$ で、エネルギー・運動量テンソルは

$$T^{00} = \frac{1}{2} \hbar^2 \dot{\phi}^2 + V(\phi), T^{11} = \frac{1}{2} \hbar^2 \dot{\phi}^2 - V(\phi)$$

空間的に一様だと近似すると、Friedmann 宇宙での運動方程式は

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{1}{\hbar^2} V'(\phi) = 0$$

$V(\phi) = \frac{1}{2} m^2 c^4 \phi^2$ の場合は、宇宙膨張の時間スケール H^{-1} が $\hbar/mc^2$ よりはるかに長ければ、第二項は無視でき、クライン・ゴルドン方程式 (Klein-Gordon equation) となる。この時圧力 $T^{11} = 0$ となり、物質優勢宇宙と同じ振る舞い。しかし初期宇宙において $|V(\phi)| \gg \hbar^2 |\dot{\phi}|^2$ が成立していれば、 $T^{11} = -T^{00} \approx -V(\phi)$ となり、宇宙項と同じ状態方程式となる。スカラー場の運動方程式の第一項が無視できれば、 $V(\phi) \approx \text{const.}$ とみなせ、

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2} V(\phi) \equiv H_{\text{inf}}^2 \rightarrow a \propto \exp(H_{\text{inf}} t)$$

となり、急激な指数関数的膨張となる。これをインフレーション (cosmic inflation) と呼び、インフレーションを引き起こす場をインフラトン (inflaton) と呼ぶが、この場が何なのかは未だ分かっていない。インフレーション中のハッブル地平線は一定であるのに対し、空間はどんどん引き伸ばされていくので、初期に因果関係があった二つの地点が地平線の外に引き離され、地平線問題は解決し、宇宙の曲率半径も現在の地平線をはるかに越えるスケールまで大きくなり、平坦性問題も解決する。どの程度インフレーションが続いたのかは分からないが、観測的には $H_{\text{inf}} t > 70$ が要求されている。上記のインフレーションを起こすために理想的な二つの条件は Slow-roll 近似と呼ばれ、ポテンシャルに対する 2 つの条件 $\epsilon_V \equiv |V'/V|^2 (\hbar c)^{-1} \lambda_p^{-2} / 2 \ll 1$, $\eta_V \equiv |V''/V| (\hbar c)^{-1} \lambda_p^{-2} \ll 1$ と等価。ここで既約プランク長さ $\lambda_p \equiv \sqrt{8\pi G \hbar / c^3}$ である。

インフレーション中の量子揺らぎ (quantum fluctuation)

ミンコフスキー時空での真空場の量子的揺らぎは、不確定性関係を反映して、その振幅は観測時間に依存する。充分長い時間で平均すれば、量子揺らぎの巨視的世界への寄与はゼロとみなせる。しかし、膨張している時空には、膨張時間スケール H_{inf}^{-1} と地平線 c/H_{inf} という時間と長さの特徴的なスケールが存在する。この時間スケールで決まる振幅を持つ揺らぎが空間膨張で引き伸ばされ、地平線を越えることで古典的な密度揺らぎへと固定化されていく。一様部分と摂動部分にスカラー場を $\phi = \phi_0 + \phi$ のように分け、モード展開する。

$$\hat{\phi}(\mathbf{x}, t) = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} [\hat{a}_k \phi_k(t) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} + \hat{a}_k^+ \phi_k^*(t) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}]$$

膨張宇宙での発展方程式を書き下すと、

$$\left[\frac{d^2}{dt^2} + 3H_{\text{inf}} \frac{d}{dt} + \frac{c^2 k^2}{e^{2H_{\text{inf}} t}} \right] \phi_k(t) = 0 \Rightarrow \phi_k(t) \propto (1 + i k \eta) e^{-i k \eta}$$

ここで膨張率が大きいので、 $3H_{\text{inf}}$ などの項に比べて、 $V'(\phi)$ の項は無視できるとした。 $\eta = \frac{-c}{a H_{\text{inf}}}$ である。 ϕ の正

準共役量 $\pi = \frac{\partial \mathcal{L}_s}{\partial \dot{\phi}} = \hbar^2 a^3 \dot{\phi}$ が正準交換関係 (canonical commutation relation)

$$[\hat{\phi}(\mathbf{x}, t), \hat{\pi}(\mathbf{y}, t)] = i\hbar\delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{y})$$

を満たさなくてはならないので、振幅 (amplitude) も決まって、

$$\varphi_k(t) = i \frac{H_{\text{inf}}}{\sqrt{2\hbar c^3 k^3}} (1 + ik\eta) e^{-ik\eta} \Rightarrow |\varphi_k(t)|^2 = \frac{H_{\text{inf}}^2}{2\hbar c^3 k^3} \left(1 + \left(\frac{ck}{H_{\text{inf}} a} \right)^2 \right)$$

波数 (wave number) k は共動座標系での値。実際の波長が地平線より充分長ければ、つまり $k/a \ll H_{\text{inf}}/c$ の時、揺らぎの振幅は

$$|\varphi_k(t)|^2 \approx \frac{H_{\text{inf}}^2}{2\hbar c^3 k^3}$$

これが構造形成の種となる。一般相対論における摂動は、ゲージ自由度などのせいで煩雑極まりない。ここでは不正確だが、以下のように考える。スカラー場 ϕ の揺らぎ φ による計量 g_{11} への影響は $g_{11} = a^2(1 + 2H_{\text{inf}}\varphi/\dot{\phi})$ と書けるので、重力ポテンシャルの揺らぎは $\Psi = -H_{\text{inf}}c^2\varphi/\dot{\phi}$ となる。ポアソン方程式 (Poisson's equation) $\Delta\Psi = 4\pi G\delta\rho$ をモード展開する事で、 $k^2\varphi_k \propto \delta\rho_k$ となるので、

$$\delta_k \equiv \frac{\delta\rho_k}{\rho} \propto k^{1/2} \Rightarrow |\delta_k|^2 \propto k$$

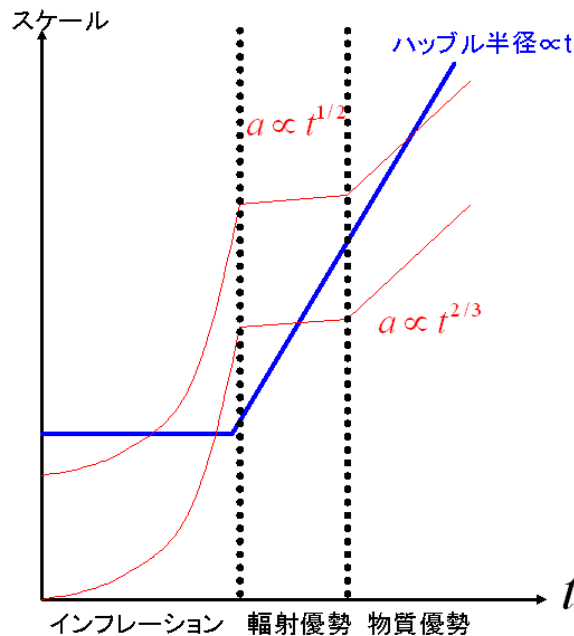
ここでは H_{inf} や $\dot{\phi}$ を定数として扱ったが、厳密には $|\delta_k|^2 \propto k^{n_s}$ と表すと、

$$n_s = 1 - 6\varepsilon_V + 2\eta_V$$

である。観測的には $n_s \cong 0.96$ となっている。インフレーションが作り出すテンソル揺らぎ (重力波) とスカラー揺らぎ (密度) の比は $r = 16\varepsilon_V$ と書け、これがわかると宇宙マイクロ波背景放射の揺らぎの大きさから、インフレーションのポテンシャル

$$\hbar^3 c^3 V \cong (2.0 \times 10^{25} \text{ eV})^4 \frac{r}{0.2}$$

が求まる。



ビッグバン元素合成

再加熱 (reheating)

ビッグバン (big bang) 開始の後、インフラトンの Slow-roll 近似が破れ、ポテンシャルの坂を転がり落ちていくとインフレーションは終了する。この際、何らかの過程でインフラトン場のエネルギーは通常の物質へと転換される。この時期を再加熱と呼ぶ。温度 (temperature) はほとんどの粒子の静止質量エネルギー (rest-mass energy) より高く、輻射優勢の状態となる。クォーク (quark) がばらばらに運動する、クォークグルーオンプラズマ (quark-gluon plasma) 状態だったと想像されている。

宇宙膨張に伴い温度が下がっていくと、陽子 (proton) や反陽子 (antiproton) などのバリオン (baryon) が形成される。何らかの対称性の破れ (broken symmetry) により物質 (matter) の方がわずかに反物質 (antimatter) より多くなる。生き残るバリオンの量を正確に预言する理論は未だ無いが、観測からバリオン-光子比 (baryon-to-photon ratio) は

$$\eta \equiv \frac{n_B}{n_\gamma} = 6.1 \times 10^{-10}$$

である。反応が落ち着いた後は、どちらの数密度も $\propto a^{-3}$ で減っていくので、この比は時間的に一定である。ただしバリオンが物質に占める割合は $\Omega_0 = 0.27$ の内、わずか $\Omega_{B0} = 0.046$ で、残りは暗黒物質 (dark matter) である。

原子核合成 (nucleosynthesis)

熱平衡 (thermal equilibrium) にある粒子の数やエネルギーの密度は、

$$n_{\text{boson}} = \frac{g}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3p \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} - 1}, \quad n_{\text{fermion}} = \frac{g}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3p \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} + 1}$$
$$\varepsilon_{\text{boson}} = \frac{g}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3p \frac{E}{e^{(E-\mu)/T} - 1}, \quad \varepsilon_{\text{fermion}} = \frac{g}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3p \frac{E}{e^{(E-\mu)/T} + 1}$$

のように温度 T と化学ポテンシャル (chemical potential) μ の二つのパラメータで書ける。粒子数が変化可能な状態においては、化学ポテンシャルがゼロの時にエントロピー (entropy) が最大となる。このような完全熱平衡状態 (perfect thermal equilibrium state) では、密度は温度だけの関数となる。 $T \gg \text{MeV}$ の時、光子 (photon) やニュートリノ (neutrino) はもちろん、電子 (electron) や陽電子 (positron) も相対論的粒子 (relativistic particle) として振る舞い、 $E = pc$ と近似でき、

$$n_{\text{boson}} = \frac{g\zeta(3)}{\pi^2} \left(\frac{T}{\hbar c}\right)^3, \quad n_{\text{fermion}} = \frac{3}{4} \frac{g\zeta(3)}{\pi^2} \left(\frac{T}{\hbar c}\right)^3, \quad \varepsilon_{\text{boson}} = \frac{g\pi^2}{30} \frac{T^4}{(\hbar c)^3}, \quad \varepsilon_{\text{fermion}} = \frac{7}{8} \frac{g\pi^2}{30} \frac{T^4}{(\hbar c)^3}$$

となる。ハッブル定数は

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3c^2} \varepsilon_{\text{total}} = \frac{8\pi G}{3c^2} g_{\text{eff}} \frac{\pi^2}{30} \frac{T^4}{(\hbar c)^3} \Rightarrow H^{-1} \approx 1.5 \left(\frac{T}{\text{MeV}}\right)^{-2} \text{s}$$

ここで状態数(number of states)は、光子はスピン (spin) 1 だが質量を持たないので $g=2$ 、電子と陽電子はスピン 1/2 なのでそれぞれ $g=2$ 、3 種類のニュートリノと反ニュートリノも同じくスピン 1/2 だが、左巻きしか存在しないので $g=1$ 。従って $g_{\text{eff}} = 2 + \frac{7}{8}[2+2+2 \times 3] = \frac{43}{4}$ 。大量にある電子やニュートリノはバリオンと

$p + e^- \leftrightarrow n + \bar{\nu}_e$, $p + \bar{\nu}_e \leftrightarrow n + e^+$ のような弱い相互作用 (weak interaction) を通じ、熱平衡状態にある。この反応のみを考えれば、化学ポテンシャルは $\mu_n - \mu_p = \mu_e - \mu_{\bar{\nu}}$ となるが、レプトン (lepton) の化学ポテンシャルはゼロなので、 $\mu_n = \mu_p$ となる。例えば $p + \bar{\nu}_e$ の反応を考えるとその反応断面積 (cross section) は

$$\sigma_{p\bar{\nu}} \approx \frac{G_F^2}{\pi(\hbar c)^4} E_\nu^2 \Rightarrow \sigma_{\text{exp}} \approx 9.8 \times 10^{-44} \left(\frac{E_\nu}{\text{MeV}}\right)^2 \text{cm}^2$$

ここでフェルミ定数 (Fermi constant) $G_F = 1.44 \times 10^{-49} \text{erg cm}^3$ である。 $p + e^-$ ($g=2$) の反応もあるので、単純に 3 倍して、 $\bar{E}_\nu = 3.15T$ を用いると陽子が中性子 (neutron) に変わる時間スケールは

$$t_{n\nu} = (n_\nu \sigma_{n\nu} c)^{-1} \approx \left(3 \times 9.8 \times 10^{-44} \times 9.9 \left(\frac{T}{\text{MeV}}\right)^2 \frac{3\zeta(3)}{4\pi^2} \left(\frac{T}{\hbar c}\right)^3 c\right)^{-1} \approx 1 \left(\frac{T}{\text{MeV}}\right)^{-5} \text{s}$$

よって 1MeV くらいの温度になった時、反応の時間スケールは膨張の時間スケールと同程度になり、陽子と中性子の数は固定される (frozen-in)。もう少し詳しい計算では 0.7MeV 程度となり、ボルツマン分布 (Boltzmann distribution) $n \propto (mT)^{3/2} \exp(-(mc^2 - \mu)/T)$ を仮定すると、

$$\frac{n_n}{n_p} \approx \exp\left[-\frac{(m_n - m_p)c^2}{T}\right] = \exp\left[-\frac{1.3\text{MeV}}{T}\right] \approx \frac{1}{7}$$

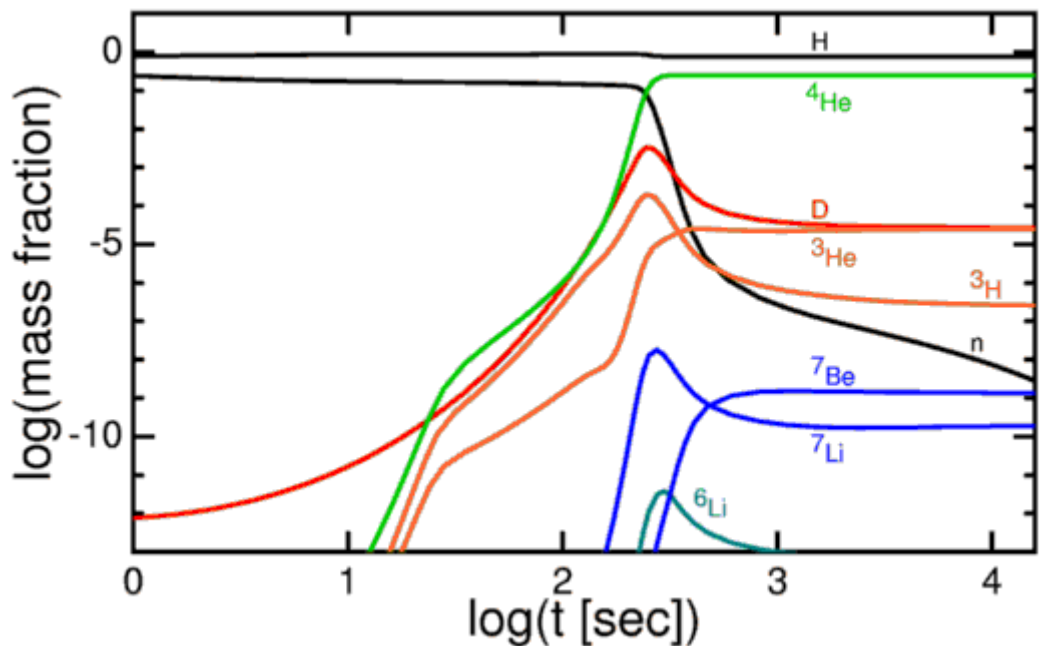
核力を伝える中間子のコンプトン波長 (Compton wavelength) は $\lambda = \hbar/(m_\pi c) \approx 1.5 \times 10^{-13} \text{ cm}$ で、実験的に確かめられている陽子の大きさ (電荷分布) とほぼ同程度。原子核融合 (nuclear fusion) の断面積は $\pi\lambda^2 \approx 6.7 \times 10^{-26} \text{ cm}^2$ くらいだと予想される。実験的に求まっている $p + n \rightarrow D + \gamma$ (2.2MeV) の断面積は $3.3 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$ くらい。一個の中性子が陽子に吸収される時間スケールは、

$$t_{pn} = (\eta n_\gamma \sigma \sqrt{T/m_p})^{-1} \approx 1.6 \times 10^{-7} (T/\text{MeV})^{-7/2} \text{ s}$$

で充分短い、温度が MeV 程度だと 2.2MeV 以上の光子が大量に存在し、できた重水素 (deuterium) はすぐ壊される。しかし、0.1MeV 程度まで温度が下がればそのような光子は少なくなり、核融合反応は進んでいく。この際、 $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ の反応は、崩壊時間スケールが 890s と長いので無視できる。荷電粒子同士 (電荷 Q_1, Q_2) の核融合は静電ポテンシャル (electrostatic potential) を乗越えなくてはいけないので、トンネル効果 (quantum tunneling) が重要となる。透過確率は $\exp[-2\pi Q_1 Q_2 / (v\hbar)]$ に比例し、反応確率もド・ブロイ波長 (de Broglie wavelength) の二乗に比例するので、S 因子 (astrophysical S-factor) を用いて、

$$\sigma = \frac{S(E)}{E} \exp\left[-\frac{2\pi Q_1 Q_2}{v_{\text{rel}} \hbar}\right]$$

と書くのが習慣である。S(E)はほぼ一定とみなせる。 $D + D \rightarrow T + p$ の反応を考えると、0.1MeV 付近で指数部分が約 1/100、実験的に S(E)は $10^{-25} \text{ cm}^2 \text{ MeV}$ なので、 $\sigma_{DD} \approx 10^{-26} \text{ cm}^2$ 。以上から温度が 0.1MeV の時に $t_{DD} \approx 0.017 / f_D \text{ s}$ で、膨張の時間スケール 150s より充分短い。ただし f_D はバリオンにおける D の割合である。三重水素 (tritium、半減期 12 年) の反応 $T + D \rightarrow {}^4\text{He} + n$ の S(E)は $10^{-23} \text{ cm}^2 \text{ MeV}$ と非常に大きいので、T は短時間の内にヘリウム (helium) になる。 $D + D \rightarrow {}^3\text{He} + n$ 、 ${}^3\text{He} + D \rightarrow {}^4\text{He} + p$ の経路もほぼ同じ割合で起き、基本的に全ての中性子は安定なヘリウムとなる。しかし、質量数 5 と 8 には安定な原子核はないので、これ以上反応は進まず、わずかにリチウムやベリリウムができるのみである。陽子と中性子の比は 7 : 1 で、ヘリウムは中性子の数の半分生まれるので、ヘリウムが質量的に占める割合は $Y = 4(N_n/2)/(N_n + N_p) \approx 2/8 \approx 0.25$ で、観測値とはほぼ一致する。



宇宙の晴れ上がり

電子・陽電子対消滅 (electron-positron pair annihilation)

温度が電子質量 $m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV}$ を下回ってくると、電子・陽電子は対消滅して光子に変わっていく。この時の宇宙の温度の変化について考える。フリードマン方程式を連立させると、

$$\frac{d}{dt}(\epsilon a^3) + P \frac{d}{dt} a^3 = 0$$

という式が得られ、これは熱力学的には断熱の式 $dE + PdV = 0$ と等価。ちなみに粒子数が保存する非相対論的なガスに対しては、 $T \propto a^{-2}$ と等価。一方ボーズ分布、フェルミ分布に関わらず、相対論的粒子からなる完全熱平衡のガスは

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\epsilon + P}{T}$$

を満たす。これら二つの式を連立させると

$$Td(sa^3) = d(\epsilon a^3) + Pd(a^3) = 0, \quad s \equiv \frac{\epsilon + P}{T} = \frac{2\pi^2}{45} g_{\text{eff}} \left(\frac{T}{\hbar c} \right)^3$$

のように $TdS = dE + PdV$ の形になり、エントロピー密度に対応する量が上記の s で、エントロピー $S \equiv sa^3$ が保存することがわかる。温度がはるかに高かった時代は、電子・陽電子と光子の系だけ考えると $g_{\text{eff}} = 2 + 7/8[2 + 2] = 11/2$ だったが、対消滅した後は 2 へと変化する。 g_{eff} が一定の間は、 $T \propto a^{-1}$ と振舞うが、対消滅の前後でのエントロピー保存から、光子温度は $aT_{\text{after}} = (11/4)^{1/3} aT_{\text{before}} \approx 1.4aT_{\text{before}}$ となる。その後 $T \propto a^{-1}$ で温度が下がっていき、 $z_{\text{eq}} = 3200$ ($t \sim 7$ 万年)、 0.75 eV の時に輻射と物質のエネルギー密度が等しくなり、物質優勢宇宙として振舞うようになる。

宇宙マイクロ波背景放射 (CMBR: cosmic microwave background radiation)

陽子が電子と結合して水素原子になる過程、 $p + e \rightarrow \text{H} + \gamma$ を考える。熱平衡にある非相対論的粒子の数密度は、

$$n = g \left(\frac{mT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left[-\frac{mc^2 - \mu}{T} \right]$$

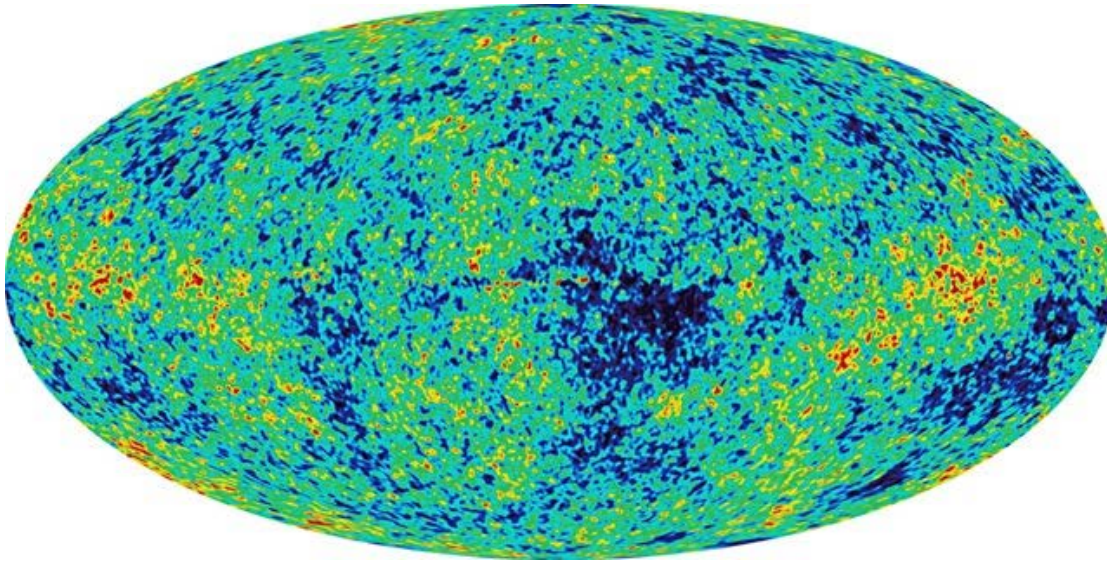
水素原子の結合エネルギー (binding energy) $m_e c^4 / (2\hbar^2) = 13.6 \text{ eV} = (m_p + m_e - m_H) c^2 \equiv B$ と化学ポテンシャル $\mu_H = \mu_p + \mu_e$ 、 $m_p \approx m_H$ の近似を用いると水素原子 (hydrogen atom) の密度は陽子と電子の密度を用いて、

$$n_H = \left(\frac{g_H}{g_p g_e} \right) n_p n_e \left(\frac{m_e T}{2\pi\hbar^2} \right)^{-3/2} \exp \left[\frac{B}{T} \right]$$

と書ける。電離している粒子の割合を x_e とすると、 $n_e = n_p = x_e (n_p + n_H) = x_e n_B = x_e \eta n_\gamma$ と書け、 $g_H = 4$ を用いると

$$\frac{1 - x_e}{x_e^2} = \eta \frac{2\zeta(3)}{\pi^2} \left(\frac{T}{\hbar c} \right)^3 \left(\frac{m_e T}{2\pi\hbar^2} \right)^{-3/2} \exp \left[\frac{B}{T} \right]$$

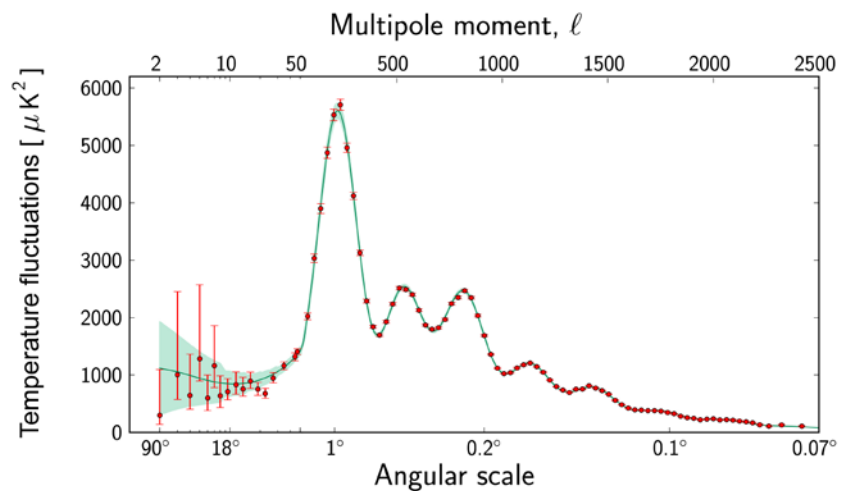
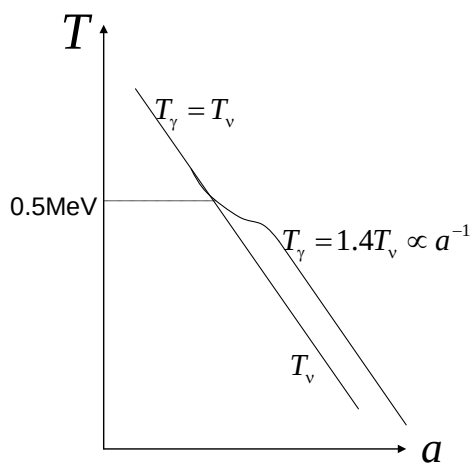
が得られる。これをサハの電離公式 (Saha ionization equation) と呼ぶ。陽子による電子捕獲が進み、 $x_e = 0.1$ 程度となる再結合 (recombination) の温度は上の式を解く事から得られ、 0.3 eV (3400 K) 程度となる。これ以後宇宙は中性化し、光子は電子とのトムソン散乱 (Thomson scattering) などの相互作用から切り離される (decoupling)。最終的に晴れ上がる時期は赤方偏移で表せば、 $z_{\text{eq}} = 1090$ ($t \sim 38$ 万年) に相当する。この温度は現在赤方偏移して、 2.7 K の黒体放射 (57 GHz 、 0.5 cm) として観測されている (Penzias & Wilson 1978 Nobel prize)。



WMAPによる $2.725 \pm 0.0002 \text{ K}$ の CMBR 全天地図。インフレーションの予言 $|\delta_k|^2 \propto k$ と無矛盾な温度揺らぎが観測されている (Mather & Smoot 2006 Nobel prize)。

角経距離 (angular diameter distance)

大きさ D のわかっているものが距離 d_A にあると、その見かけの大きさは $\theta = D/d_A$ という角度で表せる。この d_A を角経距離と呼び、 $d_A = d_L / (1+z)^2$ となる。この定義では赤方偏移に対する単調な増加関数とはならず、 $z=1.6$ くらいから減少に転じる。奇妙だが晴れ上がりの時代までの角経距離はわずか 13 Mpc しかない。晴れ上がりの時の地平線は $2c/H \approx 0.45 \text{ Mpc}$ で、現在は膨張して 490 Mpc に相当する。見かけの大きさは $0.035 \text{ rad} = 2$ 度程度。光子流体の音速は $c/\sqrt{3}$ なので、 $1/\sqrt{3}$ の 1.1 度が典型的な揺らぎのスケール。



宇宙の暗黒時代

相対論的な流体の運動方程式 $T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0$ とフリードマン方程式

$$(u^\mu u_\nu - \delta^\mu_\nu)P_{;\mu} + (\varepsilon + P)u^\mu u_{\nu;\mu} = 0, \quad \dot{\varepsilon} = -3H(\varepsilon + P)$$

に摂動 (perturbation) を施す。共変微分する際に出てくる $R_{00} = 4\pi G(\varepsilon + 3P)/c^4$ を考え、エネルギー密度を $\varepsilon = \bar{\varepsilon}(1 + \delta)$ と展開する。重力の項 $\propto 4\pi G\delta\varepsilon$ は $H^2 = 8\pi G\bar{\varepsilon}/3c^2$ を用い、圧力揺らぎは音速 v_s を用いて $\delta P = (v_s/c)^2 \delta\bar{\varepsilon}$ と書く。さらにエネルギー密度の揺らぎを以下のようにフーリエ展開 (Fourier series expansion) して、

$$\delta(\mathbf{x}) = (2\pi)^{-3} \int d^3k e^{-ik \cdot \mathbf{x}} \delta_k, \quad \delta_k = \int d^3x e^{ik \cdot \mathbf{x}} \delta(\mathbf{x})$$

平坦で等方、宇宙項が無視できる間は、最終的に密度揺らぎの発展方程式として

$$a^2 \frac{d^2 \delta_k}{da^2} + \frac{3}{2}(1 - 5\omega + 2\beta_s^2)a \frac{d\delta_k}{da} + \left[-\frac{3}{2}(1 - 6\beta_s^2 + 8\omega - 3\omega^2) + \frac{k^2 v_s^2}{a^2 H^2} \right] \delta_k = 0, \quad \omega \equiv \frac{\bar{P}}{\bar{\varepsilon}}$$

が得られる。ここで $\beta_s \equiv v_s/c$ である。

1. 揺らぎのスケールがハッブル地平線よりも充分大きい場合

この時最後の項は $a/k \gg c/H$ などの、無視できる。

A. 輻射優勢の場合 ($\omega = \beta_s^2 = 1/3$, $H \propto a^{-2}$)

揺らぎの発展方程式は $a^2 \delta_k'' - 2\delta_k = 0$ なので、 $\delta_k \propto a^2$ 。

波数 k の揺らぎが地平線スケールに入る時のスケール因子を a_{enter} とする。 $a_{\text{enter}}/k = c/H$ から $a_{\text{enter}} \propto k^{-1}$ 。

インフレーション終了直後の値を $\delta_{k,\text{inf}}$ 、 a_{inf} とすると、地平線に入ってきた時の揺らぎは

$$\delta_{k,\text{enter}} = \delta_{k,\text{inf}} (a_{\text{enter}}/a_{\text{inf}})^2 \rightarrow \delta_{k,\text{enter}} \propto k^{-2} \delta_{k,\text{inf}}$$

B. 物質優勢の場合 ($\omega = \beta_s^2 = 0$, $H \propto a^{-3/2}$)

$a^2 \delta_k'' + (3/2)a\delta_k' - (3/2)\delta_k = 0$ となり $\delta_k \propto a$ 。 $a_{\text{enter}} \propto k^{-2}$ から、

$$\delta_{k,\text{enter}} = \delta_{k,\text{inf}} (a_{\text{eq}}/a_{\text{inf}})^2 (a_{\text{enter}}/a_{\text{eq}}) \rightarrow \delta_{k,\text{enter}} \propto k^{-2} \delta_{k,\text{inf}}$$

以上から条件に依らず $\delta_{k,\text{enter}} \propto k^{-2} \delta_{k,\text{inf}}$ 。標準的な $\delta_{k,\text{inf}} \propto k^{1/2}$ であれば、 $\delta_{k,\text{enter}} \propto k^{-3/2}$ である。

2. 揺らぎのスケールがハッブル地平線の中に入った後

輻射に関しては振動解となり、時間平均すると揺らぎはゼロとみなせる。一方ダークマターの揺らぎを $\delta_{\text{DM},k}$ と表記

すると、 $\delta \approx \delta_{\text{DM}}$ とみなせる。音速が遅くて最後の項を無視できると考え、 $x \equiv a/a_{\text{eq}}$ とすると、

$H^2 \propto \bar{\varepsilon} = (\bar{\varepsilon}_R + \bar{\varepsilon}_{\text{DM}}) = \bar{\varepsilon}_{\text{DM}}(1 + 1/x)$ と表せるので、

$$2x(1+x) \frac{d^2 \delta_{\text{DM},k}}{dx^2} + (2+3x) \frac{d\delta_{\text{DM},k}}{dx} - 3\delta_{\text{DM},k} = 0 \Rightarrow \delta_{\text{DM},k} \propto \left(1 + \frac{3}{2}x\right)$$

となり、 $a < a_{\text{eq}}$ では揺らぎは一定、物質優勢になった後は $\delta_{\text{DM},k} \propto a$ と成長していく。ただし、物質優勢期であつても、小さなスケールだと今まで無視してきた $k^2 v_s^2 / (aH)^2$ の項が無視できず、

$$\ddot{\delta}_k + 2H\dot{\delta}_k = (4\pi G\bar{\rho} - k^2 v_s^2 / a^2) \delta_k$$

ここでダークマターは非相対論的なので、 $\bar{\varepsilon}(1 + \delta) = \bar{\rho}(1 + \delta)c^2$ としている。右辺が負だと振動解になってしまい、密度揺らぎは成長できない。つまりジーンズ波長 (Jeans length、実空間でのスケール)

$$\lambda_J = 2\pi a / k_J = \sqrt{\frac{\pi v_s^2}{G\bar{\rho}}}$$

より大きなスケールしか成長できない。物質優勢期では $T \propto a^{-2}$ 、つまり $v_s \propto a^{-1}$ なので、 $\lambda_J \propto a^{1/2}$ となる。このスケールの中にある質量 (Jeans mass) は $M_J = (4\pi/3)\bar{\rho}(\lambda_J/2)^3 \propto a^{-3/2}$ のように時間共に減少して行き、小スケールの天体形成が可能となる。今このジーンズ波長より大きなスケールについてのみ考えると、輻射優性期に地平線に入ってきたスケールは物質優勢期になるまで成長できないので $\delta_k = (a/a_{\text{eq}})\delta_{k,\text{enter}}$ 、物質優勢期に入ってきたス

ケールは $\delta_k = (a/a_{\text{enter}})\delta_{k,\text{enter}} = (a/a_{\text{eq}})(a_{\text{eq}}/a_{\text{enter}})\delta_{k,\text{enter}} \propto k^2(a/a_{\text{eq}})\delta_{k,\text{enter}} \circ \delta_{k,\text{enter}} \propto k^{-\alpha}$ ($\alpha = 3/2$ がもっともらしい) を仮定すると、

$$\delta_\lambda = \delta_M \propto \begin{cases} \lambda^\alpha (a/a_{\text{eq}}) \propto M^{\alpha/3} (a/a_{\text{eq}}) & \lambda < \lambda_{\text{eq}} \\ \lambda^{\alpha-2} (a/a_{\text{eq}}) \propto M^{(\alpha-2)/3} (a/a_{\text{eq}}) & \lambda > \lambda_{\text{eq}} \end{cases}$$

$$k^3 |\delta_k|^2 \propto M^{-1} |\delta_M|^2 \propto \begin{cases} M^{2\alpha/3-1} (a/a_{\text{eq}})^2 & M < M_{\text{eq}} \\ M^{(2\alpha-7)/3} (a/a_{\text{eq}})^2 & M > M_{\text{eq}} \end{cases}$$

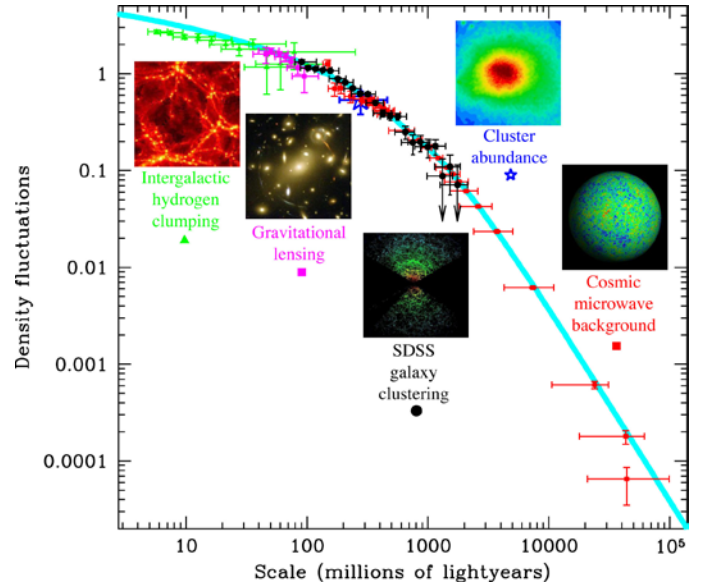
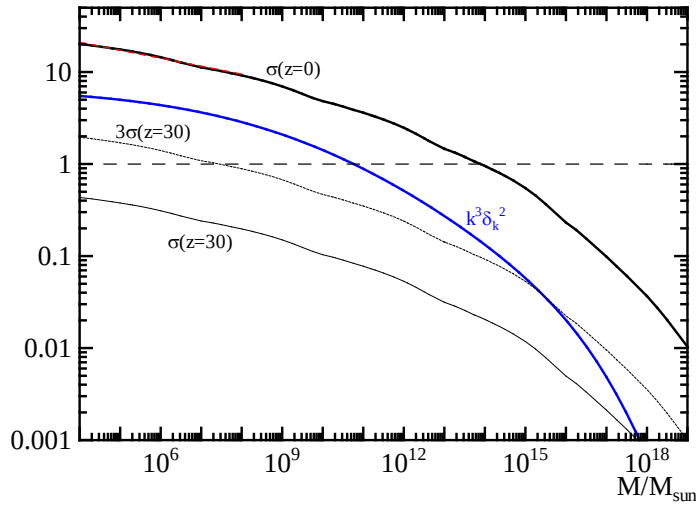
ここで Comoving の長さ $\lambda_{\text{eq}} = (a/a_{\text{eq}})c/H(a_{\text{eq}})$ であり、現在のスケールで約 100Mpc。対応する質量 M_{eq} は 2×10^{16} 太陽質量。観測にかかるスケール R の密度揺らぎは窓関数 (window function) を用いて $\bar{\delta}(R) = (2\pi)^{-3} \int d^3k \delta_k \tilde{W}_R(k)$ と書ける。窓関数を

$$W_R(r) = \frac{3}{4\pi R^3} \begin{cases} 1 & r < R \\ 0 & r > R \end{cases} \Leftrightarrow \tilde{W}_R(k) = 3 \frac{\sin(kR) - kR \cos(kR)}{k^3 R^3}$$

と定義すると二乗平均は、

$$\sigma^2(R) = \frac{1}{(2\pi)^3 V} \int d^3k |\delta_k|^2 \tilde{W}_R^2(k)$$

$P(k) \equiv |\delta_k|^2 / V = \langle \delta_k^2 \rangle$ をパワースペクトラム (power spectrum) と呼ぶ。8/h Mpc スケールの観測値 $\sigma_8 \approx 0.8$ で単純に規格化すると下図のようになる。 $z \approx 30$ の時に 10^5 から 10^7 太陽質量程度のダークマターハロー (dark matter halo) が生まれそうである。このように晴れ上がり以後、天体が生まれるまで単調に密度揺らぎが成長するだけの時代を宇宙の暗黒時代 (dark age) と呼ぶ。



初代天体の形成

バリオンの温度進化

$p+e \rightarrow H+\gamma$ の反応は単位時間、単位体積あたり $k_1 n_p n_e = k_1 x_e^2 n^2$ 起きるので、再結合の時間スケールは $t_{pe} = 1/(k_1 x_e n)$ である。これが晴れ上がりの時の宇宙膨張の時間スケール $1/H$ よりも長くなるまで電離度 x_e は下がり続けるので、最終的に $x_e \approx 1.4 \times 10^{-4}$ 程度の残留電荷 (residual charge) が残る。これらの自由電子はトムソン散乱を通じて背景放射とエネルギーのやりとり

$$\frac{dE}{dtdV} = x_e n \frac{4\sigma_T a_{\text{rad}} T_\gamma^4}{m_e c} (T_\gamma - T_e)$$

を行う。放射定数はステファン・ボルツマン定数 (Stefan-Boltzmann constant) を用い $a_{\text{rad}} = 4\sigma_{\text{SB}}/c$ 。この過程によりガスは輻射と同じ温度に保たれる。 $x_e \approx 10^{-4}$ を採用すると、 $z \approx 180$ で過熱の時間スケールが宇宙膨張の時間スケールよりも長くなる。その結果ガスの温度は輻射の温度よりも低くなって、 $T_e \propto a^{-2}$ と振舞う。

球対称崩壊 (spherical collapse)

とある球対称 (spherically symmetric) の領域を考え、その中心からの物理的距離を r とする。初期状態 ($z = z_i \gg 1$) において、中心から見た膨張速度は $\dot{r} = H(z_i)r$ 、 r_i より内側の平均密度が $\rho = \bar{\rho}(z_i)(1+\delta_i)$ である。この系全体が膨張 (expansion)、収縮 (contraction) しても、その内側の質量 M は不変である。物質優勢期なので $\Omega_i = 1$ とし、エネルギー保存則

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 - \frac{GM}{r} = \text{const.}$$

を解くと、媒介変数 θ を用い、

$$r = \frac{r_i}{2\delta_i} (1 - \cos \theta), \quad t = \frac{1}{2H(z_i)\delta_i^{3/2}} (\theta - \sin \theta), \quad \rho = \bar{\rho}(z) \frac{9(\theta - \sin \theta)^2}{2(1 - \cos \theta)^3}$$

が得られる。初期条件から $\theta_i^2 \approx 4\delta_i$ で、 $\theta = \pi$ の時、最大半径 $r_M = r_i/\delta_i$ となり、以後収縮に転じる。ちなみに $z=0$ では、 $\delta = \delta_c = 1.69$ を超えたハローが天体へと進化しているはずである。

ビリアル定理 (virial theorem)

重力多体系 (gravitational many-body system) に対するボルツマン方程式 (Boltzmann equation) を時間平均すると、系全体のポテンシャルエネルギー (potential energy) U と運動エネルギー (kinetic energy) K は $U + 2K = 0$ を満たす。球対称崩壊の問題で、最大半径の時に $K = 0$ となっているはずなので、 $r = r_M/2$ まで収縮した時 ($r = r_v$, $z = z_v$) に系が落ち着き、ビリアル化したと考えられる。 $(1+z_M)/(1+z_v) = (t_v/t_M)^{2/3}$ や $\bar{\rho} \propto (1+z)^3$ などの関係を用いると、ビリアル化した時の平均密度は $18\pi^2 \bar{\rho}(z_v) \approx 180 \bar{\rho}(z_v)$ と書ける。単純に $-U = GM^2/r_v = 2K = Mv^2$ と近似し、ビリアル半径を $4\pi r_v^3/3 \times 180 \bar{\rho}(z_v) = M$ から求める。速度分散をガスの温度に換算すると $m_p v^2 = 3T$ なのでビリアル温度 (virial temperature) は

$$T_{\text{vir}} = \frac{GM}{3r_v} m_p = 244 \text{K} \left(\frac{M}{10^4 M_{\text{sun}}} \right)^{2/3} \left(\frac{1+z_v}{100} \right)$$

水素分子形成 (production of molecular hydrogen)

ガスを放射冷却 (radiative cooling) によって収縮させないと天体 (celestial object) は生まれない。しかし水素原子 (atomic hydrogen) は 1 万 K を超えないと励起 (excitation) できないので、冷却できない。そこで水素分子を作ることを考える。ただし二つの水素原子の電気双極子 (electric dipole) はゼロなので、単純な衝突では余ったエネルギーを放射によって捨てることはできず、分子を作れない。しかし残留電荷があると $H+e \rightarrow H^- + \gamma$ の反応が $k_2 n_H n_e = k_2 x_e n^2$ [$\text{s}^{-1} \text{cm}^{-3}$] の割合で起きる。それに続いて $H^- + H \rightarrow H_2 + e$ が $k_3 n_H n_{H^-}$ で起きるが k_3 は k_2 に比べて圧倒的に大きいので、分子形成の速度は k_2 で決まる。ビリアル化後は密度が上がり、急速に電離度が下がっていくので、電離度が下がる時間スケール t_{pe} の間だけ分子生成が進むと考え、最終的な分子の割合は $f = k_2/k_1 \approx 3.5 \times 10^{-4} (T/10^3 \text{K})^{1.52}$ となり、初期状態の x_e には依存しない。生まれた分子は他の原子との衝突によって励起される。主に回転励起状態 (rotational excitation) の $J=2$ から 0 (Ortho, 0.044eV=512K) あるいは $J=3$

から 1 (Para、5/3 倍の放射エネルギー) への遷移 (transition) によって冷却される。二体の反応なので冷却率は $\Lambda_{\text{H}_2} f n^2 [\text{erg/s/cm}^3]$ と書ける。宇宙膨張の時間スケールで冷却できるのは $z = 30$ の時で $10^5 M_{\text{sun}}$ よりも重いダークマターハローのみ。

ガス雲の分裂 (fragmentation of gas cloud)

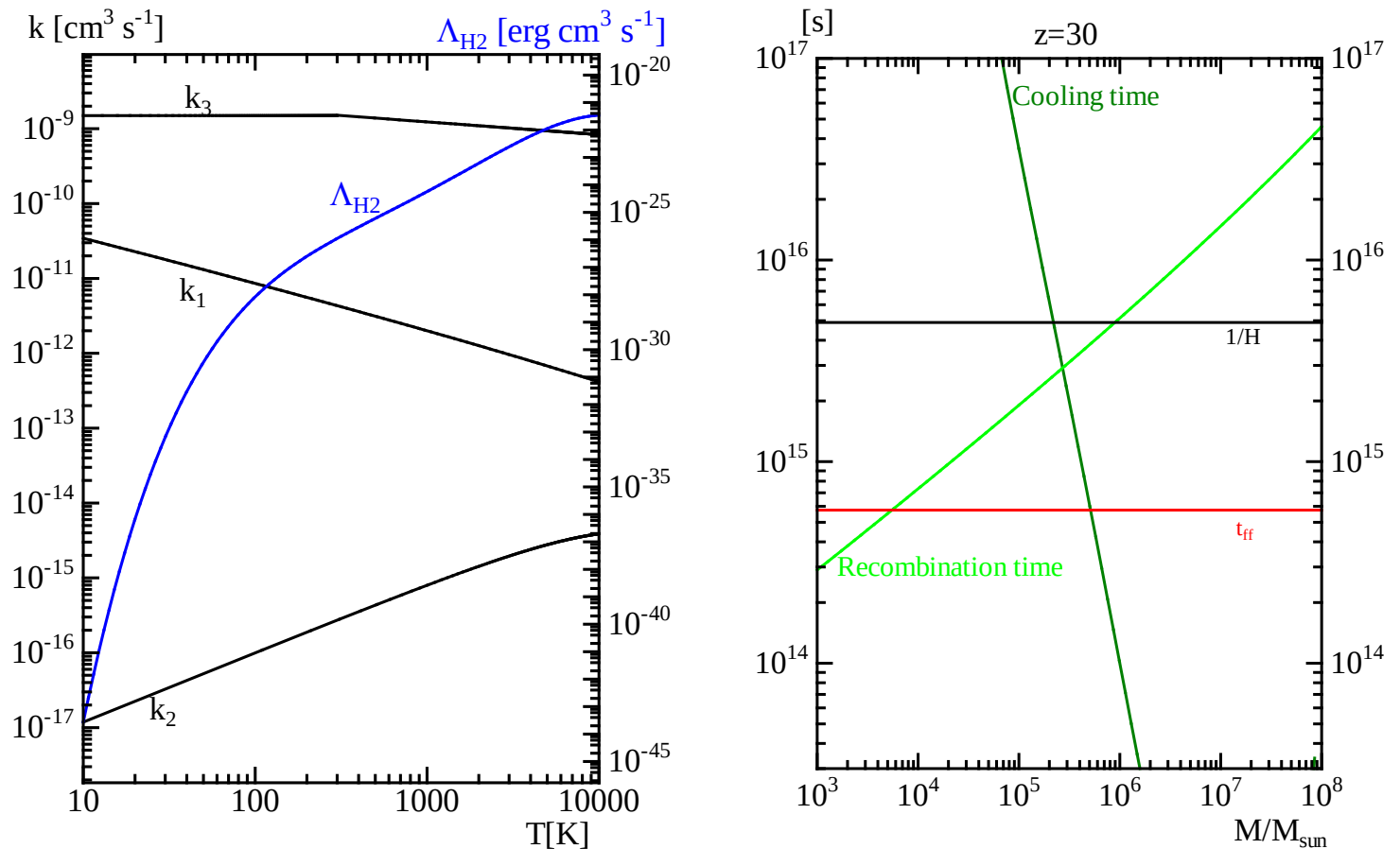
収縮していくガスは角運動量 (angular momentum) を持っているであろうから、回転する円盤 (disk) へと進化するであろう。面密度 (surface density) を Σ とすると、二次元の連続の式 (equation of continuity)、オイラー方程式 (Euler equation)、ポアソン方程式はそれぞれ

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \nabla \cdot (\Sigma \mathbf{v}) = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla P}{\Sigma} - \nabla \Phi_g, \quad \Delta \Phi_g = 4\pi G \Sigma \delta(z)$$

角速度 (angular velocity) Ω で回転している系を考え、圧力勾配を音速を用いて密度勾配と関係づける。これに摂動展開 $\delta \Sigma \propto \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)]$ を施すと分散関係、

$$\omega^2 = \kappa^2 - 2\pi G \Sigma |k| + k^2 v_s^2, \quad \kappa^2 \equiv R \frac{d\Omega^2}{dR} + 4\Omega^2$$

が得られる。Toomre's Q として知られる $Q \equiv \kappa v_s / \pi G \Sigma$ が 1 より小さければ不安定となり、フィラメント状 (filament) に分裂する。フィラメントを一様密度で、半径 R の円柱と近似する。収縮に伴う圧力の変化はガスの冷却効率に依るが、それを現象論的に $P \propto \rho^{\hat{\gamma}}$ と表す。線密度 (linear density) 一定とするとポアソン方程式から自己重力による力は $1/R$ に比例するのに対し、圧力勾配による力は $\propto \rho^{\hat{\gamma}-1}/R$ となる。密度の上昇に伴い途中で圧力が重力に打ち勝つためには $\hat{\gamma} > 1$ が必要。従って冷却効率が良く、等温的に進化している間はどんどん分裂していく。密度が薄い間は衝突励起で冷えるので、単位体積当たりの冷却効率は密度の二乗に比例しているが、密度が上昇し衝突頻度が上がると、局所熱平衡 (LTE: local thermal equilibrium) に達し、励起状態にある分子の割合は温度のみで決まる。その結果、冷却効率は分子雲の密度の一乗に比例するようになる。初代天体の場合、 10^4 個/cc、300K くらいが LTE となる密度と温度の典型。ここから冷却効率が悪化し、温度は上昇に転じ、分裂は止まる。この時の Jeans 質量が初代天体の重さを決め、1000 太陽質量くらいの星が生まれると考えられている。



星形成

原始星 (protostar)

星形成 (star formation) は冷却によりガスが収縮して生まれた分子雲 (molecular cloud) の中心に高密度領域ができ、そこに分子ガスが降着 (accretion) していくことで始まる。一様密度の球が自己重力でつぶれる時、圧力を無視して $\ddot{R} = -GM/R^2$ を解くと自由落下時間 (free-fall time) $t_{\text{ff}} = \sqrt{3\pi/32G\rho}$ で完全につぶれる。高密度領域ほど進化が早い。質量降着率 (mass accretion rate) は大雑把にジーンズ質量を自由落下時間で割ることで評価すると、 $\dot{M} \approx v_s^3/G$ となる。水素分子を主成分と考え、 $v_s \approx \sqrt{T/2m_p}$ を用いると、

$$\dot{M} \approx 2 \times 10^{-6} \left(\frac{T}{10\text{K}} \right)^{3/2} M_{\text{sun}} \text{ yr}^{-1}$$

となり、標準的な温度の分子雲中で太陽を作るには 10^6 年ほどかかることがわかる。分子雲中で数密度が 1 万個 cm^{-3} を超える領域を分子雲コア (molecular cloud core) と呼ぶ。放射冷却により収縮していくが、 10^{11} 個 cm^{-3} に達するとダスト吸収のために放射冷却効率が悪くなり、一旦収縮が止まる。典型的には温度 1000K、0.01 太陽質量のこの状態を第一コア (first core) と呼ぶ。周りからの質量降着により、 10^3 年ほどで温度が 2000K まで上昇し、水素分子が壊れ始める。これは 4.75eV の吸熱反応なので、圧力が下がり、再び分子雲は収縮を始める。原始星の表面には質量降着による衝撃波が形成され、詳しい計算によると 1 万 K 程の温度で光を放つ。しかし濃い分子雲中に埋もれているので直接観測するのは難しいと考えられている。上では球対称の場合を考えているが、数十%の星が連星 (binary star) として生まれているので、分子雲の初期角運動量の効果は無視できなさそうである。

星の構造 (stellar structure)

質量降着が止まり、重力と圧力が釣り合った静的 (static) な状態を星と呼ぶ。星の構造は質量保存、静水圧平衡 (hydrostatic equilibrium)、輻射輸送 (radiative transfer)、エネルギー保存の式

$$\begin{aligned} \frac{\partial M(r)}{\partial r} &= 4\pi r^2 \rho, \quad \frac{\partial P(r)}{\partial r} = -\frac{GM}{r^2} \rho, \\ \frac{\partial T(r)}{\partial r} &= -\frac{3\bar{\alpha}L}{16\pi r^2 a_{\text{rad}} c T^3}, \quad \frac{\partial L(r)}{\partial r} = 4\pi r^2 \left(\dot{\epsilon}_n - \dot{\epsilon}_{\text{int}} - \rho P \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{\rho} \right) \end{aligned}$$

を解く事で求まる。ここで $\bar{\alpha}$ は光子のエネルギーで平均した吸収係数 (absorption coefficient、散乱の効果も含まれている) である。光学的に厚い (optically thick) 極限で、輻射は温度 T のプランク分布になり、ガスと温度平衡になっていると仮定している。単位時間に各半径 r から外へ向かうエネルギー L の式に表れる、 $\dot{\epsilon}_n$ と $\dot{\epsilon}_{\text{int}}$ は単位体積当たりの核融合によるエネルギー生成率と、ガスの内部エネルギーの時間変化である。最後の項は重力収縮による単位体積当たりのエネルギー解放率となっている。上記の式では輻射によってエネルギーが外側へ運ばれると仮定した。しかし内向きの重力加速度 g がかかっている状況で、温度勾配が大きくなりエントロピー密度 s が $\partial s / \partial r < 0$ となってしまうと、対流 (convection) に対して不安定になってしまう。対流不安定条件は静水圧平衡にある系では、 $\partial T / \partial r < -\mu g / c_p$ と等価。 μ は平均分子質量 (average molecular mass)、 c_p は定圧比熱 (heat capacity at constant pressure) で、断熱 ($\partial s / \partial r = 0$, adiabatic) なら両辺は等しくなる。対流は効率的にエネルギーを輸送し、結果的に断熱の時の温度勾配

$$\frac{\partial T(r)}{\partial r} = -\frac{\mu}{c_p} \frac{GM}{r^2}$$

で近似できるであろう。さて内部エネルギー密度を圧力を用いて $\epsilon_{\text{int}} = P/(\hat{\gamma}-1)$ と表現すると、静水圧平衡の式を積分することで、星に対するビリアル定理 $E_g + 3(\hat{\gamma}-1)E_{\text{int}} = 0$ が得られる。通常 $\hat{\gamma} > 4/3$ なので総エネルギー $E = E_g + E_{\text{int}}$ は負となる。星表面からの放射でエネルギーを失った時、重力エネルギーが減少する一方、内部エネルギーは上昇し、温度や圧力が上がっていく事がわかる。

前主系列星 (pre-main sequence star)

詳しい計算によると、太陽質量程度の星の場合、質量降着が終わった直後には半径が太陽半径のほぼ 4 倍、中心温度が 4×10^6 K、表面温度が 4000K になるとされる。現在の太陽の 3-4 倍の明るさである。温度が低いので核融合反応は始まっておらず、重力エネルギーを解放しながら収縮する事で徐々に中心の温度を上げていく。このような過程をケルヴィン - ヘルムホルツ収縮 (Kelvin-Helmholtz contraction) と呼ぶ。このような低温星では H^- イオンによる連続吸収が主要な光子吸収過程となる。束縛エネルギーが $E_b = 0.754 \text{ eV}$ なので、 H^- イオンの電子はそれより高エネルギーの光子 (波長 $1.65 \mu\text{m}$ 以下) によって光子脱離 (photodetachment) される。断面積は

$$\sigma = 2.65 \times \frac{16\pi}{3} \frac{e^2 \hbar}{m_e c} \frac{E_b^{1/2} (E - E_b)^{3/2}}{E^3}$$

で 10^{-16}cm^2 程度のオーダーとなり、大きな光学的深さ (optical depth) をもたらす。結果、このような前主系列星は星全体が対流層 (convective zone) となる。放射によって重力エネルギーを解放する時間スケール $t_{\text{KH}} = GM^2 / RL$ をケルヴィン - ヘルムホルツ時間 (Kelvin-Helmholtz timescale) と呼ぶ。前主系列星から主系列星への進化の時間スケールは、太陽の t_{KH} に相当する 10^7 年程度であろう。この前主系列星に対応する天体として T タウリ型星 (T Tauri star) が知られている。太陽よりも重い前主系列星は表面温度が高く、放射層 (radiative zone) が優勢となる。ハービッグ Ae/Be 型星 (Herbig Ae/Be star) が対応天体と考えられている。

主系列星 (main sequence star)

収縮が進み中心温度が上がり、 10^7K を超えると核融合反応が始まる。ガモフピークエネルギー (Gamow peak energy)

$$E_{\text{GP}} = \left(\sqrt{\frac{m_{\text{red}}}{2}} \frac{\pi Z_1 Z_2 e^2 T}{\hbar} \right)^{2/3}$$

程度のエネルギーを持つ粒子が主要な寄与をする。 m_{red} は換算質量 (reduced mass)。 $p + p \rightarrow D + e^+ + \nu_e$ という反応を考えると、その S 因子は $S(0) = 3.9 \times 10^{-25} \text{MeV b}$ 程度。単位時間、単位体積あたりの反応率は

$$\frac{dN}{dt dV} = \frac{n_p^2}{2} \langle \sigma v_{\text{rel}} \rangle, \quad \langle \sigma v_{\text{rel}} \rangle = 4 \sqrt{\frac{2E_{\text{GP}}}{3m_{\text{red}} T^2}} S(0) f_0 \exp\left(-3 \frac{E_{\text{GP}}}{T}\right), \quad f_0 = \exp\left(\frac{\sqrt{4\pi n_e Z_1 Z_2 e^3}}{T^{3/2}}\right)$$

f_0 はデバイ遮蔽 (Debye screening) の効果。これに引き続き、 $D + p \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$ 、 ${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + 2p$ が起き、最初の反応で生まれた陽電子は対消滅する。最終的に 4 つの水素と 2 つの電子から一つの ${}^4\text{He}$ が生まれ、質量差に相当する 26.2MeV のエネルギーが解放される。ただし 2 つのニュートリノがそれぞれ 0.4MeV 程度のエネルギーを持ち去るので、残りのエネルギーが ϵ_n に寄与する。ニュートリノを放たない反応の断面積は最初の pp 反応に比べてはるかに大きく、反応のスピードは pp 反応の速度で決まっている。以上の過程を pp 連鎖 (pp chain) と呼ぶ (Bethe 1967 Nobel prize)。温度の高い主系列星では吸収係数は自由 - 自由吸収 (free-free absorption)、

$$\alpha_v = \frac{4e^6}{3m_e c} \sqrt{\frac{2\pi}{3m_e T}} n_e n_p v^{-3} (1 - \exp[-h\nu/T]) \bar{g}_{ff} \rightarrow \bar{\alpha} \propto T^{-7/2} n_e n_p$$

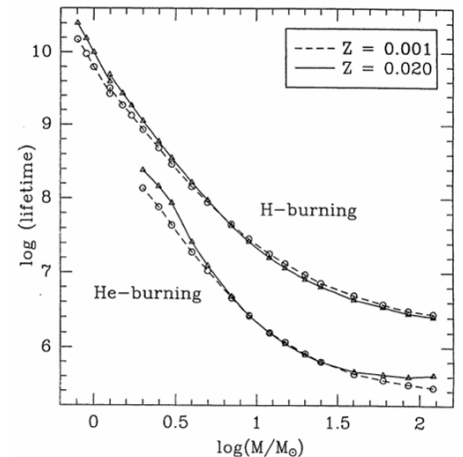
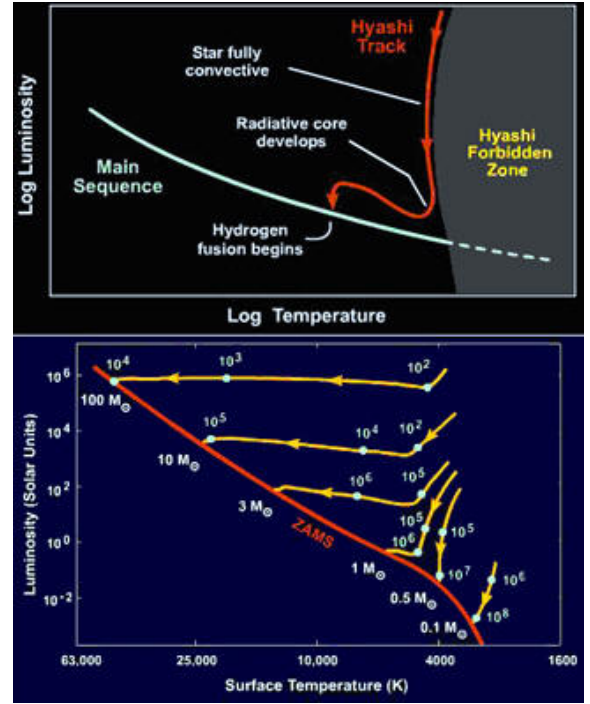
$\bar{g}_{ff} \approx 1$ は電子速度平均 Gaunt 因子。さらなる高温領域ではトムソン散乱 $\alpha_v = n_e \sigma_T$ が支配的になる。 H^- の量や電離度はサハの式を用いて評価すればよい。太陽の場合は質量が $2 \times 10^{33}\text{g}$ 、半径が $7 \times 10^{10}\text{cm}$ 、年齢が 46 億年くらいだが、この場合中心密度が 150g/cm^3 、中心温度が $1.5 \times 10^7\text{K}$ 、表面温度は 5800K で外側の半径 30%程度は対流層となっている。光度は $3.9 \times 10^{33} \text{erg s}^{-1}$ で、中心からのエネルギー輸送には数十万年かかる。

核融合が起きる典型的温度は 10^7K くらいで不変だと考えると、静水圧平衡と輻射輸送の式から明るさなどを単純にオーダー評価できる。星の半径は質量に比例し、密度や圧力は共に M^{-2} に比例する。吸収よりもトムソン散乱が支配的な場合、星の明るさは M^3 に比例する。詳しい計算結果では太陽質量の 0.5 から 20 倍の範囲において、 $L \propto M^{3.5}$ である。よって星の寿命は $M/L \propto M^{-2.5}$ に比例するであろう。

一方、太陽質量の 0.013-0.075 倍 (木星の 13-75 倍) の星は pp 反応を起こす事ができない。しかし、微量にある重水素を燃焼させる事は可能で、このような星を褐色矮星 (brown dwarf) と呼び、恒星の下限となっている。

宇宙の再イオン化 (reionization)

今までに確認されている最も遠い天体は $z=11.1$ のライマンブレイク銀河であるが、理論的には $z=30$ くらいから星形成は始まっていると考えられる。表面温度が 1 万 K を超える B 型星や 3 万 K を超える O 型星のような巨星は大量の紫外線 (UV: ultraviolet) を放ち、周りのガスをイオン化する。星の周りの球状にイオン化された領域をストロームグレン球 (Strömgren sphere) と呼ぶが、星形成が進むと宇宙のほとんどのガスがイオン化されることとなる。CMBR の観測から $z=10$ くらいに宇宙は再イオン化されたと考えられている。



銀河形成

大きなスケールの密度揺らぎの発展に伴い、銀河が形成 (galaxy formation) されていく。密度揺らぎとしてガウス分布 (Gaussian distribution) を仮定し、分散 $\sigma(M)$ と球対称崩壊の議論から示唆される臨界密度揺らぎ $\delta_c = 1.69$ を用いて大雑把な近似をすると、質量 M の銀河の数密度は Press-Schechter 質量関数 (Press-Schechter mass function)

$$n(M)dM = -\frac{\bar{\rho}}{M} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\delta_c}{\sigma(M)^2} \frac{\partial \sigma(M)}{\partial M} \exp\left(-\frac{\delta_c^2}{2\sigma(M)^2}\right) dM$$

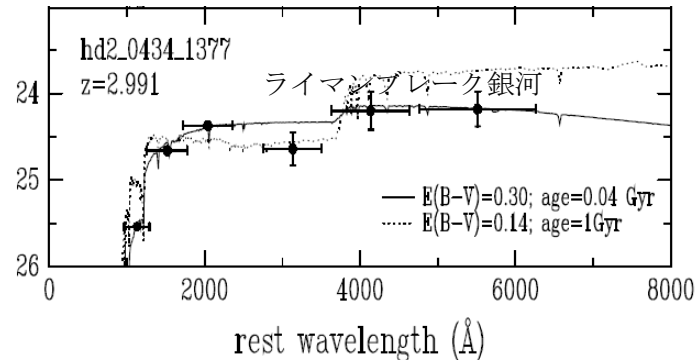
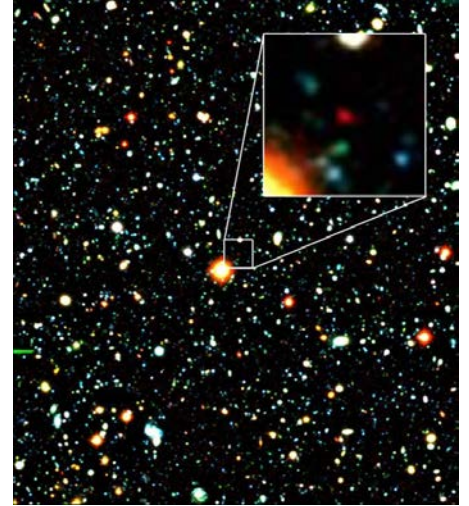
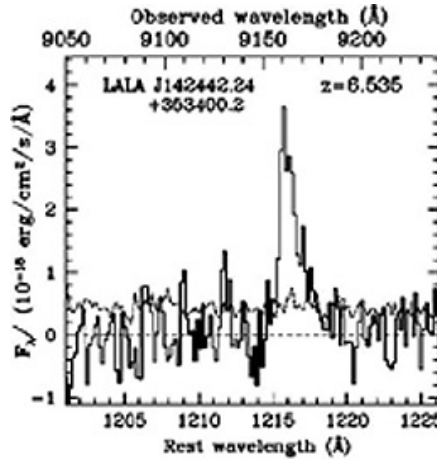
で表され、N 体シミュレーション (N-body simulation) の結果と良く一致する。

高赤方偏移銀河 (high redshift galaxy)

遠方で見つかる主な銀河のタイプはライマン α 輝線銀河 (LAE: Lyman-alpha emitter) である。

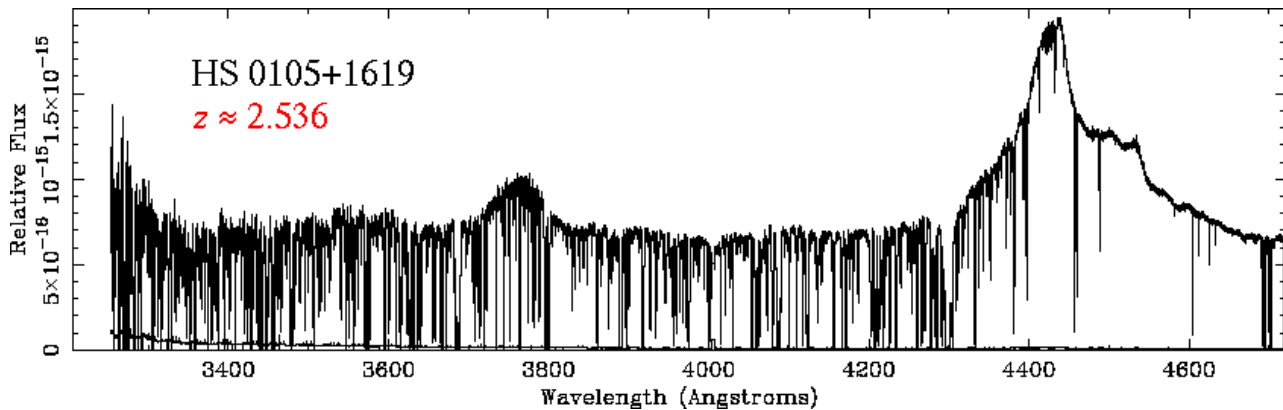
$z = 6.6$ にはすでに 10^{10} 太陽質量のガスを持つ LAE が確認されている。これらの銀河は濃い中性水素ガス (HI) に囲まれた内側の領域で活発に星形成が行われ、超新星爆発による加熱で暖められた HI ガスから強いライマン α 輝線 (1216 Å, 10.2eV) が放たれていると考えられている。これがさらに進化して、HI ガスが減少し、相対的に星からの連続光が目立ってきた銀河がライマンブレイク銀河 (LBG: Lyman break galaxy) かもしれない。

現在までに確認されている最も遠い銀河は $z=13.2$ にある LBG である。



$$E_{nm} = \frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

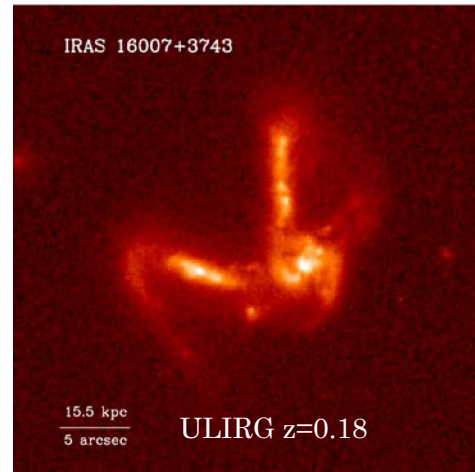
ライマン α 雲 (Lyman-alpha cloud)



背景天体と我々の間の中性水素ガスがライマン α 吸収を行う。柱密度 (column density) が $10^{17.2} \text{cm}^{-2}$ 以下のものを Ly α forest、 $10^{20.3} \text{cm}^{-2}$ 以下のものを Ly limit system、それを超えるものを Damped Ly α system と呼ぶ。

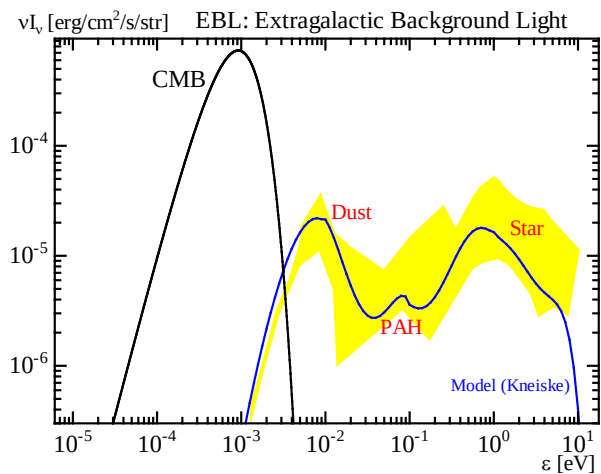
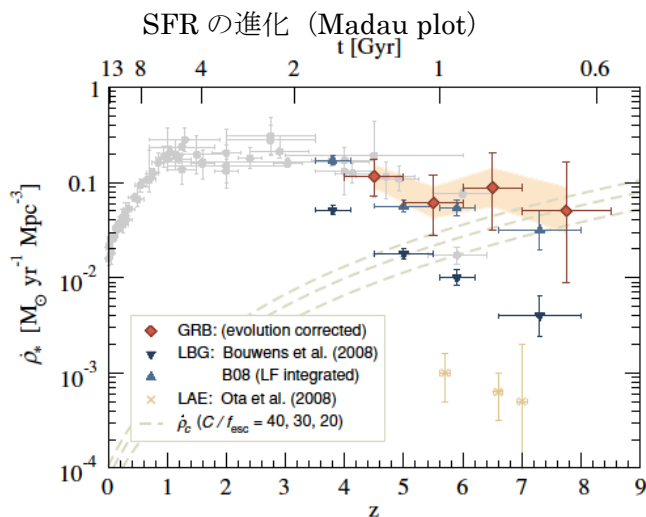
銀河における星形成

第二世代以降の星形成率 (SFR: star formation rate) は、ダストや重元素によるガスの冷却、ダスト上での分子生成、巨星からの UV 光や宇宙線によるガスの電離や加熱、超新星爆発によるガスの加熱や圧縮、銀河風や乱流、磁場の影響などを考慮しなくてはならず、簡単に評価できるものではない。特に活発に星形成を行い数太陽質量 $\text{yr}^{-1} \text{kpc}^{-2}$ 以上の SFR 密度を持つ銀河をスターバースト銀河 (starburst galaxy) と呼ぶ。多くの超新星爆発の影響で数



百 km/s の銀河風 (galactic wind) を噴き出すものもある。活動の期間は数千万年程度が典型だと考えられる。超高光度赤外線銀河 (ULIRG: ultraluminous infrared galaxy) は赤外 (IR: infrared) における光度が太陽の 10^{12} 倍以上の銀河で、可視光 (optical) は濃いダストに阻まれているが、その内側では爆発的に星形成が進み、ダストからの赤外線放射を通して星形成に伴うエネルギーが解放されている。

星が生まれた時の質量分布を初期質量関数 (IMF: initial mass function) と呼ぶ。太陽近傍では観測的にサルピーター (Salpeter) の IMF、 $n(m)dm \propto m^{-2.35}dm$ が星の光度分布をうまく説明する。ただし太陽質量以下の軽い星に対しての分布は未だよくわかっていない。またこの関数形が他の銀河においても普遍的に成り立つのかもわかっておらず、特にスターバースト銀河ではより大質量星が多く生まれるような (top heavy) 関数形になっているかもしれない。



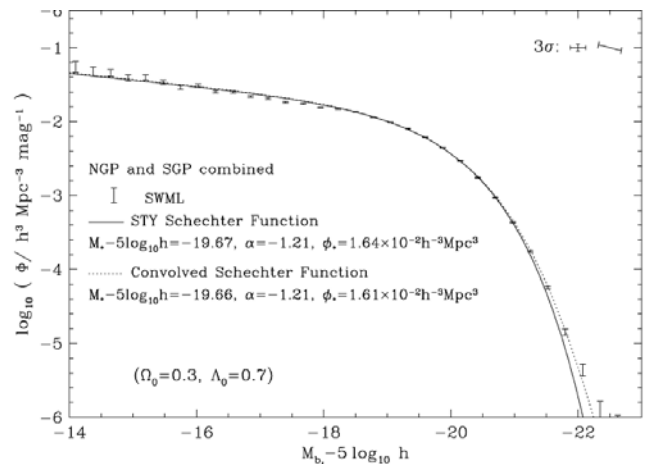
光度関数 (luminosity function)

銀河の光度分布は特徴的な光度 L^* を用いて、Press-Schechter 質量関数から示唆される光度関数 (Schechter 関数)

$$n(L)dL = n^* \left(\frac{L}{L^*} \right)^\alpha \exp \left(-\frac{L}{L^*} \right) \frac{dL}{L^*}$$

で表される事が多い。可視光で観測した近傍の値は $n^* \approx 0.005 \text{ Mpc}^{-3}$ 、 $L^* \approx 10^{10} L_{\text{sun}}$ 、 $\alpha = -1.2$ 程度である。 L^* はちょうど我々の銀河 (our galaxy) と同程度である。 $10^7 L_{\text{sun}}$ 以上の天体を銀河 (矮小銀河、dwarf galaxy) と定義して積分すると、銀河密度は 0.07 Mpc^{-3} 。 $10^6 L_{\text{sun}}$ まで下げると、 0.12 Mpc^{-3} となる。もちろんこの関数は観測波長や銀河のタイプ、赤方偏移に依存する。

$z=1$ くらいの銀河と近傍の銀河を比べると、大きな銀河ほど過去に活発な星形成を行っており、現在はあまり活動的ではない。一方、小さな銀河は最近まで活発に星形成を続けている。つまり大きな銀河ほど星形成の継続時間スケールが短い。これを銀河の反階層的進化 (down-sizing) と呼び、超新星爆発のフィードバックなどにより、大きな銀河では星形成が抑制されるなどの効果が考えられている。



銀河



渦巻銀河 NGC 4414

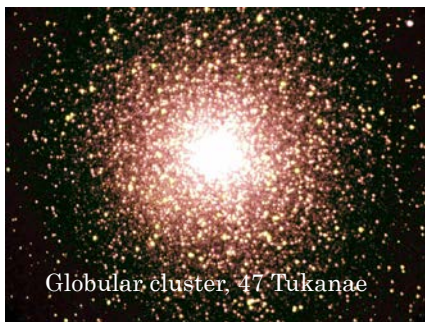


楕円銀河 M87

銀河の内 6 割ほどが渦巻銀河 (spiral galaxy) で、1-2 割が楕円銀河 (elliptical galaxy)、残りが中間的な銀河と、数%の不規則銀河 (irregular galaxy) である。渦巻銀河はガスを多く含み、活発に星形成が行われているのに対し、楕円銀河はガスがほとんどなく、星形成もほぼ止まっている。従って楕円銀河は長寿命の小さな赤い星が多いのに対し、渦巻銀河は若くて青い星の割合が大きい。楕円銀河の形成機構として、過去の活発な活動でガスを失ったとする説や、銀河の合体説などが考えられている。

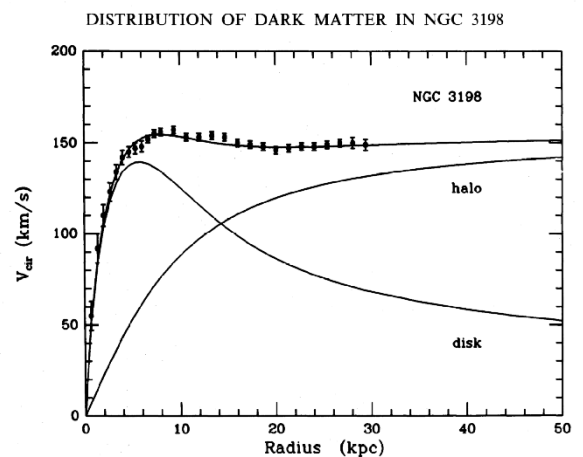
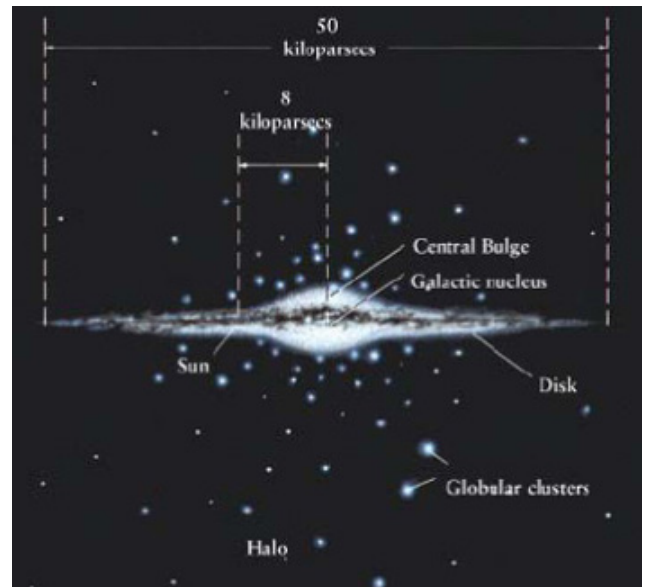
我々の銀河は中心にある半径 2kpc ほどのバルジ (bulge)、半径 15kpc ほどまで広がっている円盤 (disk)、半径 20kpc を超えて広がり、これらをほぼ球対称に取り囲むハロー (halo) からなる。総質量は 7×10^{11} 太陽質量、あるいは 10^{12} 太陽質量にまで達しているかもしれない。可視での明るさは $1.4 \times 10^{10} L_{\text{sun}}$ 、星形成率はほぼ 1 太陽質量 yr^{-1} くらいだと推定されている。太陽系 (solar system) は中心から 8kpc ほどの円盤部で 220 km s^{-1} で回転し、その近傍の平均星密度は 0.1 pc^{-3} 程度である。円盤にある星は太陽に似た金属量の星が多く、種族 I (Pop.I) と呼ばれる。円盤の表面輝度 (surface brightness) を $\propto \exp(-R/R_d)$ と近似すると、スケール長は $R_d = 3.5 \text{ kpc}$ 程度である。鉛直方向の星の分布は薄い円盤 (thin disk) と厚い円盤 (thick disk) の 2 成分で表現できる。薄い成分のスケール高は 0.3kpc 程度、厚い成分は中心での密度が薄い成分の 2%ほどで、そのスケール高は 0.9kpc ほどである。円盤の総質量は 6×10^{10} 太陽質量程度と見積もられている。円盤の渦状腕 (spiral arm) は自己重力による密度波 (density wave) であり、このパターンがケプラー回転 (Kepler rotation) しているわけではない。

バルジに含まれる星は金属量が少なく、赤く古い星が多い。こちらは種族 II (Pop.II) の星と呼ばれる。銀河の質量の大部分はハローに広がっている暗黒物質が担っている。右の図は中性水素の 21cm 線を用いて測った銀河の回転曲線 (rotation curve) である。ケプラー回転の速度は $v = \sqrt{GM(r)/r}$ なので、回転速度一定が意味する所は $\rho \propto r^{-2}$ で、これがハローに



Globular cluster, 47 Tucanae

暗黒物質が存在する最も直接的な証拠である。渦巻銀河に対して Tully-Fisher 関係と呼ばれる $L \propto v^4$ の経験則が知られている。ハローには種族 II の星からなる、球状星団 (globular cluster) があり、100 億年を超える年齢の星団だと考えられている。中心の星密度は $100\text{-}1000 \text{ pc}^{-3}$ で、光度が半分になる半径は 10pc 弱、多



いものでは 10^6 個ほどの星を含む。

N 体シミュレーションの結果から、暗黒物質の密度分布 (density profile) は Navarro, Frenk, White の NFW 分布、あるいは Moore 分布

$$\rho_{\text{NFW}} = \frac{\rho_0}{\frac{r}{r_s} \left(1 + \frac{r}{r_s}\right)^2}, \quad \rho_{\text{Moore}} = \frac{\rho_0}{\left(\frac{r}{r_s}\right)^{1.5} \left(1 + \frac{r}{r_s}\right)^{1.5}}$$

で表されるが、中心部に実際カスプを持つかどうかはよくわかっていない。単純なコア付き等温球モデル (softened isothermal sphere) $\rho \propto (1 + (r/r_s)^2)^{-1}$ もよく使われる。

我々の銀河の中心には 10^6 太陽質量程度の巨大ブラックホール (SMBH: super massive black hole) があると考えられている。他の銀河の観測からバルジと中心 SMBH の質量には良い相関が有ることが示唆されており、バルジ質量の約 0.2% がブラックホール質量である。しかし SMBH の形成機構は不明で、この相関の理由も良くわかっていない。銀河系は約 50kpc の距離に 10^{10} 太陽質量程度の大マゼラン雲 (LMC: large magellanic cloud) と、約 60kpc の距離に 7×10^9 太陽質量程度の小マゼラン雲 (SMC: small magellanic cloud) という 2 つの不規則銀河を伴銀河として持ち、局所銀河群 (Local Group) を構成する。

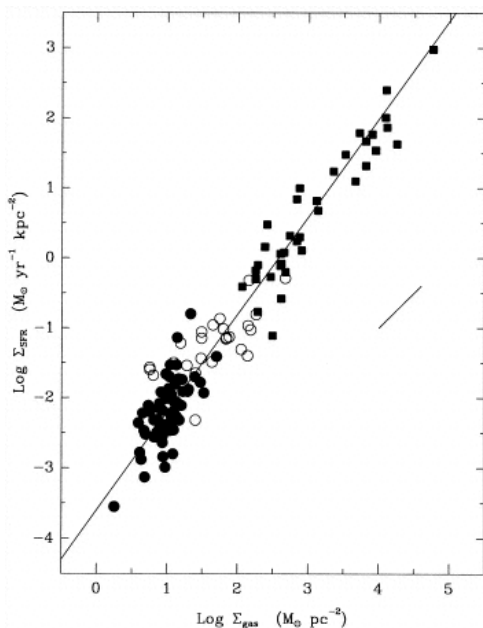
一方楕円銀河の表面輝度分布は de Vaucouleurs 則

$$I_{\text{ellip}} = I_0 \exp \left[-7.67 \left[\left(\frac{R}{R_e} \right)^{1/4} - 1 \right] \right]$$

で表される。ここで有効半径 (effective radius) R_e は光度の半分を含む半径である。楕円銀河に含まれる星の速度分散 (velocity dispersion) σ_v と光度には Faber-Jackson 関係 $L \propto \sigma_v^4$ と呼ばれる経験則が成り立っている。我々の銀河系と同程度の光度の銀河で $\sigma_v \approx 200 \text{ km s}^{-1}$ である。

星間物質 (ISM: interstellar medium)

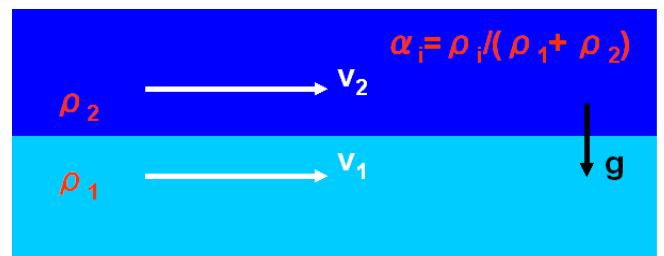
体積的に我々の銀河円盤の大部分を占めるのは HI 領域とも呼ばれる、中性水素ガスである。典型的には 1 個 cm^{-3} 、温度 100-1000K 程度である。特に渦状腕に沿った領域に多い。ガスの質量の約 1% はダスト (dust) と呼ばれる固体微粒子である。サイズは $a = 0.005 - 0.25 \mu\text{m}$ の範囲で大雑把に $n(a) \propto a^{-3.5}$ という分布をしており、UV や可視光の主要な吸収源 (absorber) である。短波長 ($\lambda \ll a$) の極限では吸収断面積として $2\pi a^2$ が良い近似となる。ダストの物質密度は 2 g cm^{-3} が典型で、鉄などの重元素の多くはダストに含まれている。20K 程度の表面温度を持つので、波長 $100 \mu\text{m}$ ほどの赤外線を放射する。星間空間には $3 \mu\text{G}$ ほどの磁場 (magnetic field) があり、磁力線は主に渦状腕に沿っているが、その起源は不明である。不思議な事に、中性ガスの熱エネルギー、磁場、宇宙線、CMB のエネルギー密度はほぼ 1 eV cm^{-3} と同程度になっている。



円盤の体積の 1% 以下の領域しか占めないが、ISM の質量の約半分を占めるのが分子雲 (molecular cloud) である。約 1000 個 cm^{-3} 、10K を典型とする、水素分子からなる領域である。CO の J=1 から 0 への遷移に対応する 115GHz 線などを用いて観測されるが、背景の星の光を遮ったりもするので、暗黒星雲 (dark nebula) と呼ばれることもある。大きなものでは 10^6 太陽質量、サイズは 10pc 以上にまで達する。分子雲は音速の 3 倍ほどの乱流状態になっていることがわかっている。重力場中の密度非一様性に起因する Rayleigh-Taylor 不安定性や層流の速度勾配に起因する Kelvin-Helmholtz 不安定性などから乱流状態になっているのであろうが、理論的には衝撃波などで短い時間で散逸してしまうはずである。乱流を維持する何らかのメカニズムが必要とされている。分子雲は星形成の主要な現場である。左の図は色々な銀河のガス面密度と SFR の相関、Kennicutt 則である。SFR の密度は $\Sigma_{\text{gas}}^{1.4}$ に比例している。

星形成領域では OB 型星からの UV 放射により、1 万 K の電離領域 (HII 領域) が形成される。オリオン星雲 (Orion nebula) が代表的なものである。このような特殊な領域以外にも電離ガスは広がって存在

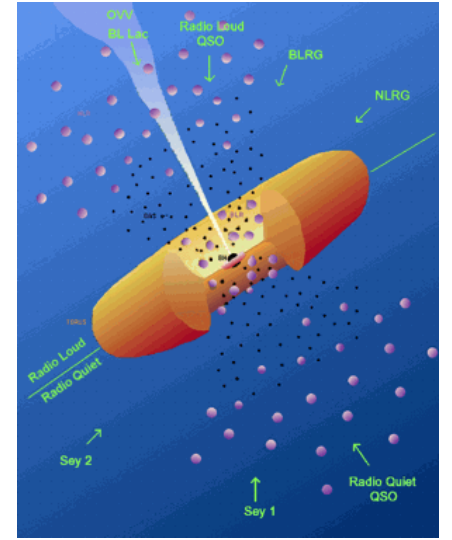
している。パルサーからの電波放射観測や宇宙線電波放射の吸収から、太陽近傍での電子密度は $n_e = 0.025 \exp(-z/830 \text{ pc}) \text{ cm}^{-3}$ くらいだと見積もられている。温度は 6000 から 7000K 程度である。



$$\omega^2 - 2k(\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2)\omega + k^2(\alpha_1 v_1^2 + \alpha_2 v_2^2) - gk(\alpha_1 - \alpha_2) = 0$$

活動銀河核

銀河中心から膨大なエネルギーを放出しているものを活動銀河核 (AGN: active galactic nucleus) と呼ぶ。代表的なものにクエーサー (QSO: quasar, quasi-stellar object) があり、その明るさは可視光や X 線で $10^{46} \sim 10^{47} \text{ erg s}^{-1}$ 、つまり $10^{13} L_{\text{sun}}$ までにも達するものもある。歴史的には最初電波で発見されたが (Ryle 1974 Nobel prize)、後に電波で明るいものは 1 割程度だとわかった。我々の近傍では数密度が 10^{-7} Mpc^{-3} と非常に稀な天体だが、 $z=1-2$ などの高赤方偏移で多く観測され、今まで確認された中で最も遠い QSO は $z=7.09$ である。この時代にはすでに SMBH が形成されていることが窺える。我々の近傍にはもう少し暗いセイファート銀河 (Seyfert galaxy) が 10^{-4} Mpc^{-3} くらいの数密度で分布している。X 線で $10^{41} \sim 10^{44} \text{ erg s}^{-1}$ の光度を持ち、可視の輝線の太さから I 型と II 型に分類されている。輝線の太さの違いは、中心エンジン (central engine) の周りを数十 pc スケールのトーラス (torus) が取り囲んでおり、見る角度によって高温領域が見えたり見えなかったりすることに起因するという説がある。中心エンジンは $10^6 \sim 10^9$ 太陽質量の SMBH で、周りのガスがブラックホール (BH: black hole) に落ち込む際に重力エネルギーを解放していると考えられている。



エディントン光度 (Eddington luminosity)

中心天体の重力によるガスの降着が、放射のエネルギー源であろう。球対称の系を考え、重力と放射による圧力を見積もる。放射とガスの相互作用としてトムソン散乱が主要な過程となっている時、重力と放射の釣り合いから、エディントン光度

$$L_E = \frac{4\pi c G m_p}{\sigma_T} M = 1.25 \times 10^{46} \left(\frac{M}{10^8 M_{\text{sun}}} \right) \text{ erg s}^{-1}$$

が定義される。これ以上明るくなると、放射がガスの降着を妨げるので、限界光度の目安となる。

降着円盤 (accretion disk)

回転する BH を表すカー計量 (Kerr metric)

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g r}{\rho^2} \right) c^2 dt^2 - \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 - \left(\frac{r_g r}{\rho^2} a^2 \sin^2 \theta + r^2 + a^2 \right) \sin^2 \theta d\phi^2 - \rho^2 d\theta^2 + 2 \frac{r_g r}{\rho^2} a \sin^2 \theta c dt d\phi$$

$$r_g \equiv 2GM/c^2, \rho^2 \equiv r^2 + a^2 \cos^2 \theta, \Delta \equiv r^2 + a^2 - r_g r, 0 \leq a \leq r_g/2$$

を考える。地平面 (event horizon) は $\Delta = 0$ から求まり、回転していない場合 ($a = 0$, Schwarzschild BH) は $r = r_g$ で 10^8 太陽質量なら $3 \times 10^{13} \text{ cm}$ 、最大回転 (extreme Kerr) の時は $r = r_g/2$ となる。赤道面 ($\theta = \pi/2$, equatorial plane) を円運動する質点の運動方程式を解くと、安定解が存在する半径には下限があり、これを最内安定円軌道 (ISCO: inner-most stable circular orbit) と呼ぶ。ISCO の半径 r_{in} は

$$r_{\text{in}}^2 - 3r_g r_{\text{in}} \mp 8a\sqrt{r_g r_{\text{in}}/2} - 3a^2 = 0$$

を解く事で求まり、 $a = 0$ なら $r_{\text{in}} = 3r_g$ 、最大回転なら $r_{\text{in}} = r_g/2$ である。

中心 BH の周りを角速度 Ω で、ほぼケプラー回転している軸対称 (axially symmetric) のガスの系を考える。運動方程式とエネルギー保存の式に粘性 (viscosity) を考慮する。単位体積当たりに働く粘性力 $\mu \Delta \mathbf{v}$ を円柱座標 (cylindrical coordinate) を用いて動径方向成分を導く。粘性トルクを $\tau_{\text{vis}} = \mu R \partial \Omega / \partial R$ と定義すると、粘性力は $\partial(R^2 \tau_{\text{vis}}) / \partial R / R^2$ と書ける。実際には磁場を伴う乱流 (turbulence) などで角運動量が輸送され、それが実効的な粘性として働くと考えられる。この場合、粘性係数 (viscosity coefficient) を求めるのは困難だが現象論的に無次元量 α を用いて $\tau_{\text{vis}} = -\alpha P$ と書く。このような系におけるこの近似は、乱流の典型的スケールが円盤の厚さ H の α 倍程度と仮定することに近い。連続の式、 R, ϕ, z に対する運動方程式を積分すると

$$\dot{M} \equiv -2\pi R v_R \Sigma = \text{const.}, \Omega(R) = \sqrt{GM/R^3}, \frac{2\alpha \Pi}{3\Omega} = \frac{\dot{M}}{3\pi} \left(1 - \sqrt{\frac{r_{\text{in}}}{R}} \right), \frac{\Pi}{\Sigma} = \Omega^2 H^2$$

が得られる。ここで $\dot{M}$ は質量降着率、 Σ と Π はそれぞれ密度と圧力を鉛直方向に積分したもの。これに加えてエネルギー保存と輻射輸送の式を解けば良い。エネルギー保存は粘性による加熱と放射による冷却で余った分のエネルギーが内側へ運ばれる移流 (advection) を解く事に相当する。非常にガス密度が薄く、放射冷却の効率が悪い場

合は熱エネルギーの大部分が移流によって中心 BH に運ばれる移流優勢円盤 (ADAF: advection dominated accretion flow) となる。逆に $\dot{M}$ が非常に大きい極限で密度と粘性が大きく、内側へガスが落ちる時間スケールの方が、輻射が表面から逃げる時間スケールよりも短い場合も移流優勢となり、この場合は歴史的にスリム円盤 (slim disk) と呼ばれている。ここでは最も簡単な標準降着円盤 (standard accretion disk) を考え、放射効率が非常に良く、加熱と冷却が釣り合って移流を無視できるケースを考える。輻射輸送を解くのも省略して円盤表面の有効温度 T_{eff} を用いてエネルギー保存を表すと、 $3\alpha\Pi\Omega/2 = 2\sigma_{\text{SB}}T_{\text{eff}}^4$ となり、 α や v_R に依存せず

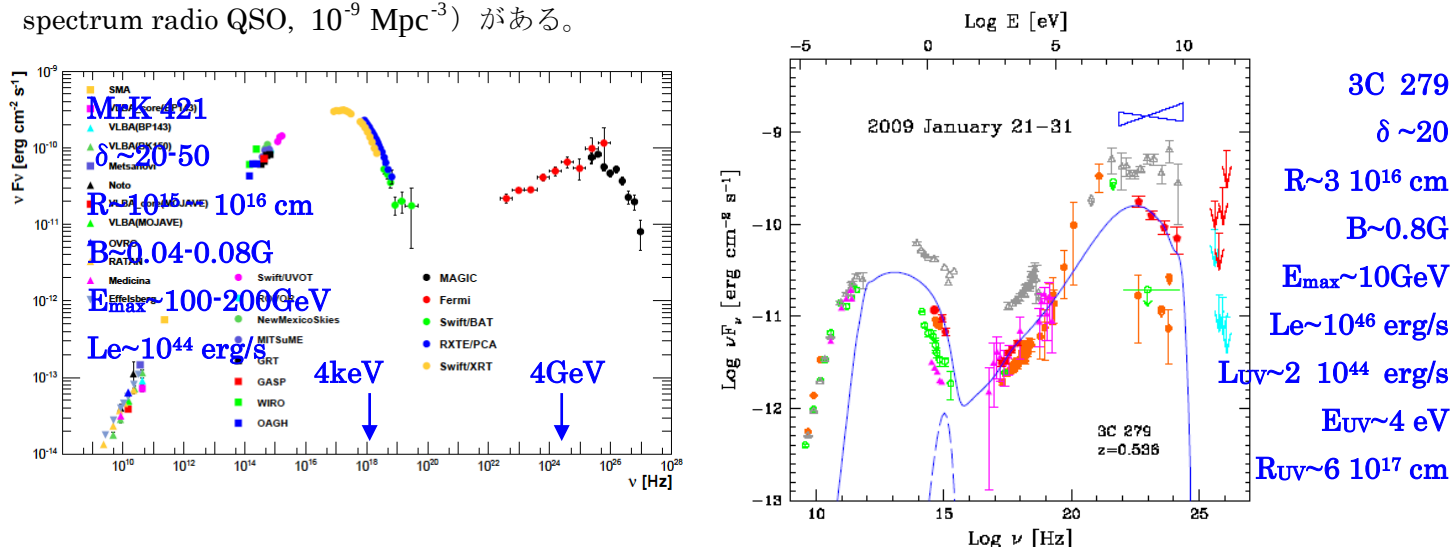
$$T_{\text{eff}} = \left[\frac{3GM\dot{M}}{8\pi\sigma_{\text{SB}}R^3} \left(1 - \sqrt{\frac{R_{\text{in}}}{R}} \right) \right]^{1/4} = 11 \left(\frac{M}{10^8 M_{\text{sun}}} \right)^{-1/2} \left(\frac{\dot{M}}{0.1 M_{\text{sun}} \text{ yr}^{-1}} \right)^{1/4} \left(\frac{R_{\text{in}}}{R} \right)^{3/4} \left(1 - \sqrt{\frac{R_{\text{in}}}{R}} \right)^{1/4} \text{ eV}$$

$$L = \frac{GM\dot{M}}{2R_{\text{in}}} \rightarrow \frac{\dot{M}c^2}{12} = 4.7 \times 10^{44} \left(\frac{\dot{M}}{0.1 M_{\text{sun}} \text{ yr}^{-1}} \right) \text{ erg s}^{-1}$$

ここでは $R_{\text{in}} = 3r_g$ とした。内縁付近の温度は BH 質量が増すと、ISCO も大きくなるために下がる事に注意。

相対論的ジェット (relativistic jet)

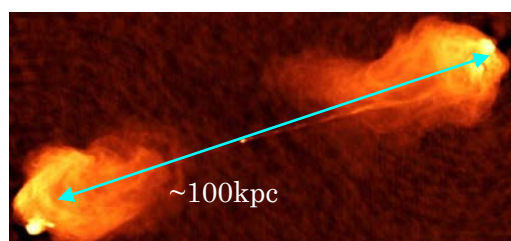
AGN の中にはローレンツ因子 (Lorentz factor) が 10 を超えるような、細く絞られたジェットを噴き出しているものがある。光速近くまでジェットを加速するメカニズムとして、磁場や輻射の圧力などが考えられているが、未解明のままである。ジェットが電子・陽電子プラズマなのか、通常のプラズマなのかはわかっていない。いずれにせよ、ジェットの根元で磁場や輻射のエネルギー密度がガスの静止質量エネルギー密度をはるかに上回っていなければならないと考えられる。そのような AGN の内、ジェットが我々の視線方向を向いていると思われるものがブレーザー (blazar) と呼ばれ、X 線で主に輝く BL Lac 天体 ($3 \times 10^{-7} \text{ Mpc}^{-3}$) と比較的可視光でも明るい FSRQ (flat spectrum radio QSO, 10^{-9} Mpc^{-3}) がある。



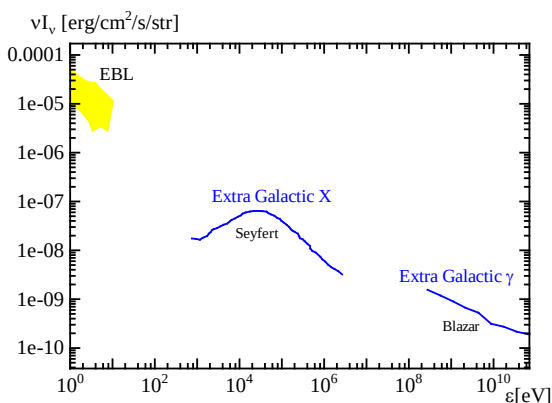
ブレーザーは数千秒から数日程度で激しく光度が変化する。二山のスペクトル (spectrum) を持ち、多くは低エネルギーのシンクロトロン (synchrotron) と、シンクロトロン光子を逆コンプトン散乱した高エネルギーの SSC (synchrotron-self Compton) で説明できるが、FSRQ の場合はトーラスからの可視光や UV が逆コンプトン放射 (inverse Compton) の種光子として効いているとされる。高エネルギー電子のローレンツ因子 γ とジェットのドップラー因子 (Doppler factor) δ を用いて典型的な光子のエネルギーと見かけの放射パワーは

$$\epsilon_{\text{syn}} = \delta \frac{3\pi\hbar e B}{8m_e c} \gamma^2, \epsilon_{\text{SSC}} = \epsilon_{\text{syn}} \gamma^2, \epsilon_{\text{EC}} = \epsilon_{\text{ext}} \delta^2 \gamma^2, P_{\text{syn}} = \frac{4}{3} \delta^4 \sigma_T c \beta^2 \gamma^2 U_B, P_{\text{IC}} = P_{\text{syn}} \frac{U_{\text{ph}}}{U_B}$$

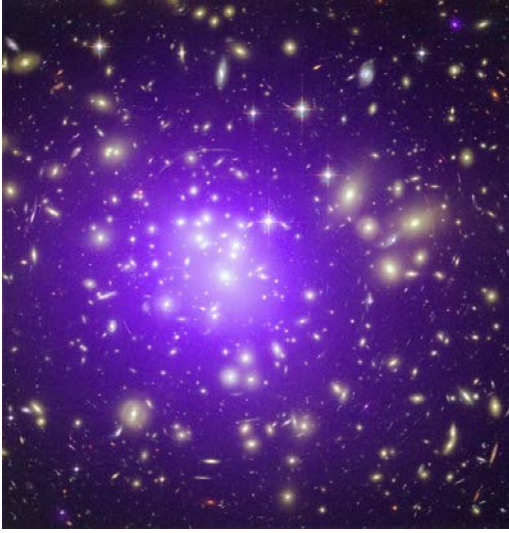
相対論的ジェットが我々の視線方向から外れたものが電波銀河 (radio galaxy) だと考えられている。観測的には 2 つの Fanaroff-Riley クラス、FRI (10^{-6} Mpc^{-3}) と FRII ($3 \times 10^{-8} \text{ Mpc}^{-3}$) に分類されているが、大雑把に言えば $10^{42} \text{ erg s}^{-1}$ を超える電波光度を持ち、立派なホットスポット (hot spot) を持つものが FRII である。



Cyg A
 $L_{\text{radio}} \sim 10^{45} \text{ erg s}^{-1}$
 $10-100 \mu\text{G}$?



銀河団



銀河団 (cluster of galaxies) も銀河と同様、大スケールの密度揺らぎの成長に伴い形成されると考えられ、こちらも Press-Schechter 質量関数などを用いて議論される事が多い。明るい銀河を 100 個程度含むものが多いが、我々が属するおとめ座銀河団 (Virgo cluster) には 2000 個ほどの銀河が見つっている。中心ほど楕円銀河の占める割合が大きく、cD 銀河と呼ばれる、巨大楕円銀河を中心に持つ事もある。銀河団の数密度はおよそ 10^{-5} Mpc^{-3} 、大きさは大きなもので 10Mpc 程度、暗黒物質を含む総質量は 10^{14} から 10^{15} 太陽質量くらいである。現在確認されているもので最も遠い銀河団は $z = 1.9$ にあるもので、 3×10^{14} 太陽質量である。

左の図は Abell 1689 と呼ばれる銀河団で紫色の光は X 線観測によるものである。銀河団の質量の約 85% は暗黒物質で、残りのバリオンの大部分は 1-10keV の銀河団ガス (ICM: intracluster medium) である。星の質量はわずか 2% ほどに過ぎない。ICM は熱的制動放射 (thermal bremsstrahlung, free-free)

$$\frac{dE}{dtdVd\varepsilon} = \frac{2^5 \pi e^6}{3 h m_e c^3} \sqrt{\frac{2\pi}{3 m_e T}} n_e n_p \exp[-h\nu/T] \bar{g}_{ff}$$

$$\frac{dE}{dtdV} = \frac{2^5 \pi e^6}{3 h m_e c^3} \sqrt{\frac{2\pi T}{3 m_e}} n_e n_p \bar{g}_B$$

によって図のように X 線を放つ。 $\bar{g}_B \approx 1$ は $\bar{g}_{ff}$ を光子エネルギー平均したもの。ガスの分布と表面輝度 (surface brightness) は等温を仮定して、ベータモデル

$$n_{\text{gas}} = n_0 \left(1 + \left(\frac{r}{r_c} \right)^2 \right)^{-3\beta/2} \Leftrightarrow I(\theta) = I_0 \left(1 + \left(\frac{\theta}{\theta_c} \right)^2 \right)^{-3\beta+1/2}$$

で近似されることが多い。 $n_0 \approx 10^{-3} \text{ cm}^{-3}$ 、 $r_c \approx 100 - 300 \text{ kpc}$ である。銀河の数分布も同様の式で表され、 $\beta = 1$ が良い近似になっている。銀河もガスも同じビリアル温度になっていればガスも $\beta = 1$ 程度になるはずだが、観測的には 0.6 くらいである。暗黒物質の分布は NFW 分布などに基づいて議論されることが多い。静水圧平衡を仮定することで、X 線表面輝度から暗黒物質の質量を推定する事ができる。ICM には Mpc スケールに渡って $\mu \text{ G}$ 程度の磁場があると考えられており、10GeV 程度の宇宙線電子からのシンクロトロンによる電波放射も確認されている。この磁場の起源も不明である。銀河団は現在も成長を続けている天体で、周囲から銀河などが降着し続けている。このような構造形成 (structure formation) に伴う衝撃波が宇宙線電子のような非熱的粒子を生成しているのかもしれない。

銀河団の中心は密度が高いため、放射効率が良い。従ってガスの冷却時間は銀河団の年齢よりも短くなり得る。実際にこのような事が起きると、中心の圧力が下がり、外側からガスが流れ込み (cooling flow)、中心で爆発的に星形成が進むと考えていた人も多かった。しかし観測的にはこのようなことは起きておらず、乱流や熱伝導などで中心部に熱が輸送されていると考えられている。

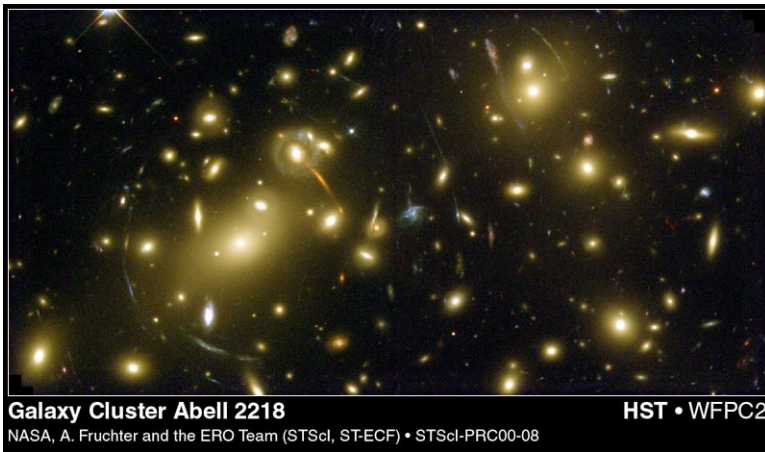
重力レンズ (gravitational lens)

ポアソン方程式を満たすニュートン・ポテンシャル Φ_g を用いると、弱い重力場の極限で計量は

$$ds^2 = \left(1 + 2 \frac{\Phi_g}{c^2} \right) c^2 dt^2 - \left(1 - 2 \frac{\Phi_g}{c^2} \right) \delta_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta$$

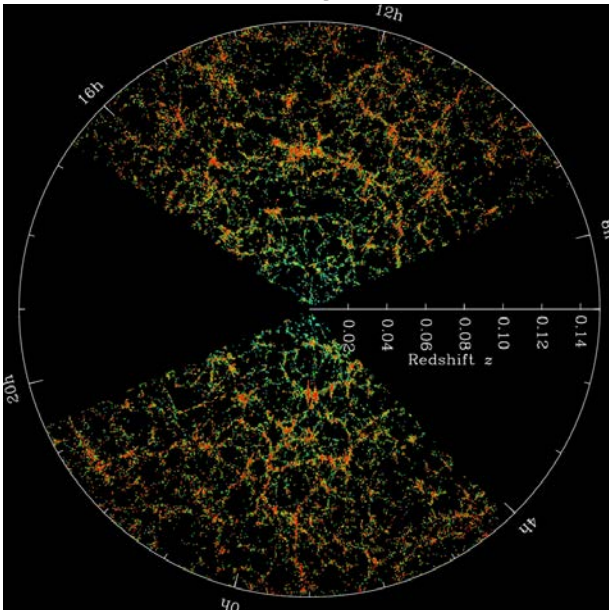
と書ける。質点による重力場の場合、最近接距離 (impact parameter) を b とすると、光の軌道 $ds^2 = 0$ から、光が曲げられる角度は $\alpha = 4GM/(bc^2)$ と求まる。以下では連続的な密度分布を持つレンズについて考えるが、光の経路に比べレンズの厚さが充分短い場合、視線方向に密度を積分した面密度 Σ を考えれば充分である。観測者から光源までの角経距離 D_s 、レンズまでの距離 D_l 、レンズと光源の間の距離 D_{ls} とする。球対称レンズの真後ろに光源があると、観測者には見かけの半径が角度 θ_E となる、リング状の像が見え、これをアインシュタインリング (Einstein ring) と呼ぶ。この半径の内側のレンズの質量を $m(\theta_E)$ と表すと、

$$m(\theta_E) = \pi \theta_E^2 D_l^2 \Sigma_{cr}, \quad \Sigma_{cr} \equiv \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_s}{D_{ls} D_l}$$

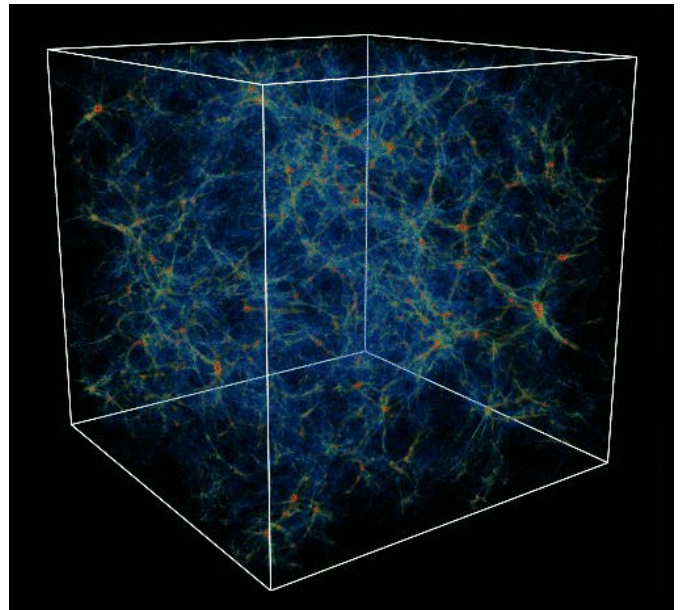


を満たす。レンズと光源の組み合わせとしては銀河団（レンズ）と銀河（光源）だけではなく、銀河（レンズ）と QSO（光源）なども観測されている。銀河団の質量分布はこのようなアインシュタインリングを用いた方法だけではなく、レンズ効果による背景銀河の像の歪み（weak lens）を統計的に処理する事でも求められる。右上の図は弾丸銀河団（bullet cluster）の X 線（赤）と重力レンズを用いて求めた質量分布（青）の合成である。二つの銀河団の衝突に伴い、衝撃波によってガスの温度が 15keV までにも達する一方、暗黒物質はすれ違っている。

大規模構造（LSS: large scale structure）



SDSS による銀河の分布



数値シミュレーション

重力不安定性は形の歪みを増幅する傾向があるので、銀河はフィラメント状に分布するようになる。現在の観測から銀河は数十 Mpc 規模のフィラメント構造を作り、その間には銀河が少ない泡状のボイド (void) が広がっている。銀河団ガスなどは宇宙にあるバリオンのほんの一部で、大部分は未だ観測されておらず、フィラメント部分に $10^5\text{-}10^7\text{K}$ ($10\text{eV}\text{-}1\text{keV}$) の中高温銀河間物質 (WHIM: warm/hot intergalactic medium) として存在していると考えられている。銀河分布の非一様性を定量化する手法として二点相関関数 (two point correlation function) $\xi(r)$ が用いられる。これは距離 r 離れた 2 地点の両方に銀河がある確率を $P_2(r)$ と書き、銀河の平均個数密度を $\bar{n}$ とし

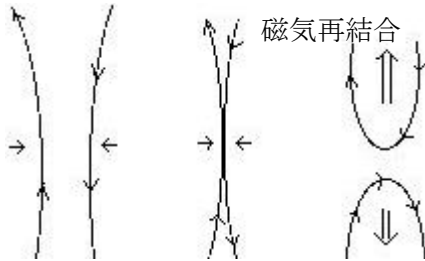
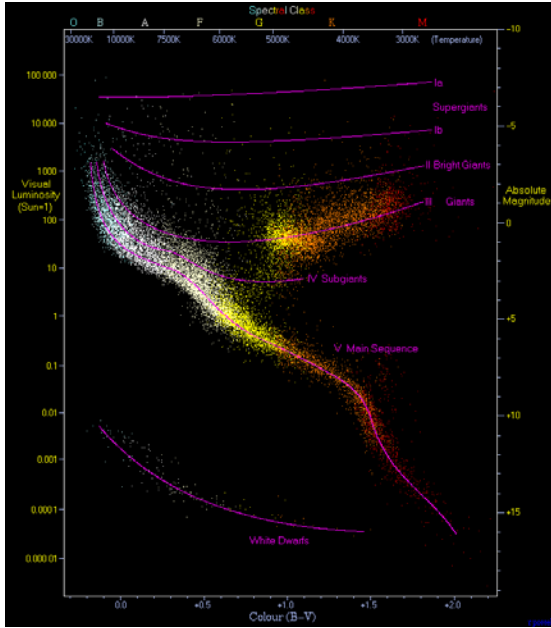
$$P_2(r) = \bar{n}^2 (1 + \xi(r))$$

と定義される。これはパワースペクトラム $P(k) \equiv |\delta_k|^2 / V = \langle \delta_k^2 \rangle$ と

$$\xi(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k P(k) e^{-ik \cdot x} \Leftrightarrow P(k) = \int d^3x \xi(r) e^{ik \cdot x}$$

の関係で結ばれている。 $P(k) \propto k^n$ なら $\xi(r) \propto r^{-3-n}$ となる。銀河分布から求めた値は 1-100Mpc のスケールで $\xi(r) = (r/8\text{Mpc})^{-1.84}$ である。宇宙が晴れ上がった時期の音波的振動（バリオン音響振動、BAO : baryon acoustic oscillations）の痕跡が $r \approx 100\text{Mpc}$ に確認されている。銀河形成のプロセスが影響し、暗黒物質と銀河の分布には違いがあるだろう。これをバイアスパラメータ（bias parameter） b を用いて $\delta_{k,\text{galaxy}} = b\delta_k$ と表すと、 $\xi_{\text{galaxy}}(r) = b^2 \xi(r)$ と書ける。楕円銀河などはバイアスが大きいようであるが、現在の銀河分布に対してはほぼ無バイアスとみなせる。

星の進化



磁気再結合

HR 図 (Hertzsprung-Russell diagram) 上の主系列星の分布や、太陽からのニュートリノ検出 (Davis 2002 Nobel prize) などにより、星の構造や進化の理論は良く確かめられている。恒星物理で最も難しい問題はその磁場の起源である。太陽 (Sun) の場合、表面には 1G 程度の磁場があり、黒点 (sunspot) 部分では 1000G までにも達する。磁気流体力学 (MHD: magnetohydrodynamics) 的見地からすると、誘導方程式 (induction equation)

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \frac{c^2}{4\pi\sigma} \Delta \mathbf{B}$$

に磁場の進化は従わずで、対流層での乱流によるダイナモ (solar dynamo) が電気抵抗 (electrical resistant) による磁場の散逸 (dissipation) と釣り合う事で磁場が維持されていると考えられている。太陽では 11 年周期で磁場が増減し、磁極が反転している。

太陽の光球 (photosphere) は温度が 6000K、密度が 10^{17} 個 cm^{-3} 程度であるが、その上空 2000km にわたって $\text{H}\alpha$ ($n=3 \rightarrow 2$, 6560 Å) 輝線を放つ 5000K 程の彩層 (chromosphere) が広がっている。さらにその外側、太陽半径の 10 倍にまで広がった部分には温度 100 万 K、

密度が 10^5 個 cm^{-3} 程のコロナ (corona) が広がっている。コロナの加熱機構は太陽表面の乱流エネルギーを何らかの過程で輸送しているであろう。その候補として、MHD における低周波の横波であるアルヴェン波 (Alfvén wave,

1970 Nobel prize, 位相速度 $\sqrt{B^2 / 4\pi\rho}$) によるエネルギー輸送がある。この振動は非線形発展段階で衝撃波を通じ熱に変わるであろう。もう一つの候補として反平行の磁力線が繋ぎ代わる磁気再結合 (magnetic reconnection) による磁気エネルギーの解放がある。再結合には電気抵抗が必須だが、クーロン散乱 (Coulomb scattering) に基づく Spitzer の電気伝導度 (electrical

conductivity) $\sigma = 2.48n_e e^2 \Lambda_c / (m_e \omega_{pe} \ln \Lambda_c)$ では大きすぎて観測を説明できない。ここで $\Lambda_c = n_e \lambda_D^3 / 12\pi$ 、

$\lambda_D = \sqrt{T / 4\pi n_e e^2}$ 、 $\omega_{pe} = \sqrt{4\pi n_e e^2 / m_e}$ はそれぞれプラズマパラメータ (plasma parameter)、デバイ波長 (Debye length)、電子のプラズマ振動数 (plasma frequency) である。反平行磁場の形成過程としては、重力場中の磁気浮力によるパーカー不安定性 (Parker instability) などが考えられている。このような磁場の激しい活動が 500km/s の太陽風 (solar wind) を生み出しているのだろう。

重元素合成 (stellar nucleosynthesis)

温度が $1.8 \times 10^7 \text{K}$ を超える星では CNO 連鎖、 $^{12}\text{C} + p \rightarrow ^{13}\text{N} + \gamma$ 、 $^{13}\text{N} \rightarrow ^{13}\text{C} + e^+ + \nu_e$ 、 $^{13}\text{C} + p \rightarrow ^{14}\text{N} + \gamma$ 、 $^{14}\text{N} + p \rightarrow ^{15}\text{O} + \gamma$ 、 $^{15}\text{O} \rightarrow ^{15}\text{N} + e^+ + \nu_e$ 、 $^{15}\text{N} + p \rightarrow ^{12}\text{C} + ^4\text{He}$ という炭素 (carbon) を触媒とする過程で、4 つの陽子から 24.68MeV のエネルギーを生み出し、He 生成を行う。太陽には最初から微量の炭素が含まれていたが、こういった炭素のような金属 (metal) はどのようにして生まれたのだろうか？

水素燃焼が進むとヘリウムのコアが形成され、そのうち中心の高温領域には燃料の水素がなくなる。核融合によるエネルギー生成が止まると、中心核が収縮し始めるが、重力エネルギーの解放により温度が上がっていく。10⁷K の数倍の温度になると、ヘリウムコアの外側のシェル状の部分で水素燃焼が再び始まる。主系列星の段階よりも温度が高いので、エネルギー生成率、つまりエントロピー生成が 1000 倍以上大きくなる。エントロピー密度は $\propto \ln(T\rho^{-2/3})$ なので、中心温度が劇的に変わらなければ低密度へ、つまり星の半径が大きくなる方向に進化する。

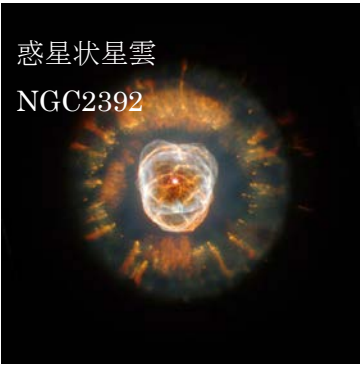
太陽の場合で半径が 100 倍以上になると考えられている。エネルギー生成率は半径比の 2 乗倍までにはなっていないので、表面温度は下がり、低温なので対流層が支配的となる。このような星を赤色巨星 (red giant) と呼ぶ。数百万年経つとこの段階も終了し、再びコアが収縮し、温度が上昇する。10⁸K に達するとトリプルアルファ反応 (triple-alpha process) によってヘリウムの燃焼が始まる (Fowler 1983 Nobel prize)。 $^4\text{He} + ^4\text{He} \rightarrow ^8\text{Be}$ は $E_1 = 92\text{keV}$ の吸熱反応で、 ^8Be は半減期 $6.7 \times 10^{-17}\text{s}$ で崩壊してしまうが、崩壊前に $^4\text{He} + ^8\text{Be} \rightarrow ^{12}\text{C}^*$ を起こす事で励起状態の炭素を作れる ($E_2 = 287\text{keV}$ の吸熱反応)。この炭素は崩壊幅 (decay width) $\Gamma_\gamma \approx 4 \times 10^{-3}\text{eV}$ で $^{12}\text{C}^* \rightarrow ^{12}\text{C} + 2\gamma$ へと崩壊し、7.65MeV のエネルギーを解放する。炭素生成の反応は Breit-Wigner の断面積

$$\sigma = \pi \left(\frac{\hbar}{m_{\text{red}} v_{\text{rel}}} \right)^2 \frac{g_C}{g_{\text{He}} g_{\text{Be}}} \frac{\Gamma_i \Gamma_\gamma}{(E - E_2)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

で書ける。ここで Γ_i は $^{12}\text{C}^*$ が元の状態へ戻る崩壊幅で、 $\Gamma \equiv \Gamma_i + \Gamma_\gamma \gg \Gamma_\gamma$ である。以上から炭素生成率は

$$\frac{dN}{dt dV} = \frac{3^{3/2}}{2} n_{\text{He}}^3 \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_{\text{He}} T} \right)^3 \frac{\Gamma_\gamma}{\hbar} \exp\left(-\frac{E_1 + E_2}{T}\right)$$

となる。一旦炭素生成が始まれば、 $^{12}\text{C} + ^4\text{He} \rightarrow ^{16}\text{O} + \gamma$ という 7.16MeV の発熱反応で酸素 (oxygen) も作られる。核スピンの条件からネオン (neon) 生成までには進まない。この段階の星を金属量 (metal abundance) で分類して horizontal branch や red clump などと呼ぶ。 $2 M_{\text{sun}}$ より重い星では数日から 1 ヶ月ほどの変光をするセファイド型脈動変光星 (Cepheid variable) となる。これには明るさと周期に良い相関があるので、標準光源として使われている。ヘリウム燃焼が終わると中心に電子の縮退圧 (degenerate pressure) で支えられた CO コアができ、その外側でヘリウム燃焼殻を持つ漸近巨星枝星 (AGB: asymptotic giant branch star) となる。ヘリウム燃焼は不安定なので 100-1000 日の長周期脈動を持つミラ型変光星 (Mira variable) として観測される場合もある。AGB 星では $^{13}\text{C} + ^4\text{He} \rightarrow ^{16}\text{O} + n$ の反応によって中性子が供給され得る。他には $^{14}\text{N} + ^4\text{He} \rightarrow ^{18}\text{F} + \gamma$ 、 $^{18}\text{F} \rightarrow ^{18}\text{O} + e^+ + \nu_e$ 、 $^{18}\text{O} + ^4\text{He} \rightarrow ^{22}\text{Ne} + \gamma$ 、 $^{22}\text{Ne} + ^4\text{He} \rightarrow ^{25}\text{Mg} + n$ の経路もある。こうした中性子を捕獲 (neutron capture) することでより重い原子核を作る。中性子捕獲反応の内、中性子過剰核のベータ崩壊の時間スケールよりゆっくり進むものを s 過程 (s-process) と呼ぶ。鉄 (Fe, iron) よりも重い Cu, Zn, Sr, Sn, Ba, Pb などはこの過程で作られる。



金属は多くの吸収線系を持つ。例えば酸素を電離するには水素と同様 UV 光子が必要だが、可視から赤外にかけて 5577 Å、6158 Å、6300 Å、6364 Å、7770 Å (トリプレット)、8447 Å、9267 Å、11302 Å、13164 Å といった光子とも相互作用できる。AGB 巨星の表面重力は弱いので、こうした重元素やダストは輻射と相互作用し、星風 (stellar wind) をもたらし、 $10^{-4} M_{\text{sun}} \text{ yr}^{-1}$ 程度にまで達する質量放出 (mass loss) を引き起こす。こうして星の外層 (envelope) を失っている段階が惑星状星雲 (planetary nebula) である。その中心には白色矮星 (white dwarf) がある。C や O が主成分なので、原子核内の平均 p/n 比は 1 とする。フェルミ運動量 $p_F = (3\pi^2 \hbar^3 n)^{1/3}$ が相対論的になる密度 $\rho_{\text{cr}} = 2m_p m_e^3 c^3 / (3\pi^2 \hbar^3) \approx 2 \times 10^6 \text{ g cm}^{-3}$ を超えている時の縮退圧は

$$P = \frac{1}{4} (3\pi^2)^{1/3} \hbar c n_e^{4/3}$$

なので、 $P \propto \rho^{4/3}$ というポリトロープ (polytrope) とみなせ、エネルギー輸送の式等を省略し、静水圧平衡の式を積分する。これは Lane-Emden 方程式

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} \right) = -\theta^N$$

の N=3 を解く事と等価である。星全体が相対論的な電子の縮退圧で支えられるというこの近似では、星の質量が

$$M = \frac{16.15}{64} \sqrt{\frac{3\pi(\hbar c)^3}{G^3 m_p^4}} \approx 1.44 M_{\text{sun}}$$

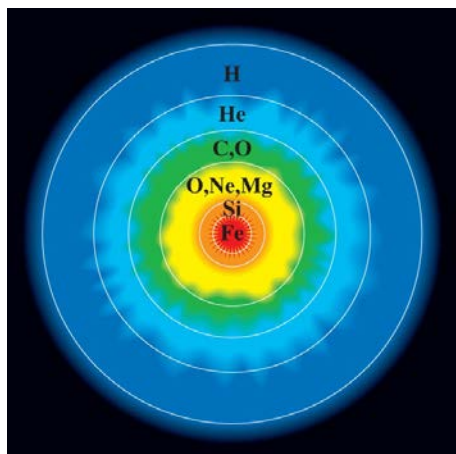
と境界条件に依らず定数となり、これをチャンドラセカル質量 (Chandrasekhar mass, 1983 Nobel prize) と呼ぶ。これより重い白色矮星は存在できない。半径は 5000km 程度が典型。連星系を成す白色矮星には伴星 (companion) からの質量降着があり、その際に星表面で暴走的に核融合が進むケースがある。この現象を新星 (nova) と呼び、エディントン光度に近いものも多い。

H	1
He	0.068
O	0.00069
C	0.00042
Ne	0.000098
N	0.000087
Mg	0.000040
Si	0.000038
Fe	0.000034

太陽近傍の金属量

超新星

超新星爆発 (SN: supernova)



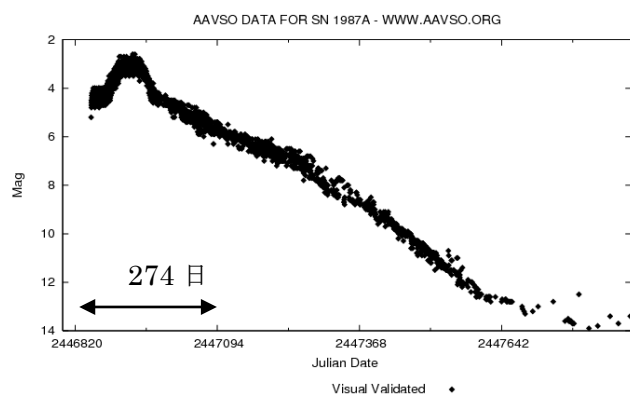
太陽質量の 8 倍以上の星はさらに先の段階まで核融合反応が続く。40 倍を超える星の場合は数千 km/s の強い星風で、 $10^{-5} M_{\text{sun}} \text{ yr}^{-1}$ 程度の質量放出を行い、水素の外層を失った青色巨星、ウォルフ・ライエ星 (WR: Wolf-Rayet) となる。中心温度が $6 \times 10^8 \text{ K}$ に達すると炭素燃焼 $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C} \rightarrow ^{20}\text{Ne} + ^4\text{He}$ 、 $^{23}\text{Na} + p$ 、 $^{24}\text{Mg} + \gamma$ が起きる。こうして新たに He が供給され、 $^{22}\text{Ne} + ^4\text{He} \rightarrow ^{25}\text{Mg} + n$ による中性子供給で s 過程が進む。この s 過程や $^{12}\text{C} + ^{16}\text{O} \rightarrow ^{27}\text{Al} + p$ などの反応で ^{27}Al が形成される。さらに温度が上がり $1.3 \times 10^9 \text{ K}$ (110keV) に達すると 4.73MeV 以上の光子によりネオンの光分解 (photodisintegration) $^{20}\text{Ne} + \gamma \rightarrow ^{16}\text{O} + ^4\text{He}$ が起き、He が供給され、 $^{20}\text{Ne} + ^4\text{He} \rightarrow ^{24}\text{Mg} + \gamma$ 、 $^{24}\text{Mg} + ^4\text{He} \rightarrow ^{28}\text{Si} + \gamma$ といったネオン燃焼となる。続いて $^{28}\text{Si} + \gamma \rightarrow ^{27}\text{Al} + p$ などの反応も起きる。 $3 \times 10^9 \text{ K}$ (260keV) になる

と酸素燃焼 $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O} \rightarrow ^{28}\text{Si} + ^4\text{He}$ 、 $^{31}\text{P} + p$ 、 $^{32}\text{S} + \gamma$ が起き、 $5 \times 10^9 \text{ K}$ (430keV) を超えると、こうして供給された He を次々に吸収し、ガンマ線を放っていく α 過程、 $^{28}\text{Si} \rightarrow ^{32}\text{S} \rightarrow ^{36}\text{Ar} \rightarrow ^{40}\text{Ca} \rightarrow ^{44}\text{Ti} \rightarrow ^{48}\text{Cr} \rightarrow ^{52}\text{Fe} \rightarrow ^{56}\text{Ni}$ が進む。ニッケル (nickel) は ^{56}Co 、さらに ^{56}Fe へと崩壊し、核種に対する熱平衡が達成され、最も安定な鉄のコアができる。半径 1000km、太陽質量程度のコアである。こういった後半の過程は水素燃焼の期間より大幅に短い。

さらに重力収縮で 10^{10} K (860keV) を超えると、7.6MeV 以上のガンマ線により、鉄の光分解 $^{56}\text{Fe} + \gamma \rightarrow ^{52}\text{Cr} + ^4\text{He}$ が起きる。これは吸熱反応なので圧力が下がり収縮が進む。密度の上昇に伴い、電子も自由電子でいるより、原子核に捕獲された方がエネルギー的に有利となるので、原子核の中性化とそれに伴うニュートリノの放出 (neutrino burst) が起きる。この結果電子の縮退圧も下がり、暴走的に鉄コアの中心部分は収縮する。原子核密度 $10^{14} \text{ g cm}^{-3}$ 程度に達したところで、状態方程式 (EOS: equation of state) が硬くなり、バウンス (bounce) する。この結果、半径 10km ほどの原始中性子星 (proto neutron star) ができ、重力エネルギー $GM^2/R \approx 3 \times 10^{53} \text{ erg}$ が解放され、熱エネルギーとなる。 10^{53} erg のエネルギーを数十 km に閉じ込め、電子・陽電子、光子、三種類のニュートリノ、反ニュートリノに分配すると、温度は数十 MeV になる。密度が大きすぎるので光子は脱出できず、ほとんどのエネルギーはニュートリノが持ち去る。コヒーレント散乱の効く、原始中性子星内部での 30MeV ニュートリノの平均自由行程 l_m は数十 cm だと考えられているので、脱出時間 $\tau^2 l_m / c$ 程度、約 10 秒のニュートリノ放射が続く。1987 年に起きた LMC での超新星から実際にニュートリノが観測された (小柴 2002 Nobel prize)。ニュートリノによる鉄コア加熱を大雑把に見積もる。鉄コアの外側の密度は 1000km、 M_{sun} に対して陽子換算で $3 \times 10^{32} \text{ cm}^{-3}$ 、ニュートリノと中性子の反応断面積は $10^{-44} (E/\text{MeV})^2 \text{ cm}^2$ 程度なので 10MeV ニュートリノなら 3% くらいのエネルギーを外側の鉄コアに与えることができる。組成が重い原子核であればもう少し効率は良いであろう。しかし鉄コアの自己重力による崩壊時間スケール $1/\sqrt{G\rho} \approx 0.2 \text{ s}$ はニュートリノ放出時間スケールよりも短い。また鉄を 13 個の He へ光分解するのに 124MeV のエネルギーを消費、つまり M_{sun} の鉄で $4.2 \times 10^{51} \text{ erg}$ のエネルギーを費やすので、ニュートリノのエネルギーを爆発の運動エネルギーに転換するのはなかなか容易ではなく、多くの数値シミュレーションでもうまくいっていない。

こういった重力崩壊型超新星 (core-collapse supernova) のスペクトルには水素の吸収線が見られ、II 型 (type II) 超新星と呼ばれる。観測的には爆発の運動エネルギーは 10^{51} erg くらいである。鉄コアを抜けた衝撃波の内部エネルギーは輻射が優勢なので、 $E \approx (4\pi R^3/3) a_{\text{rad}} T^4 \Rightarrow 1.3 \times 10^{10} \text{ K @ 1000km}$ と温度が見積もれる。このような高温

状態では Si など一旦 He に光分解される。これらの He はトリプル α 反応の時と同様に、 $^4\text{He} + ^4\text{He} + n \rightarrow ^9\text{Be} + \gamma$ 、 $^9\text{Be} + ^4\text{He} \rightarrow ^{12}\text{C} + n$ 、 $^{12}\text{C} + n \rightarrow ^{13}\text{C} + \gamma$ 、 $^{13}\text{C} + ^4\text{He} \rightarrow ^{16}\text{O} + n$ 、 $^{16}\text{O} + ^4\text{He} \rightarrow ^{20}\text{Ne} + \gamma$ と核融合が進み、その後は α 過程で鉄コアができた時と同様に ^{56}Ni まで進み、0.1 太陽質量以下の Ni が生成される。大量の中性子がある環境にいるので、中性子過剰核がベータ崩壊するよりも短い時間スケールで、中性子捕獲反応が進み得る。これを r 過程 (r-process) 元素合成と呼び、Fe-peak と呼ばれる Co、Ni や、Ge、Se、Ag、I、Xe、Pt、Au、及び Bi よりも重い U などの原子核はこのような環境で生まれたと考えられる。ただし、r 過程の主な現場は中性子星連星合体だという説も有力になってきている。



衝撃波が星の外層を抜けた時 (shock breakout) に数百秒間、熱エネルギーの一部が数十万 K の熱的光子として解放されると考えられる。しかし主に観測にかかるのは、半減期 6.077 日の $^{56}\text{Ni} + e \rightarrow ^{56}\text{Co}^* + \nu_e$ 、77.27 日の $^{56}\text{Co} + e \rightarrow ^{56}\text{Fe}^* + \nu_e$ (80%) あるいは $^{56}\text{Co} \rightarrow ^{56}\text{Fe} + e^+ + \nu_e$ (20%) の反応とそれに続く MeV 程度のガンマ線放射で解放されるエネルギーで加熱されたガスからの放射である。0.1 M_{sun} の Ni で 3×10^{48} erg ほどのエネルギーが解放される。 10^{42} erg/s となり、銀河光度と同程度である。典型的には 1 太陽質量の放出物 (ejecta) が 1 万 km/s ほどの速度で広がっていく。

水素の吸収線の無い重力崩壊型超新星は Ib 型、Ic 型に分類され、水素の外層を星風で失った後に爆発したと考えられる。特に輝線の幅が広く、膨張速度が数万 km/s にも達する Ic 型の中には 0.7 太陽質量もの Ni を放出し、爆発のエネルギーも 1 桁大きいものがある。絶対等級が -20 等よりも明るい、これらの爆発は極超新星 (hypernova) と呼ばれることがある。

140 M_{sun} を越える星では高エネルギー光子が電子・陽電子対生成 (electron-positron pair creation) することで、

$$\sigma_{\gamma} = \frac{3\sigma_T}{16} (1-y^2) \left[(3-y^4) \ln \frac{1+y}{1-y} - 2y(2-y^2) \right], \quad y^2 \equiv 1 - \frac{2m_e^2 c^4}{\epsilon_1 \epsilon_2 (1 - \cos \theta)}$$

圧力が下がり、爆発的な酸素燃焼により星全体を吹き飛ばすと予測されている。電子対生成型超新星 (pair instability supernova) と呼ばれる。絶対等級が -21 等 (7×10^{43} erg/s) を超える超高輝度超新星 (SLSN: superluminous supernova) のモデルとして、この対生成型や濃い ISM との相互作用 (IIn 型) が挙げられている。

伴星から白色矮星への質量降着で、チャンドラセカル質量を超えた時にも超新星爆発が起きる。縮退している環境での核融合は圧力の増加とそれによる膨張をもたらさないで、暴走的に核融合反応が進み、星全体を吹き飛ばす。0.6 M_{sun} ほどの Ni を生み出し、II 型よりも明るく輝く。Si の吸収線が目立ち、Ia 型と呼ばれる。Ia 型超新星は明るく (ピーク光度 2×10^{43} erg s $^{-1}$ 絶対等級 -19 等)、光度にばらつきが少ないので、標準光源として用いられる。宇宙の化学進化 (chemical evolution) において、大量の鉄を供給するので重要だが、進化の時間スケールが長いので、初期宇宙ではあまり貢献していないと考えられる。

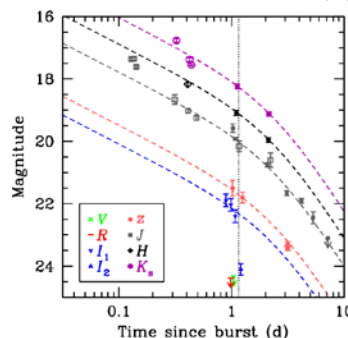
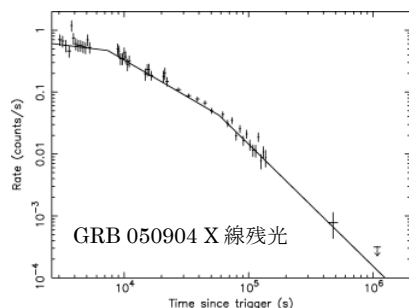
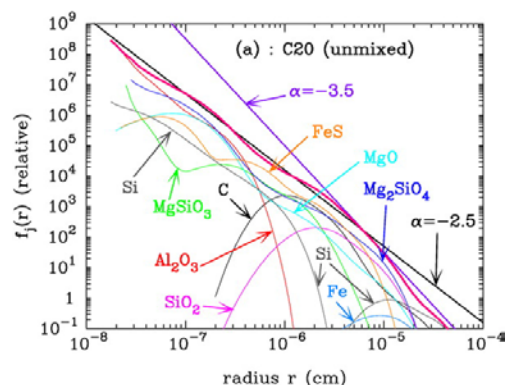
超新星の発生率は 2.4×10^5 Gpc $^{-3}$ yr $^{-1}$ であり、そのうち 60% が II 型、30% が Ia 型、残りが Ib/Ic 型である。我々の銀河では 30 年に 1 発程度の頻度だと考えられている。極超新星は 500 Gpc $^{-3}$ yr $^{-1}$ 、SLSN は 10 Gpc $^{-3}$ yr $^{-1}$ しかない。

ダスト生成 (dust formation)

ダストは星間ガスの冷却材、分子生成の触媒、可視光の吸収源、赤外線放射源、惑星の材料物質などとして宇宙史において重要な役割を果たしている。典型的には温度 1000K 程の環境で生まれると考えられるが、冷却の時間スケールよりも早くダストが成長しなくてはならないので、ある程度高密度で金属が多い環境が望ましい。AGB 星からの星風や、超新星爆発の放出物中での生成が有力視されている。典型的には超新星爆発後、数百日の時間スケールで作られているようである。

ガンマ線バースト (GRB: gamma-ray burst)

GRB は典型的には数百 keV の光子が 10 秒間ほど大量に地球に降り注ぐ宇宙最大の爆発現象で、1 日 1 回程度の頻度で観測されている。しかし宇宙全体では 0.05 - 1 Gpc $^{-3}$ yr $^{-1}$ の非常に稀な現象で、 $z = 9.4$ が最遠である。等方にエネルギーを放っていると仮定すると、放出エネルギーは 10^{51} - 10^{54} erg にも及ぶ。おそらくジェット状に爆発しているので、実際に解放されているエネルギーはもっと小さいであろう。時間変動 (>ms) から 1-10 太陽質量程度のブラックホールからのエネルギー放出だと考えられている。観測されているガンマ線が電子・陽電子対生成せずに光源から抜け出すためには、光源のローレンツ因子が 100 以上になっている必要がある。ほとんどの GRB には $t^{-0.5}$ から $t^{-1.2}$ で減衰していく X 線残光 (afterglow) が伴う。さらに半分くらいの GRB には可視光の残光が 10 日間ほどにもわたって観測される。電波の残光が数ヶ月間観測されることもある。GRB のエネルギー解放メカニズム、放射メカニズムは全くわかっていない。しかし幾つかの GRB には Ic 型の極超新星を伴うものが見つかっている。大質量星の進化の最終段階が中性子星ではなく、中心にブラックホールができる場合に GRB が起きるのではと推測されている。

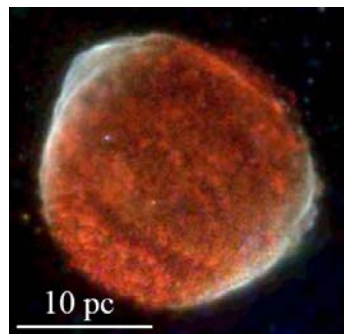


超新星残骸

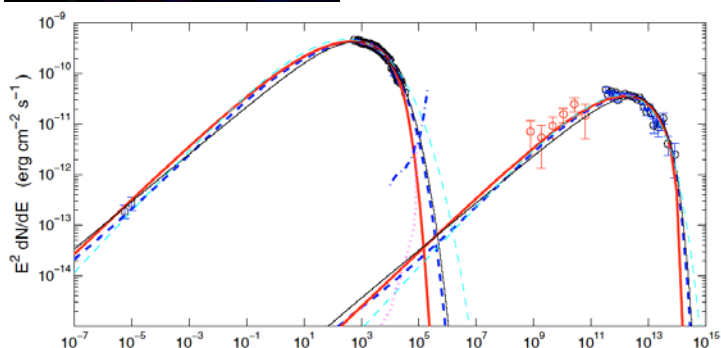
超新星爆発で放出されたガスは最初減速することなくシェル状に膨張する。この時期を自由膨張期 (free expansion, coasting phase) と呼ぶ。やがて星間物質を掃き集め、その質量が元のガスの質量と同程度になった時、衝撃波 (shock wave) が星間空間を伝播する。一様密度 ρ の星間物質を仮定すると、充分時間が経てばこれはエネルギー E の点源爆発だと近似でき、次元解析からこの運動はセドフ・テイラー自己相似解 (Sedov-Taylor self-similar solution)

$$r = \xi_0 (Et^2 / \rho)^{1/5}$$

で表される。定数 ξ_0 はエネルギー保存から求まり、1 程度の値である。この解は断熱的な近似に基づくので、さらに時間が経って冷却が効いてくると、この解からずれていく。この時期を雪かき期 (snowplow phase) と呼ぶ。



観測されている年齢千年ほどの若い超新星残骸 (SNR: supernova remnant) は自由膨張期とセドフ期への移行段階にあるものが多く、数千 km/s で膨張している。左の図は西暦 1006 年に爆発した SN1006 の X 線画像である。その下は約 1600 年前に爆発した RXJ1713.7-3946 のスペクトルである。電波から X 線にかけては加速電子によるシンクロトロン放射であろう。TeV 領域のガンマ線の起源はよくわかっていないが、平均的な数 μ G の磁場を仮定すれば、CMB や銀河系内の星の光を種光子とする IC 放射であろう。別の説として高エネルギーまで加速された陽子が星間物質とぶつかってパイ中間子 (pion) を生成していると考えられる場合もある。1GeV 以上の陽子なら断面積を $3 \times 10^{-26} \text{cm}^2$ と近似できる。TeV ガンマ線はこうして生まれた中性の中間子が 2 つの



光子に崩壊したものかもしれない。それではこのような高エネルギー粒子はどのようにして生まれたのだろうか？

粒子加速 (particle acceleration)

衝撃波面静止系で考えると、上流から音速よりも速い流れがやってきて、波面でその運動エネルギーを散逸し、熱エネルギーに転換し、下流に遅い速度で流れていく。星間空間における無衝突プラズマ (collisionless plasma) では、プラズマ不安定性 (plasma instability) によって生じた電磁場によって散逸が起きていると考

えられる。マッハ数 (Mach number) M を用いて、波面の前後で質量、エネルギー、運動量の流速が保存することから、比熱比 $\hat{\gamma} = 5/3$ に対してジャンプ条件 (jump condition) が以下のように求まる。

$$M \equiv \frac{v_{\text{up}}}{v_s}, x \equiv \frac{P_{\text{down}}}{P_{\text{up}}} = \frac{1}{4}(5M^2 - 1), v_{\text{down}} = \sqrt{\frac{P_{\text{up}}}{3\rho_{\text{up}}}} \frac{(4+x)^2}{1+4x}, \frac{\rho_{\text{up}}}{\rho_{\text{down}}} = \frac{v_{\text{down}}}{v_{\text{up}}} = \frac{4+x}{1+4x}$$

衝撃波面の前後でのプラズマ粒子は等方なマックスウェル - ボルツマン分布 (Maxwell-Boltzmann distribution) から外れた分布に成り得るだろう。粒子種 s の分布関数 (distribution function) f_s を使い、外場として電磁場を考えたボルツマン方程式 (ブラソフ方程式, Vlasov equation) とマックスウェル方程式 (Maxwell's equations) を連立させ、磁力線に並行に走る波を考える。結果、分散関係

$$c^2 k^2 - \omega^2 - \sum_s \frac{4\pi q_s^2}{m_s} \int d^3 v \frac{v_{\perp}}{2} \frac{\omega \frac{\partial f_s}{\partial v_{\perp}} + k \left(v_{\perp} \frac{\partial f_s}{\partial v_{\parallel}} - v_{\parallel} \frac{\partial f_s}{\partial v_{\perp}} \right)}{\omega - kv_{\parallel} \pm \Omega_{Cs}} = 0, \quad 1 + \sum_s \frac{4\pi q_s^2}{km_s} \int d^3 v \frac{1}{\omega - kv_{\parallel}} \frac{\partial f_s}{\partial v_{\parallel}} = 0$$

が得られる。それぞれ横波 (transverse wave) と縦波 (longitudinal, electrostatic wave) で、 $\pm$ は右円偏光、左円偏光に対応する。 $\Omega_c = qB/mc$ はサイクロトロン振動数 (cyclotron frequency) である。全ての粒子種を重ね合わせた時に、分布関数に二山がある場合、二流体不安定性 (two stream instability) によって静電的な縦波が生じる。特に衝撃波上流へ反射されたイオンと上流から流れてくる電子との間に働く不安定性をブネマン不安定性 (Buneman instability) と呼ぶ。縦波には電子のみが応答する高周波のラングミュア波 (Langmuir wave, plasma oscillation) と、イオンと電子が共に応答する低周波のイオン音波 (ion acoustic wave) がある。横波として励起されるものとして、速度分散の非等方性により、磁場が成長するワイベル不安定性 (Weibel instability) がある。こういった不安定性によって励起された電磁場により、上流の運動エネルギーが熱エネルギーへと転換していると考えられる。2 つの極端な例として、磁力線が流れの方向と平行 (parallel) である平行衝撃波と、垂直 (perpendicular) である垂直衝撃波では大きく乱流の振る舞いは異なるであろう。こういった微視的なプラズマ不安定性だけではなく、密度非一様性などにより、MHD 的な長波長の横波であるアルヴェン波も生まれるであろう。長波長の乱流は非線形相互作用で短波長の波へとカスケードしていく。定常を仮定すると、次元解析から乱流のエネルギー Spektrum は $k^{-5/3}$ に比例するはずで、これを Kolmogorov 乱流と呼ぶ。アルヴェン波も短波長側では、電子のサイクロトロン運動が無視できなくなり、位相速度が k に比例するホイッスラー波 (whistler wave) へと移行

する。この波は電子加速に対して本質的な役割を果たしていると考えられる。

粒子はこうした波に散乱されながら下流に流されていく事となる。今衝撃波の前後で、それぞれの流体静止系での相対論的な粒子の分布関数 f を定義する。長波長のアルヴェン波の位相速度は遅く、流体に対して静止しており、伴う電場も無視できると近似して良いだろう。 f がほぼ等方であるとしてボルツマン方程式を変形すると移流拡散方程式 (convection-diffusion equation)

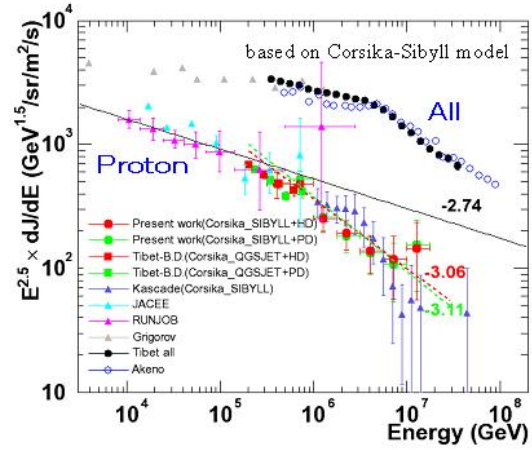
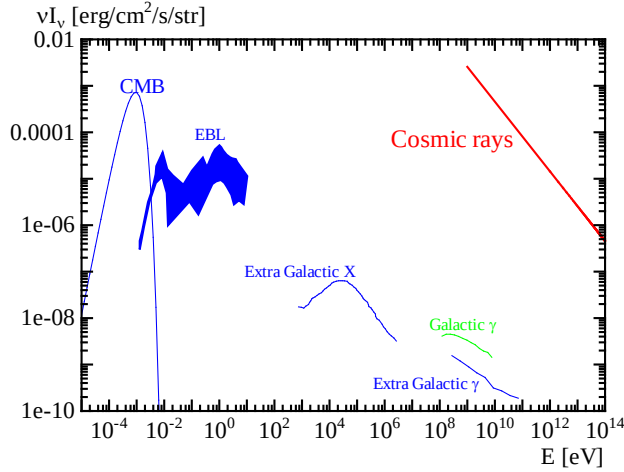
$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) f - \nabla \cdot [n D_{\parallel} (\mathbf{n} \cdot \nabla) f] = \frac{1}{3} (\nabla \cdot \mathbf{v}) p \frac{\partial f}{\partial p} \Rightarrow v \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} D_{\parallel} \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{3} (v_{\text{down}} - v_{\text{up}}) \delta(x) \frac{\partial f}{\partial \ln p}$$

が得られる。ここで磁力線の単位方向ベクトル $\mathbf{n}$ 、磁力線に沿った方向の拡散係数 (diffusion coefficient) $D_{\parallel}$ である。簡単のため定常の平行衝撃波を考えると右の式へと変形できる。磁場との相互作用で決まる拡散係数は平均自由行程 l_m を用いて $D_{\parallel} \approx l_m c / 3$ と近似できる。この解は

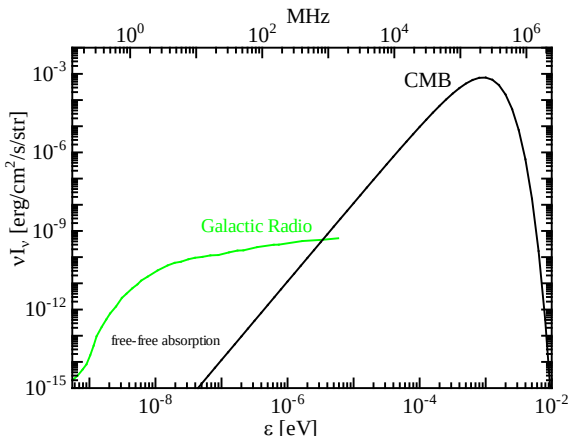
$$f = f_{\text{up}} + (f_{\text{down}} - f_{\text{up}}) \exp \left[v_{\text{up}} \int_0^x D_{\parallel}^{-1} dx \right], \text{ for } x < 0, f = f_{\text{down}}, \text{ for } x > 0, f \propto p^{-q}, q \equiv \frac{3v_{\text{up}}/v_{\text{down}}}{v_{\text{up}}/v_{\text{down}} - 1}$$

で、 $M \rightarrow \infty$ の極限で $n(p) \propto p^2 f \propto p^{-2}$ となる。これは衝撃波面を粒子が何度も往復する事で徐々にエネルギーを得ていることに相当する。以上のような加速過程をフェルミ一次加速 (first-order Fermi acceleration) と呼ぶ。ただし熱的な粒子が加速過程に入る機構など、定量的に未解明な問題が残っている。

宇宙線 (cosmic ray)



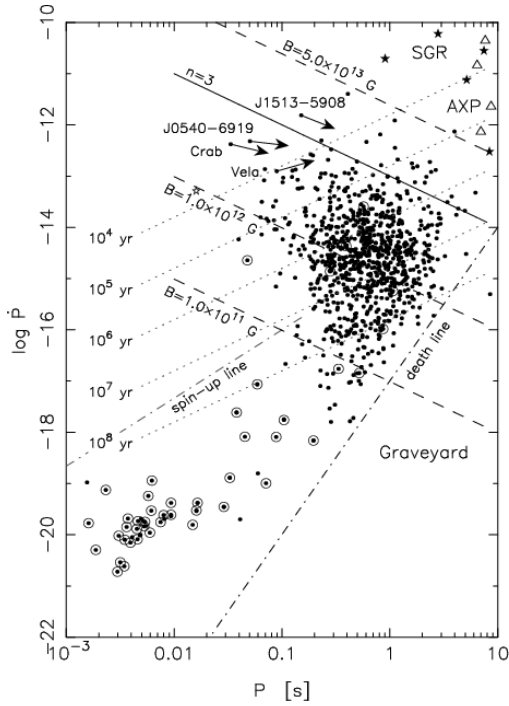
主に陽子を主成分とする宇宙線 (Hess 1936 Nobel prize) は GeV より上で $1.6(E/\text{GeV})^{-2.75} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ sr}^{-1} \text{ GeV}^{-1}$ の強度を太陽近傍では持つ。 GeV より低エネルギー側の分布はよくわかっていないが、 GeV から上で上記強度を積分すると、 0.94 eV cm^{-3} のエネルギー密度となる。星間ガスの加熱、電離源として決して無視できない存在である。 Knee と呼ばれる $10^{15.5} \text{ eV}$ でのスペクトルの折れ曲がりまでが同一起源だと想定されており、SNR でのフェルミ加速が有力視されている。 Knee までの加速時間を見積もる。衝撃波上流での平均滞在時間は $\Delta t = 4D_{\parallel} / (cv_{\text{up}})$ 、1度衝撃波を横切の際に得る平均エネルギーは $\Delta E = 4E(v_{\text{up}} - v_{\text{down}}) / (3c)$ である。今現象論的にラーモア半径 (Larmor radius) r_L を用いて $l_m = \eta r_L$ と表現できると仮定する。最も極端な $\eta = 1$ をボーム極限 (Bohm limit) と呼ぶ。強い衝撃波の極限で、下流での滞在時間を無視できれば、 $t_{\text{acc}} = E\Delta t / \Delta E = 20\eta Ec / (3qBv_{\text{up}}^2)$ と評価できる。 $t_{\text{acc}} v_{\text{up}} < L$: 系のサイズと考えると、加速可能な最高エネルギーは $E_{\text{max}} = 3qB\beta_{\text{up}} L / (20\eta)$ となる。ボーム極限を仮定しても 3000 km/s 、 10 pc 、 $3 \mu \text{ G}$ に対して $4 \times 10^{13} \text{ eV}$ までしかいかない。解決案として、宇宙線の反作用によってプラズマ不安定性が励起され、磁場が増幅される可能性が指摘されている。宇宙線は銀河系内の磁場と相互作用しながら拡散していく。系のサイズ H に対して、宇宙線が系内に留まる平均時間は $t_{\text{esc}} = H^2 / D$ である。拡散係数が $D \propto E^q$ 、宇宙線注入時のスペクトルを E^{-s} とすると、注入と脱出の釣り合いから系内宇宙線のスペクトル指数は $p = s + q = 2.75$ となる。観測的には $q = 0.3 - 0.6$ である。低エネルギー極限での平均滞在時間は 10^7 年程度だと見積もられている。陽子に対して電子宇宙線は $1/100$ しかない。左図は銀河系内の電子宇宙線からのシンクロトロン放射スペクトルである。 1 MHz 以下では銀河円盤にある自由電子による自由-自由吸収を受けている。



1MHz 以下では銀河円盤にある自由電子による自由-自由吸収を受けている。

中性子星

II 型超新星が起きた後に残されるのが中性子星 (neutron star) で、その中には爆発の非対称性によりキックを受けて、大きな固有速度で銀河から飛び出すものもある。質量はチャンドラセカル質量、半径 10km が典型で、密度は $10^{15} \text{ g cm}^{-3}$ 近くにまで達している。周期的な電波を放つ天体、パルサー (pulsar, Hewish 1974 Nobel prize) として発見された。電波パルサーの典型的な周期は 1 秒、磁場は 10^{12} G である。星内部は超伝導 (superconductivity) 状態になっているため、磁場が維持されていると考えられる。



右の図がパルサーの模式図である。磁化された完全導体 (perfect conductor) が剛体回転 (rigid rotation) している系だと見なせる。プラズマ静止系だと電場が存在しないので、観測者系から見た電場は $\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B} / c$ (理想 MHD 条件) と書け、その結果パルサー表面に電位差 $\Delta\phi$ が生まれる。大きな電位差のため、パルサー外部を真空に保つ事はできず、星表面から電荷が引きずり出される。強磁場中でのシンクロトロン放射で電子の $p_{\perp}$ はゼロになる。断熱不変量 $p_{\perp}^2 / B$ は保存するので、電子は磁力線に沿って運動する。パルサー磁気圏 (magnetosphere) においても、光円柱 (R_L , light cylinder) の内側では強力な磁場のためプラズマが星と共に剛体回転 (共回転, corotation) する。そこでも理想 MHD が成り立てばガウスの法則 (Gauss's law) より、電荷密度は GJ 密度 (Goldreich-Julian density) に一致するはずである。この場合、磁力線に沿って等電位 (equi-potential) となるので、プラズマが磁力線を横切らない限り単極誘導 (unipolar induction) によって生じた電位差を利用できない。現実には電荷密度が GJ 密度からズレることで、磁力線に沿った電場が生まれ、それによってプラズマ粒子を加速していると考えられる。加速可能な最高エネルギーは $e\Delta\phi / 2$ 程度で、GJ 密度に相当するプラズマがこのエネルギーで流れ出すとすると

$$E_{\max} = 3.3 \times 10^{12} \left(\frac{1s}{P} \right)^2 \left(\frac{B}{10^{12} \text{ G}} \right) \left(\frac{R_*}{10 \text{ km}} \right)^3 \text{ eV}, \quad \frac{dE}{dt} = 2\pi c \Delta\phi \int_0^{\theta_p/2} \rho_{\text{GJ}} r^2 \sin \theta d\theta = \frac{\Omega^4 B_p^2 R_*^6}{16c^3}$$

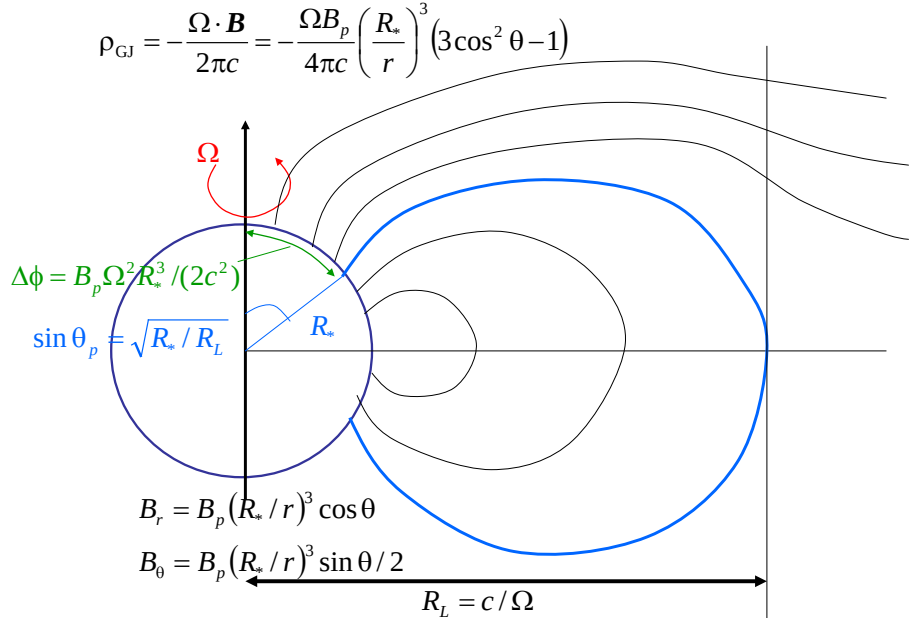
と書ける。パルサーの回転速度の減少が上記によるエネルギー損失によるものだと考えると、磁場を観測量から

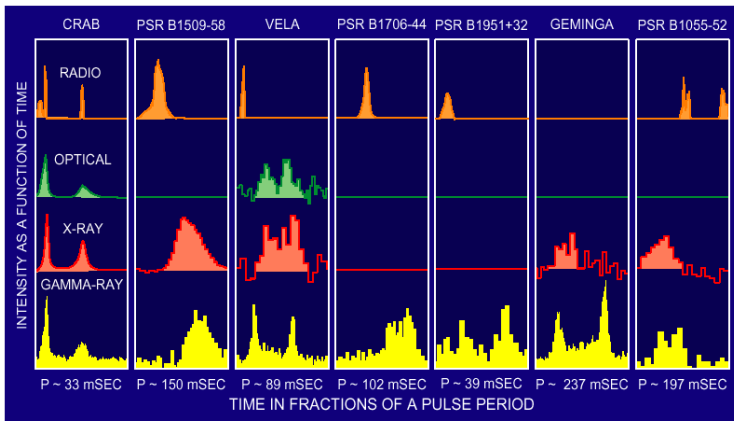
$$B_p = 3 \times 10^{12} \sqrt{\frac{P}{1s}} \sqrt{\frac{\dot{P}}{10^{-15}}} \sqrt{\frac{I}{10^{45} \text{ g cm}^2}} \left(\frac{R_*}{10 \text{ km}} \right)^{-3} \text{ G}$$

と評価できる。上の半径と慣性モーメント (moment of inertia) $I = 2MR_*^2 / 5$ は $M = 1.3M_{\text{sun}}$ に相当。特性年齢 (characteristic age) は $P / (2\dot{P})$ となる。曲率を持った磁場に沿って運動する高エネルギー電子は曲率放射 (curvature radiation) によってガンマ線を放つ。双極磁場 (dipole magnetic field) なら曲率半径 (radius of curvature) を用いて

$$R_{\text{curv}} = \frac{\sqrt{2(5+3\cos 2\theta)}^{3/2}}{6(3+\cos 2\theta)\sin \theta} r, \quad \varepsilon_{\text{typ}} = \frac{\hbar c \gamma^3}{R_{\text{curv}}}, \quad \frac{dE_e}{dt} = \frac{2e^2 c \gamma^4}{3R_{\text{curv}}^2}$$

と書ける。こういったガンマ線は強い磁場と相互作用したり (magnetic pair creation)、低エネルギー光子と衝突したりする事で電子・陽電子対を生成する。その結果、実際には GJ 密度/電荷より大きな密度でプラズマは分布





し、粒子の平均エネルギーは $E_{\max}$ よりも小さい。粒子を電場で加速する場所として、磁極近く (polar cap) と $\Omega \cdot \mathbf{B}$ の符号が反転する外側 (outer gap) の領域が有力視されている。若いパルサーの中にはガンマ線を放っているものも見つかっているが、電波と比べてズレた位相を持ち、幅広いプロファイルを持つことが多い。このため電波は polar cap、ガンマ線は outer gap から放たれていると想定される事が多い。1054 年に起きた超新星の後に残されたカニパルサー (Crab pulsar) の場合、回転エネルギーの損失率 (spin-down luminosity) $L_{\text{SD}} = 4.5 \times 10^{38} \text{erg/s}$ に対して、等方放

射を仮定した X 線のパルスは $L_X = 7.1 \times 10^{35} \text{erg/s}$ しかない。多くのパルサーでは $L_X = 0.001 L_{\text{SD}}$ 程度である。よってエネルギーの大部分は後で述べるパルサー風として放出されていると考えられる。さらに Crab の電波パルスはわずか $6.9 \times 10^{31} \text{erg/s}$ である。しかし小さな放射領域を考慮に入れると電波の輝度温度 (brightness temperature) は 10^{25}K 、つまり 10^{20}eV を上回る。通常の放射過程であれば、放射と吸収が釣りあって、これほど高い輝度温度は実現できない。二流体不安定性などのプラズマ不安定性が効いて、コヒーレント (coherent) な放射機構が働いていると考えられるが、詳細は不明である。

マグネター (magnetar)

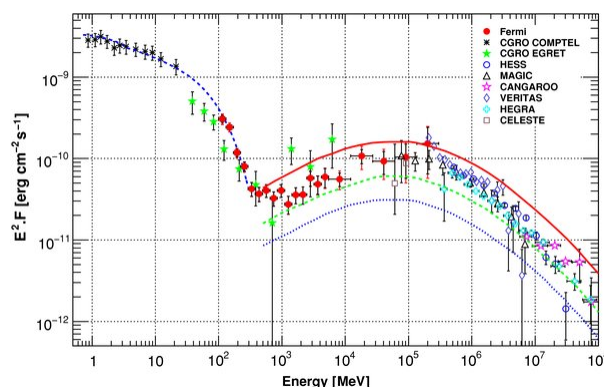
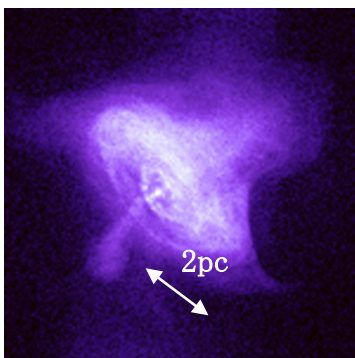
電波放射がほとんどないパルサーの中に、 $10^{33} - 10^{36} \text{erg/s}$ の X 線放射が L_{SD} を上回っている異常 X 線パルサー (AXP: anomalous X-ray pulsar) や、100keV 程のガンマ線フレアを時々起こす軟ガンマ線リピーター (SGR: soft gamma repeater) がある。これらは $10^{13} - 10^{15} \text{G}$ もの強磁場を持っていると考えられる。その放射エネルギー源は回転エネルギーの損失では説明できないので、磁場エネルギーを磁気再結合などを通じて解放しているのかもしれない。SGR は数十年に一度 10^{46}erg ものガンマ線を放出する巨大フレア (giant flare) を起こすが、そのエネルギー解放メカニズムは宇宙物理最大の謎である。

パルサー星雲 (PWN: pulsar wind nebula)

MHD 的に考えると磁気張力 ($\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B} / (4\pi)$ が角運動量を輸送し、遠心力 (centrifugal force) でプラズマを加速する。パルサー磁気圏ではプラズマのエネルギー密度が磁場に比べて非常に小さいので、プラズマの慣性を無視する force-free 近似が良く用いられる。これはプラズマがする仕事を無視する $\rho_e \mathbf{E} + \mathbf{j} \times \mathbf{B} / c = 0$ と等価である。磁場が子午面内の成分 (B_r, B_θ , poloidal) だけの時でも、force-free なら無限小の B_ϕ が角運動量を輸送でき、理想 MHD プラズマは電場ドリフト速度 $\mathbf{v}_d = c(\mathbf{E} \times \mathbf{B}) / (B^2)$ で星と共に剛体回転する。プラズマの密度が大きければ、遠心力によるドリフト $\mathbf{v}_d = mc\Omega^2(\mathbf{R} \times \mathbf{B}) / (eB^2)$ によって磁力線を横切る電流が流れ、磁力線が開き、 B_ϕ 成分 (toroidal) が生まれ、剛体回転できなくなる。この遠心力加速の限界は回転速度がアルヴェン速度程度になった時に起きる。プラズマ密度が薄い時 (アルヴェン速度 → 光速) は、光円柱付近まで剛体回転できるが、実際にどこまで加速できるかは不明である。観測的には噴出プラズマの数は GJ 密度換算値の 1000 倍ほどで、ローレンツ因子が $10^6 - 10^7$ に達するパルサー風が出ている。推定されている磁場とプラズマのエネルギー流速の比

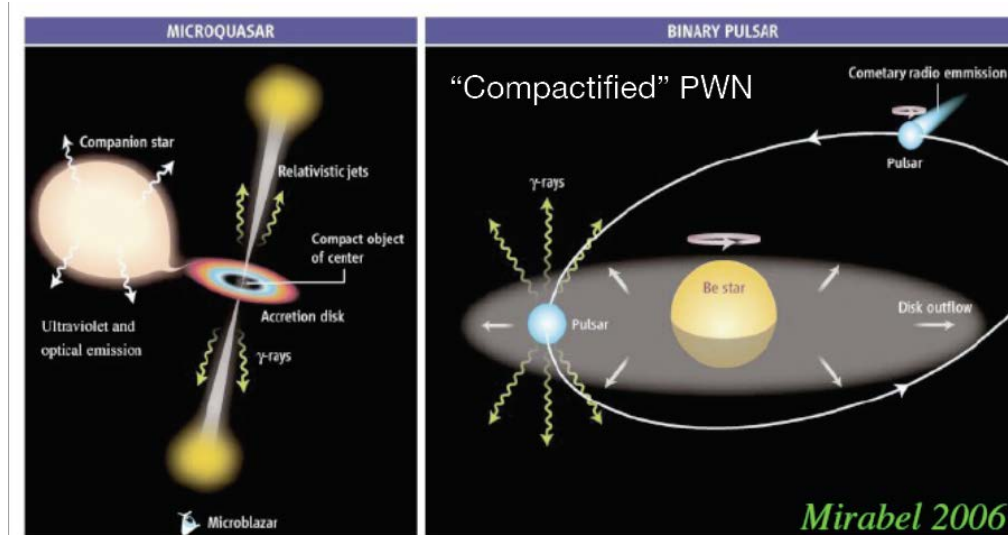
$$\sigma = \frac{B^2}{4\pi n \Gamma^2 m_e c^2}, \quad B: \text{observer frame}, n: \text{comoving frame}$$

は 1/100 から 1/1000 といった小さな値である。磁気圧 $-\nabla(B^2 / (8\pi))$ による加速や、遠心力風でこのような効率の良い磁場エネルギーから運動エネルギーへの転換は難しいと考えられる。磁気再結合などが重要な役割を果たしているのかもしれない。この相対論的なプラズマ風は衝撃波 (Crab の場合中心から 0.1pc 辺り) で非相対論的な速度に減速し、非圧縮の近似に従うと $v \propto r^{-2}$, $B \propto r$ のように振る舞う。ガス圧と磁気圧が同程度になったところで、ISM の圧力と釣り合い、X 線・ガンマ線を放つ 2-3pc サイズの星雲となっている。Crab の場合、放射を説明する電子の分布はパルサー風のローレンツ因子に相当する、150GeV 付近に指数 1.5 から 2.4 への折れ曲がりを持ち、2.5PeV まで続くべき乗 (power-law) である。フェルミ加速などでさらなる加速が起きていると思われる。放射スペクトルは 0.1 から 0.3mG 磁場中のシンクロトロンと SSC 及び CMB や星光を種とする IC で良く合っている。



X 線連星

1-10 太陽質量の中性子星やブラックホールに伴星からの質量降着があると、降着円盤から X 線を放つ X 線連星 (X-ray binary) として観測される。史上最初に X 線で発見された天体 (Sco X-1, Giacconi 2002 Nobel prize) もこのような連星の一つである。基本的なメカニズムは AGN と同様なので、やはり光速の 0.3 から 0.9 倍程のジェットを伴うものもいて、マイクロクエサー (micro QSO) と呼ばれたりもする。中心天体が中性子星の場合、星表面へのガスの降着が暴走的な核融合を引き起こし、新星のように X 線バーストを起こすことがある。ブラックホールの場合はそのような現象は起きないと思われる。伴星の質量が太陽質量程度の低質量連星 (LMXB: low mass X-ray binary) は古いシステムで、OB 型星を伴星に持つ大質量連星 (HMXB: high mass X-ray binary) は若いシステムである。球状星団などでは年齢が古いにも関わらず高速で自転しているミリ秒パルサー (millisecond pulsar) が見つかるが、これらは伴星起源のガス円盤と磁場の相互作用で角運動量をもった降着駆動パルサーだと考えられている。リサイクルパルサー (recycled pulsar) と呼ばれたりもする。



こういった連星の中には LS 5039 のように GeV や TeV のガンマ線を放つ連星もある。パルサー風あるいはブラックホールからのジェットと伴星からの星風の相互作用で、非熱的な粒子が生まれてガンマ線が放たれていると考えられている。

移流優勢円盤

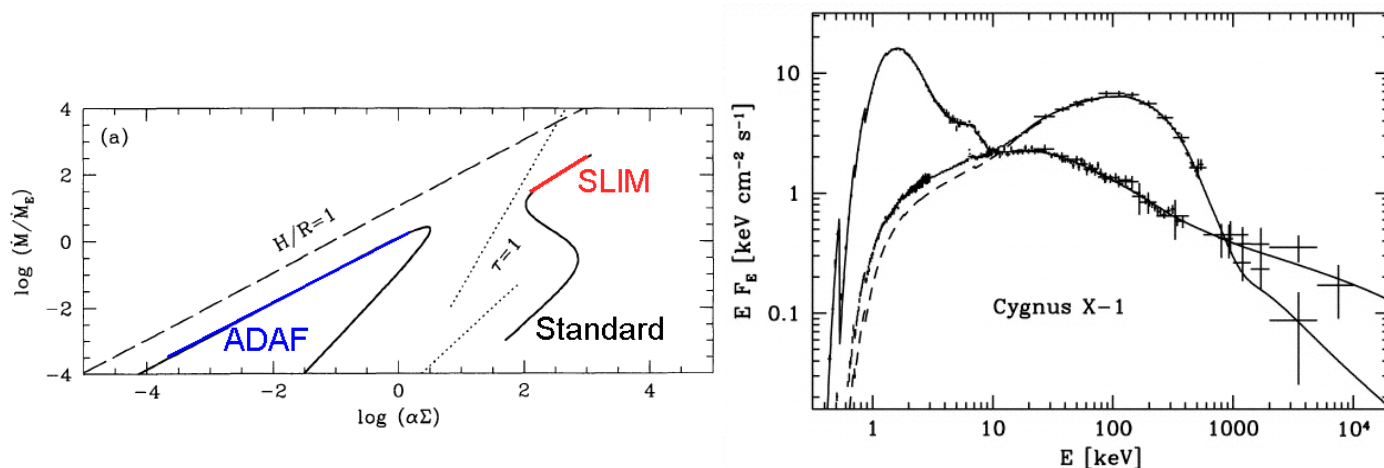
エネルギー方程式を鉛直方向に積分したものは $Q_{\text{adv}} = Q_{\text{vis}} - Q_{\text{rad}}$ となり、内部エネルギー面密度を E として

$$Q_{\text{adv}} = \frac{1}{R} \frac{d}{dR} \{ R v_R (E + \Pi) \} - v_R \frac{\partial \Pi}{\partial R} - \int_{-H}^H v_z \frac{\partial P}{\partial z} dz, \quad Q_{\text{vis}} = \frac{3}{2} \alpha \Omega \Pi$$

と書ける。 Q_{rad} は光学的に厚い場合と、薄い場合 (optically thin) でかつ制動放射が支配的な時はそれぞれ

$$Q_{\text{rad}} = \frac{32 \sigma_{\text{SB}} T_c^4}{3 \tau}, \quad 1.24 \times 10^{21} \left(\frac{\rho}{1 \text{ g}} \right)^2 \left(\frac{T}{1 \text{ K}} \right)^{1/2} \left(\frac{H}{1 \text{ cm}} \right) \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$$

となる。 T_c は赤道面の温度である。同じ質量降着率に対して複数の解があり、移流優勢の場合は光学的に薄い ADAF 解 ($T_c \propto R^{-1}$) と輻射の圧力が支配的で光学的に厚い Slim 円盤解がある。後者は非常に大きな質量降着率の時だけ実現可能で、エディントン光度を超える可能性も指摘されている。



多くの X 線連星は low/hard 状態 (state) と呼ばれる、スペクトルが硬くて、エディントン光度の 1% 以下の状態と、high/soft 状態と呼ばれるエディントンに近い光度で輝く、熱的な放射が卓越する状態との間を遷移している。Cyg X-1 の場合、数週間程度の時間スケールで変動し、9 割ほどの期間を low/hard 状態で過ごす。Low/hard 状態では ADAF 的な円盤を考える事が多いが、それだけでは硬い X 線スペクトルを説明できないので、太陽のように 10⁹K 程度で $\tau \approx 1$ のコロナを考え、円盤からの低エネルギー光子を逆コンプトン散乱することで説明する。コロナのサイズとしてはシュワルツシルト半径の数十倍から 100 倍程度を考える事が多いが、その起源は不明である。High/soft 状態は標準降着円盤からの熱的放射で説明できるが、高エネルギー側には非熱的なベキ乗成分がある。

銀河系外には 10³⁹erg/s を超える光度を持つ超大光度 X 線源 (ULX: ultra-luminous X-ray source) があり、その起源として 100 太陽質量を越えるような中間質量 BH が良く議論される。その一方で、10 太陽質量程度の BH へ Slim 円盤を適用することで説明できるかもしれない。

磁気回転不安定性 (MRI: magnetorotational instability)

降着円盤の粘性の起源は良く分かっていないが、最も有力な候補が差動回転する円盤内の磁場による MHD 的不安定性である。断熱的理想 MHD 方程式系で

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad \rho \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] = -\rho \nabla \Phi_g - \nabla \left(P + \frac{B^2}{8\pi} \right) + \frac{1}{4\pi} (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B},$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad \frac{\partial}{\partial t} \{ \ln P \rho^{-\gamma} \} + \mathbf{v} \cdot \nabla \{ \ln P \rho^{-\gamma} \} = 0$$

ゼロ次として鉛直方向の磁場だけを考え、角速度 Ω で回転する円盤に摂動を加えると分散関係

$$\omega_*^4 + \frac{k_z^2}{k^2} \left[\frac{k_R}{k_z} \left(\frac{S_R}{k_R} - \frac{S_z}{k_z} \right) (k_R g_z - k_z g_{R,\text{eff}}) - \kappa^2 \right] \omega_*^2 - 4\Omega^2 \frac{k_z^4}{k^2} v_A^2 = 0, \quad \omega_*^2 = \omega^2 - v_A^2 k_z^2, \quad S_x = \frac{\partial}{\partial x} \ln \frac{P^{1/\gamma}}{\rho},$$

$$g_z = \frac{\partial \Phi_g}{\partial z}, \quad g_{R,\text{eff}} = \frac{\partial \Phi_g}{\partial R} - R\Omega^2, \quad \kappa^2 = 2\Omega \left(2\Omega + R \frac{d\Omega}{dR} \right), \quad v_A^2 = \frac{B^2}{4\pi\rho}$$

が得られる。ここで κ はエピサイクル振動数 (epicyclic frequency)、 v_A はアルヴェン速度。標準降着円盤なら Hv_A/v_s よりも長い波長が Ω^{-1} 程度の時間スケールで成長していく。差動回転で生まれた B_ϕ による磁気張力で角運動量が輸送される。

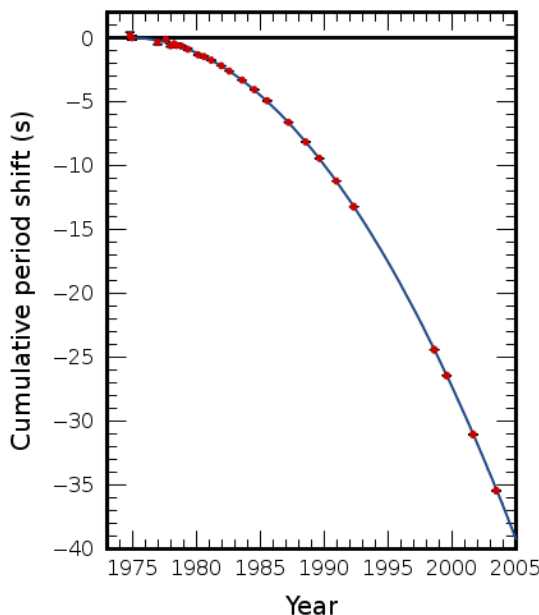
重力波 (gravitational wave)

PSR B1913+16 のように連星が共に中性子星であるような系、連星パルサー (binary pulsar) が発見されている。連星は重力波の放出により徐々に公転エネルギーを失う。軌道長半径 (semi-major axis) R 、離心率 (eccentricity) ε の質量 M_1 と M_2 の連星系の場合、

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{32G^4 M_1^2 M_2^2 (M_1 + M_2)}{5c^5 R^5 (1 - \varepsilon^2)^{7/2}} \left(1 + \frac{73}{24} \varepsilon^2 + \frac{37}{96} \varepsilon^4 \right)$$

円軌道の場合、

$$\frac{dR}{dt} = -\frac{64G^3 M_1 M_2 (M_1 + M_2)}{5c^5 R^3} \Rightarrow t_{\text{merg}} = \frac{R}{4|\dot{R}|} = \frac{5c^5 R^4}{256G^3 M_1 M_2 (M_1 + M_2)} \approx 0.3 \left(\frac{R}{10^{11} \text{ cm}} \right)^4 \left(\frac{M}{M_{\text{sun}}} \right)^{-3} \text{ Gyr}$$



となる。PSR B1913+16 はこの予言と一致した振る舞いをしており、重力波の間接証拠となっている (Hulse & Taylor 1993 Nobel prize)。3 億年後には合体し、強い重力波を放つと期待されている。現在レーザー干渉計による検出器の開発が進められているが、200Mpc まで感度が届けば、年間数発の中性子星合体の検出が期待できるとされる。ガンマ線バーストの内、継続時間 (duration) が 1 秒以下の短い種族 (short GRB) は通常の長い GRB とは起源が異なり、中性子星の合体に伴う、爆発現象だとする仮説もある。

また最近では、r-process 元素の生成は超新星爆発では難しいと指摘されており、むしろ中性子が豊富な中性子星合体に伴う放出物中で生成されているのかもしれない。

最高エネルギー宇宙線

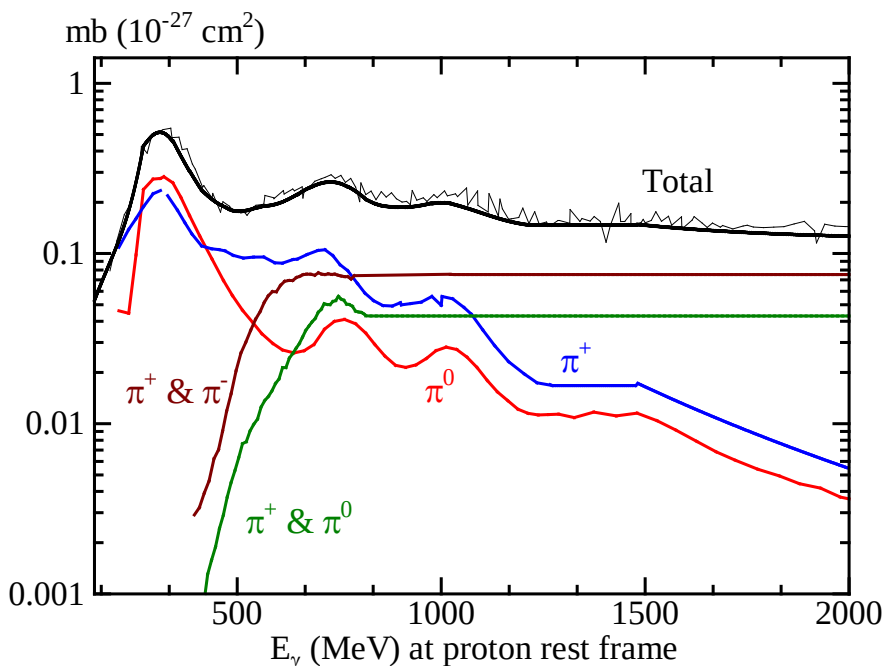
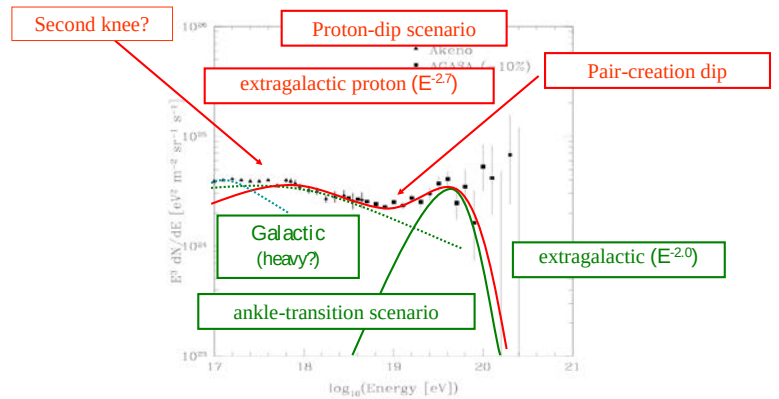
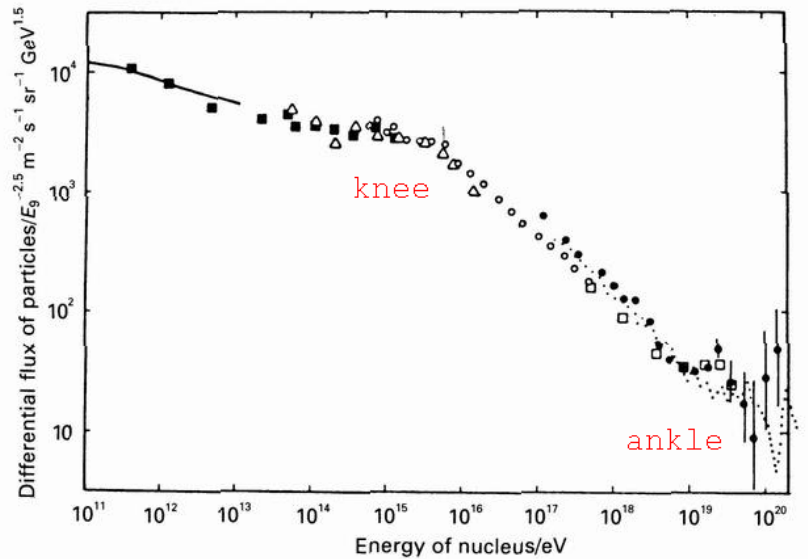
宇宙線の中でも Knee ($10^{15.5}\text{eV}$) より上のエネルギーでは、その起源は良く分かっていない。これより上ではベキが 2.7 から 3.1 に変化し、Ankle と呼ばれる $10^{18.5}\text{eV}$ まで続く。 $10^{17.5}\text{eV}$ に Second Knee と呼ばれる構造があると主張する人もいる。Ankle からベキは再び 2.7 程度になり、大型検出器により 10^{20}eV を超える宇宙線も観測されている。こういった宇宙線を最高エネルギー宇宙線 (UHECR: ultra-high-energy cosmic ray) と呼ぶ。銀河磁場を考慮するとラーマー半径は

$$r_L = \frac{E}{eB} \approx 3.4\text{kpc} \left(\frac{E}{10^{18.5}\text{eV}} \right) \left(\frac{B}{\mu\text{G}} \right)^{-1}$$

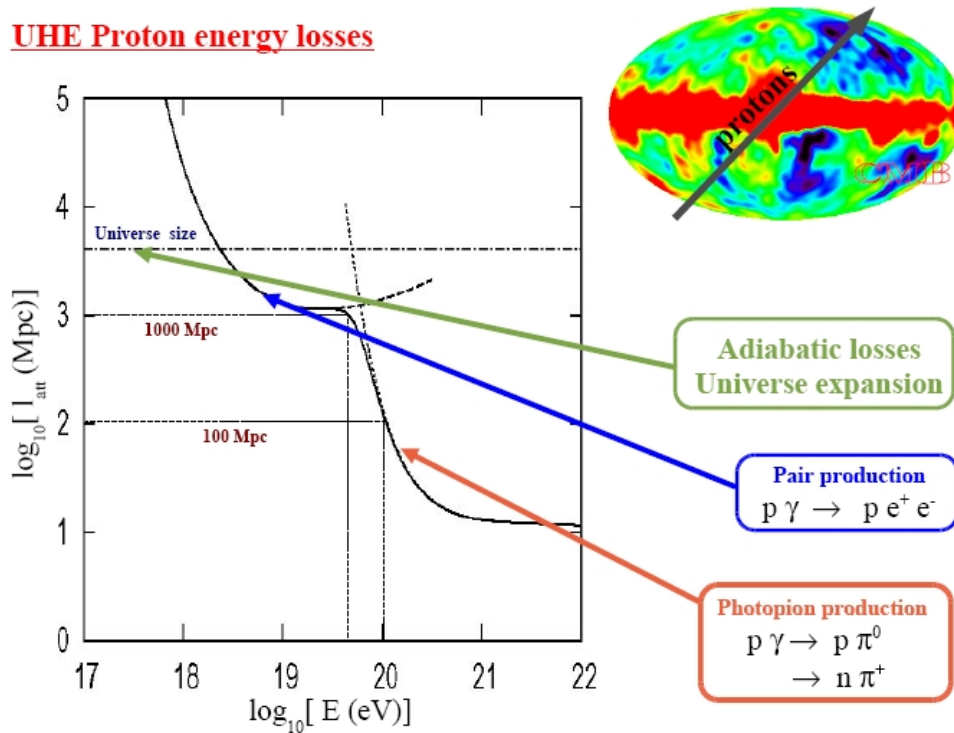
となり、高エネルギーになると銀河に閉じ込めておけない。従って少なくとも Ankle より上のエネルギーの宇宙線は銀河系外起源だと考えられている。Knee と Ankle の間の宇宙線には銀河系内説 (極超新星やマグネターなどの特殊な線源、銀河風などの中での再加速) と銀河系外説との二つがある。後者のモデルでは陽子宇宙線が銀河間空間を伝播 (propagation) 中に CMB と相互作用し、Bethe-Heitler 過程 ($p + \gamma \rightarrow p + e^- + e^+$) によってエネルギーを失うことで Ankle のへこみを説明している。

理論的には銀河系外から来る宇宙線の最高エネルギーには限界があり、GZK 限界 (Greisen-Zatsepin-Kuzmin limit) と呼ばれる。宇宙線のエネルギーが大きくなると、陽子静止系で CMB 光子のエネルギーがパイ中間子の静止質量エネルギーよりも大きくなる。この時、

光中間子生成 (photopion production, $p + \gamma \rightarrow p + \pi^0, n + \pi^+, \sigma \approx 10^{-28}\text{cm}^2$) によって宇宙線はエネルギーを失ってしまう。衝突断面積は下図にある通りで、1 回の衝突に対する非弾性度 (inelasticity) は $K = [1 - (m_p^2 - m_\pi^2)/s]/2$, $s \equiv m_p^2 c^4 + 2(1 - \cos\theta)E_p E_\gamma$ となる。衝突する毎に 20% 程度のエネルギーを失い、UHECR はせいぜい 100Mpc 程度の距離しか伝播できない。

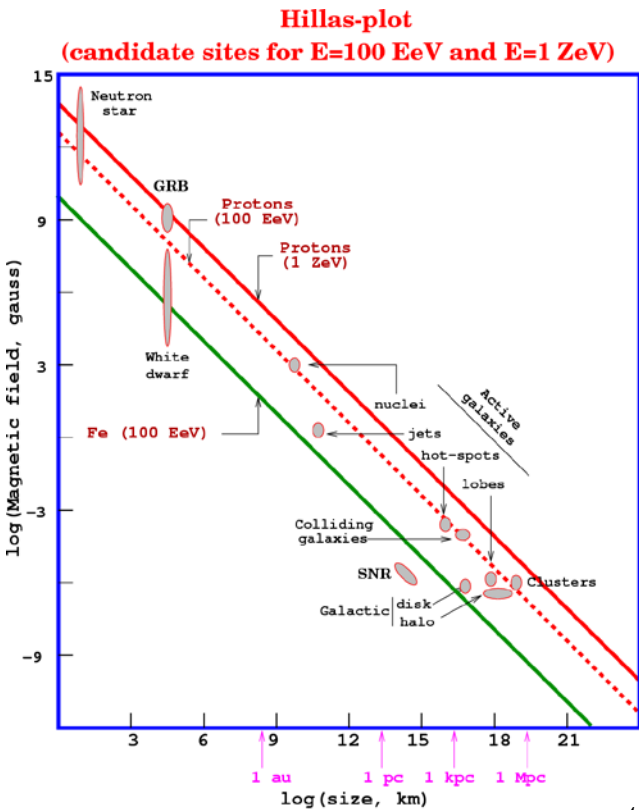


UHE Proton energy losses



UHECR の加速源

標準的には 10^{20}eV 以上に達する宇宙線も Fermi 一次加速によって生成されていると考えられているが、ブラックホール近傍にできた電場による DC 加速の説などもある。加速させる必要条件は、磁場によって宇宙線を閉じ込められること、つまりラーマー半径が加速領域よりも小さいことである。これは電場による加速を考えても、電場は磁場よりも小さいと考えるのが妥当なので、この必要条件は保たれるであろう。陽子に比べ、鉄などの重元素はラーマー半径が小さいので条件が緩和される。今のところ UHECR の組成は判明していないので、鉄を加速するモデルも盛んに議論されている。



$$E_{\text{max}} \propto ZBL \quad (\text{Fermi})$$

$$E_{\text{max}} \propto ZBL\Gamma \quad (\text{Ultra-relativistic shocks-GRB})$$

$$t_c = \frac{6\pi m_e c}{Z^4 \sigma_T B^2 \gamma} \left(\frac{m}{m_e} \right)^3 \approx 4 \times 10^5 \text{ s } Z^{-4} \left(\frac{m}{m_e} \right)^4 \left(\frac{E}{1 \text{ GeV}} \right)^{-1} \left(\frac{B}{1 \text{ G}} \right)^{-2}$$

$$\approx 3000 \text{ s } Z^{-7/2} \left(\frac{m}{m_e} \right)^{5/2} \left(\frac{\epsilon_\gamma}{1 \text{ keV}} \right)^{-1/2} \left(\frac{B}{1 \text{ G}} \right)^{-3/2}$$

加速領域サイズとラーマー半径を比較した Hillas 図 (Hillas plot) を元に加速源を議論することが多い。加速源の有力な候補としては FR II のような電波銀河からのジェットがつくる終端衝撃波 (hot spot) があるが、100Mpc 以内での数密度が少なすぎるのが問題である。突発天体の GRB も相対論的なブーストを考慮すると UHECR を加速することができる。しかし GRB も発生頻度が小さく、GRB 一回当たりに放出する宇宙線のエネルギーが、観測されているガンマ線エネルギーを大きく上回る必要がある。その他には銀河団の構造形成に伴う降着衝撃波がある。銀河団の場合には陽子では最高エネルギーまで持っていけないので、鉄などを加速していると考えている。

マグネターのような超強磁場天体も加速源の候補だが、あまり磁場が強いと、陽子シンクロトロンなどによる冷却が無視できなくなるので、注意が必要である。

惑星形成

原始惑星系円盤 (protoplanetary disk)

分子雲から原始星が生まれる際に、取り残されたガスやダストが回転する円盤を形成する。中心星からの距離 r にある半径 a のダストが単位時間あたりに中心星から受け取るエネルギー $\pi a^2 L / (4\pi r^2)$ が、ダスト表面からの黒体輻射と釣り合うので、ダストの温度は

$$T = \left(\frac{L}{16\pi r^2 \sigma_{\text{SB}}} \right)^{1/4} \approx 280\text{K} \left(\frac{L}{L_{\text{sun}}} \right)^{1/4} \left(\frac{r}{1\text{AU}} \right)^{-1/2}$$

と見積もられる。ガスも熱平衡により同じ温度になっているであろう。170K 程度で水やアンモニア、メタンなどの氷は蒸発すると考えられるので、その境界となる雪線 (snow line) は 2.7AU (1AU=1.5×10¹³cm) 付近となる。これより外側ではダストに占める氷の割合が大きい。太陽系に対する京都モデルでは、雪線を境にダストとガスの面密度を

$$\begin{aligned} \Sigma_{\text{dust}} &= 7.1 \text{ g cm}^{-2} \left(\frac{r}{1\text{AU}} \right)^{-3/2} \quad \text{for } 0.35\text{AU} < r < 2.7\text{AU} \\ &= 30 \text{ g cm}^{-2} \left(\frac{r}{1\text{AU}} \right)^{-3/2} \quad \text{for } 2.7\text{AU} < r < 36\text{AU} \end{aligned}$$

$$\Sigma_{\text{gas}} = 1.7 \times 10^3 \text{ g cm}^{-2} \left(\frac{r}{1\text{AU}} \right)^{-3/2} \quad \text{for } 0.35\text{AU} < r < 36\text{AU}$$

と仮定する。ダストの全質量は 0.013 太陽質量となっている。Toomre's Q は 1 より大きく、重力的に安定な円盤となっている。降着円盤の時と同様、円盤の厚さは重力と圧力の釣り合いより、音速 v_s を用いて、 $H = \sqrt{2} v_s / \Omega_K = 0.047\text{AU} (r/1\text{AU})^{5/4}$ と書ける。

微惑星 (planetesimal)

ガスは圧力により外向きの力を受けているので、ケプラー回転よりゆっくり回り、角速度は $\Omega = (1 - \eta)\Omega_K$ と書け、京都モデルの場合 $\eta \approx 10^{-3}$ 。一方、ダストは圧力を無視できるが、ガスとの速度差 Δv による摩擦力 (frictional force) $F_f = -m_{\text{dust}} k \rho_{\text{gas}} \Delta v$ を受ける。大きさがガスの平均自由行程 (mean free path) l_{mfp} ($\sigma \approx 10^{-15} \text{ cm}^2$) よりも大きなダストに対しては係数が、Stokes 則 $k \approx 3v_s l_{\text{mfp}} / (2\rho_{\text{mat}} a^2)$ 、小さなダストに対しては Epstein 則 $k \approx v_s / (\rho_{\text{mat}} a)$ で書ける。ここで ρ_{mat} はダストの物質密度である。ガスとダストの二流体系を考えて運動方程式を解くと、定常解としてダストが中心星へ落ちていく速度が

$$v_{\text{fall}} \approx \frac{2\eta \rho_{\text{gas}} k \Omega_K}{\Omega_K^2 + (\rho_{\text{gas}} k)^2} v_K$$

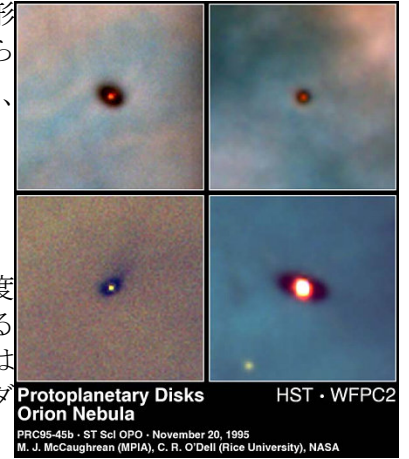
と求まる。ここで $v_K = r\Omega_K$ 。大きなダストは赤道面に沈殿し、ほぼガスと同じ速度を持つ小さなダストを表面に付着していく。付着確率を $f \approx 0.1$ とすると、ダストの成長率は

$$\frac{dm_{\text{dust}}}{dt} \approx f \rho_{\text{dust}} \pi a^2 \Delta v$$

ダストが小さい時は、ガスと一緒に運動するので比較的摩擦力が小さく、ダストの成長速度の方が速い。ダストが成長し、1m 程度のサイズになると、成長時間よりも落下時間の方が短くなり、中心星に落下してしまう。この大きさを乗越えて、非常に大きな隕石となれば、 k が小さくなり、摩擦力が無視できるようになる。重力不安定性などでダストを集めて、1m を大きく超える微惑星を一気に作る説もある。しかしガス円盤は乱流状態になっていると考えられ、ダストの沈殿や重力不安定性が実際に起きるかは定かではなく、微惑星形成の問題は未解決のままである。

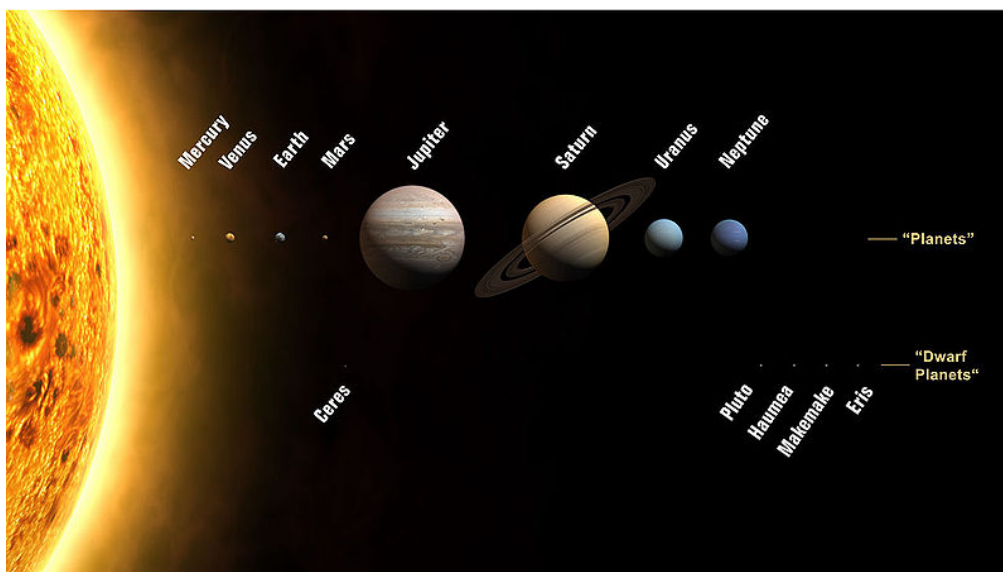
原始惑星 (protoplanet)

大きさが 10km 程度で、10¹⁰ 個ほどの微惑星がお互いの重力で引き合う事により、衝突合体を繰り返していく。N 体シミュレーションの結果によれば、大きな微惑星ほど重力が大きいので、周りの微惑星を集積しやすく、暴走的に成長していくと言われている。質量 M の中心星の周りを周る、質量 m の惑星の重力が及ぶ範囲を Hill 半径と呼び、 $r_H = r(m/(3M))^{1/3}$ となる。こうした勢力圏があるため、その軌道にあるほとんどの微惑星を 1 個の原始惑星に集積していく、寡占的成長の段階にやがて入っていく。こうして 100 万年程度で火星程度にまで惑星は成長すると考えられている。成長しきれなかった微惑星は小惑星帯 (asteroid belt, 2-3AU) や 30AU よりも外側のエッジワース・カイパーベルト天体 (EKBO: Edgeworth-Kuiper belt object)、彗星 (comet) として名残をとどめている。



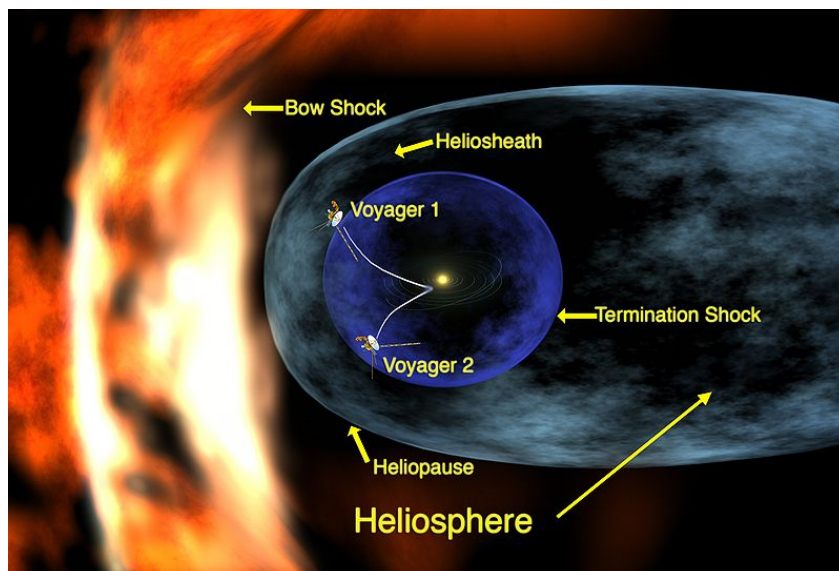
惑星形成 (planet formation)

観測的にガス円盤は 100 万年から 1 千万年の時間スケールで消失することがわかっている。中心星からの放射や磁場による乱流が原因と考えられている。ガス円盤消失時、火星 (Mars, 1.5AU, 0.1 M_{Earth}) より内側の領域には 10-20 個の火星質量程度の原始惑星が残っていたと考えられる。こうした原始惑星も数百万年から 1 千万年に一度程度の頻度で衝突合体を行い、これを巨大衝突 (giant impact) と呼ぶ。地球型惑星 (terrestrial planet) はこのようにして作られた、岩石を主成分とする惑星と考えてよい。雪線より外側では固体成分が多いため、原始惑星は内側の領域よりも大きく成長できる。地球質量 ($6 \times 10^{27} \text{g}$) の 10 倍程度にまで成長すると、自己重力で周りのガスも引き付ける事が可能となり、巨大ガス惑星 (gas giant) となる。音速と脱出速度が同じになる半径を Bondi 半径 $r_B = Gm/v_s^2$ と呼び、これが惑星の半径を上回る事がガス集積の条件である。こうして生まれた木星 (Jupiter, 5.2AU, $10^{-3} M_{\text{Sun}}$, 318 M_{Earth}) より外側の惑星は木星型惑星 (Jovian planet) と呼ばれる。太陽系外の惑星の中には木星より大きな質量を持つにもかかわらず、1AU よりも内側の軌道を取っている、灼熱巨大惑星 (hot Jupiter) が多数見つかっている。惑星同士の非線形相互作用により、巨大ガス惑星が外側から移動してきたとする考えがある。天王星 (Uranus, 19AU, 15 M_{Earth}) と海王星 (Neptune, 30AU, 17 M_{Earth}) は氷を主成分とする巨大氷惑星 (ice giant) なので、天王星型惑星 (Uranian planet) として別に分類される事もある。外側では密度は薄いため、集積の時間スケールが長くなる。天王星型惑星はガスの集積が終わる前に、ガス円盤の寿命が尽きたため、木星ほど大きくなれなかったとされる。



太陽圏 (heliosphere)

毎秒 10^{15}g のガスが平均 450km/s の速度で太陽風として放出されている。この太陽風は 95AU のところで、末端衝撃波 (termination shock) を形成する。この外側に広がるショックを受けた太陽風の領域を太陽圏と呼び、その外側境界をヘリオポーズ (heliopause) と呼ぶ。太陽圏は数 pc のサイズを持つ 0.1 個/cc、1 万 K の局所星間雲 (LIC: local interstellar cloud) の中にあり、LIC に対して 25km/s の相対速度を持っているので、星間雲を伝播するバウショック (bow shock) を形成する。そこまでの距離は 230AU くらいだと考えられている。LIC の外側には 10⁻³ 個/cc、100 万 K の星間物質が広がっている。



地球

地球磁気圏 (Earth's magnetosphere)

地球半径の 10 倍程度まで広がった、地球磁場が支配する領域があり、これを地球磁気圏と呼ぶ。太陽圏と同様に太陽風と地球磁場の相互作用でバウショックが形成されている。この磁力線は太陽風によって太陽と反対方向に引き伸ばされ、赤道付近に磁性が反転する領域ができる。ここには高温プラズマが存在し、プラズマシート (plasma sheet) と呼ばれている。ここから極方向に落ちてくるプラズマがオーロラ (aurora) を引き起こす。一部の太陽風プラズマは地球磁場に補足され、ヴァン・アレン帯 (Van Allen radiation belt) を形成する。

太陽フレア (solar flare) は磁気再結合に起因すると考えられている。これに伴って突発的にプラズマが放出されるコロナ質量放出 (CME: coronal mass ejection) が起きることがあり、CME が地球磁気圏に到達すると、大規模な磁気嵐 (magnetic storm) の原因となる。

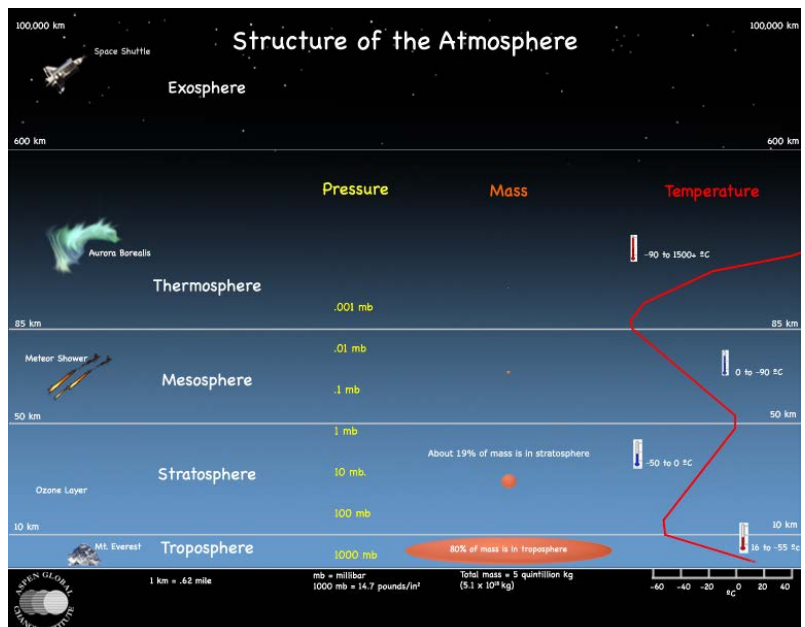
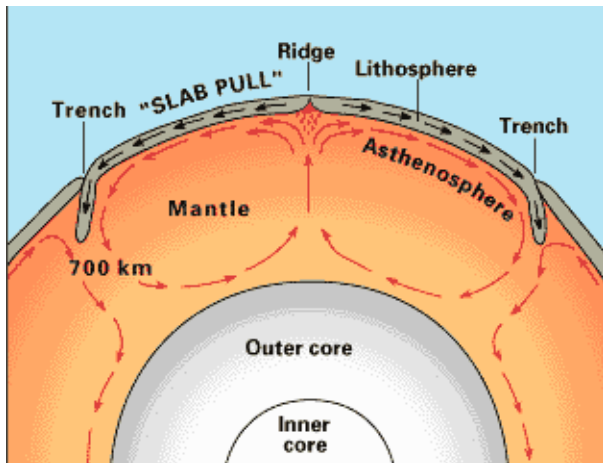
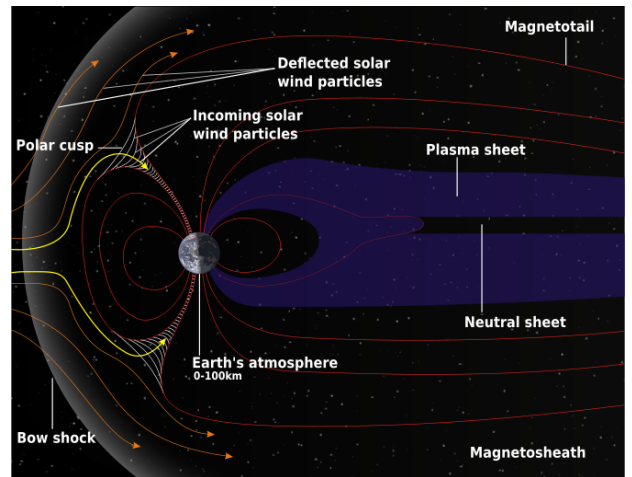
地球の構造

地球 (Earth) は公転周期が 365.26 日で、太陽からの距離が 1AU の惑星である。質量は $3 \times 10^{-6} M_{\text{sun}}$ 、半径が 6400km、公転面に対して 23 度傾いた自転軸の周りを 1 日で自転している。平均密度は 5.5g/cc、磁場は磁極付近で 0.6G 程度である。直径 3500km、地球質量の 0.012 倍の比較的大きな衛星 (satellite) である月 (Moon) を持つ。月の公転半径は 38.4 万 km で、公転と自転の周期は共に 27 日 7 時間 43 分である。

地球の中心から 1200km ほどは内核 (inner core) と呼ばれ、6000K 程度の鉄やニッケルの固体だと考えられる。その外側の 3500km 以内は外核 (outer core) で、成分は内核と同じだが液体になっており、地磁気の起源となる電流が流れていると考えられる。グーテンベルク不連続面 (Gutenberg discontinuity) を境界としてその外側にはマントル (mantle) が地下 5-60km ほどまで広がっている。マントルはカンラン石 ($(\text{Mg,Fe})_2\text{SiO}_4$, olivine) を主成分とする岩石だが、部分溶解した場合、マグマ (magma) と呼ばれる。地下 100-300km の層は部分溶解し、対流運動によりその上のプレート (plate) を動かし、大陸移動をもたらす。マントルと地殻 (crust) との境界はモホロビッチ不連続面 (Mohorovičić discontinuity) と呼ばれる。地殻は質量比で酸素 47%、珪素 28%、Al 8%、鉄 5%、Ca 4%、Na 3%、K 3%、Mg 2% の元素を含む。地熱の源は地球形成期に蓄えられた熱が 2 割、 ^{40}K 、 ^{232}Th 、 ^{238}U などの放射性元素の崩壊によるものが 8 割程度か。

地表の 7 割は海に覆われており、平均の深さは 3.7km である。質量比で 3-3.5% の塩分濃度を持つ。太陽放射エネルギーの 9 割を吸収し、海流によって高緯度へ熱を移動させる役割も担っている。

地球の大気 (atmosphere) は重量比で N_2 76%、 O_2 23%、 H_2O 数%、Ar 1%、 CO_2 0.04% となっている。地表における空気の温度は 300K 程度で、密度は $1.3 \times 10^{-3} \text{ g/cc}$ 。上空 10-20km までは対流圏 (troposphere) で、高度と共に温度が下がっていく。対流圏での大気循環は太陽からの照射やコリオリ力 (Coriolis force) の影響を受けている。これは海流の成因ともなっている。対流圏の上、上空 50km までは成層圏 (stratosphere) で、温度は上昇に転ずる。太陽からの紫外線加熱が効いており、その結果オゾン (ozone) が生成されている。再び温度が高度と共に低下する中間圏 (mesosphere) が上空 80km まで続いた後、その上には熱圏 (thermosphere) が広がる。酸素原子や窒素原子が UV や X 線を吸収している。原子の一部は電離しており、電離層 (ionosphere) を成す。



地球史 (history of the Earth)

- ✓ **46 億年前** 最後の巨大衝突。その際に月が形成される。微惑星衝突のエネルギーで地表は 1500-1700K の高温マグマ、マグマオーシャンに覆われている。400 気圧にも達する大量の水蒸気と二酸化炭素の大気が温室効果 (greenhouse effect) をもたらす。
- ✓ **40 億年前** 海の誕生。徐々に温度が下がった結果、上空の水蒸気が 600K の雨となって降り注ぐ。溶岩も固まりだし、大気中の CO₂ も海に取り込まれることで、温室効果が弱まり、さらなる温度低下をもたらす。最終的に N₂ と CO₂ を主成分とする 400K、2 気圧の大気となる。
- ✓ **35 億年前** 細菌の発生。最も古い真正細菌の化石が確認されている。酸素を嫌う嫌気性生物が多かったと思われる。
- ✓ **27 億年前** 光合成を行うシアノバクテリアが大量発生。酸素濃度が上昇し、海水中の鉄イオンが酸化鉄となり、沈殿。縞状鉄鉱床 (BIF: banded iron formation) を形成。多くの嫌気性生物が絶滅したと考えられる。大気中の酸素も増え、オゾン層が形成されて地上に紫外線が届かなくなる。
- ✓ **20 億年前** この頃までに酸素で呼吸をする真核生物が発生。細胞核、ミトコンドリアなどを備える。
- ✓ **18 億年前** 最初の超大陸 (supercontinent) ができる。
- ✓ **7.3 億年前** 全球凍結。温室効果ガスの減少などにより、地球表面全体が凍結 (snowball earth) する。太陽光の反射率 (albedo) が大きくなり、ますます寒冷化。
- ✓ **6.4 億年前** 火山活動などのせいか、全球凍結から脱出。クラゲのようなエディアカラ生物群の大量発生。
- ✓ **5.4 億年前** カンブリア爆発。一気に生物種が増え、海では三葉虫のような節足動物が繁栄。
- ✓ **4.3 億年前** オルドビス紀末大量絶滅。生物種の 85% が絶滅。
- ✓ **4.2 億年前** デボン紀に入る。大気中の酸素濃度上昇に伴い、植物や昆虫、両生類が陸上にも進出。海では魚類が繁栄する。
- ✓ **3.7 億年前** 石炭紀に入る。デボン紀末の急激な環境変化による大量絶滅と氷河期を挟み、気候が温暖化する。シダ植物を中心とする豊かな森林が形成。昆虫や両生類が繁栄。
- ✓ **2.5 億年前** P-T 境界。史上最大級の大量絶滅。大規模な火山活動により、大気の組成が急激に変化したためか。三葉虫を含む動植物の 95% 以上が絶滅。代わって恐竜の時代となっていく。裸子植物も繁栄を始める。
- ✓ **2.3 億年前** 哺乳類の出現。
- ✓ **1.4 億年前** 被子植物の誕生。鳥類なども繁栄していく。
- ✓ **6.5 千万年前** K-T 境界。恐竜やアンモナイトが絶滅。メキシコのユカタン半島に落ちた巨大隕石 (impact event) が原因か。大陸もほぼ現在と同様の構成になる。
- ✓ **5.5 千万年前** 霊長類の出現。
- ✓ **600 万年前** 猿人の出現。
- ✓ **240 万年前** 原人の出現。
- ✓ **25 万年前** 現生人類の出現。
- ✓ **1 万年前** 最終氷期の終了。以後、文明が発達していく。
- ✓ **200 年前** 産業革命。以後、人為的な CO₂ 濃度の上昇が続く。期を同じくして乱獲や環境破壊により、生態系のバランスが崩れていく。
- ✓ **数十年前** 浅野勝晃誕生。

