

ガンマ線バースト

浅野勝晃
(東京工業大学)

目次

- 観測とモデルの概要
- モデルへの制限
- 相対論的なジェット形成
- 衝撃波と粒子加速
- ガンマ線放射メカニズム
- 残光
- 未解決問題と代替モデル

単位系

超新星爆発の典型的エネルギー: 10^{51}erg

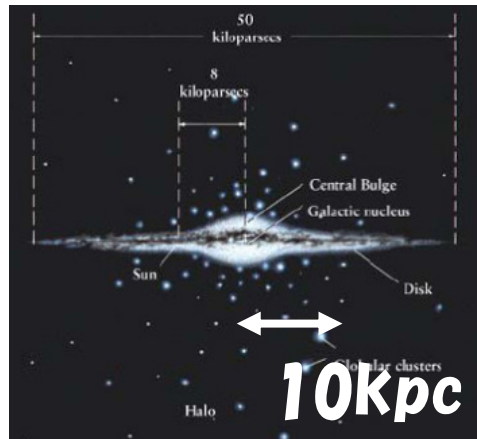
太陽の質量エネルギー: 10^{54}erg

太陽光度: $3.9 \times 10^{33}\text{erg/s}$

銀河光度: 10^{43}erg/s

$1\text{pc} = 3.0857 \times 10^{18}\text{cm}$

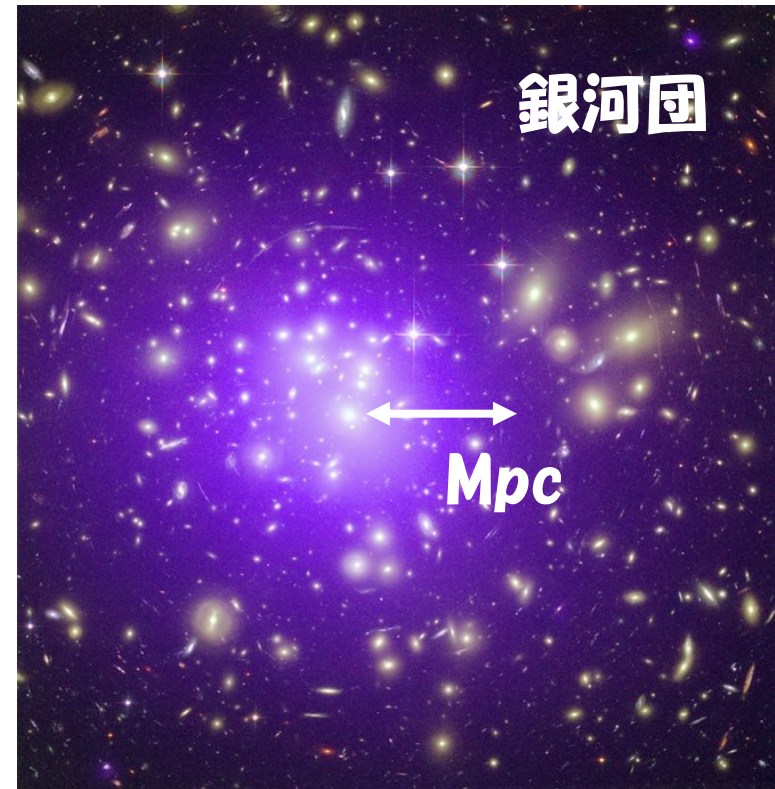
一番近い星までの距離: 1.3pc



赤方偏移

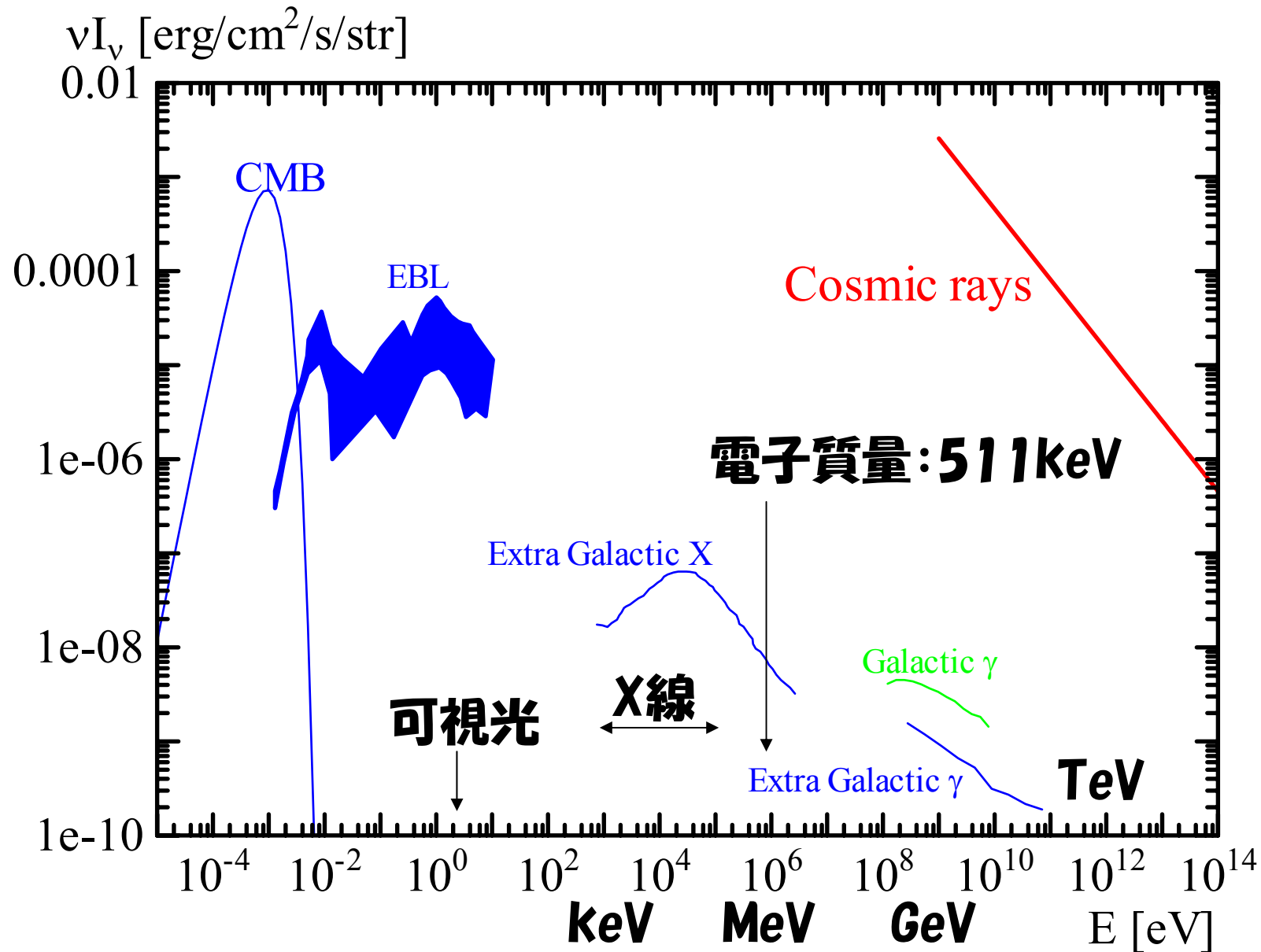
$z=0.1$: 距離 450Mpc 、 1.7Gyr 前

$z=1$: 距離 6.5Gpc 、 8Gyr 前



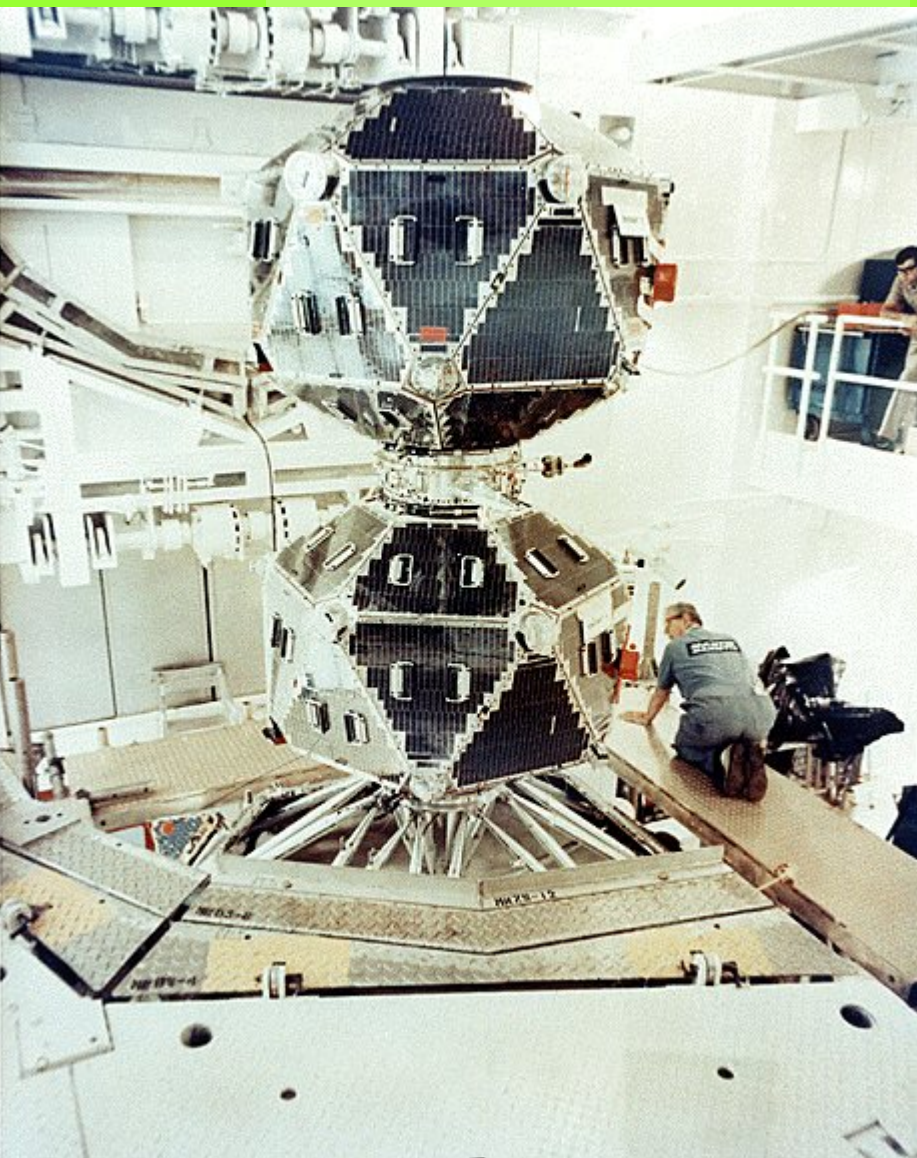
宇宙年齢: 13.7Gyr

光子のエネルギー



観測とモデルの概要

発見

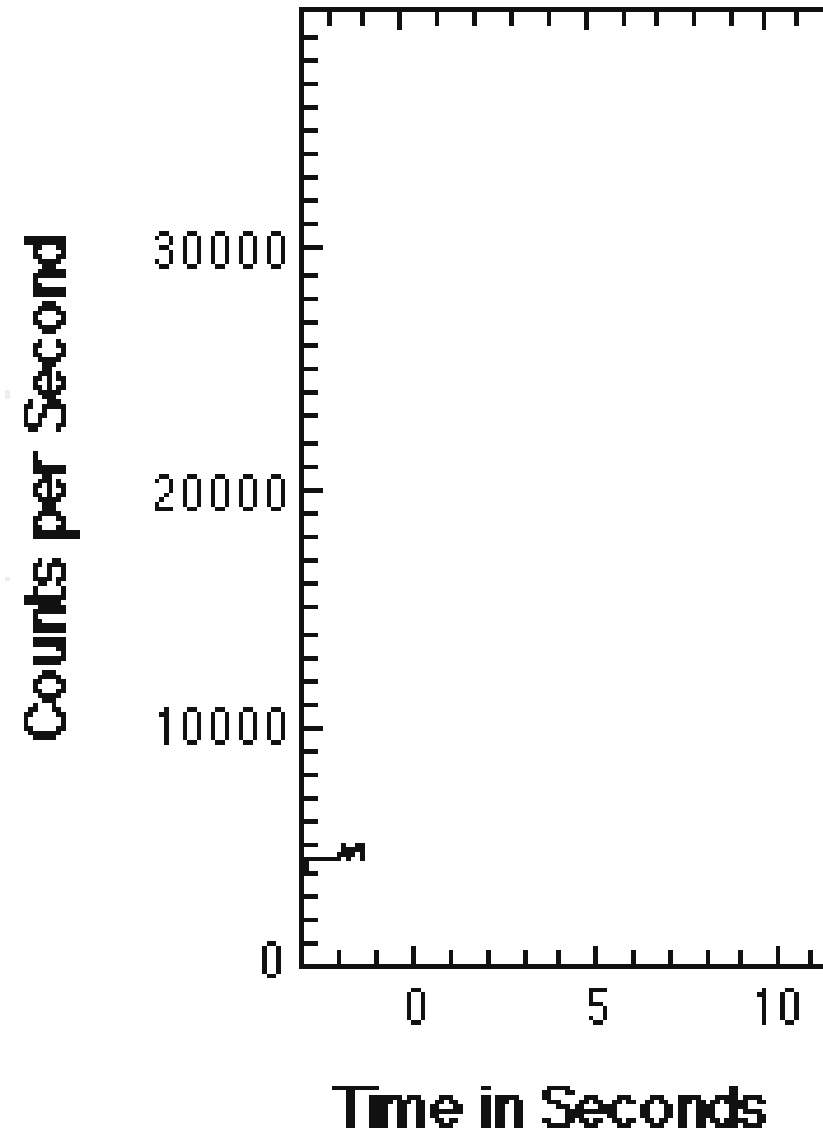
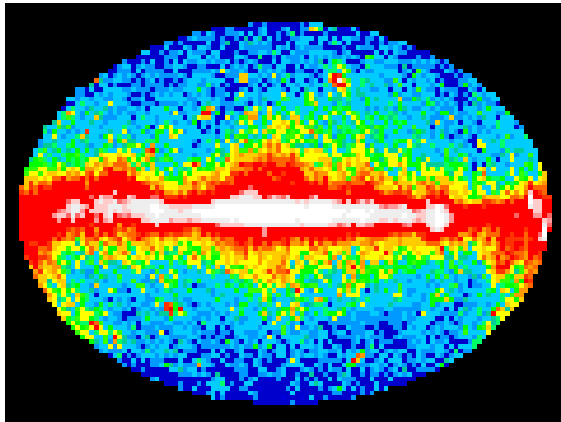


核実験監視衛星 Vela

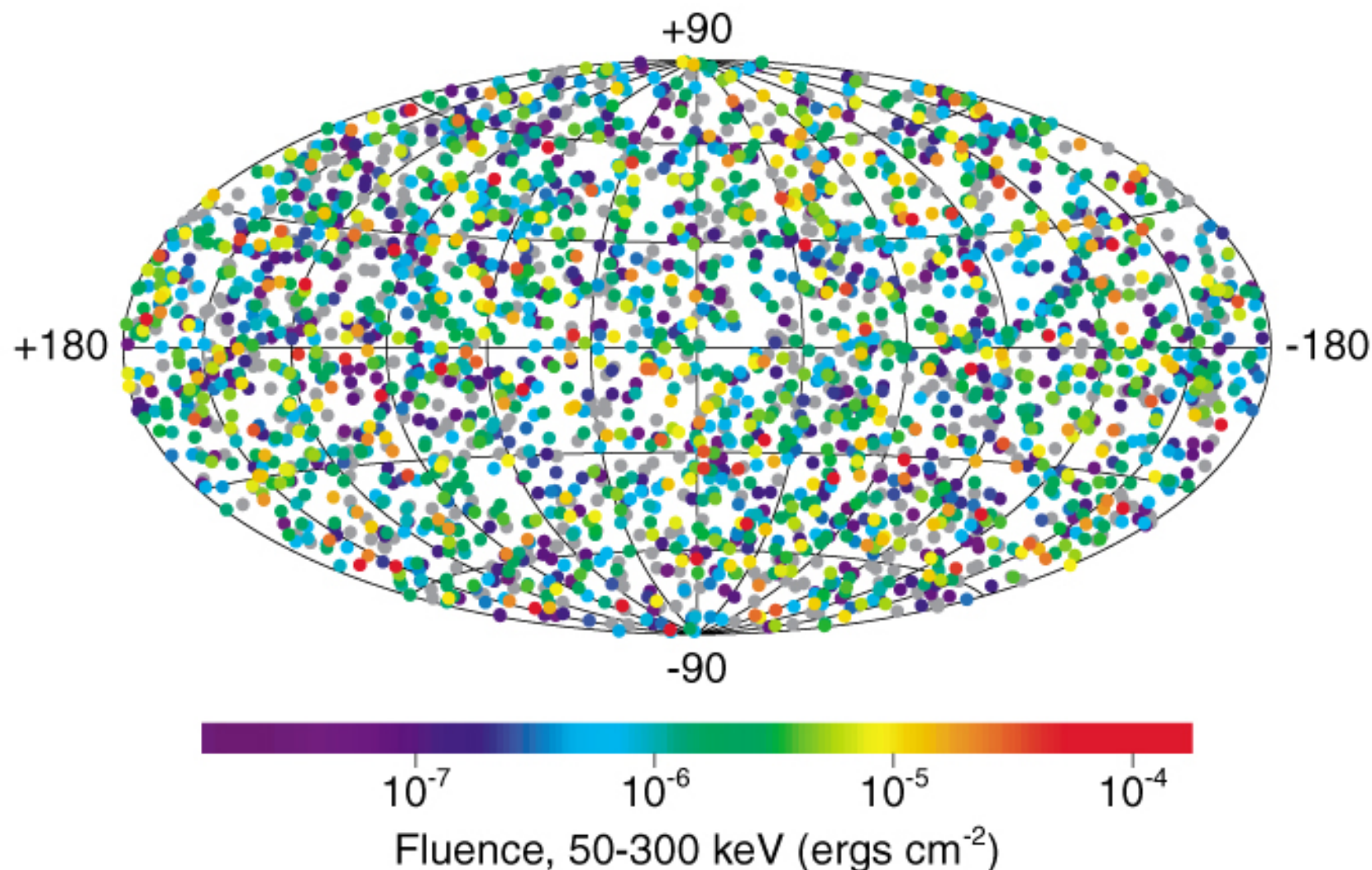
- 1962年 Sco X-1 ロケット観測 (Giacconi)。X線天文学の始まり。
- 1967年 軍事衛星Velaによるガンマ線バースト (GRB) の検出。
- 1970年 世界初のX線天文衛星Uhuru
- 1987年 ぎんが打上
- 1991年 CGRO/BATSE
以来1日2-3個のバーストを検出



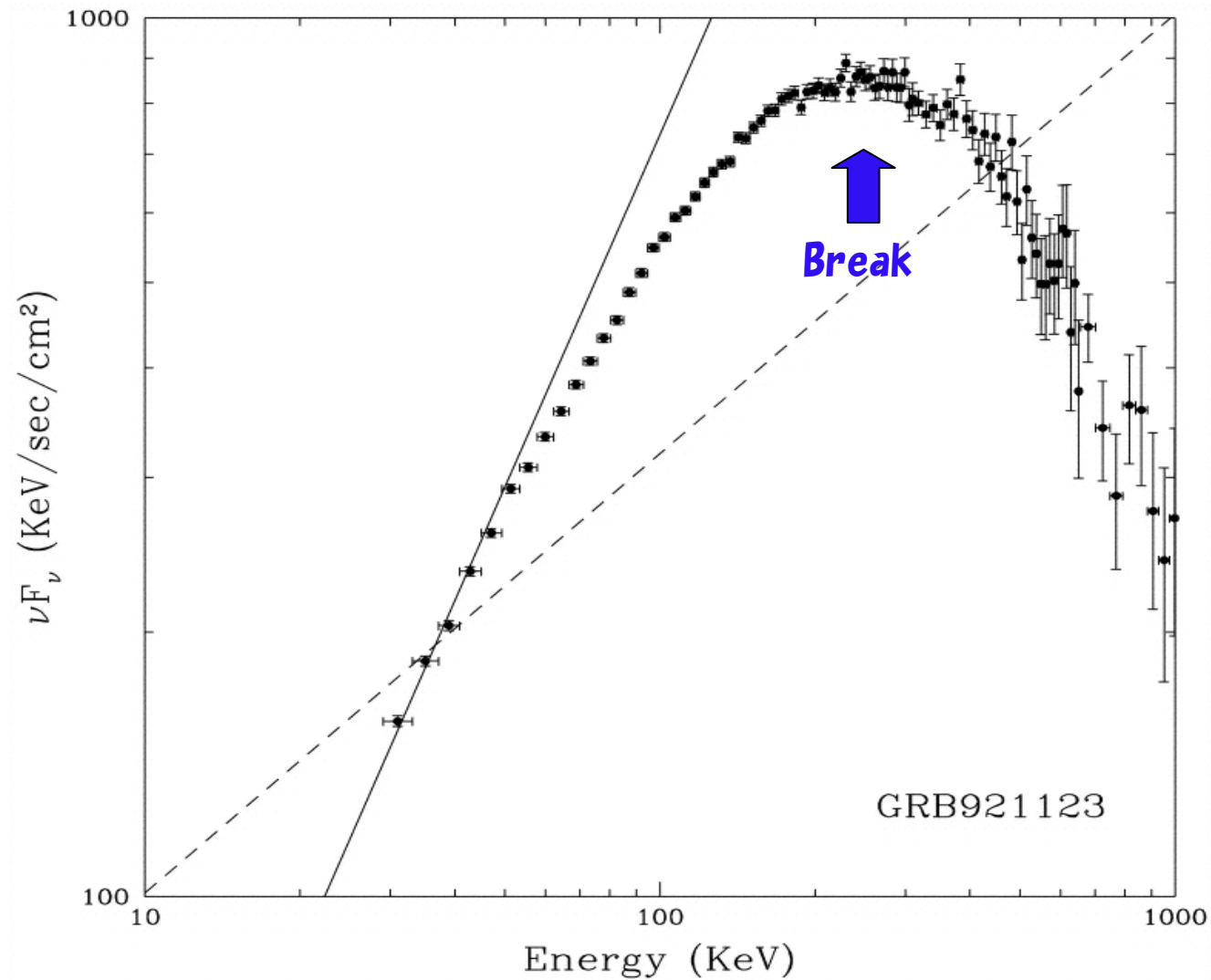
Prompt Emission



2704 BATSE Gamma-Ray Bursts

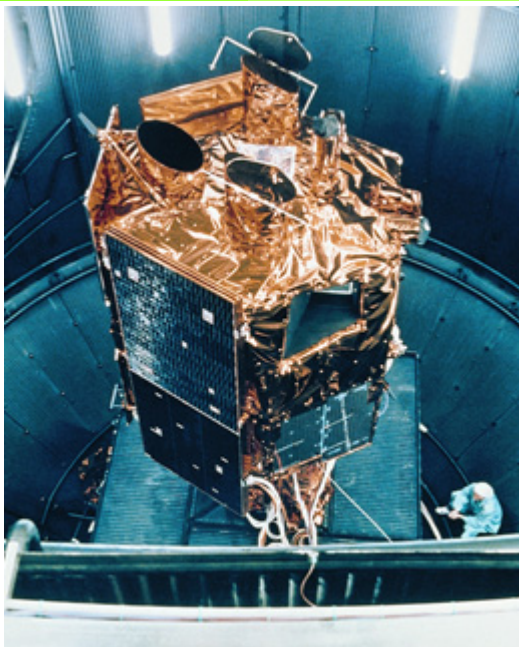


Break Energy

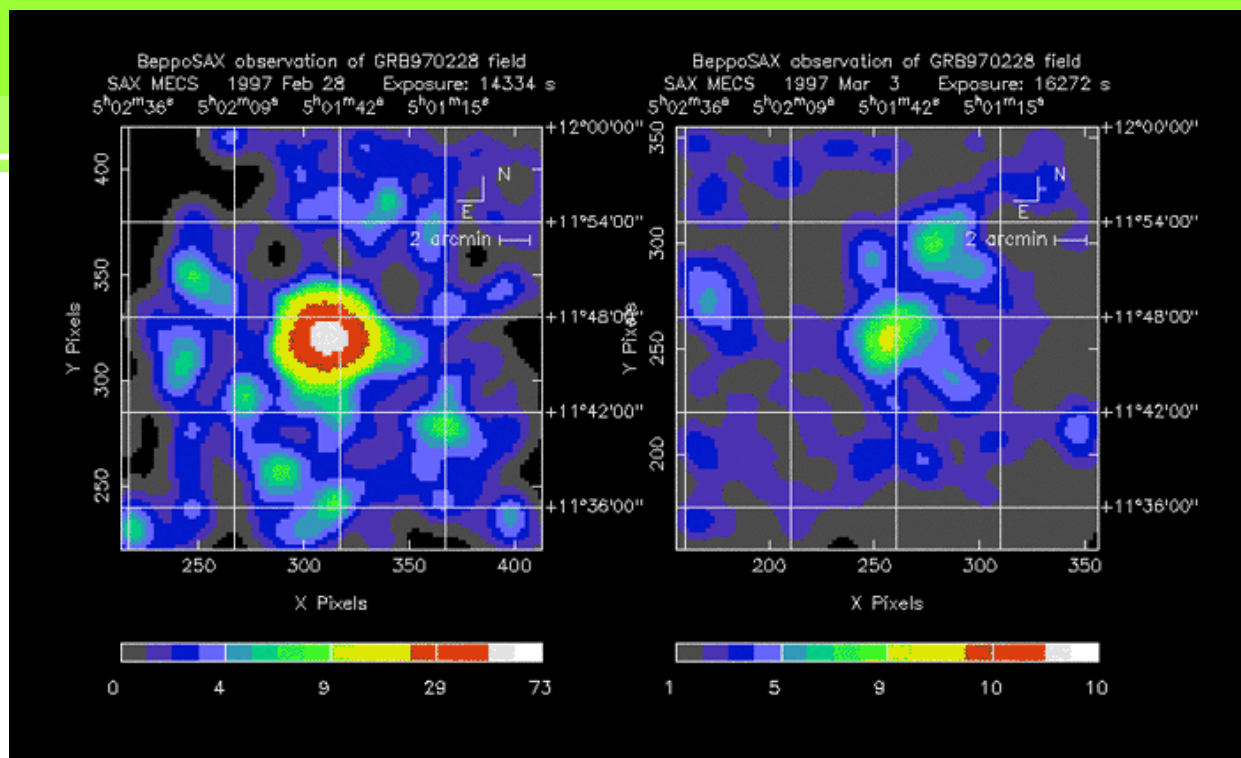


$$E_p = \frac{\hbar e B}{m_e c} \gamma_m^2 \Gamma$$

BeppoSAX

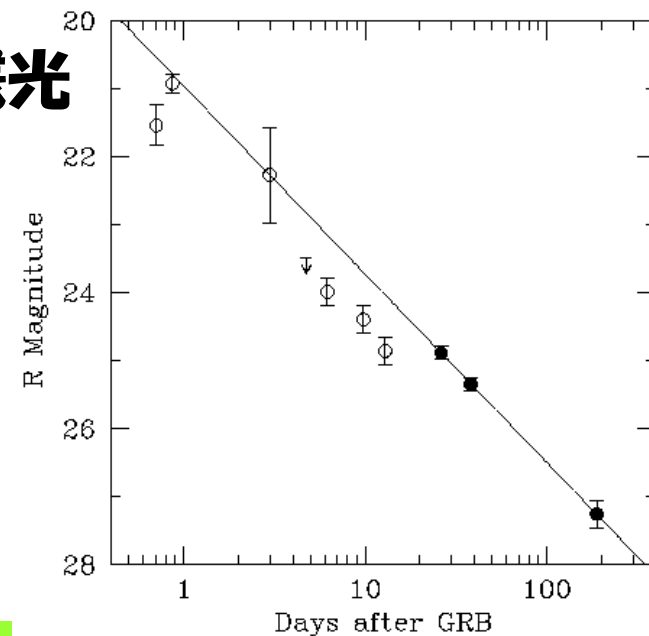
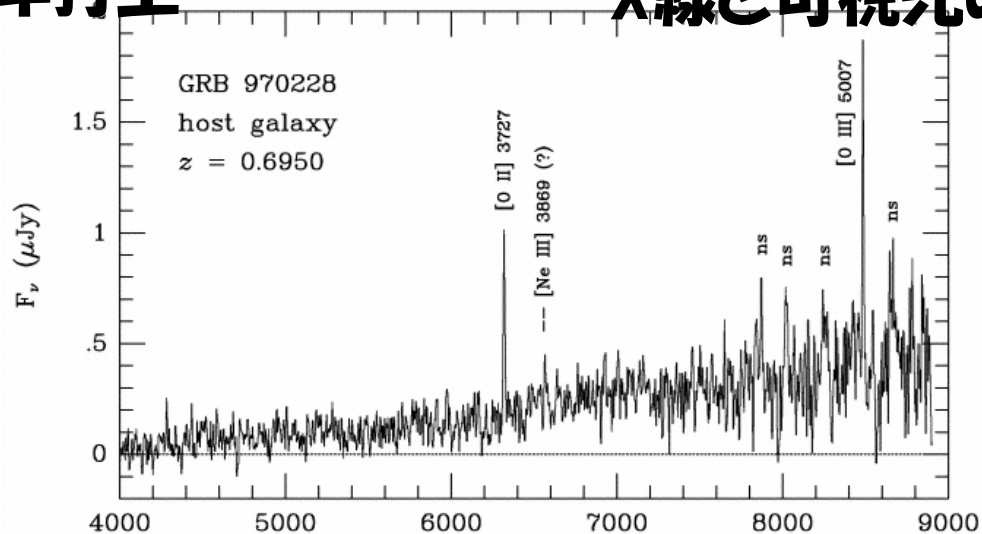


1996年打上

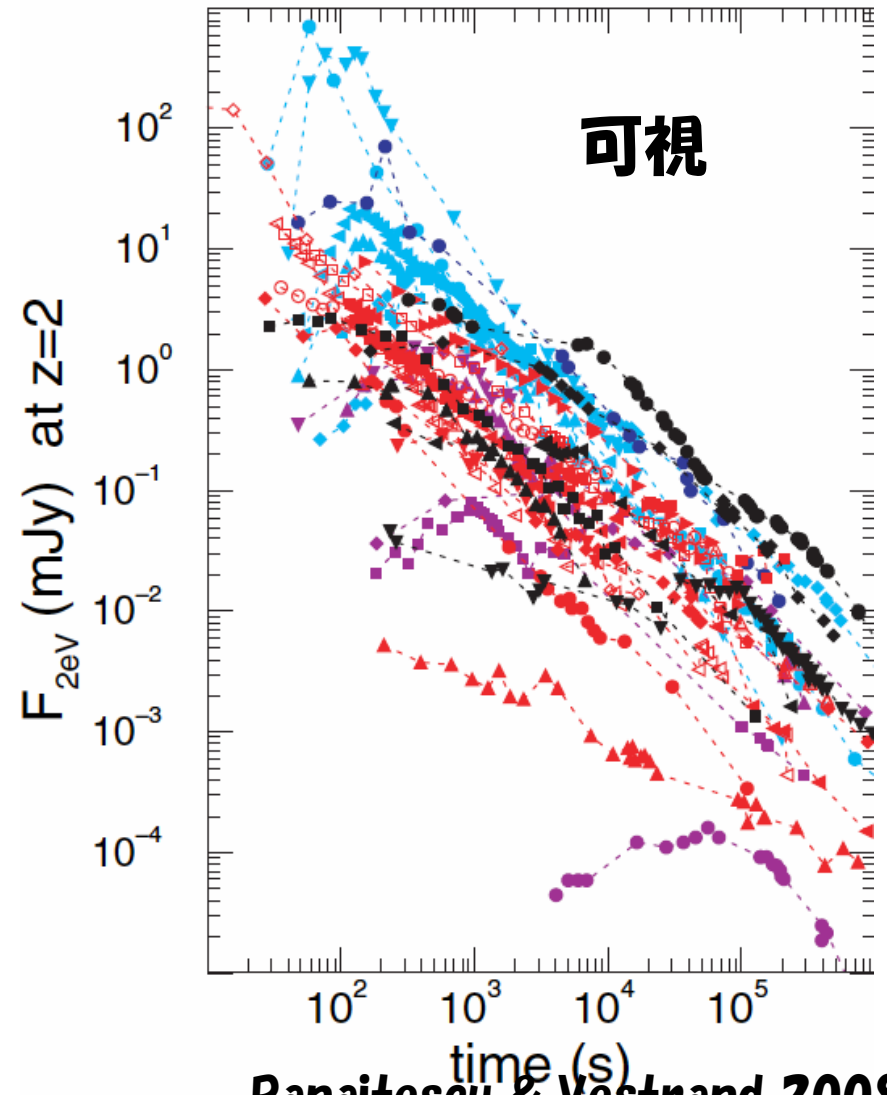
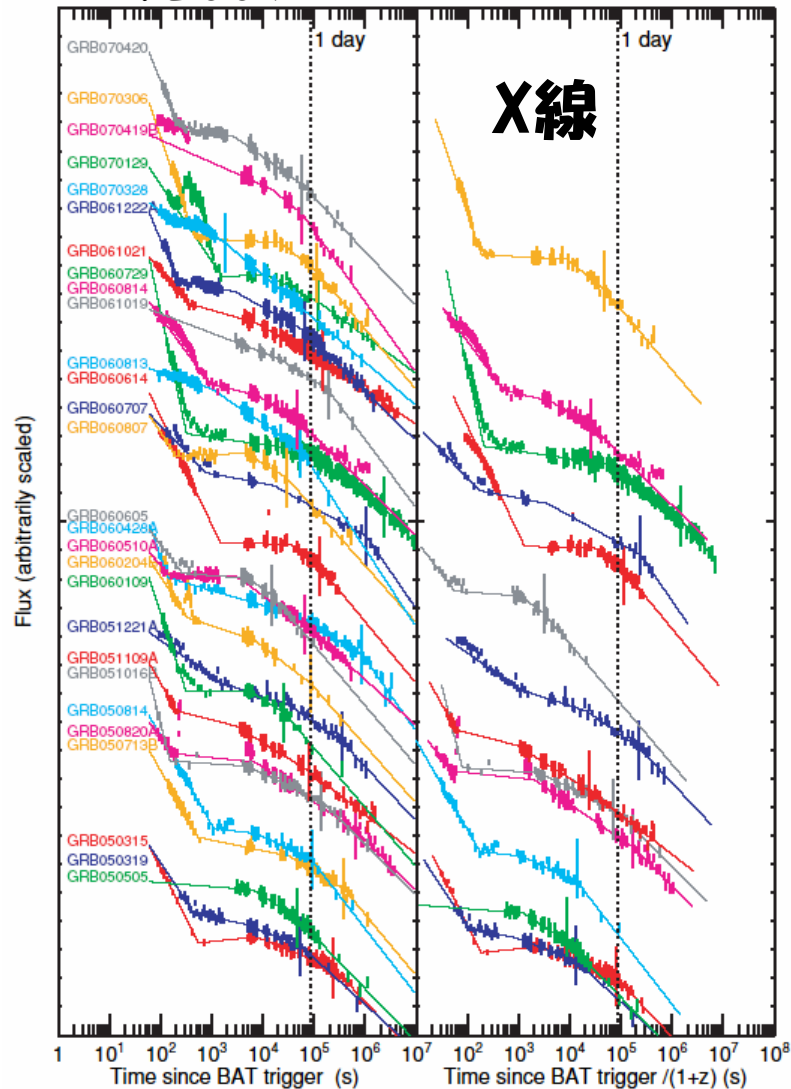


GRB 970228

X線と可視光の残光



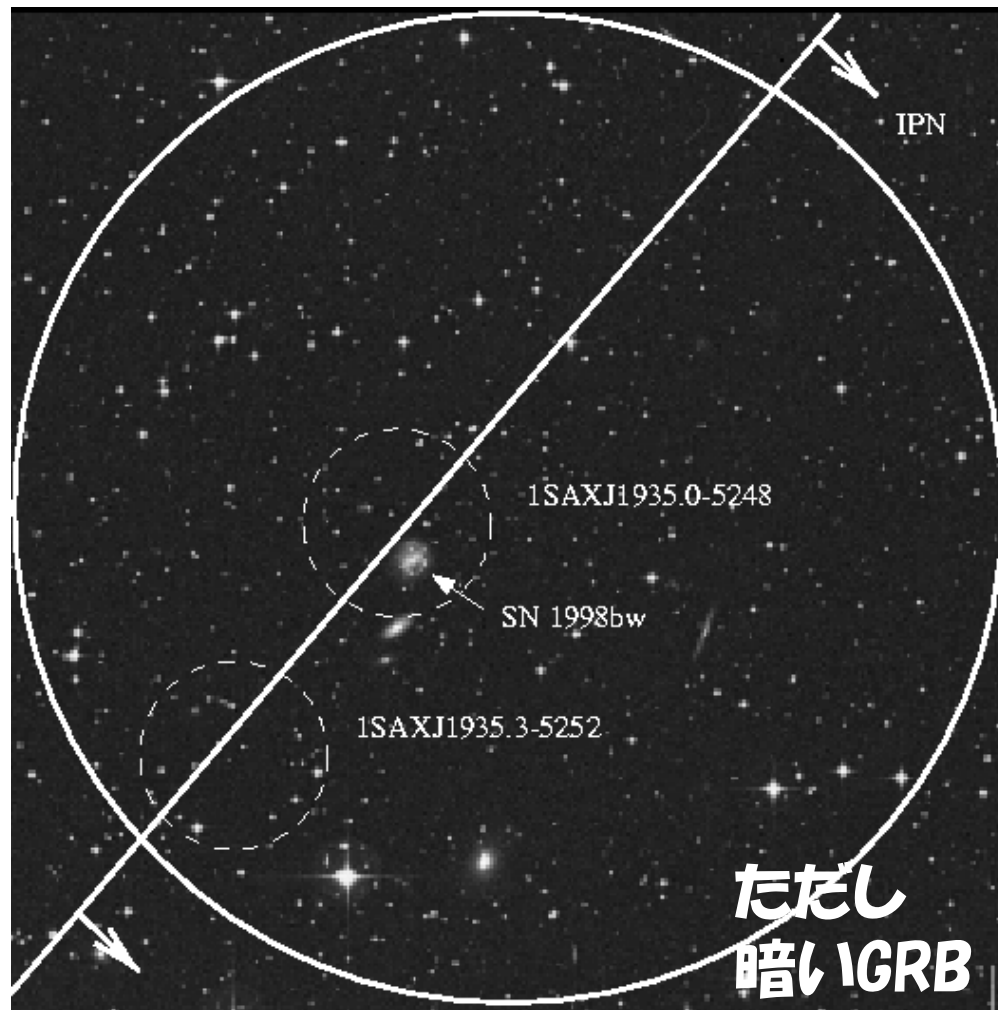
Racusin et al. 2009



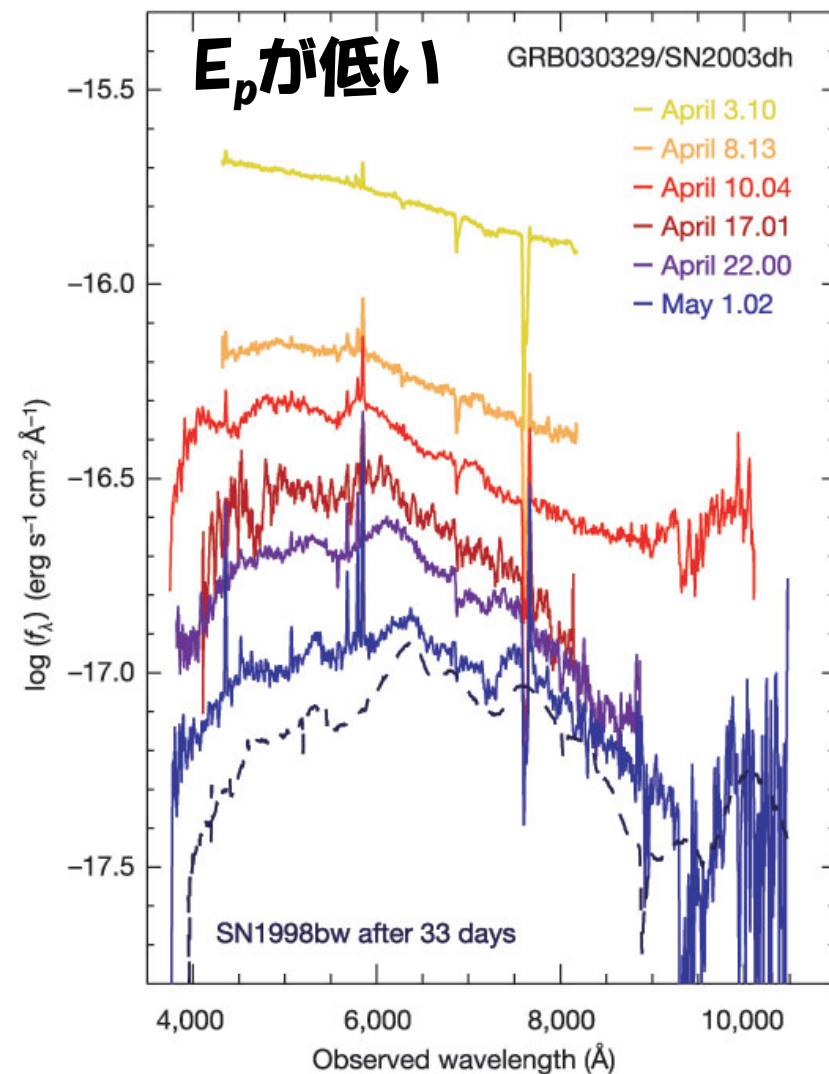
Panaitescu & Vestrand 2008

超新星爆発との相関

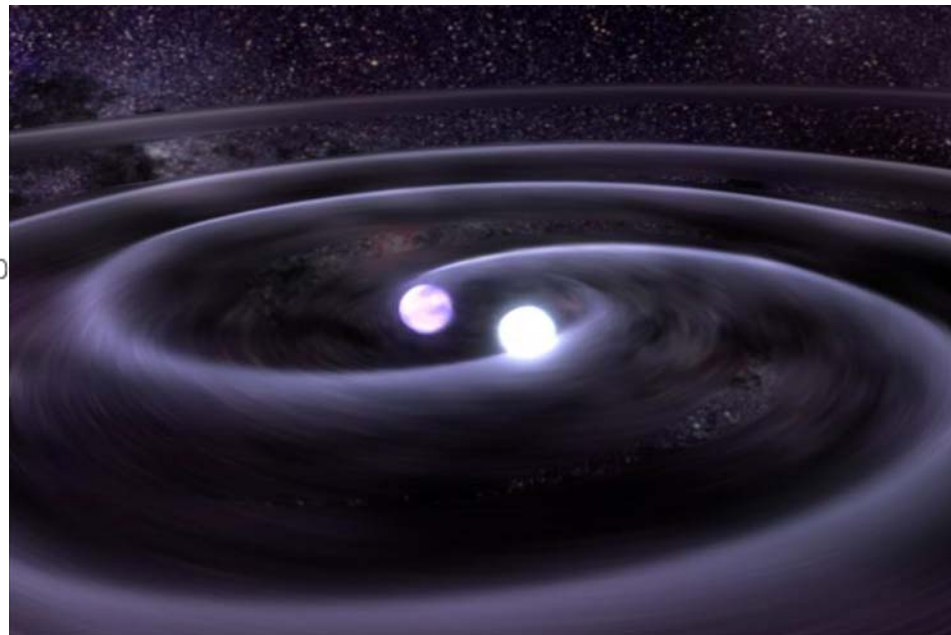
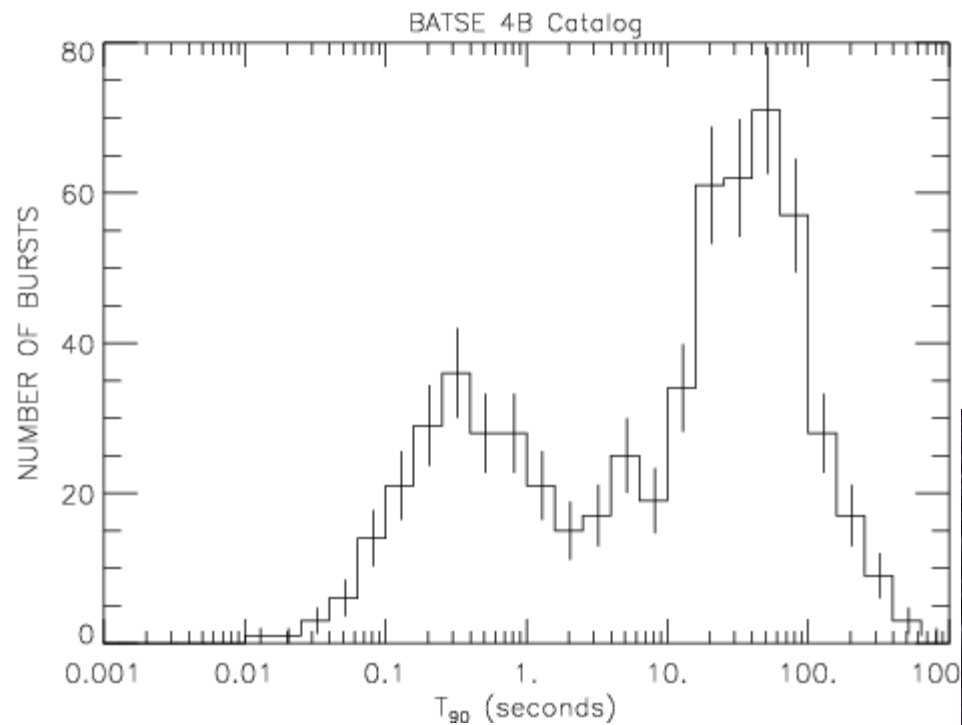
GRB 980425 & SN1998bw



GRB 030329 & SN2003dh

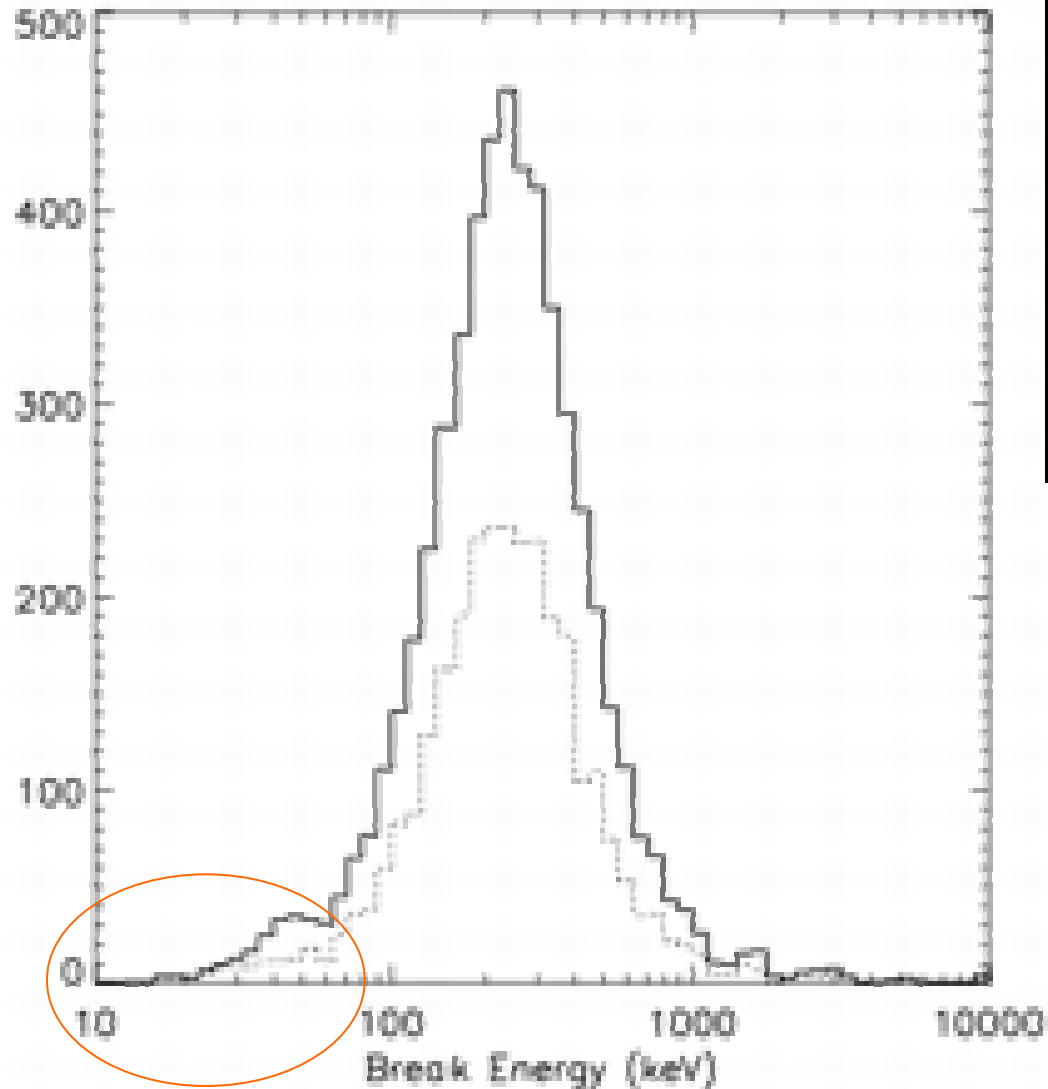


Short GRB

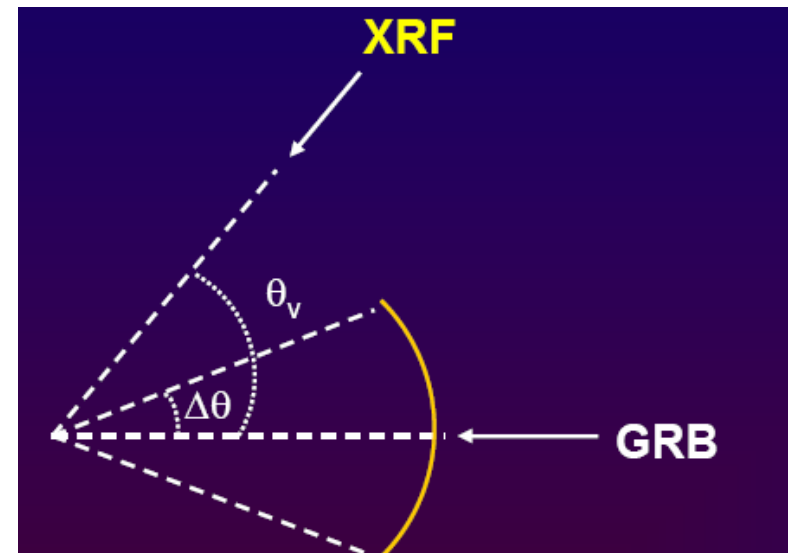
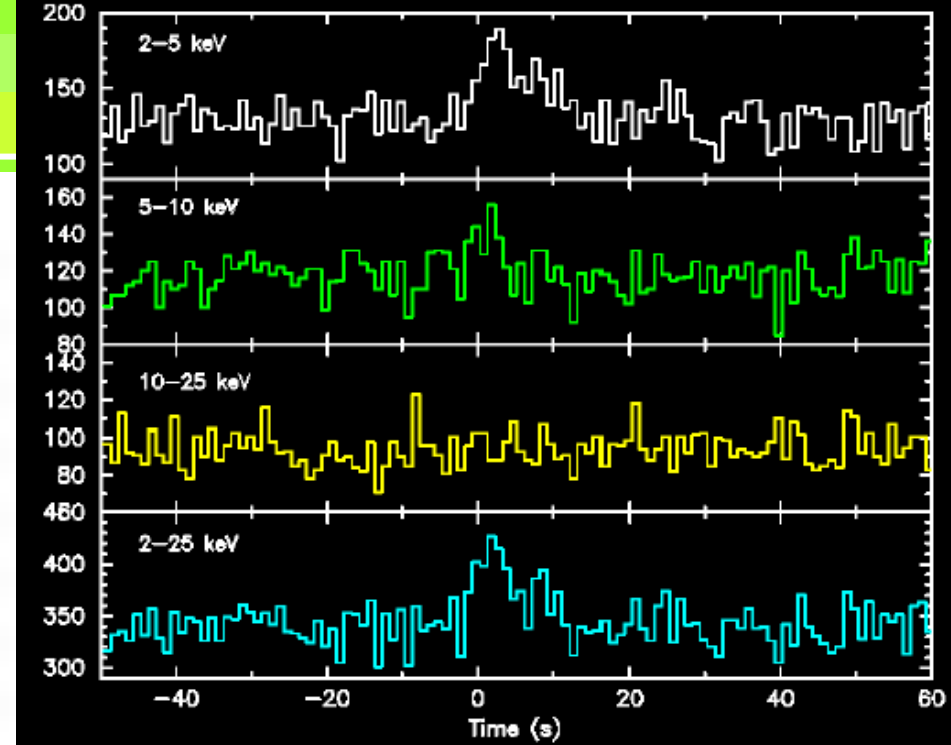


中性子星合体

XRF / XRR



X-ray flash, X-ray rich GRB

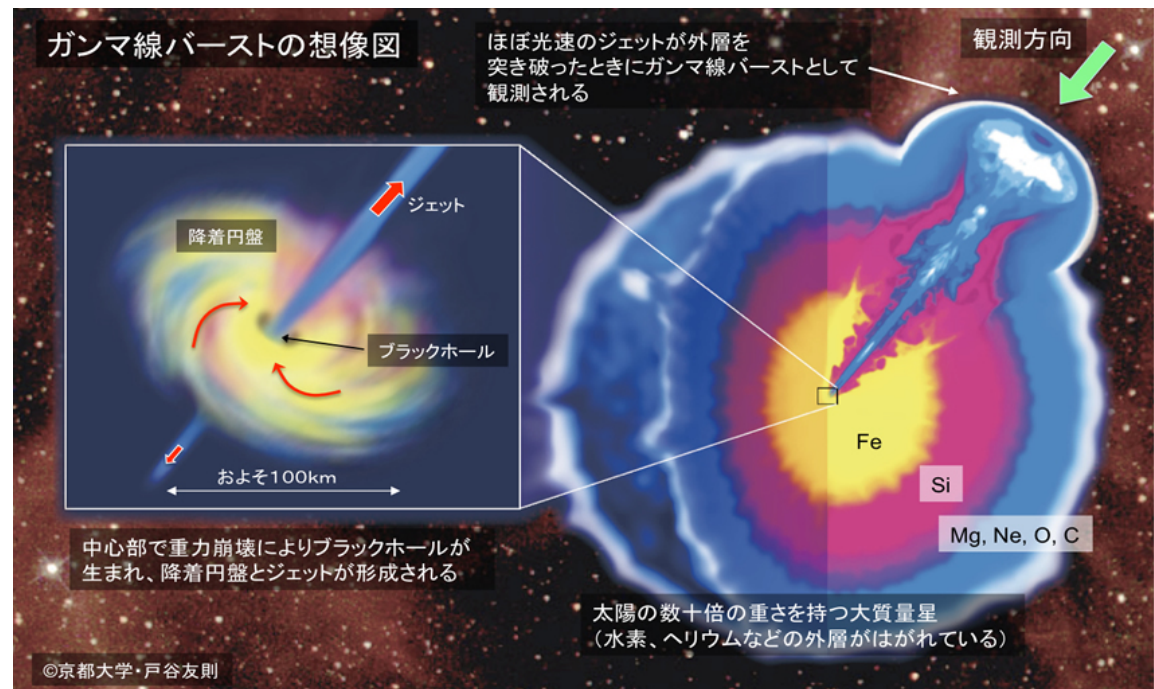


観測からわかったこと

- 見かけの爆発エネルギー: $10^{51} - 10^{54} \text{erg}$
- 典型的な光子のエネルギー: $100 \text{keV} - 1 \text{MeV}$
- 継続時間: $1 \text{秒} - 100 \text{秒}$
- 時間変動: $> \text{msec}$
- ほぼ全てのGRBがX線残光を伴い、半分ほどに可視光残光あり
- 稀に変な超新星が見つかる(特異なGRBに多い)
- 頻度: $0.05 - 1 \text{ Gpc}^{-3} \text{ yr}^{-1}$

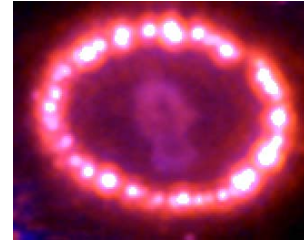
宇宙の極限的現象

- 宇宙最大の爆発現象
 - 太陽1個分のエネルギーが10秒で消失
- 超相対論的現象
 - ブラックホール形成
 - 超相対論的ジェット
- 極限的プラズマ
 - 温度 MeV–TeV
 - 粒子加速
 - 磁場の増幅
- 放射過程
 - なぜガンマ線なのか？



なぜGRBを研究するか？

超新星爆発：星間ガスへのエネルギー解放→銀河進化に影響
重元素・ダスト生成→惑星・生命の起源



超新星爆発の発生率： $2.4 \times 10^5 \text{ Gpc}^{-3} \text{ yr}^{-1}$
我々の銀河では30年に1発

銀河の50億年の歴史を人類の歴史5千年と比較
→16分に1回起こるあいふれた事象
(日本での自殺者16分に一人)

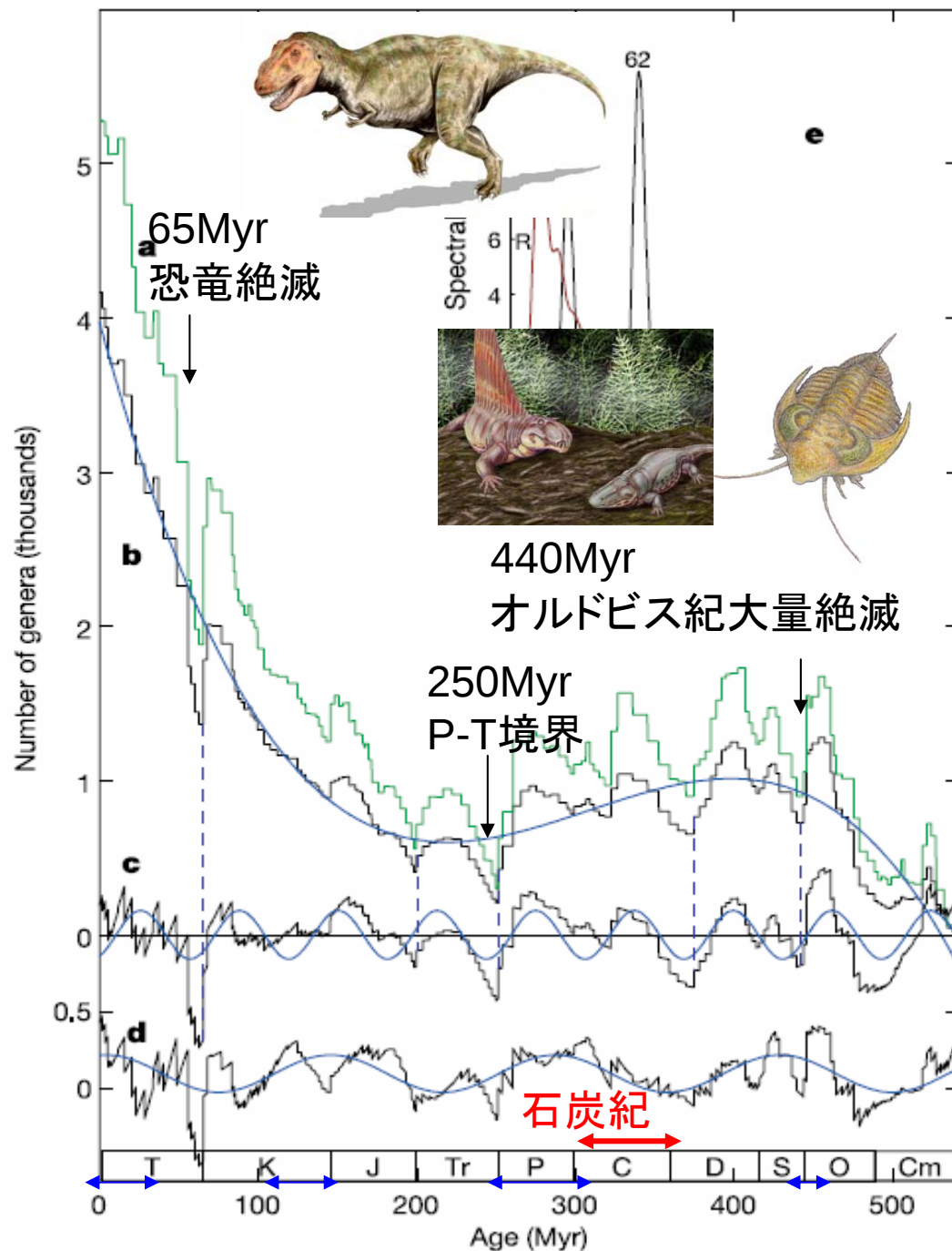


GRB 10^5 倍稀な現象→宇宙史に影響の無いマニアックな現象？

単純換算で我々の銀河では300万年に1回ほどGRBが起きている？

→人類の歴史に比定すると180年に1回の大事件

銀河円盤のサイズ15kpc -> **1kpc以内で起きるGRB 1回/225Myr**



Cycles in fossil diversity

Robert A. Rohde & Richard A. Muller

Department of Physics and Lawrence Berkeley Laboratory, University of California, Berkeley, California 94720, USA

Nature, 434, 208 (2005)

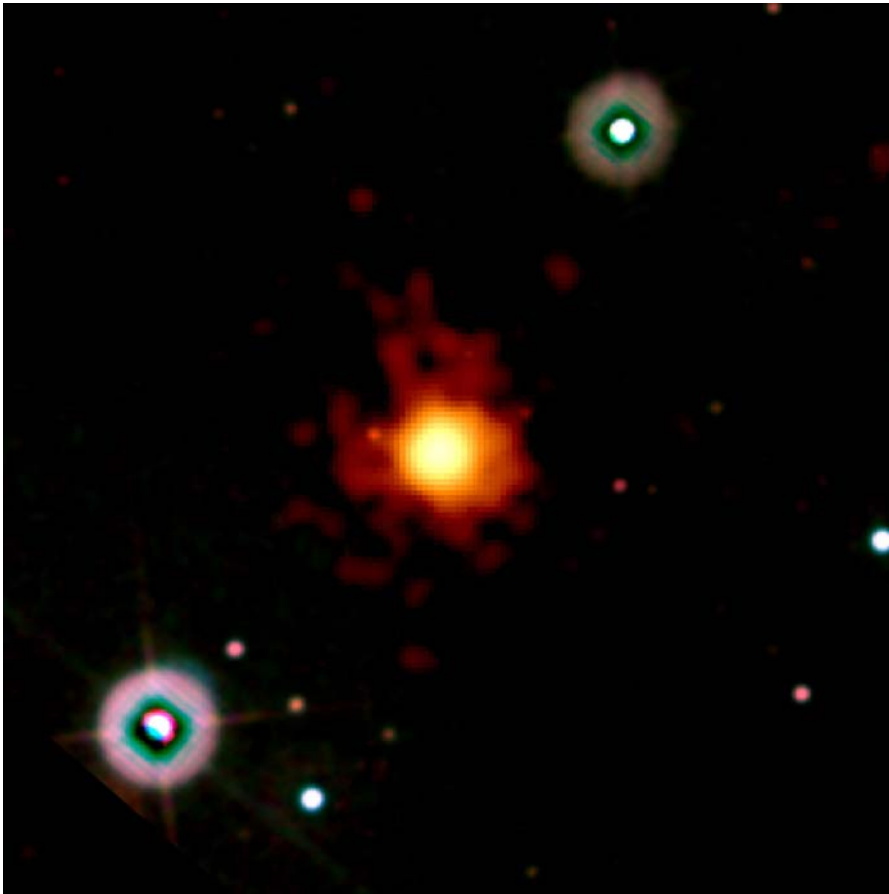
It is well known that the diversity of life appears to fluctuate during the course of the Phanerozoic, the eon during which hard shells and skeletons left abundant fossils (0–542 million years ago). Here we show, using Sepkoski's compendium¹ of the first and last stratigraphic appearances of 36,380 marine genera, a strong 62 ± 3 -million-year cycle, which is particularly evident in the shorter-lived genera. The five great extinctions enumerated by Raup and Sepkoski² may be an aspect of this cycle. Because of the high statistical significance we also consider the contributions of environmental factors, and possible causes.

Figure 1 Genes of known marine animal genera versus age (Myr). **a**, Total number of genera plotted to the 2004 Geologic Time Scale⁵. **b**, The number of genera removed from the trend after subtracting a 62 Myr sine wave superimposed. **c**, As **b**, but with the trend after subtracting a 62 Myr sine wave superimposed. **d**, The detrended data with a 62 Myr sine wave superimposed. **e**, Fourier spectrum of **c**. Curves are plotted on a spectral background. Conventional symbols for major stratigraphic periods are shown at the bottom.

宇宙最遠天体はGRB

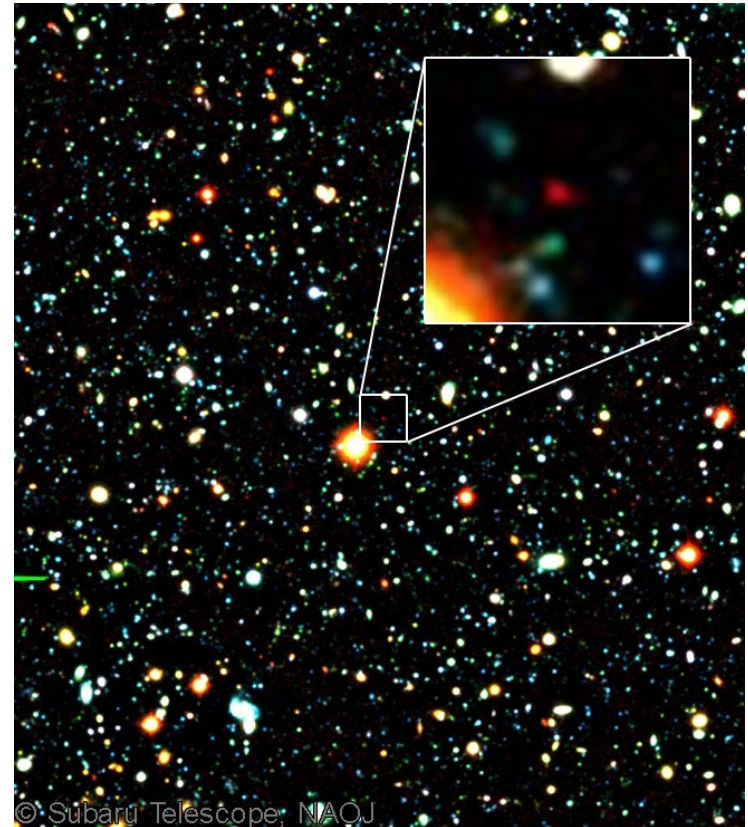
重元素やダストの少ない環境→1000太陽質量程度の非常に
重い星ができやすい→初期宇宙はGRBだらけ？

GRB 090423 $z=8.2$, $t=6$ 億年



Ly α Emitter

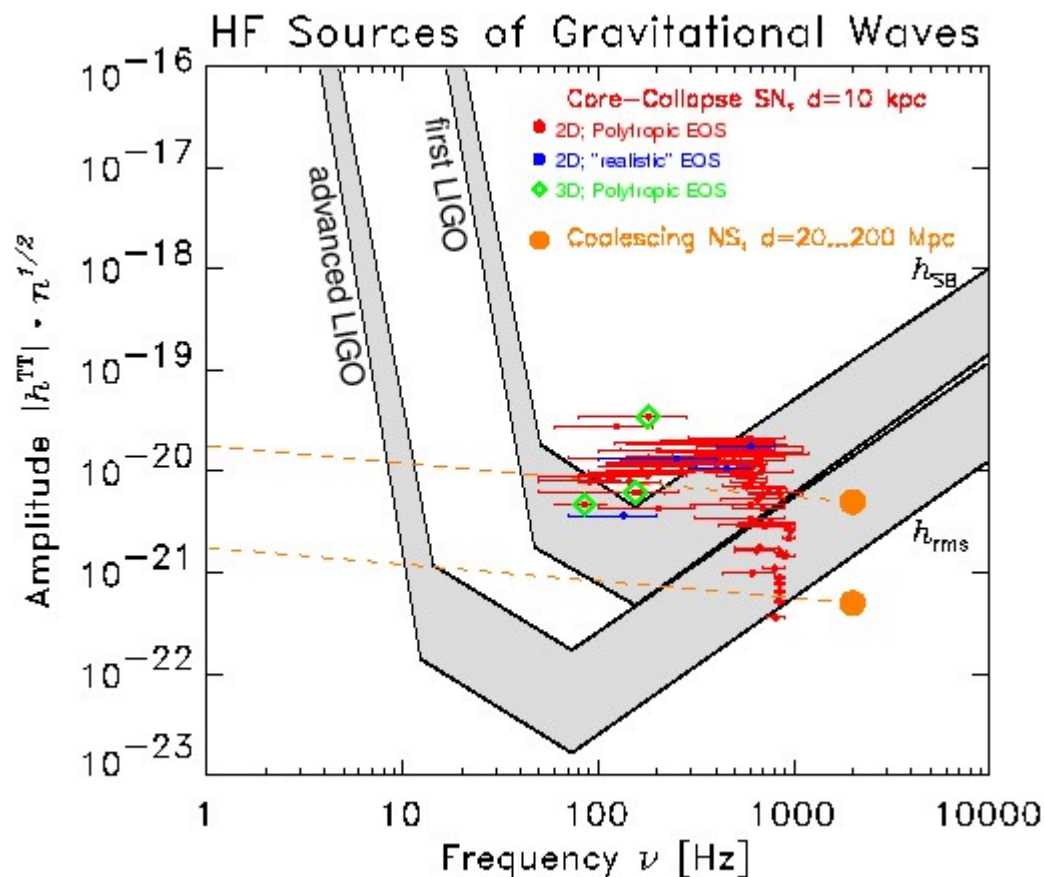
$z=6.964$, $t=7.8$ 億年



© Subaru Telescope, NAOJ

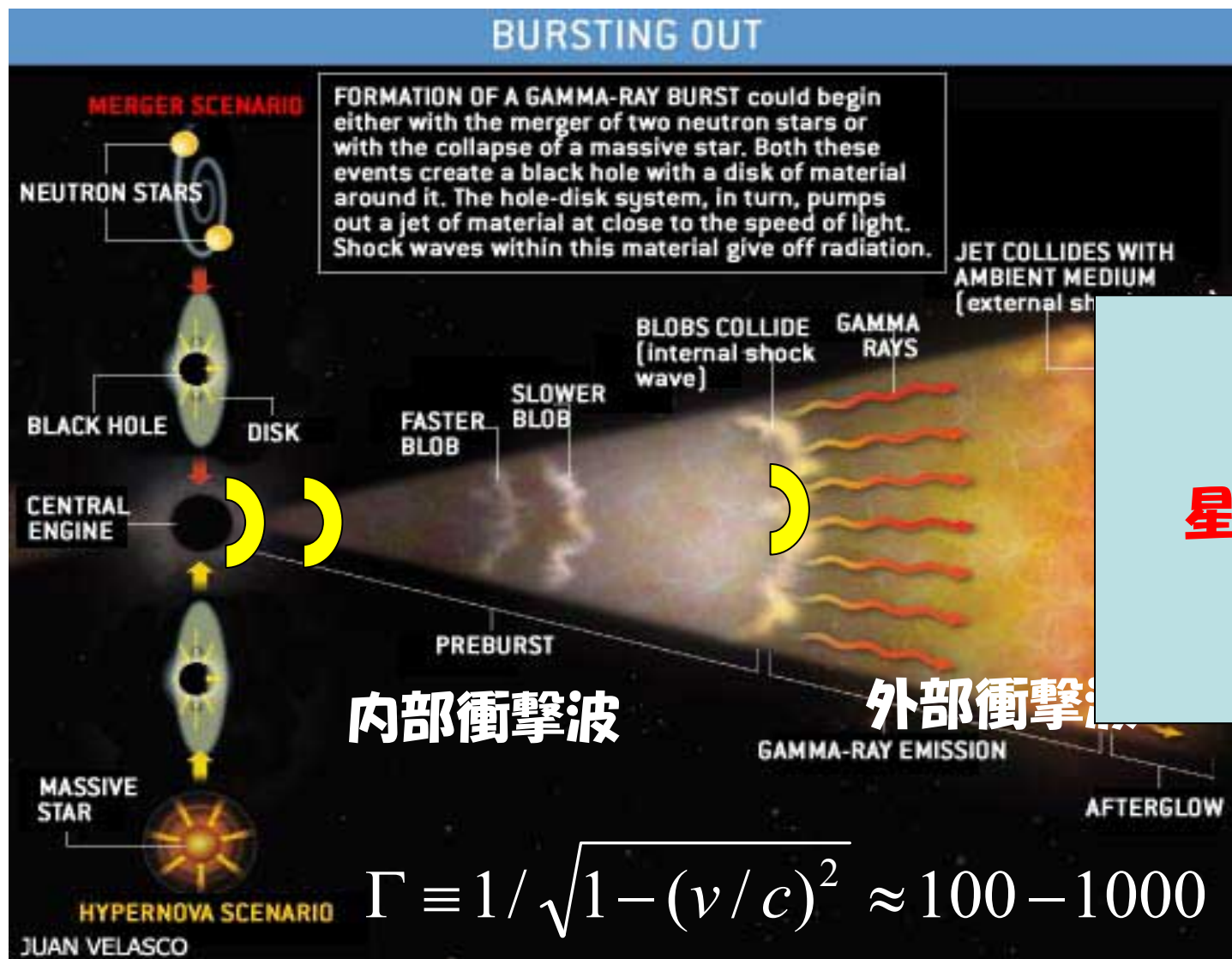
GRBからの重力波

200Mpc以内の中性子星合体を検出可能 -> Short GRB?



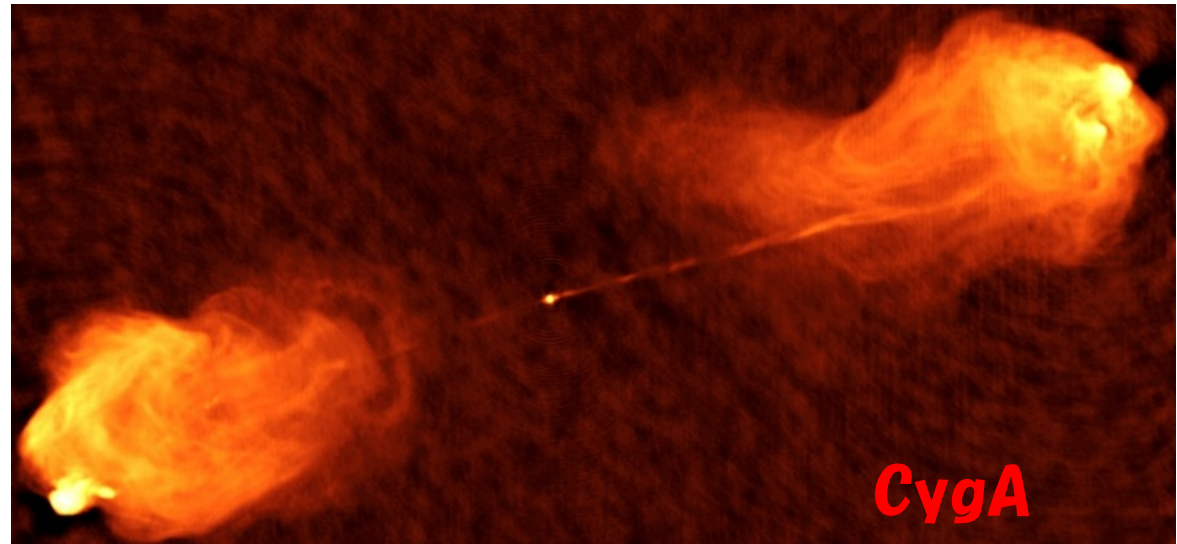
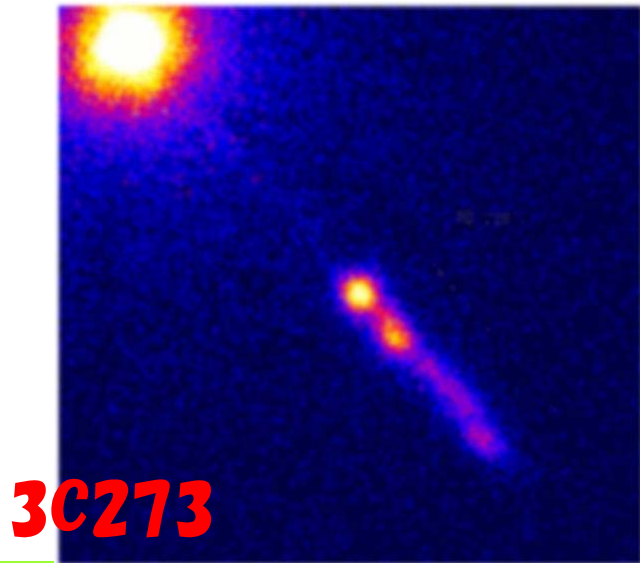
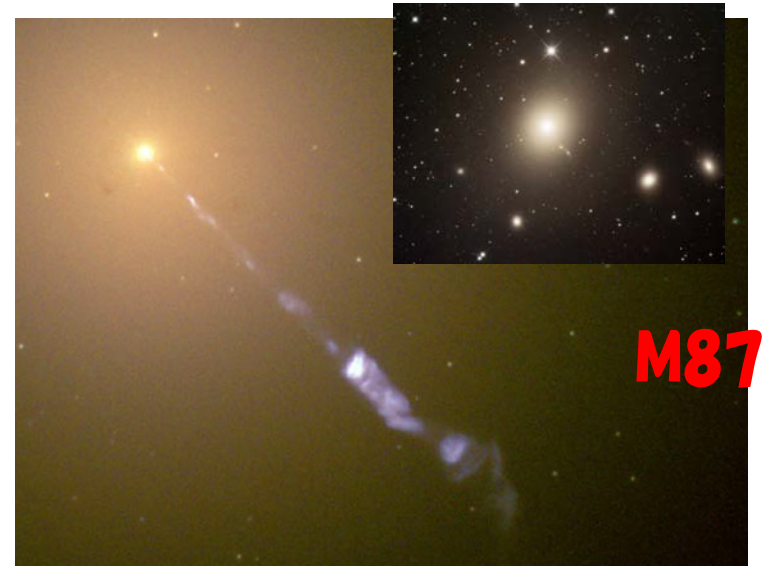
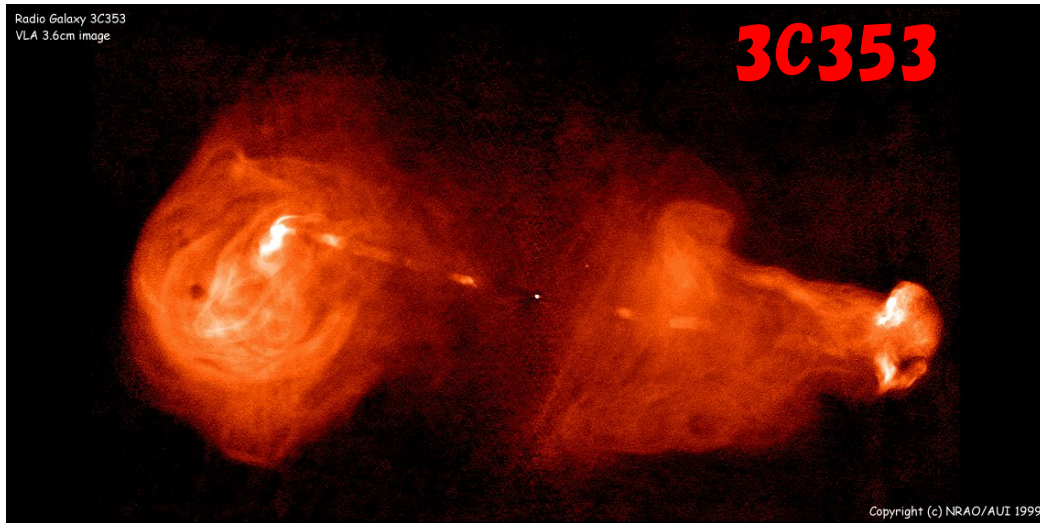
次世代の宇宙物理

標準的な描像



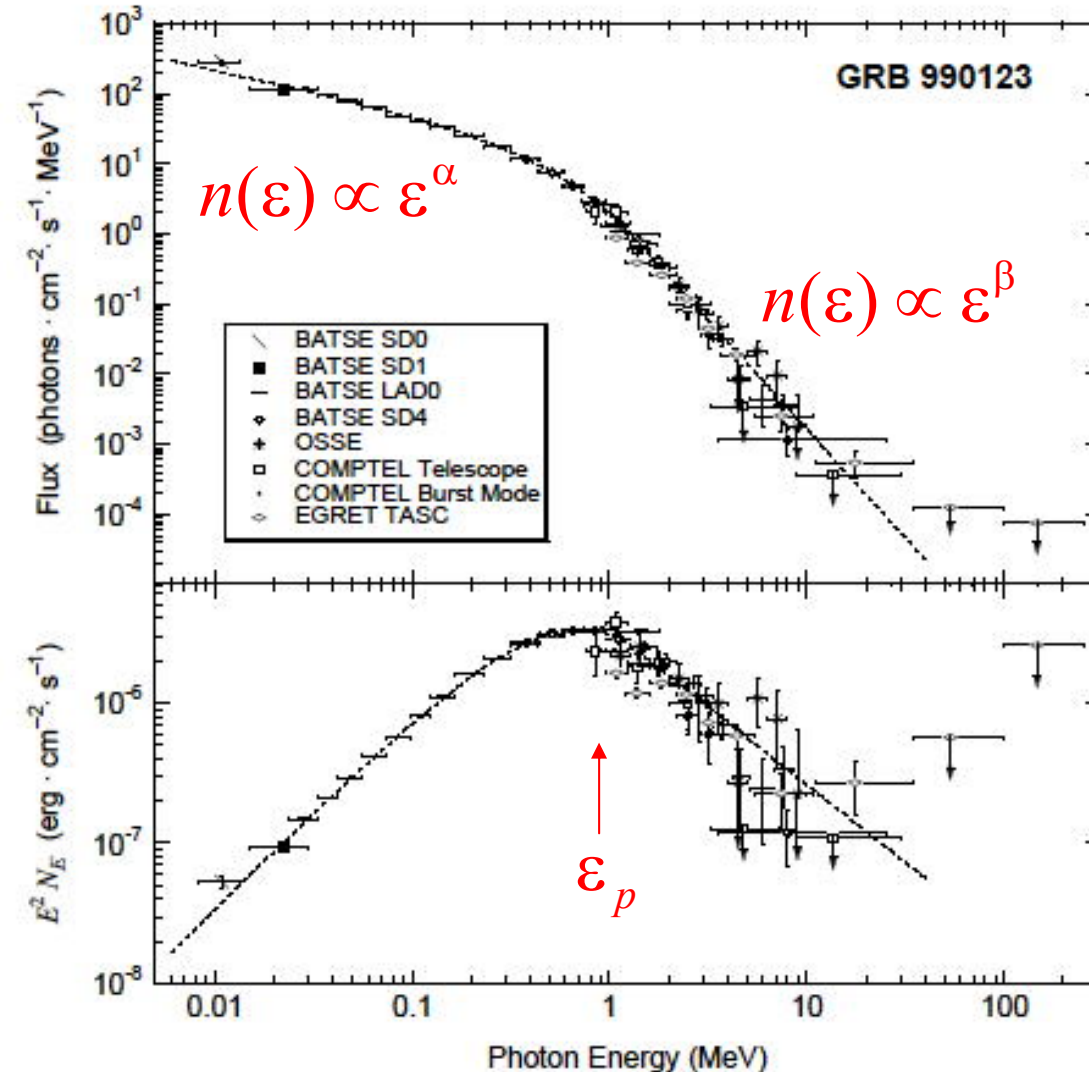
普遍的な相対論的ジェット

活動銀河核からのジェット $\Gamma > 10$



モデルへの制限

Band Function

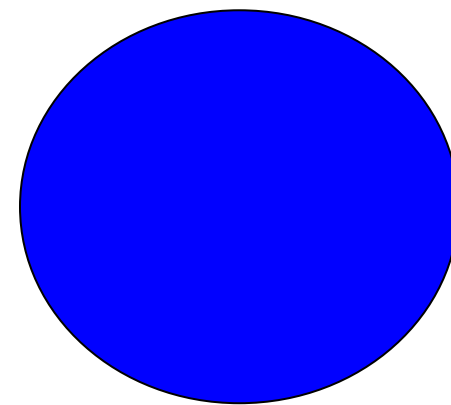
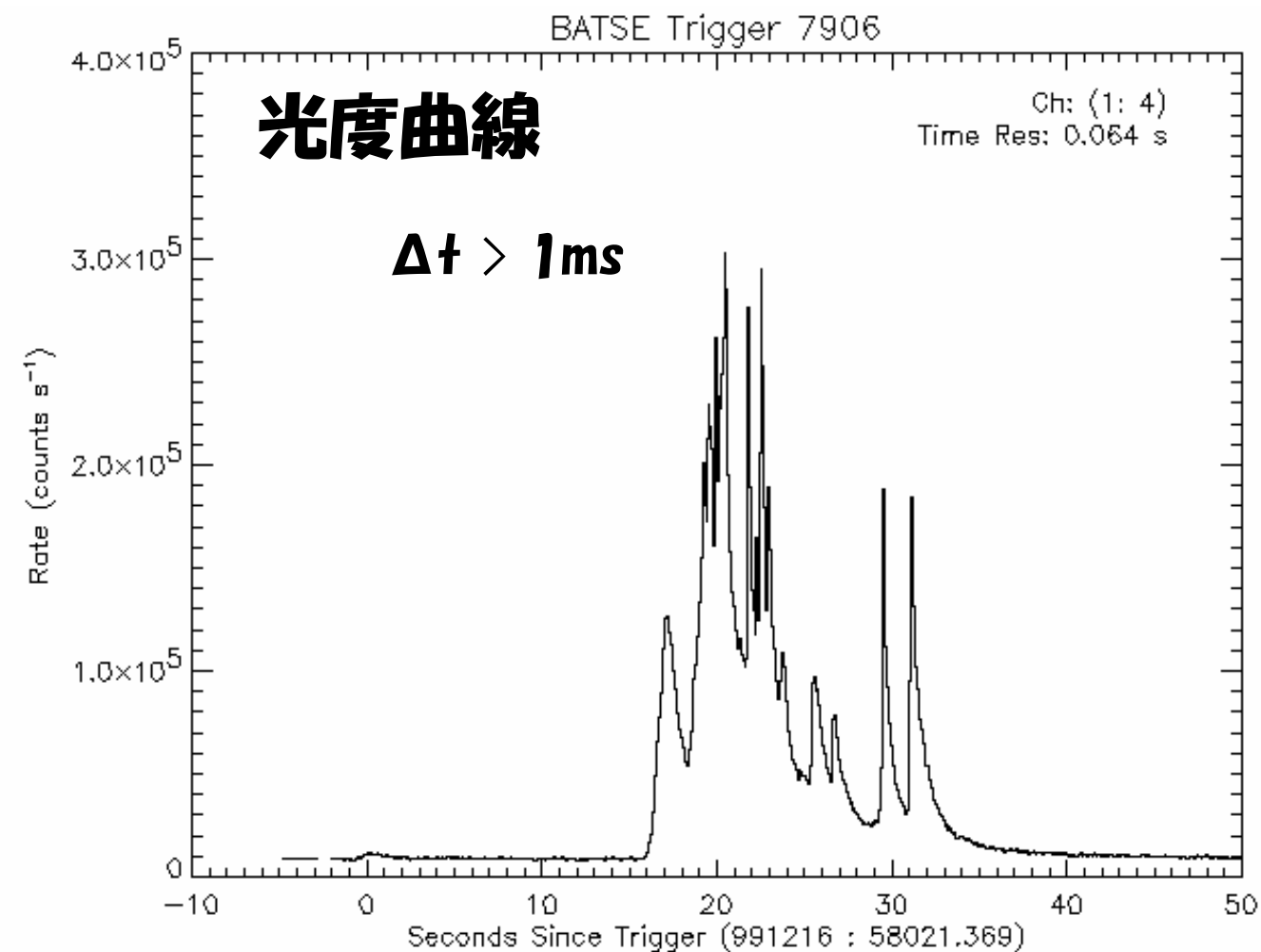


$$f(E) = \begin{cases} A(E/100)^\alpha e^{-E(2+\alpha)/E_{\text{peak}}} & E_{\text{peak}} = E_0 (2+\alpha) \\ \text{if } E < \frac{(\alpha - \beta)E_{\text{peak}}}{(2 + \alpha)} \equiv E_{\text{break}} , \\ A \left[\frac{(\alpha - \beta)E_{\text{peak}}}{100(2 + \alpha)} \right]^{(\alpha - \beta)} \exp(\beta - \alpha)(E/100)^\beta \\ \text{if } E \geq \frac{(\alpha - \beta)E_{\text{peak}}}{(2 + \alpha)} . \end{cases}$$

$$\alpha \approx -1, \beta \approx -2.5$$

$$\epsilon_p \approx 100 \text{ keV} - \text{MeV}$$

時間変動からの制限



放射体のサイズ
 $l < c\Delta t$

$1\text{ms} \Leftrightarrow 300\text{km}$

ブラックホールのサイズ

$$r_g = \frac{2GM}{c^2} \approx 3 \left(\frac{M}{M_{\text{sun}}} \right) \text{km}$$

光子の密度

全解放エネルギー： $> 10^{51}$ erg

光子の平均エネルギー： 1 MeV

$$N_{ph} \approx \frac{E_{tot}}{\varepsilon_p} = 6.2 \times 10^{54} \left(\frac{E_{tot}}{10^{51} \text{ erg}} \right) \left(\frac{\varepsilon_p}{1 \text{ MeV}} \right)^{-1}$$

密度 $(R \approx c\Delta t)$

$$n_{ph} \approx \frac{N_{ph}}{\frac{4\pi}{3} R^3} = 5.5 \times 10^{30} \left(\frac{E_{tot}}{10^{51} \text{ erg}} \right) \left(\frac{\varepsilon_p}{1 \text{ MeV}} \right)^{-1} \left(\frac{\Delta t}{10 \text{ ms}} \right)^{-3} \text{ cm}^{-3}$$

大量の $\varepsilon > 511 \text{ keV} = m_e c^2$

という光子が観測されている。

電子・陽電子対生成

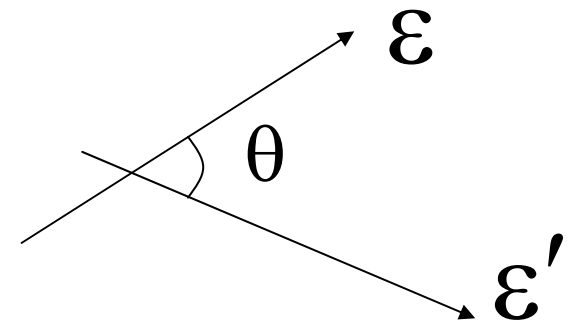
$$\varepsilon\varepsilon'(1 - \cos \theta) > 2m_e^2 c^4$$

$$\sigma_{\gamma\gamma} = \frac{3}{16} \sigma_T (1 - \beta^2) \left[(3 - \beta^4) \ln \frac{1 + \beta}{1 - \beta} - 2\beta(2 - \beta^2) \right]$$

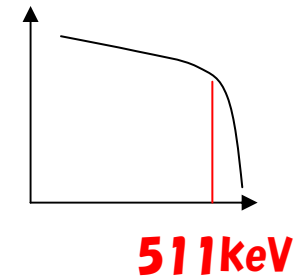
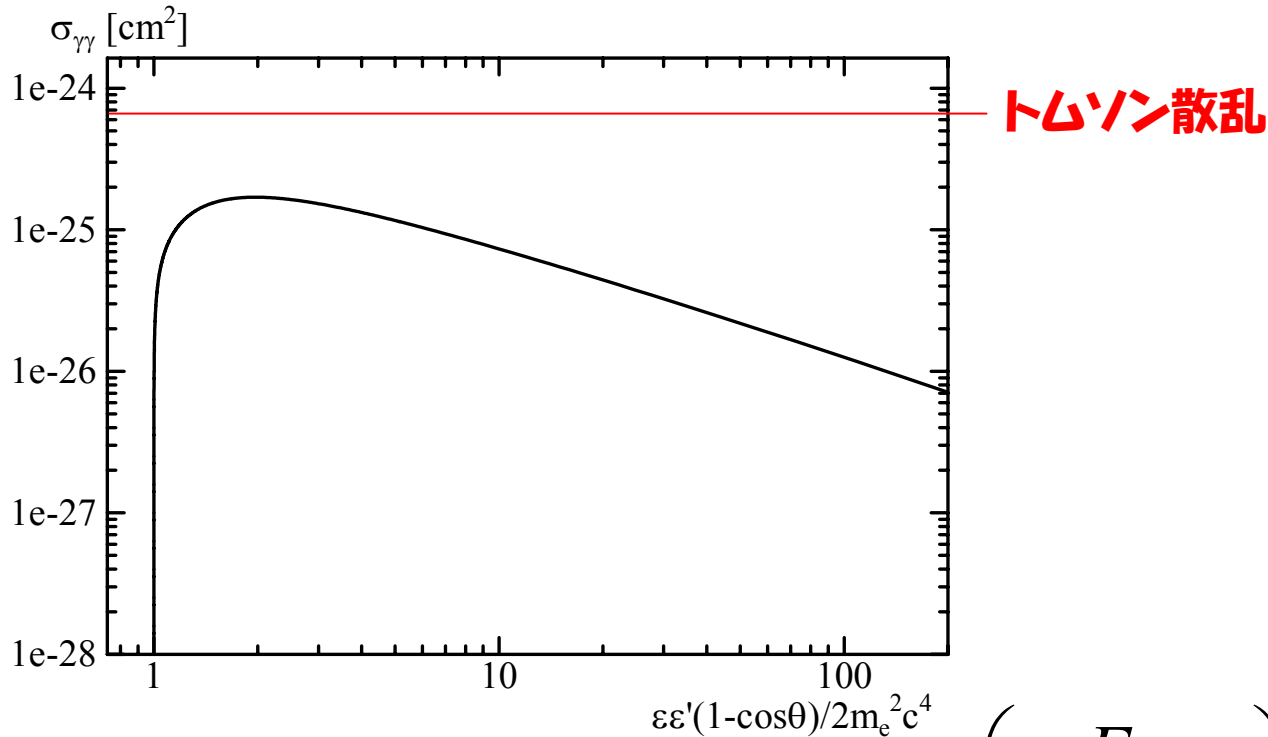
$$\beta \equiv \sqrt{1 - 2 / (k_1 \cdot k_2)} = \sqrt{1 - \frac{2m_e^2 c^4}{\varepsilon\varepsilon'(1 - \cos \theta)}}$$

光学的厚さ

$$\tau(\varepsilon) = R \int d\Omega d\varepsilon' \frac{n(\varepsilon')}{d\Omega} \sigma_{\gamma\gamma}(\varepsilon, \varepsilon', \theta) (1 - \cos \theta)$$



光子は脱出できない

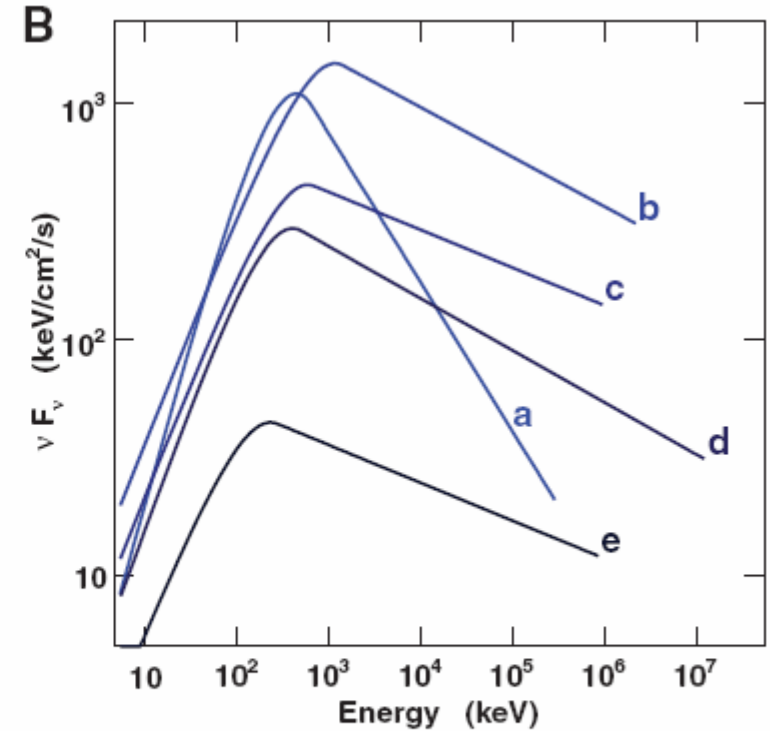
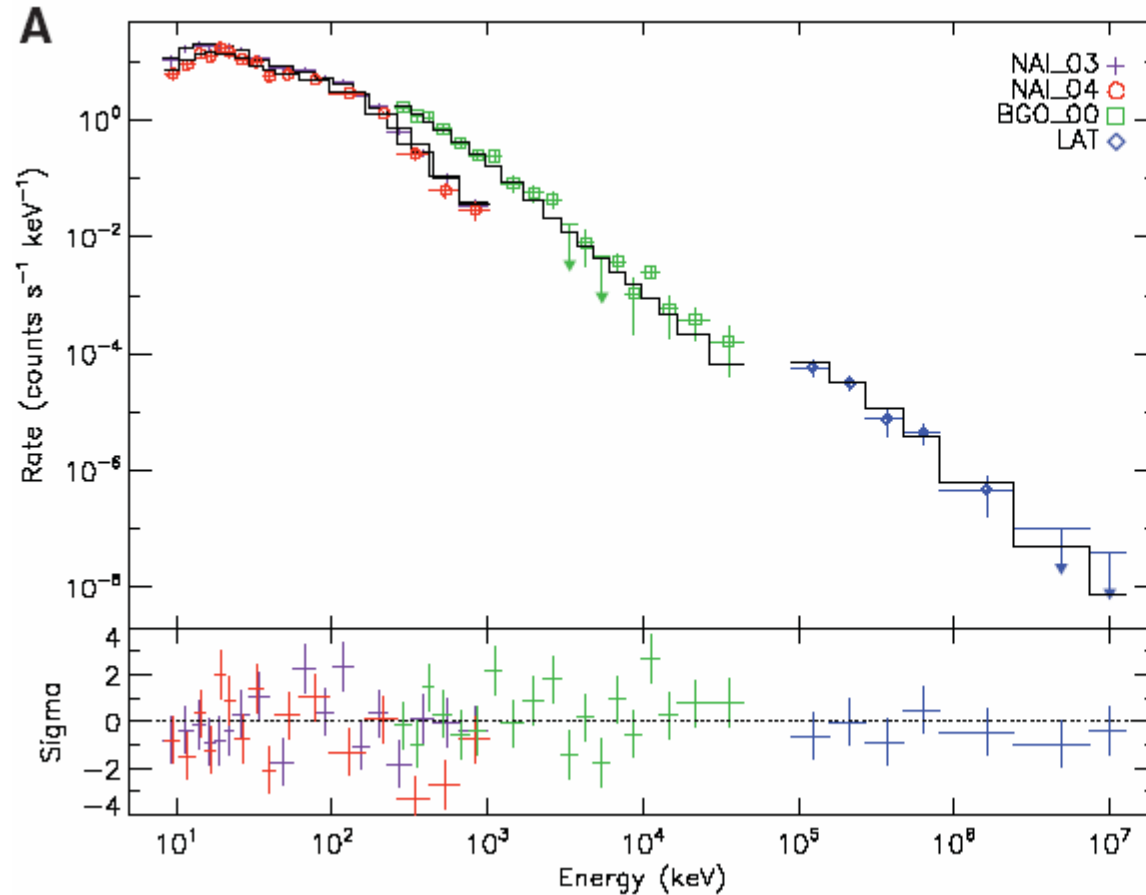


$$\tau_{\gamma\gamma} \approx n_{ph} (10^{-25} \text{ cm}^2) R \approx 1.7 \times 10^{14} \left(\frac{E_{tot}}{10^{51} \text{ erg}} \right) \left(\frac{\epsilon_p}{1 \text{ MeV}} \right)^{-1} \left(\frac{\Delta t}{10 \text{ ms}} \right)^{-2}$$

ガンマ線は外に出れない

大量の電子・陽電子対が生まれ、低エネルギー光子もトムソン散乱を繰り返して熱化 → フランク分布へ

GRB 080916C: Spectra



MeV - 10 GeV Power-law

10 GeVまでベキ乗で伸びている

特殊相対論おさらい



ダッシュ系

$$A'^0 = \Gamma(A^0 - \beta A^1), \quad A'^1 = \Gamma(A^1 - \beta A^0)$$

$$dx^\mu = (cdt, d\mathbf{x}), \quad k^\mu = (\omega/c, \mathbf{k}), \quad A^\mu = (\phi, \mathbf{A}),$$

$$\mathbf{j}^\mu = (\rho_e c, \mathbf{j}), \quad \mathbf{p}^\mu = m(\gamma c, \gamma \mathbf{v})$$

ローレンツ収縮、時間の遅れ

$$l' = \Gamma l, \quad \Delta t' = \Delta t / \Gamma$$

密度など

$$n' = n / \Gamma, \quad e' = e / \Gamma^2, \quad V' = \Gamma V$$

特殊相対論の様々な帰結

ローレンツ不変量

$$dx^\mu dx_\mu = c^2 dt^2 - d\mathbf{x}^2, d^3x d^3p, d^3p / E, dV dt$$

$$f, N, I_\nu / \nu^3, dE / dt, j_\nu / \nu^2$$

速度のローレンツ変換

$$v_{//} = \frac{v'_{//} + c\beta}{1 + \beta v'_{//} / c}, \quad v_\perp = \frac{v'_\perp}{\Gamma(1 + \beta v'_{//} / c)}$$

相対速度

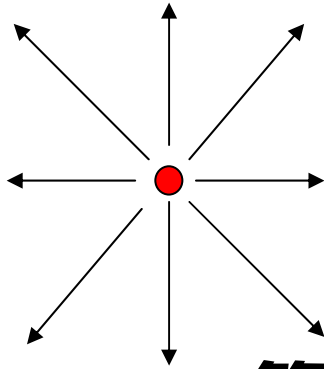
$$v_{rel} = c \frac{\sqrt{(p_1^\mu p_{2\mu})^2 - m_1^2 m_2^2 c^4}}{p_1^\mu p_{2\mu}}, \quad \gamma_{rel} = \gamma_1 \gamma_2 (1 - \boldsymbol{\beta}_1 \cdot \boldsymbol{\beta}_2)$$

反応率

$$\tau(p_1^\mu) = n(p_2^\mu) \sigma v_{int}, \quad v_{int} = c^3 \frac{\sqrt{(p_1^\mu p_{2\mu})^2 - m_1^2 m_2^2 c^4}}{E_1 E_2}$$

相対論的Beaming

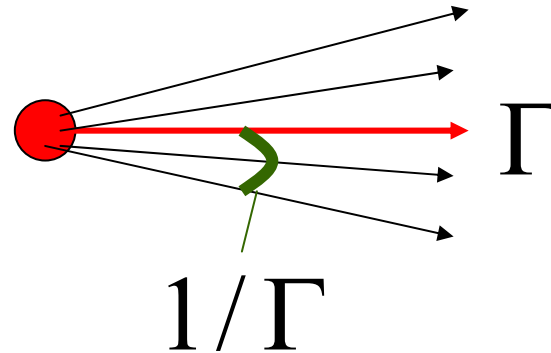
静止系



等方放射

角度のローレンツ変換

$$\mu \equiv \cos \theta = \frac{\mu' + \beta}{1 + \beta \mu'}, \quad d\Omega = \frac{d\Omega'}{\Gamma^2 (1 + \beta \mu')^2}$$



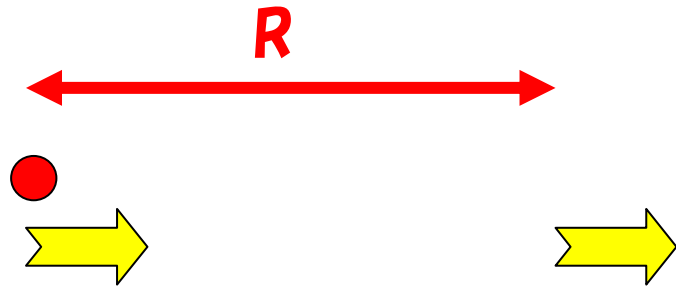
$$\left. \frac{dE}{dt d\Omega} \right|_{\text{emit}} = \frac{1}{\Gamma^4 (1 - \beta \mu)^3} \frac{dE'}{dt' d\Omega'}, \quad \left. \frac{dE}{dt d\Omega} \right|_{\text{recieve}} = \frac{1}{\Gamma^4 (1 - \beta \mu)^4} \frac{dE'}{dt' d\Omega'}$$

$$\left. \frac{dE}{dt dV d\Omega} \right|_{\text{emit}} = \frac{1}{\Gamma^3 (1 - \beta \mu)^3} \frac{dE'}{dt' dV' d\Omega'}, \quad \left. \frac{dE}{dt dV d\Omega} \right|_{\text{recieve}} = \frac{1}{\Gamma^3 (1 - \beta \mu)^4} \frac{dE'}{dt' dV' d\Omega'}$$

$$j_\nu \equiv \left. \frac{dE}{dt dV d\Omega d\nu} \right|_{\text{emit}} = \frac{1}{\Gamma^2 (1 - \beta \mu)^2} \frac{dE'}{dt' dV' d\Omega' d\nu'}, \quad \left. \frac{dE}{dt dV d\Omega d\nu} \right|_{\text{recieve}} = \frac{1}{\Gamma^2 (1 - \beta \mu)^3} \frac{dE'}{dt' dV' d\Omega' d\nu'}$$

光速に近い運動をする光源

放射領域のサイズは $c\Delta t$ より大きくできる。



$$\Delta t = \frac{R}{v} - \frac{R}{c}$$
$$= \frac{R}{c} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - 1/\Gamma^2}} - 1 \right) \approx \frac{R}{2c\Gamma^2}$$

$$\Gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$



$$\Rightarrow R \approx \Gamma^2 c \Delta t$$

サイズが Γ^2 倍に

相対論的ビーミング

角度 ($\mu = \cos \theta$) のローレンツ変換

$$\mu = \frac{\mu' + \beta}{1 + \beta\mu'}$$



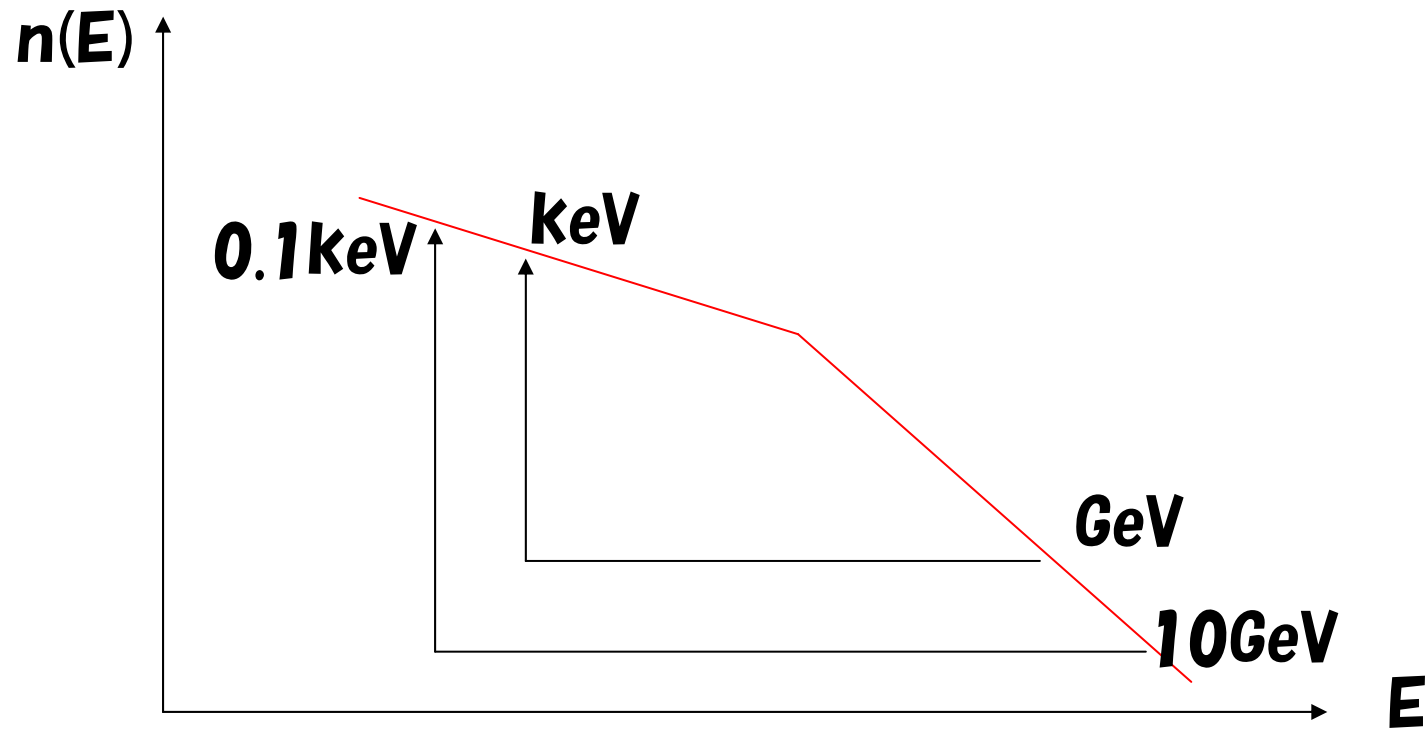
ペア生成条件

$$\varepsilon\varepsilon'(1 - \cos \theta) \geq 2m_e^2 c^4 \quad \text{を満たさなくなる。}$$

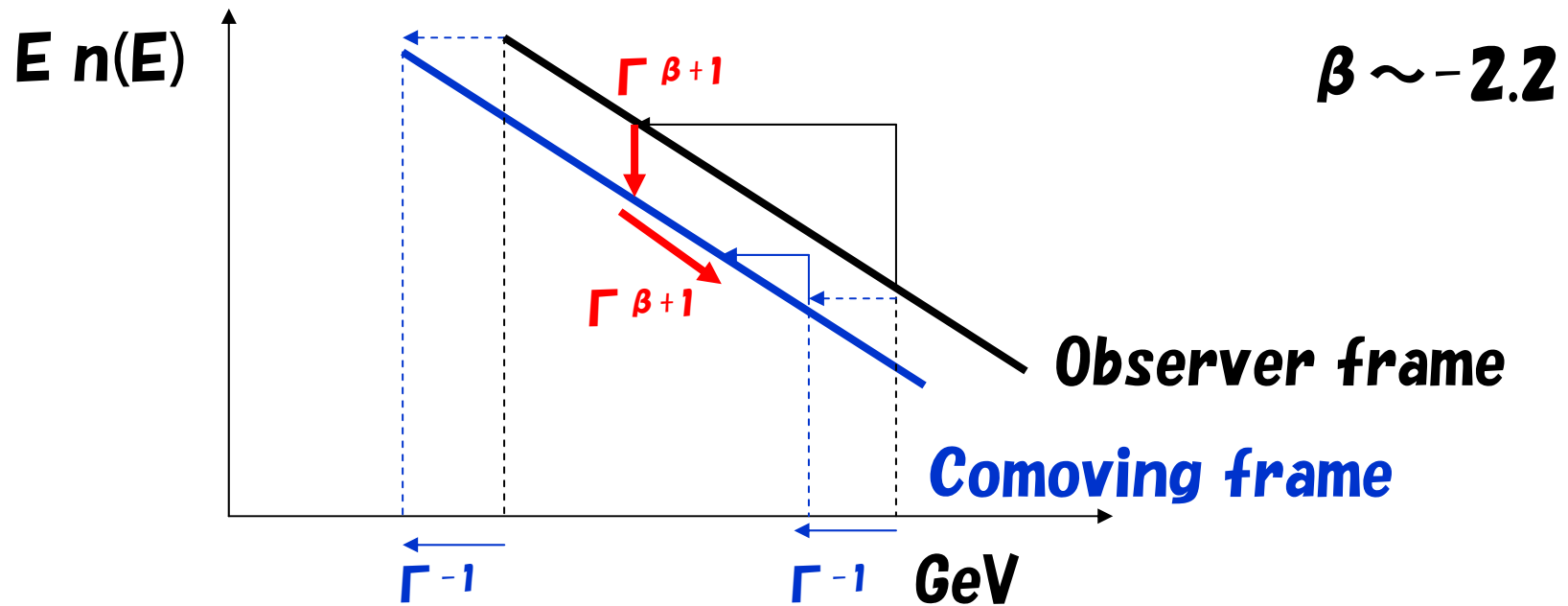
プラズマ静止系で考えると、光子の運動は等方的だが、平均エネルギーが $1/\Gamma$ となって、やはり条件を満たさない。

対消滅

ぶつかる相手光子のエネルギー: $E_{\text{coll}} \sim m_e^2 c^4 / E$
相手光子の数: $E_{\text{coll}} n(E_{\text{coll}}) \sim E_{\text{coll}}^{\beta+1} \propto E^{-\beta-1}$



Target Photon Density

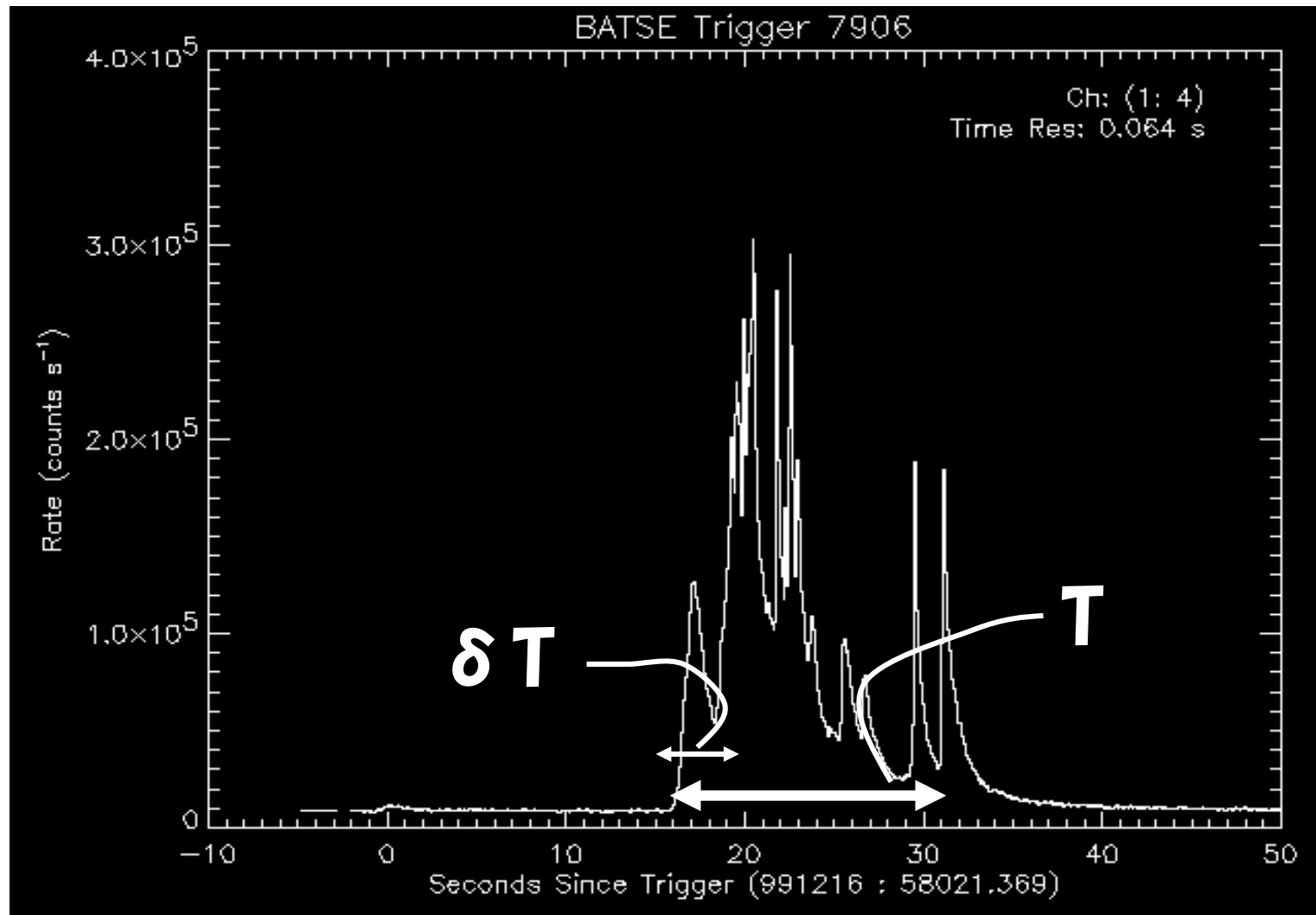


Target photon number $\propto \Gamma^{2\beta+2}$

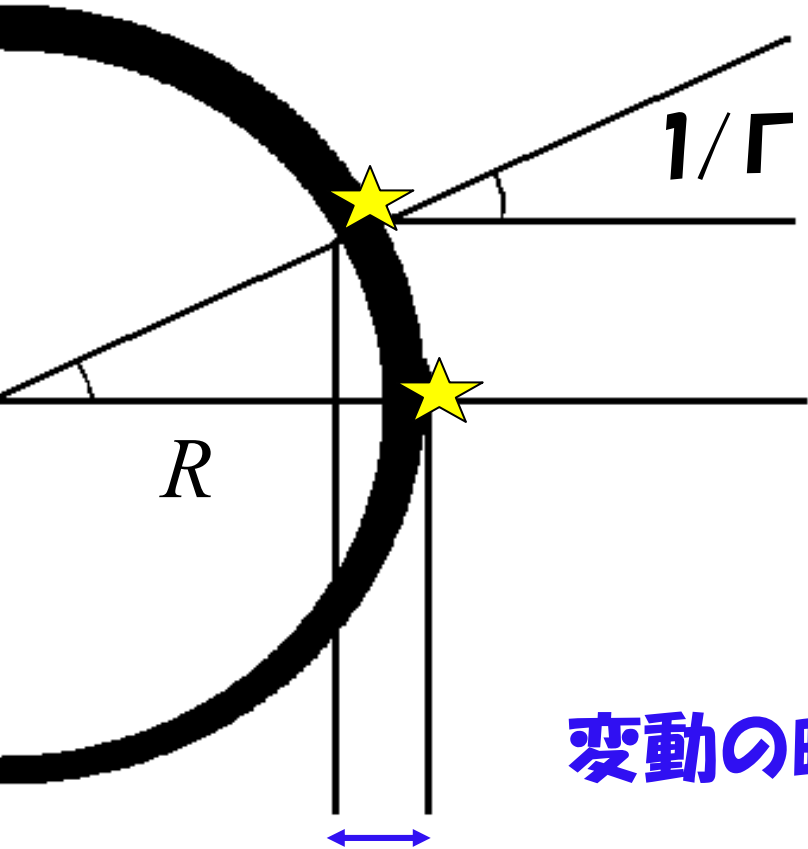
$$\tau \propto R \times \text{Photon Density} \propto R^{-2} \propto \Gamma^{-4} \rightarrow \tau \propto \Gamma^{2\beta-2}$$

パルス変動

時間変動スケール $\delta T \ll$ 継続時間 T



Shellが一瞬光った場合



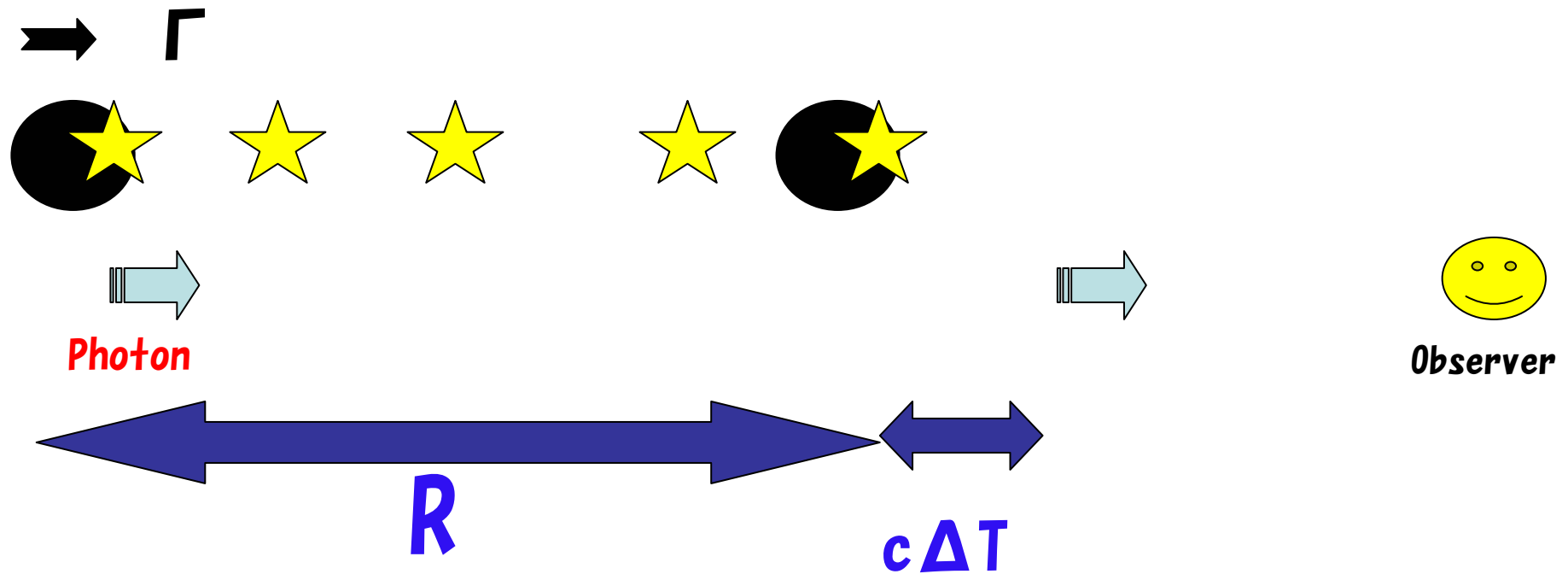
変動の時間スケール

$$\delta t \approx \frac{R}{2c\Gamma^2}$$



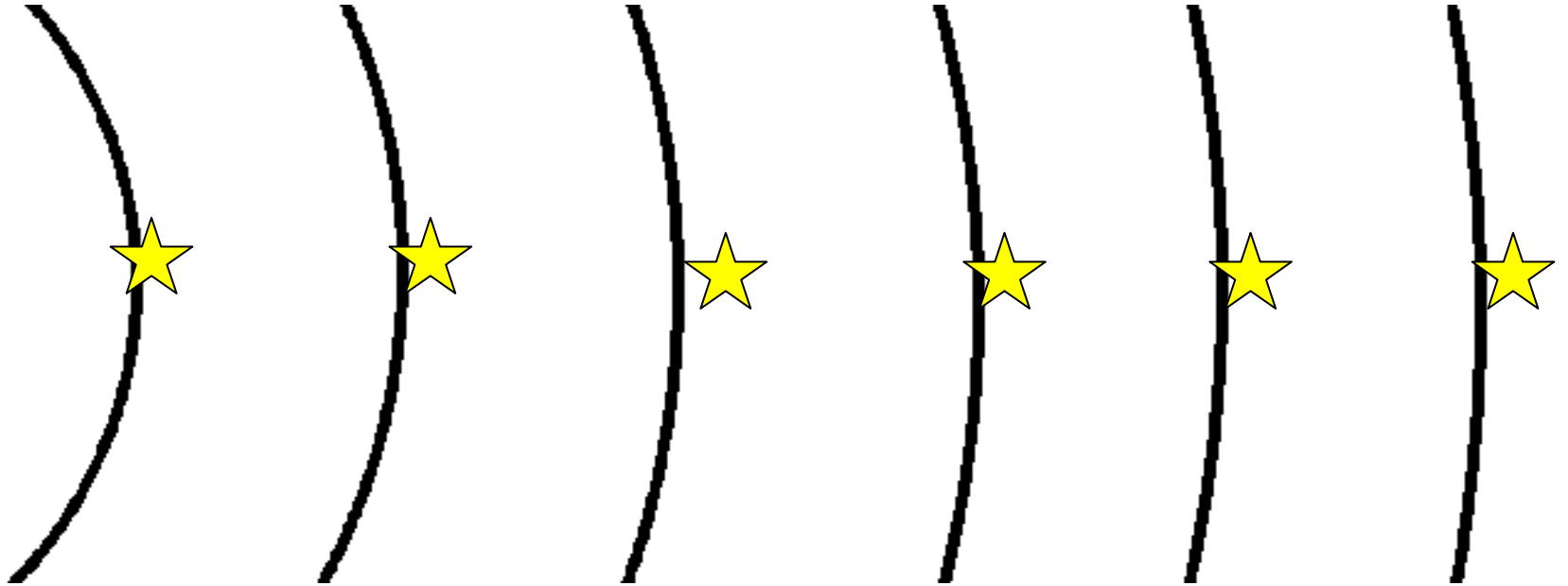
本当に一瞬なら、
Luminosityは無限。
しかし、この時間スケール
になまるので、
真のLuminosityと、
観測されるLuminosity
は異なる。

何度もまたたく光源



$$T \approx \frac{R}{c} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - 1/\Gamma^2}} - 1 \right) \approx \frac{R}{2c\Gamma^2} \approx \delta T \quad \text{! ?}$$

内部衝撃波 (internal shock)



複数のシェルが独立に光ればよい
⇒ Internal Shock Model

おさらい

光源静止系

シェルの厚さ: Δ'

放射継続時間

$$T' = \Delta' / c$$

放射エネルギー E'

外部座標系

$$\Delta = \Delta' / \Gamma$$

ローレンツ収縮

$$T = \Gamma \Delta' / c \longrightarrow$$

時間の遅れ

半径

$$R = cT$$

$$= \Gamma \Delta' = \Gamma^2 \Delta$$

$$E = \Gamma E'$$

ブースト

観測量

継続時間

$$\Delta T_{\text{obs}} \approx R / (c\Gamma^2)$$

$$= \Delta' / (c\Gamma) = \Delta / c$$

光度

$$L_{\text{obs}} \approx E / \Delta T_{\text{obs}}$$

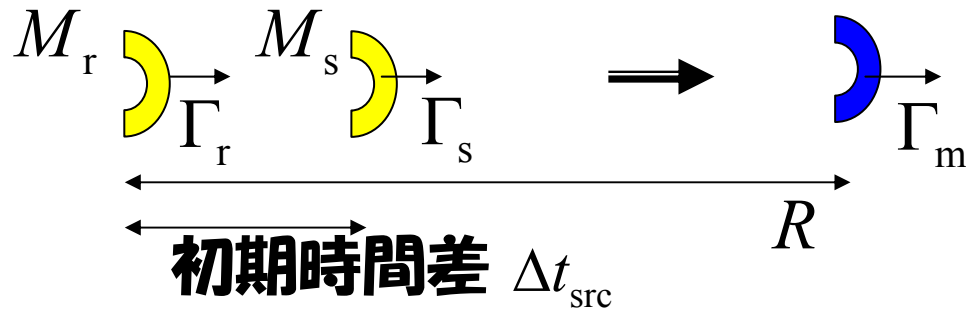
$$= \Gamma^2 E / T = \Gamma^2 L_{\text{ext}}$$

$$= \Gamma^2 E' / T' = \Gamma^2 L'$$

Inv.

変動の時間スケール

早いシェルと遅いシェルの衝突

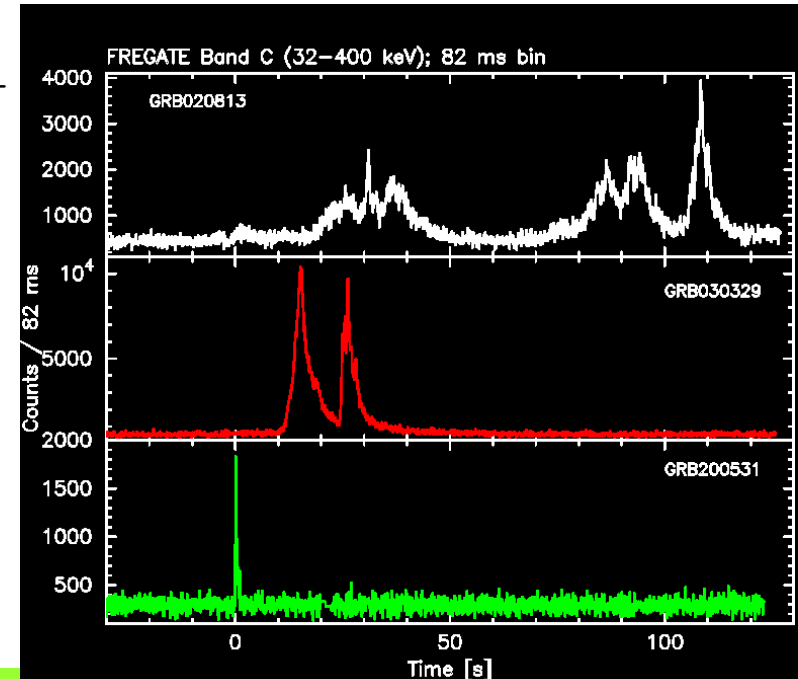


追いつく半径は

$$c\Delta t_{\text{src}} = (\beta_r - \beta_s)c \frac{R}{c} \approx \left(-\frac{1}{2\Gamma_r^2} + \frac{1}{2\Gamma_s^2} \right) R \approx \frac{R}{2\Gamma_s^2}$$

$$\Delta t_{\text{obs}} \approx \frac{R}{c\Gamma_m^2} \approx \Delta t_{\text{src}}$$

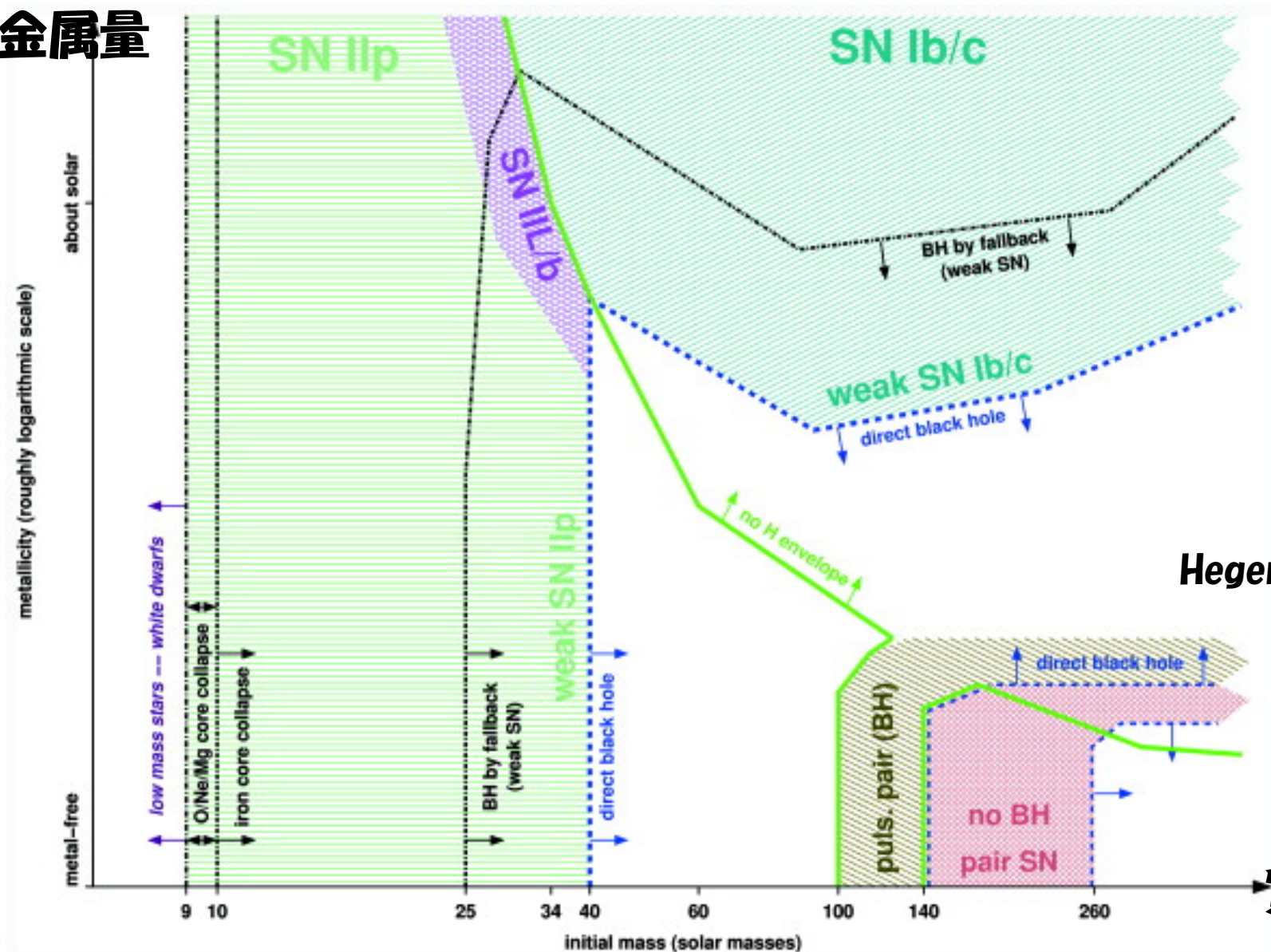
エンジンの活動時間スケールと
観測される変動スケールは同程度



相対論的なジェット の形成

巨星の運命

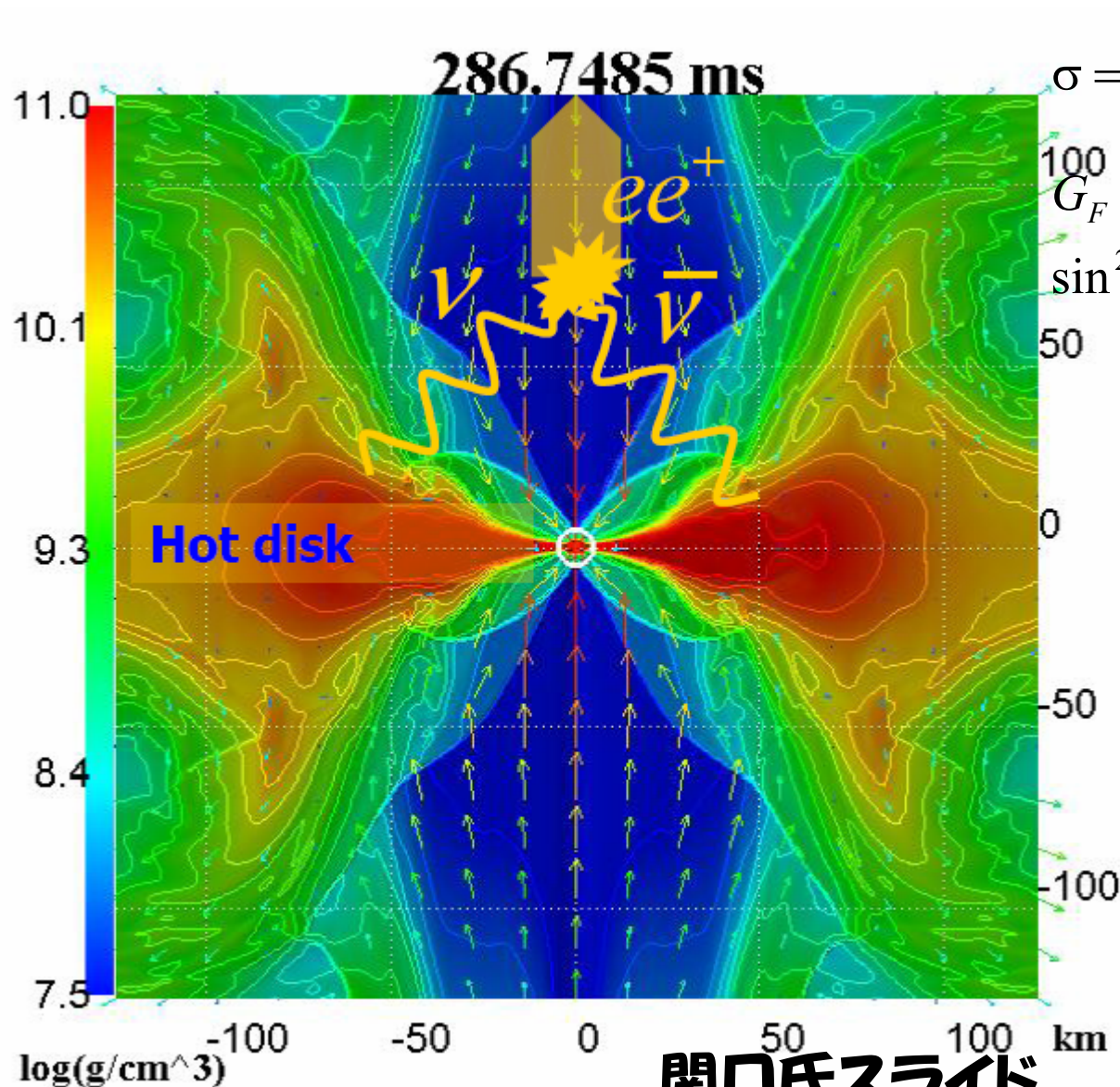
金属量



Heger et al. 2003

質量

ニュートリノ対消滅による火の玉？



$$\sigma = \frac{2G_F^2 p_1^\mu p_{2\mu}}{3\pi\hbar^4 c^2} \left[\frac{1}{2} \pm 2\sin^2 \theta_w + 4\sin^4 \theta_w \right]$$

$$G_F = 1.43555 \times 10^{-49} \text{ erg cm}^3$$

$$\sin^2 \theta_w = 0.2276$$

回転が必要？

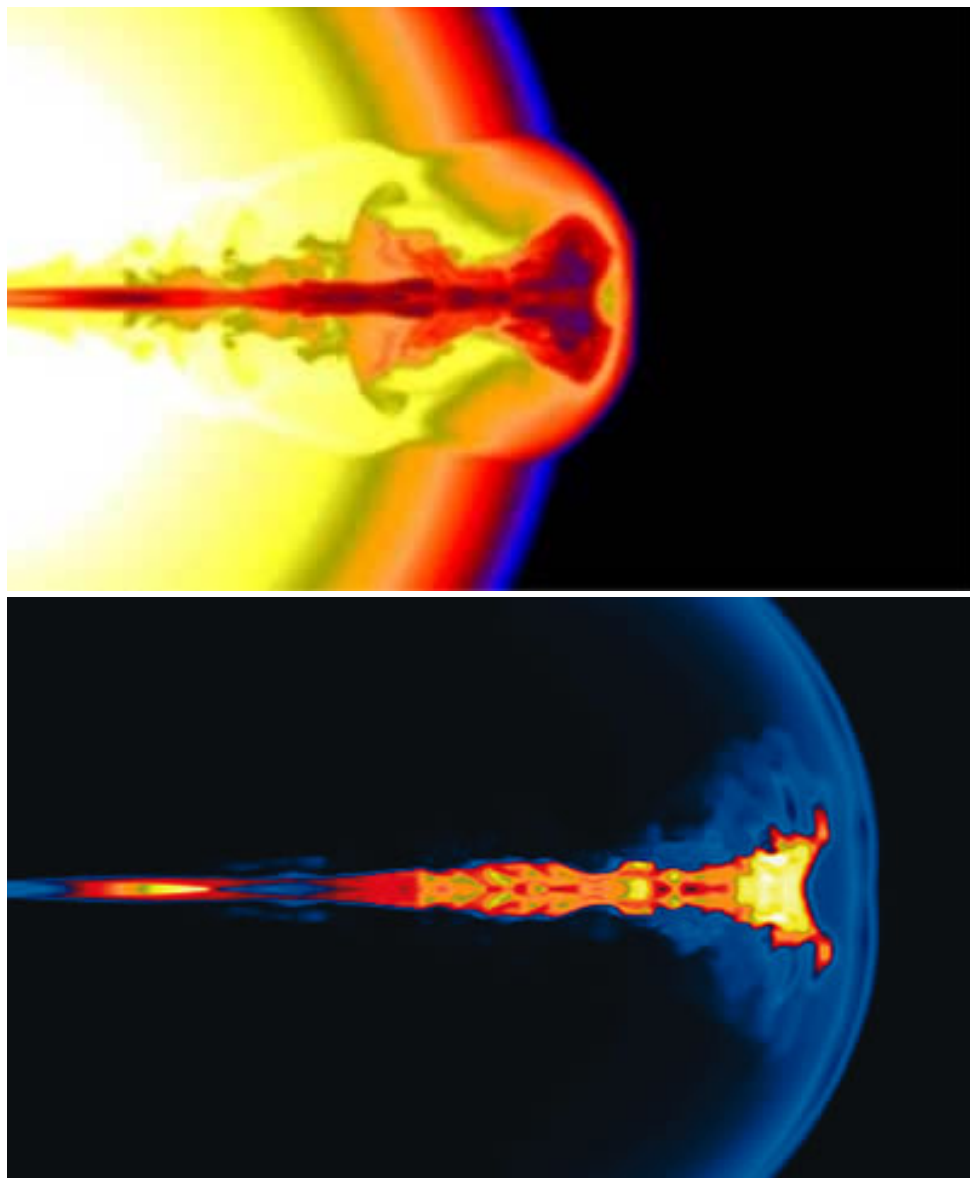
**金属量が多いと星風により
角運動量を失う。**

低金属環境？

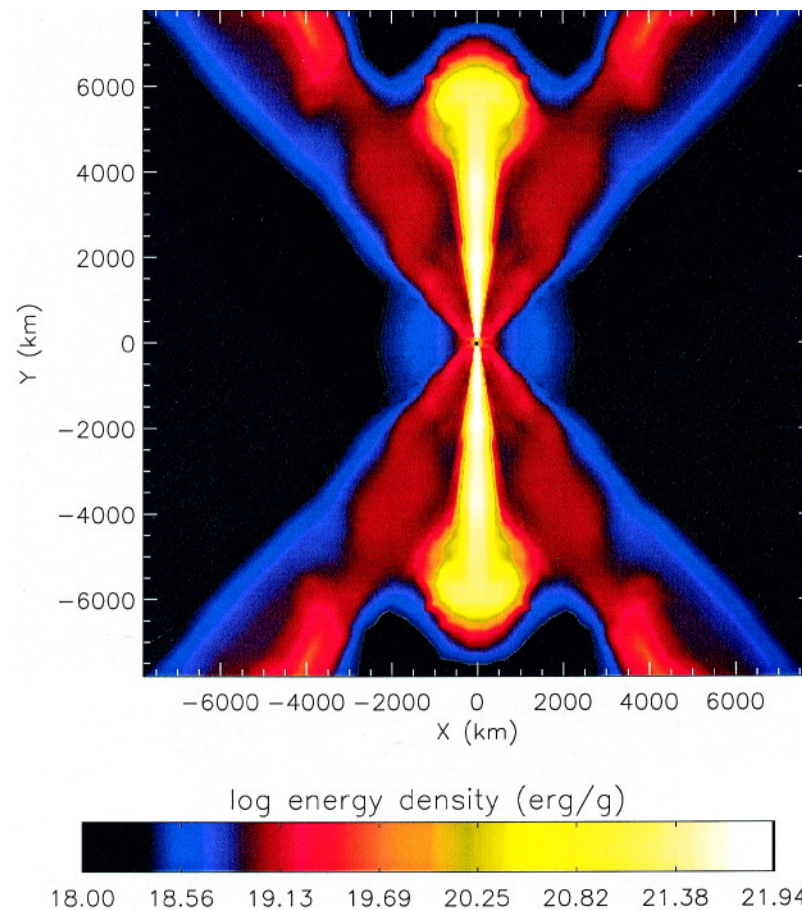
**ただし星風で質量を失った方
がジェットが突き抜けやすい**

関口氏スライド

シミュレーション



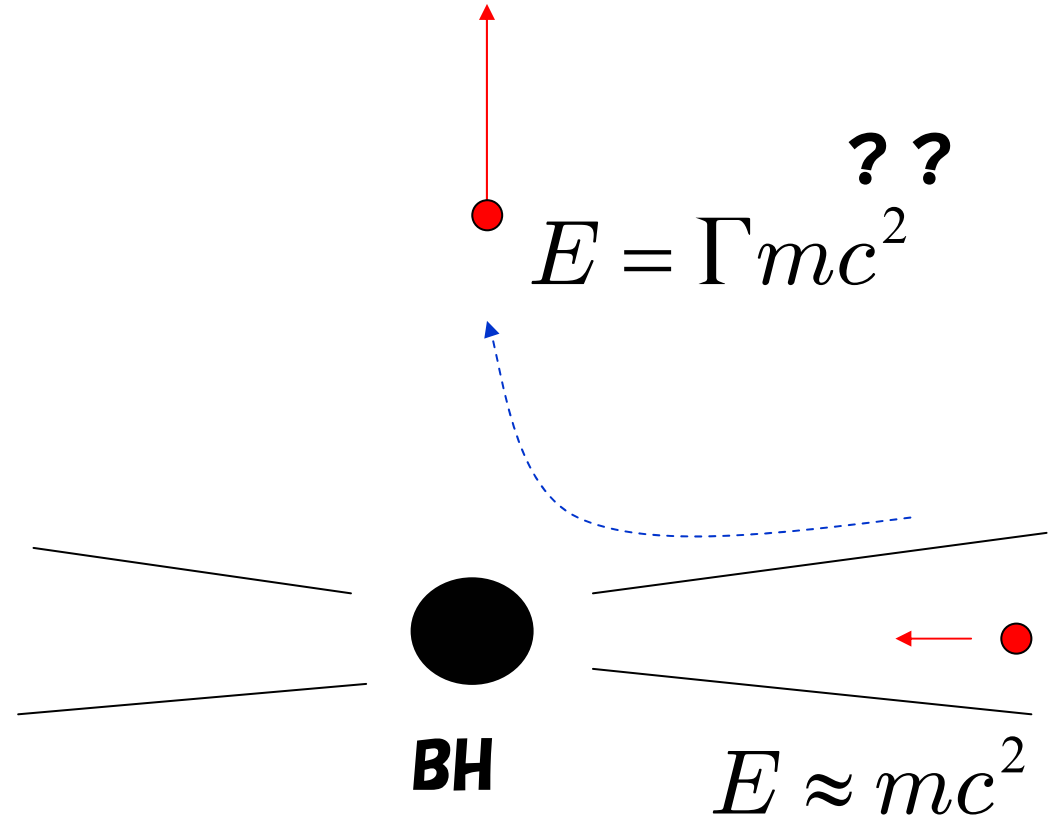
大量の電子・陽電子・光子を含む
相対論的ガスの膨張シミュレーション



加速メカニズム？



$$\Gamma = 1 / \sqrt{1 - (v/c)^2} > 100$$



- 多数の粒子が解放した重力エネルギー(熱・輻射・磁場)を少数の粒子に配分
- BHそのものからエネルギーを引き抜く

火の玉と輻射優勢宇宙

分布関数のパラメータ: $[n, T] \Rightarrow [\mu, T]$

激しく $\gamma + \gamma \Leftrightarrow e^+ + e^-$

反応が起きていて、熱平衡となっている

$\Rightarrow \mu = 0$ (黒体輻射的)

$$n_{\pm} = \begin{cases} 4 \left(\frac{m_e T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left[-\frac{m_e c^2}{T} \right] & \text{for } T \ll m_e c^2 \\ \frac{3}{\pi^2} \zeta(3) \left(\frac{T}{\hbar c} \right)^3 & \text{for } T \gg m_e c^2 \end{cases}$$

温度のみで書ける

火の玉は断熱膨張し、輻射優勢宇宙と同様に振舞う

断熱膨張

全エネルギー: $10^{47} - 10^{53} \text{ erg}$

$\Rightarrow$ 初期温度: $5.5 - 174 m_e c^2$

相対論的温度!

流体静止系 (Comoving) で考える

膨張と共に温度が下がっていく

$$\text{エントロピー} \propto (RT)^3 \Rightarrow RT = \text{const.}$$

バリオンを少し混ぜておく:

$$\eta = \text{全エネルギー} / \text{バリオン静止エネルギー}$$

流体力学的取り扱い

$P = e/3$, e : 輻射のエネルギー密度, ρ : バリオンのエネルギー密度

$$\frac{\partial(\rho\Gamma)}{c\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho U) = 0$$

$$\frac{\partial}{c\partial t} \left[\left(\rho + \frac{4}{3}e \right) \Gamma U \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \left(\rho + \frac{4}{3}e \right) U^2 \right] + \frac{1}{3} \frac{\partial e}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial}{c\partial t} (e^{3/4} \Gamma) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 e^{3/4} U) = 0$$

$$U \equiv \Gamma\beta = \sqrt{\Gamma^2 - 1}$$

流体力学的取り扱い

光速程度で運動していると考えると、爆発現象も定常解と
 r -依存性はそう変わらず

$$r^2 \rho \Gamma = \text{const.}, \quad r^2 \left(\rho + \frac{4}{3} e \right) \Gamma^2 = \text{const.}, \quad r^2 e^{3/4} \Gamma = \text{const.}$$

Piran, Shemi, & Narayan 1993

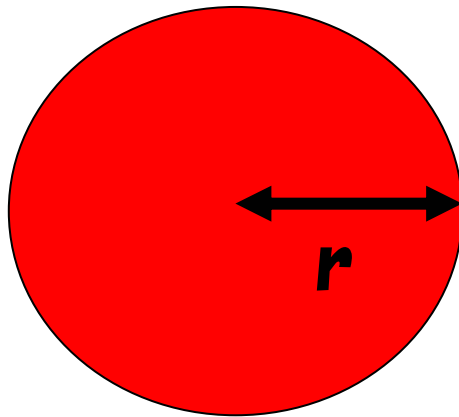
輻射優勢の時

$$e \gg \rho$$

$$\Gamma \propto r, \rho \propto r^{-3}, e \propto r^{-4}$$

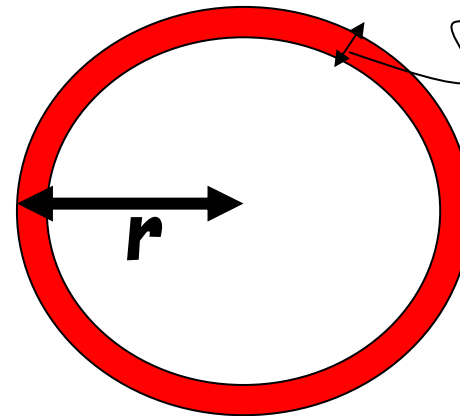
加速膨張していく

Comoving系



一様な火の玉

Observer系



$$\Delta r = r / \Gamma$$

Lorentz収縮

シェルの厚みは一定

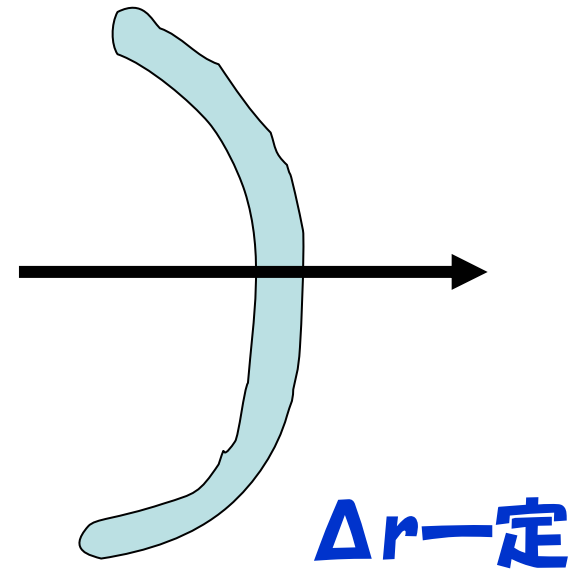
バリオン優勢の時

$$\Gamma = (e / \rho)_0 = n_0$$

となった所で、 $\rho = e$ になる。

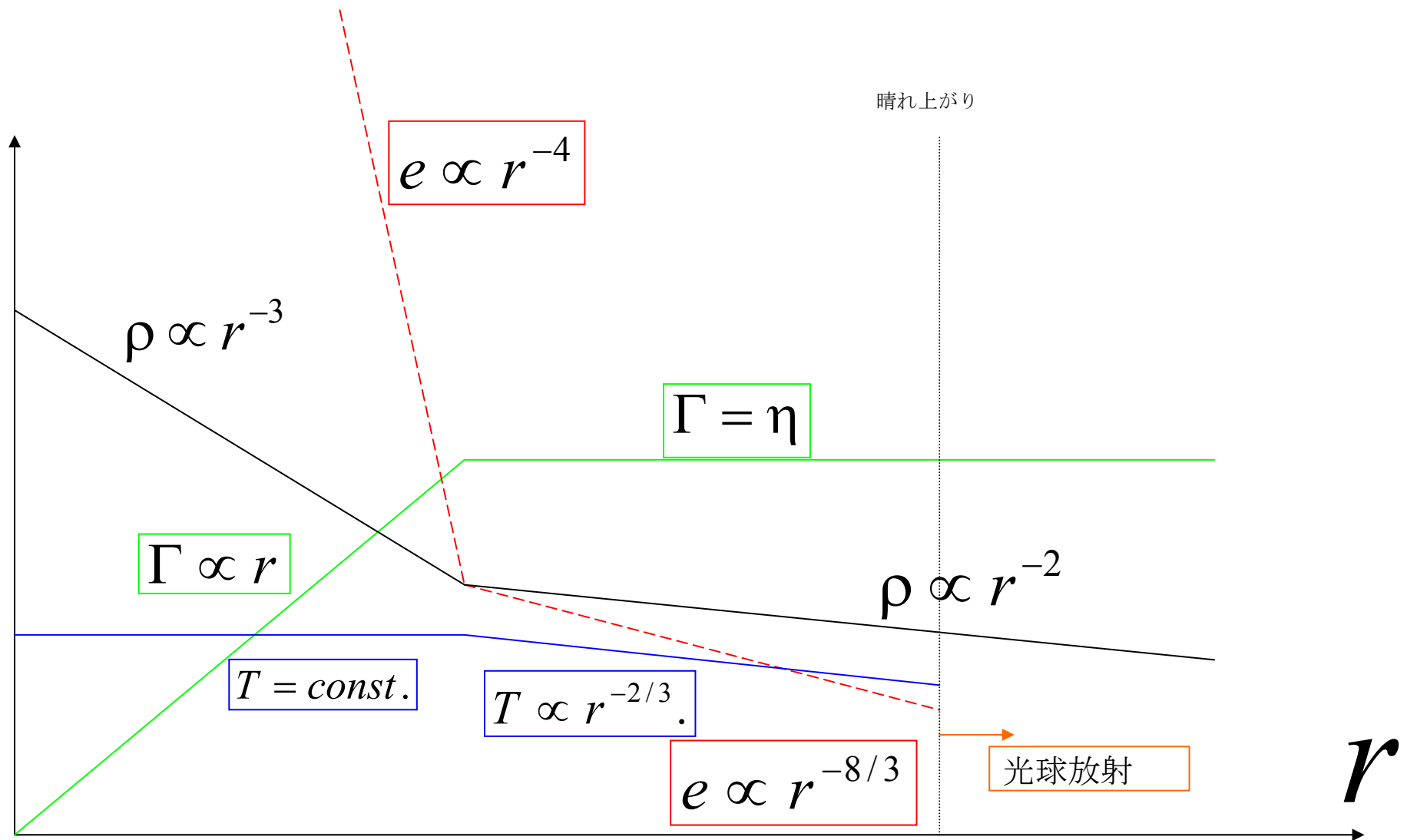
$$\rho \gg e$$

$$\Gamma \propto r^0, \rho \propto r^{-2}, e \propto r^{-8/3}$$



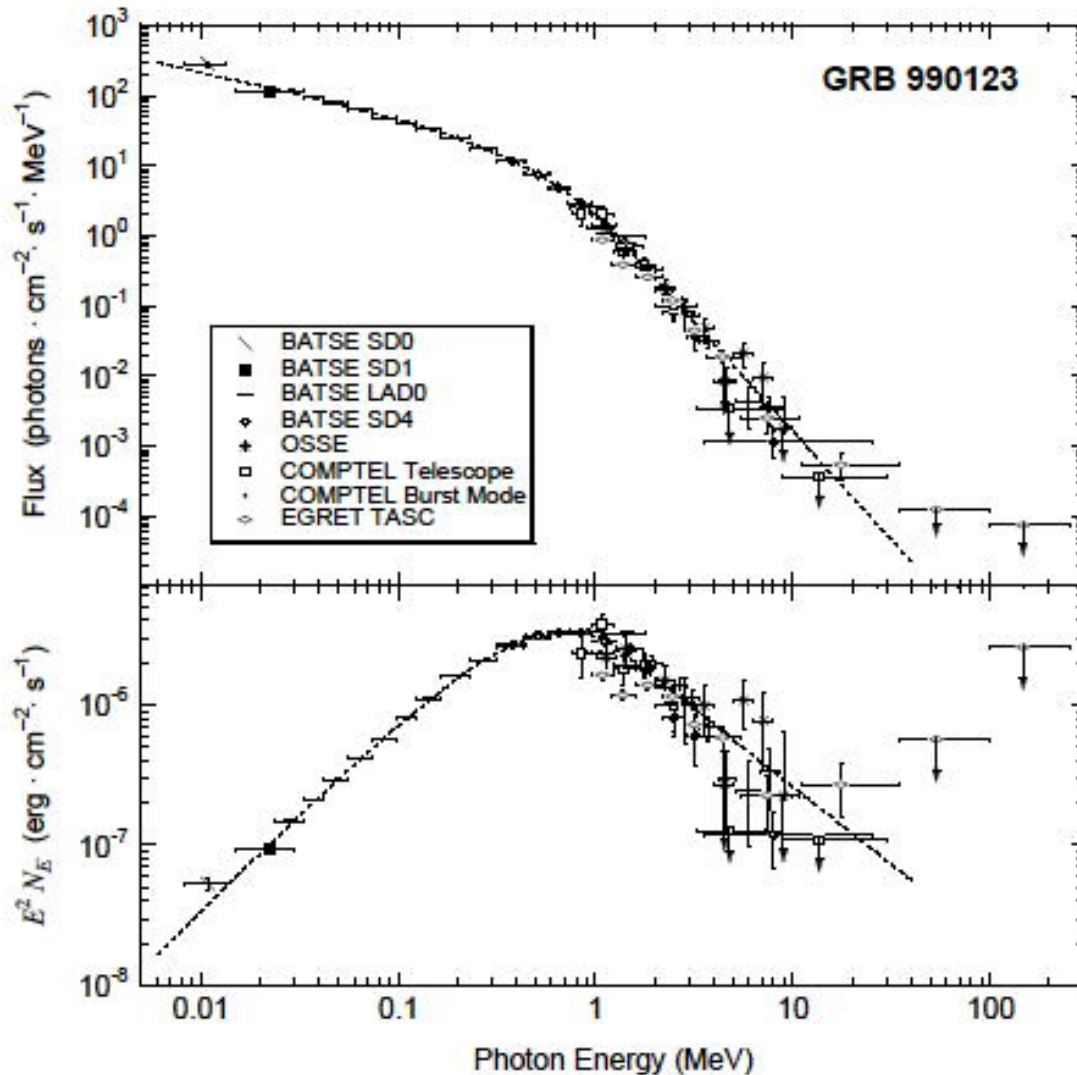
シェルの厚みを一定に保ち、Coastingしている

Fireballの進化



衝撃波と粒子加速

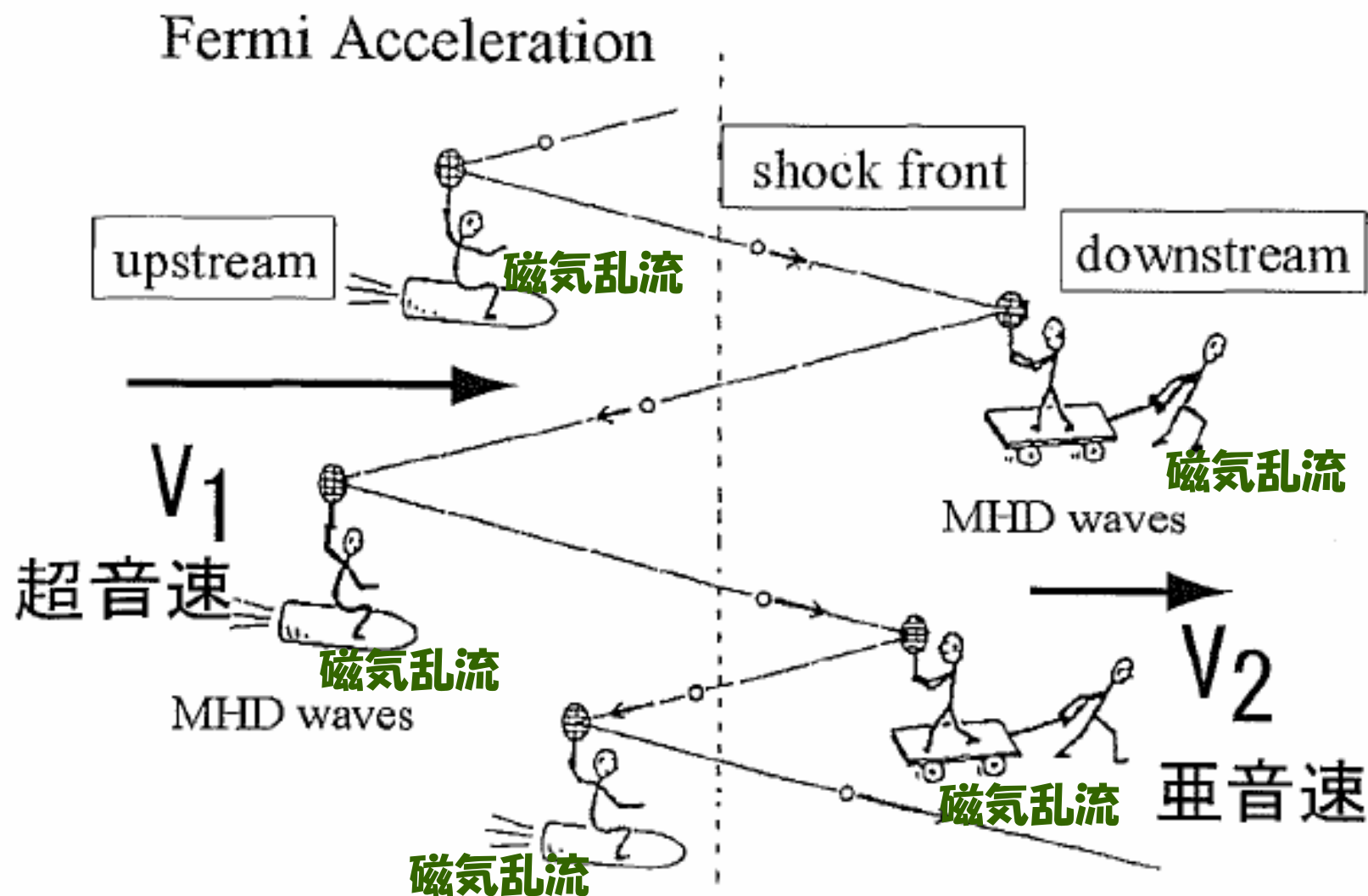
なぜベキ乗分布なのか？



ベキ乗分布の光子
→ 光を放っている電子も
ベキ乗分布

熱的分布に比べて高エネルギー
粒子の割合が大きい

衝擊波統計加速



無衝突系

我々の周りの環境

空気分子: 10^9 回 / s 衝突している

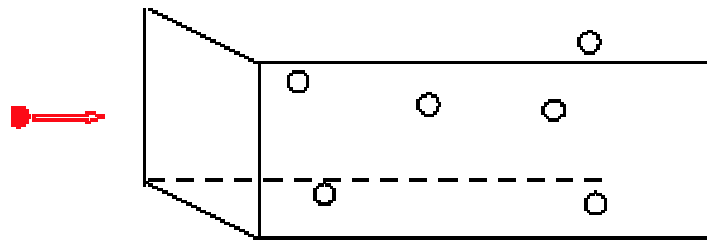
平均自由行程: 2×10^{-5} cm

→ 瞬時に緩和、熱化、等方化が達成される

一方、星間空間では、

$T = 1$ eV, 1 個 / cc →

クーロン衝突による平均自由行程: $\sim 2 \times 10^{14}$ cm



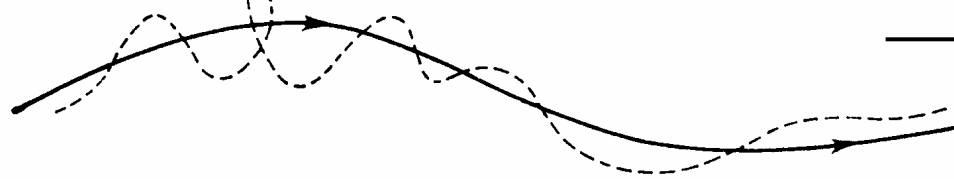
どうやって衝撃波や乱れた磁場を作るか？

乱れた磁場と粒子の相互作用

$l \ll r_c$... 荷電粒子は細かい曲がりは感じない

-----> 磁力線

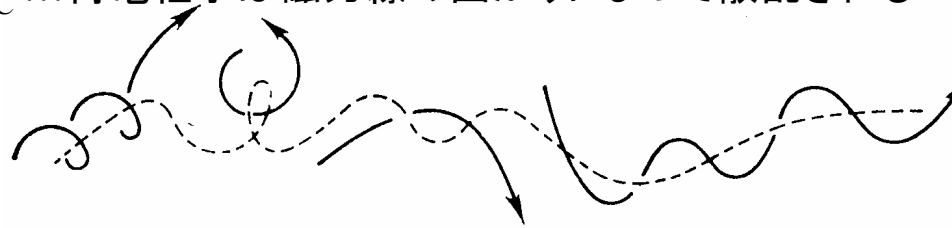
—————> 粒子軌道



$l \gg r_c$... 荷電粒子は磁力線の曲がりに沿って運動



$l \sim r_c$... 荷電粒子は磁力線の曲がりによって散乱される

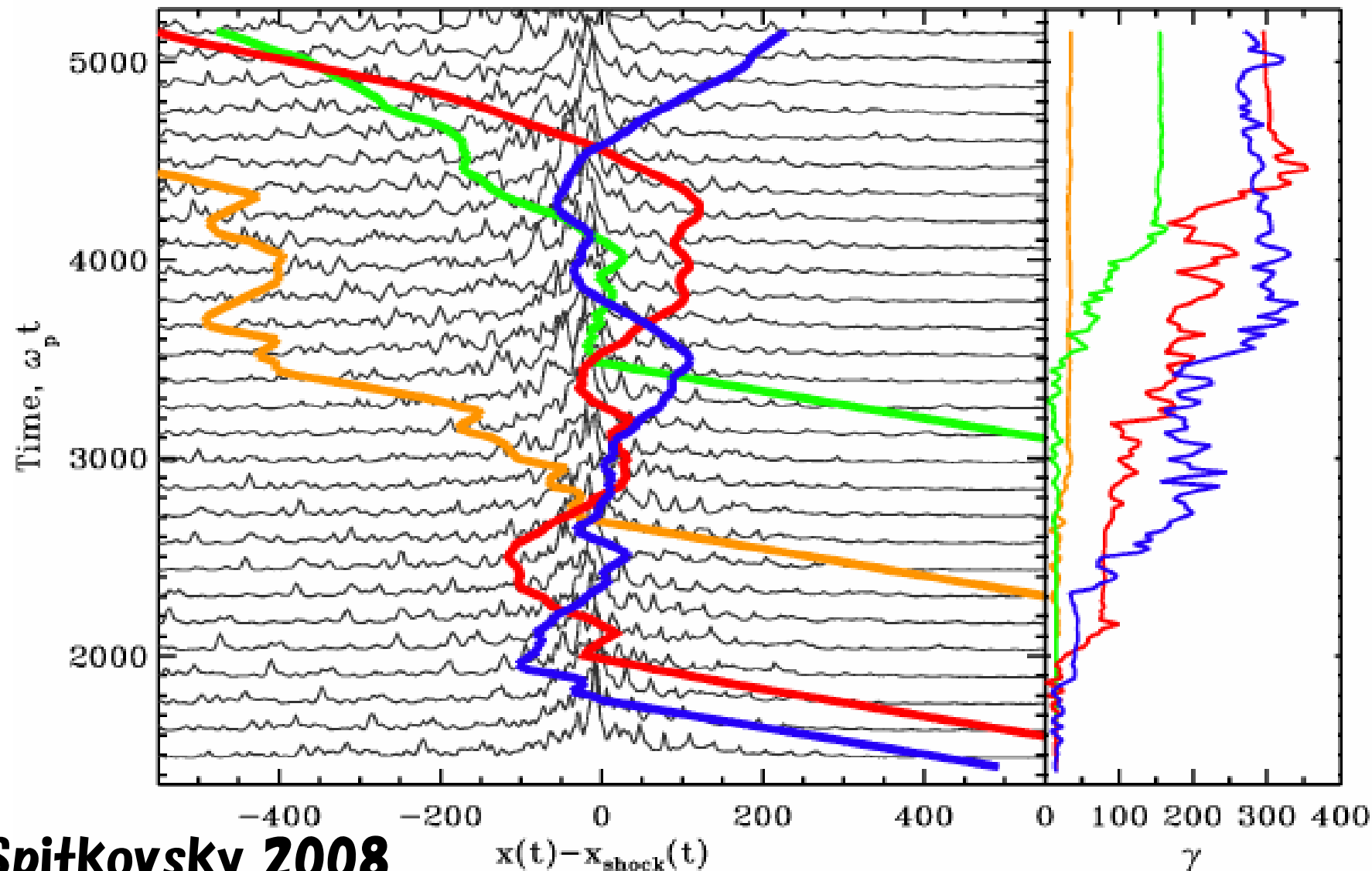


ラーマー半径 $R_L \sim$ 磁場の乱れのスケール

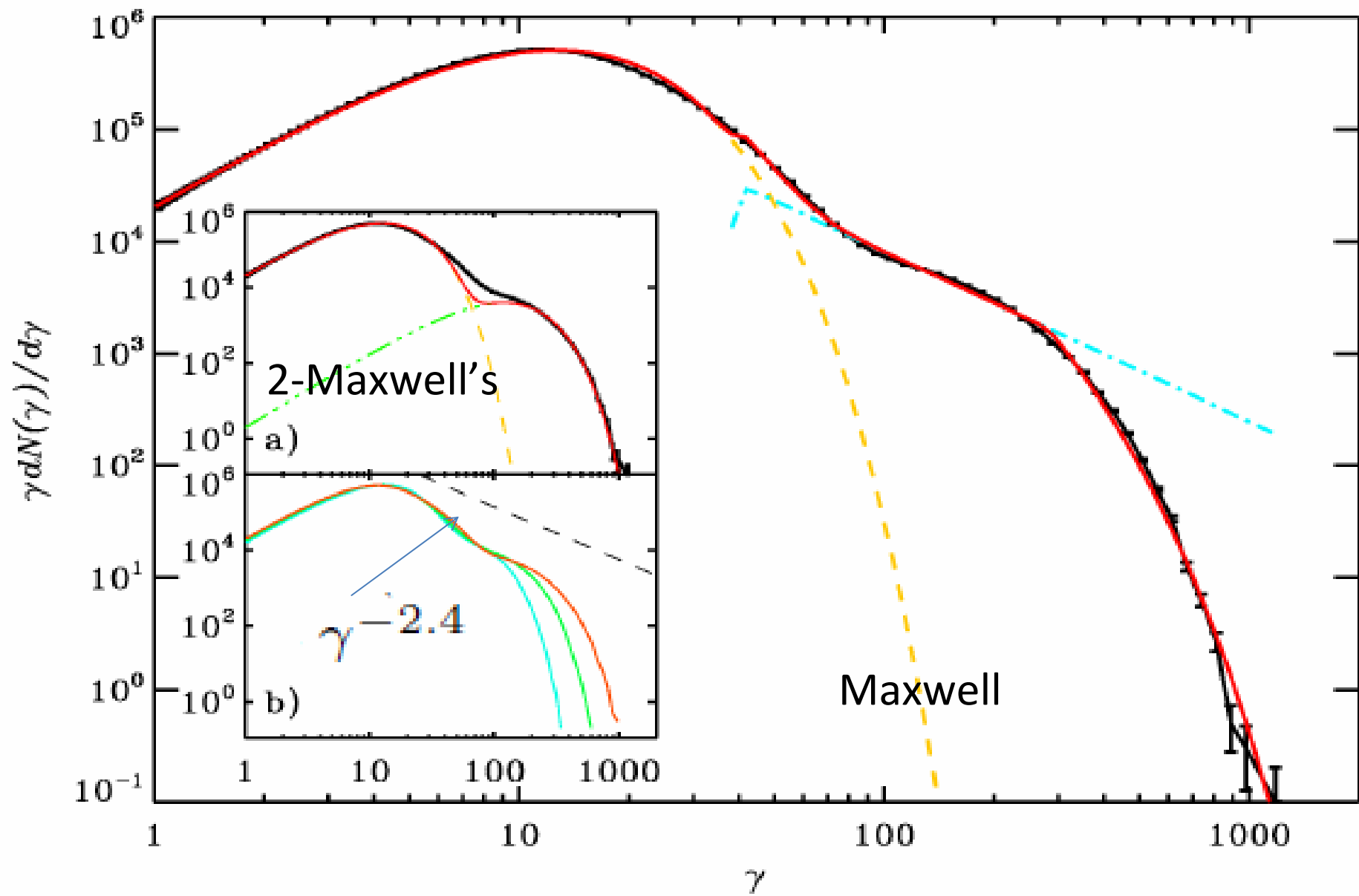
$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{4\pi n e^2}{m_p}} = 5.6 \times 10^4 \text{ /s for } n = 1/\text{cc}$$

Downstream

Upstream



Spitkovsky 2008



衝擊波

$$\begin{array}{c|c} n_1 & n_2 \\ \hline \xrightarrow{v_1} & \xrightarrow{v_2} \\ P_1 & P_2 \end{array}$$

粒子Flux

$$[n\Gamma\beta] = n_2\Gamma_2\beta_2 - n_1\Gamma_1\beta_1 = 0$$

Momentum

$$[T^{11}] = [(\varepsilon + P)\Gamma^2\beta] = 0$$

Energy

$$[T^{01}] = [(\varepsilon + P)\Gamma^2\beta^2 + P] = 0$$

Non-rela

$$P = (\hat{\gamma} - 1)(\varepsilon_0 - n_0 mc^2),$$

$$[nv] = 0, \left[\frac{\rho v^2}{2} + P \frac{\hat{\gamma}}{\hat{\gamma} - 1} \right] = 0, [P + \rho v^2] = 0$$

相対論的衝撃波

$$(\Gamma_1 \equiv 1 / \sqrt{1 - (v_1 / c)^2} \gg 1)$$

$$\frac{v_1}{c} = \sqrt{\frac{(P_2 - P_1)(e_2 + P_1)}{(e_2 - e_1)(e_1 + P_2)}}, \quad \frac{v_2}{c} = \sqrt{\frac{(P_2 - P_1)(e_1 + P_2)}{(e_2 - e_1)(e_2 + P_1)}} \approx \sqrt{\frac{P_2^2}{e_2^2}} = \frac{1}{3}$$

上流と下流の相対速度

$$\frac{v_{12}}{c} = \sqrt{\frac{(P_2 - P_1)(e_2 - e_1)}{(e_1 + P_2)(e_2 + P_1)}}, \quad \Gamma_{12} = \sqrt{\frac{(e_1 + P_2)(e_2 + P_1)}{(e_1 + P_1)(e_2 + P_2)}}$$

$$P_1 / n_1 m c^2 \ll 1, \quad P_2 \gg P_1, \quad \hat{\gamma}_2 = 4/3, \quad P_2 = e_2 / 3, \quad v_{s2} = c / \sqrt{3}$$

$$\Gamma_1 = \sqrt{\frac{(\Gamma_{12} + 1)[\hat{\gamma}_2(\Gamma_{12} - 1) + 1]^2}{\hat{\gamma}_2(2 - \hat{\gamma}_2)(\Gamma_{12} - 1) + 2}} \approx \sqrt{2}\Gamma_{12}$$

$$\frac{n_2}{n_1} = 4\Gamma_{12} + 3, \quad \frac{U_2}{n_2 m c^2} = \Gamma_{12} - 1$$

$$(e_2 = n_2 m c^2 + U_2)$$

相対速度がもたらす加速

上流

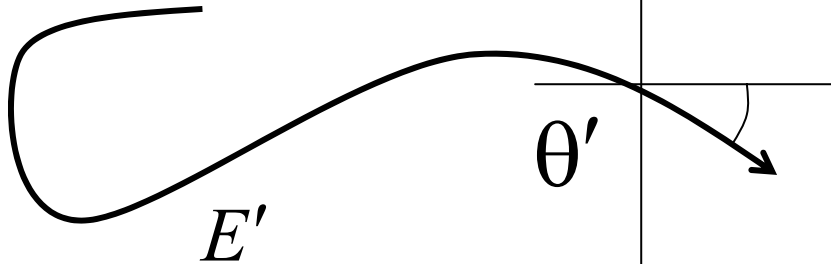
β



上流から見たエネルギー

$$E' = \Gamma E (1 - \beta \cos \theta)$$

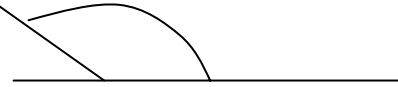
磁場によってエネルギーを
保ったまま方向を変える



下流静止系

E

θ

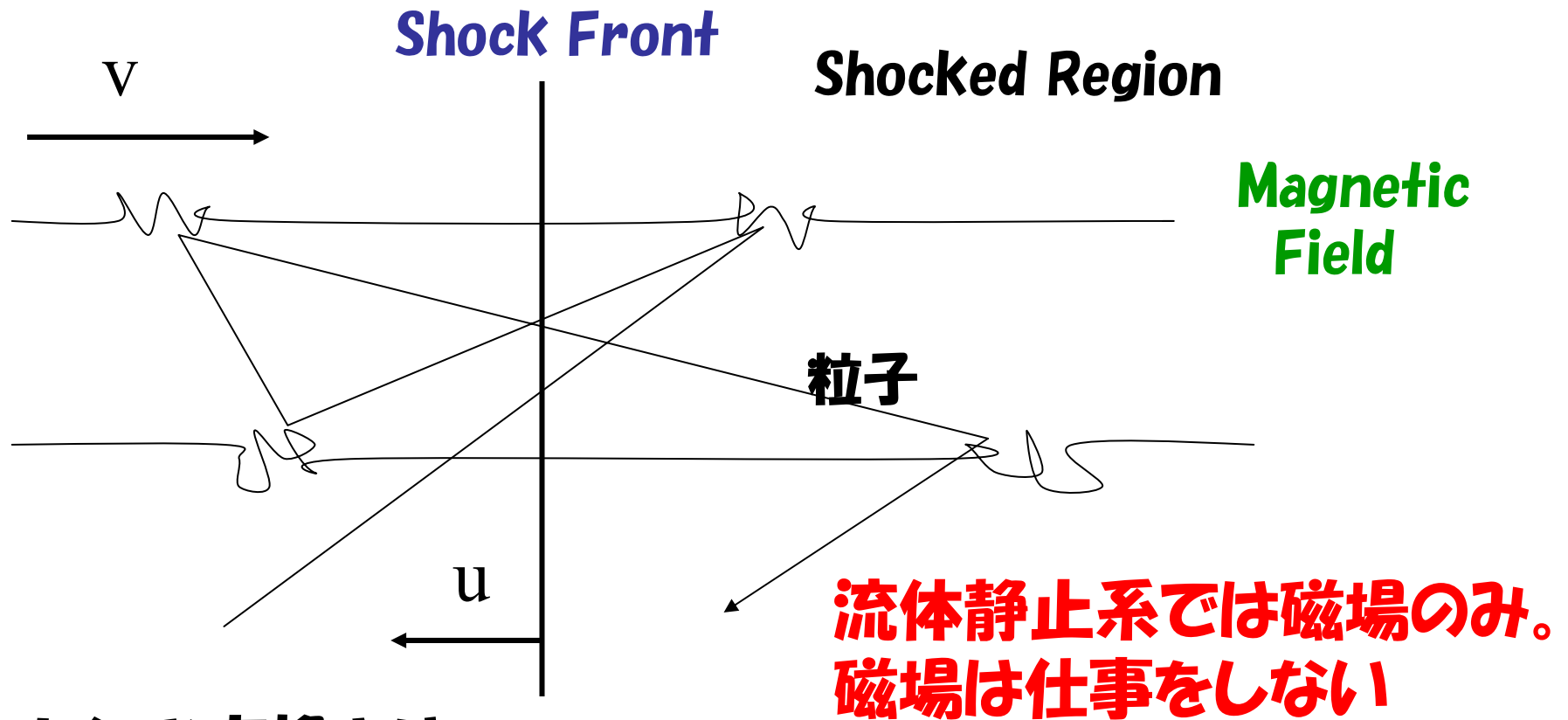


下流から見たエネルギー

$$E_2 = \Gamma E' (1 + \beta \cos \theta')$$

$$= \Gamma^2 E' (1 - \beta \cos \theta) (1 + \beta \cos \theta')$$

衝撃波統計加速



ローレンツ変換より

$$\frac{\Delta E}{E} = \Gamma^2 \left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta_{\text{下}} \right) \left(1 + \frac{v}{c} \cos \theta'_{\text{上}} \right) - 1$$

衝撃波面を横切る加速粒子の数

下流静止系

上流に戻る条件

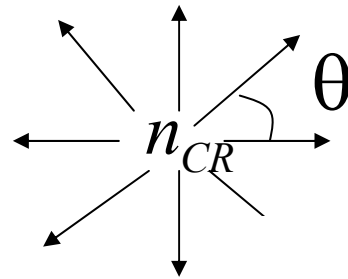
$$v_{rel} = u + c \cos \theta > 0 \Rightarrow -1 < \cos \theta < -u/c$$

上流

v

下流

$$\dot{n}_{\leftarrow} = \int_{-1}^{-u/c} \frac{dn_{CR}}{d \cos \theta} v_{rel} d \cos \theta = \frac{(c-u)^2}{4c} n_{CR}$$



等方, n_{CR}

$$\dot{n}_{\rightarrow} = \int_{-u/c}^1 \frac{dn_{CR}}{d \cos \theta} |v_{rel}| d \cos \theta = \frac{(c+u)^2}{4c} n_{CR}$$

$$\frac{an_{CR}}{d \cos \theta} = \frac{n_{CR}}{2}$$

下流に戻る量

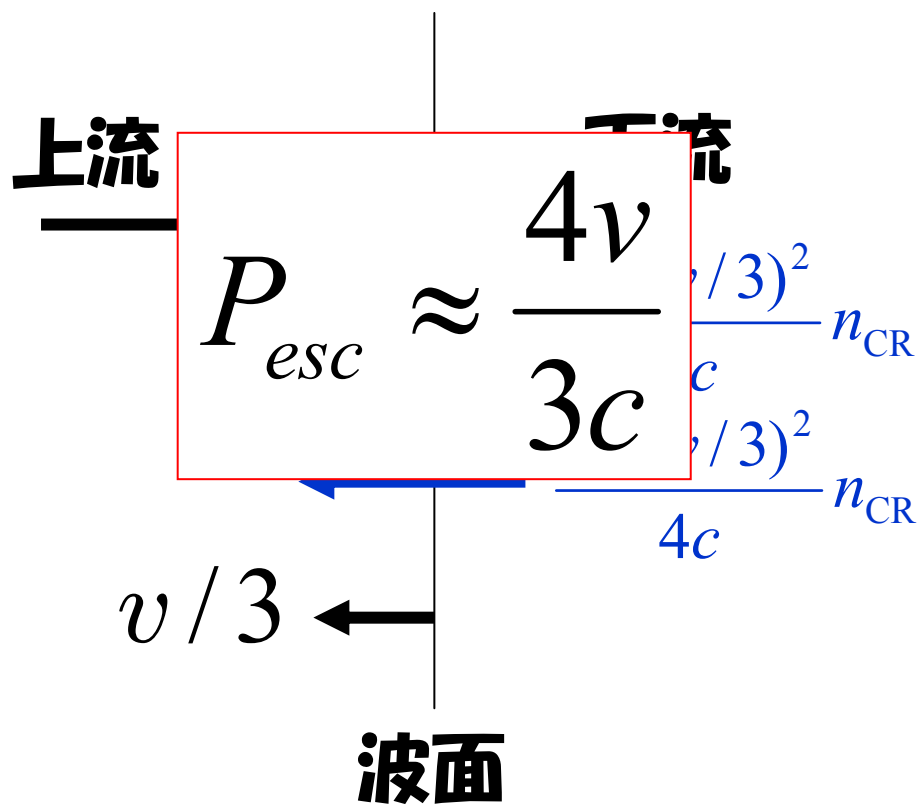
$$P_{esc} = 1 - \frac{\dot{n}_{\leftarrow}}{\dot{n}_{\rightarrow}}$$

u

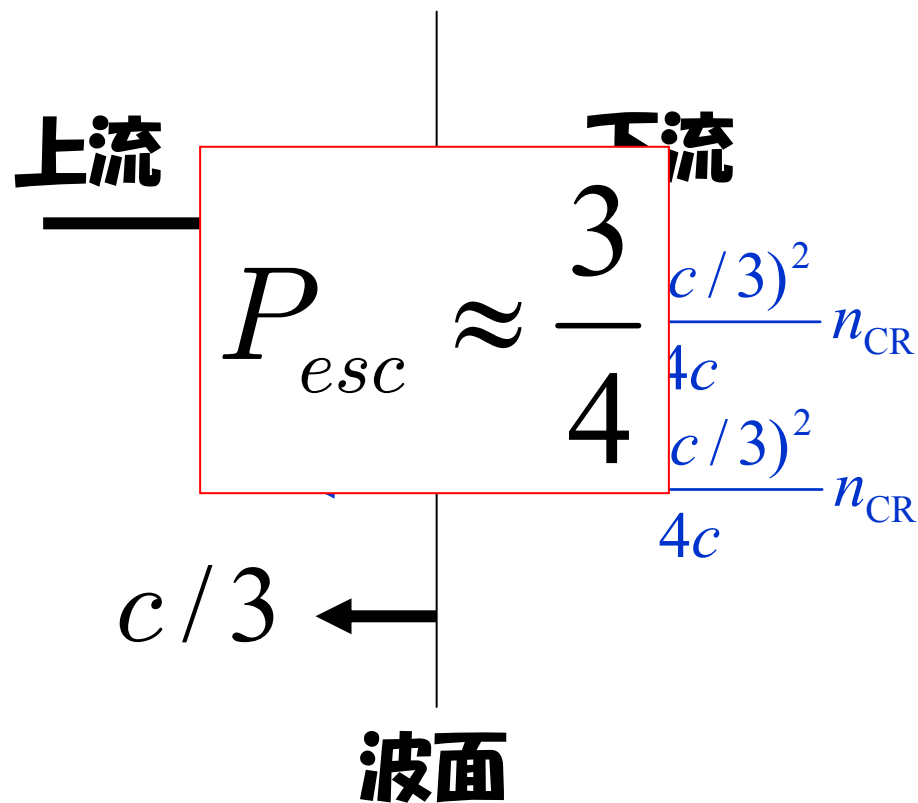
波面

衝擊波

非相對論的衝擊波



相對論的衝擊波



衝擊波

非相對論的衝擊波

上流

下流

$$\frac{\Delta E}{E} = \Gamma^2 \left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta_{\text{下}} \right) \left(1 + \frac{v}{c} \cos \theta'_{\text{上}} \right) - 1$$

v

$$\langle \cos \theta_{\text{下}} \rangle = -2/3$$

$$\cos \theta_{\text{下}} = 0$$

$v/3$

$$\cos \theta_{\text{下}} = -1$$

波面

相對論的衝擊波

上流

下流

$$\Gamma = 1 / \sqrt{1 - (v/c)^2} \gg 1$$

$$\langle \cos \theta_{\text{下}} \rangle = -3/4$$

$$\cos \theta_{\text{下}} = -1/3$$

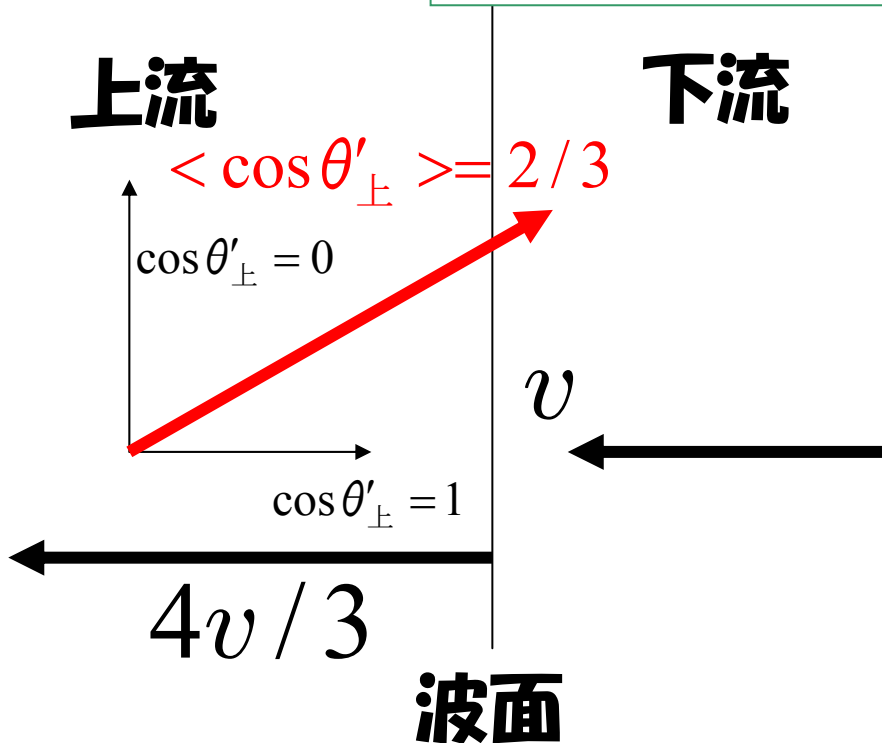
$c/3$

$$\cos \theta_{\text{下}} = -1$$

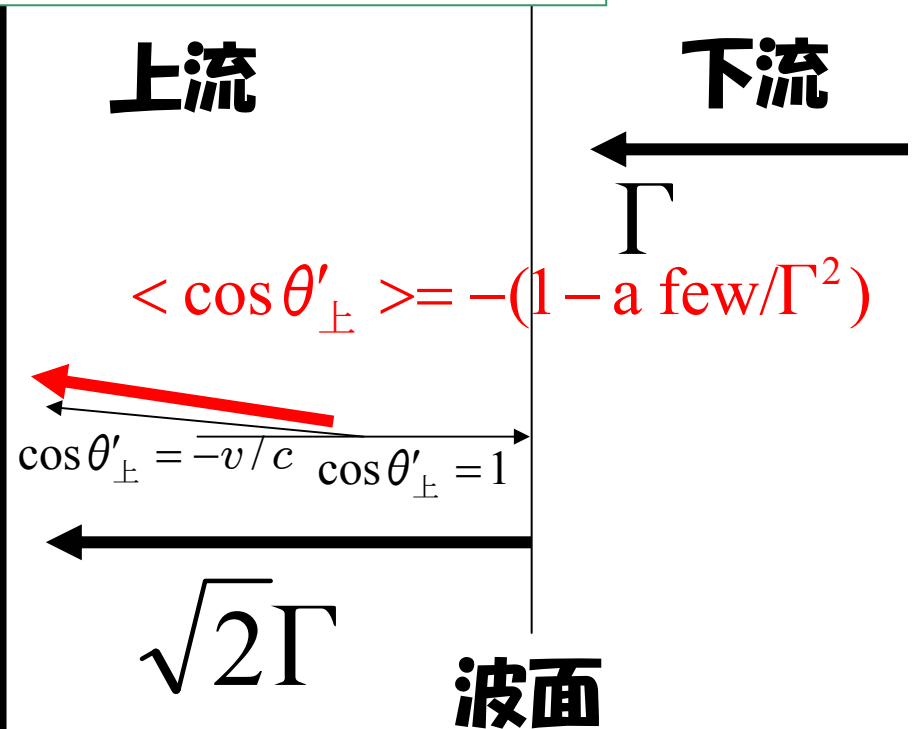
波面

衝擊波

非相對論的衝擊波



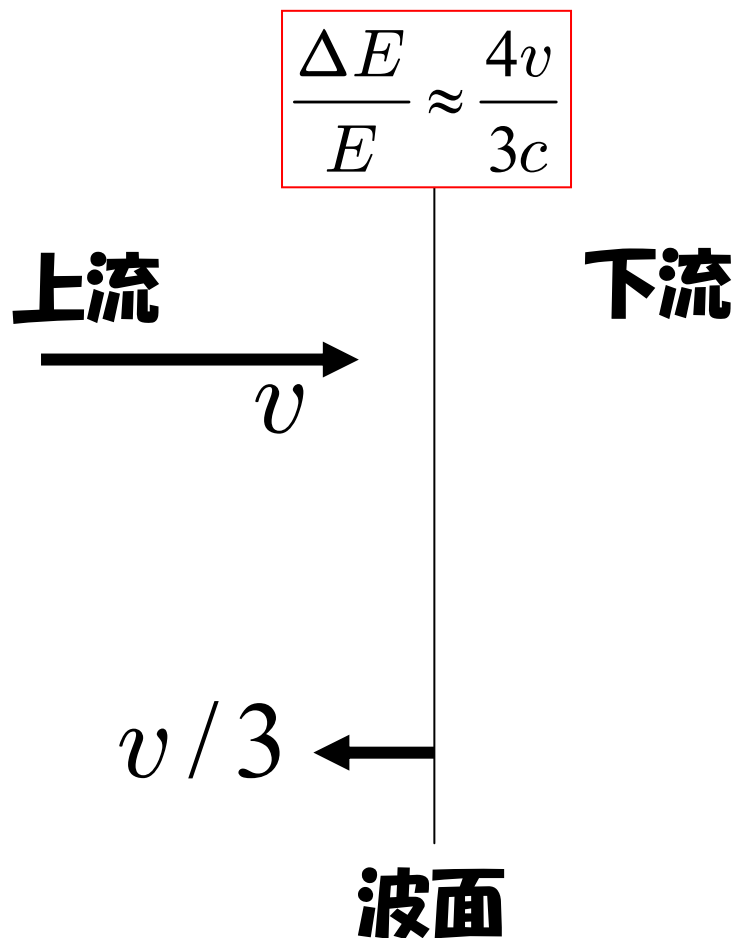
相對論的衝擊波



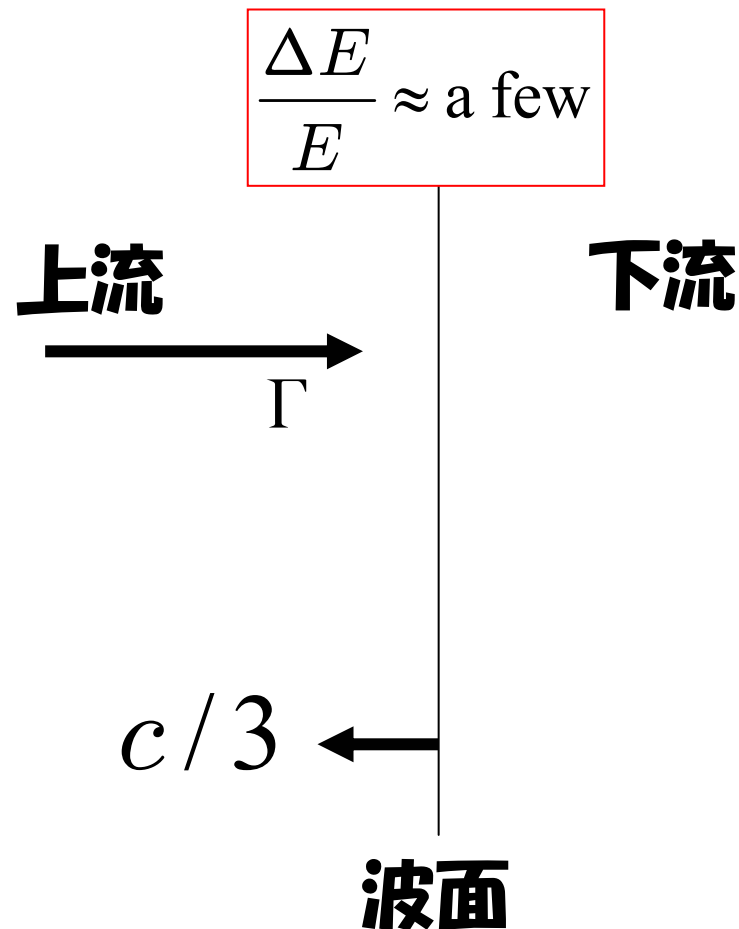
$$\frac{\Delta E}{E} = \Gamma^2 \left(1 - \frac{v}{c} \cos \theta_{\text{下}} \right) \left(1 + \frac{v}{c} \cos \theta'_{\text{上}} \right) - 1$$

衝擊波

非相對論的衝擊波



相對論的衝擊波

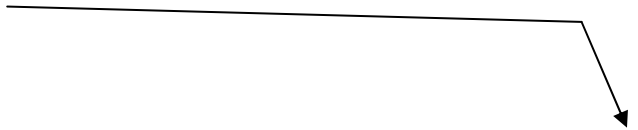


衝撃波統計加速

n 回往復する確率: $(1 - P_{\text{esc}})^n$

n 回衝突後のエネルギー: $E_n = (1 + \xi)^n E_0$, $\xi \equiv \frac{\Delta E}{E}$

$$\longrightarrow n = \frac{\log E_n / E_0}{\log(1 + \xi)}$$

$$N(> E_n) \propto \sum_{m=n}^{\infty} (1 - P_{\text{esc}})^m = \frac{(1 - P_{\text{esc}})^n}{P_{\text{esc}}}$$


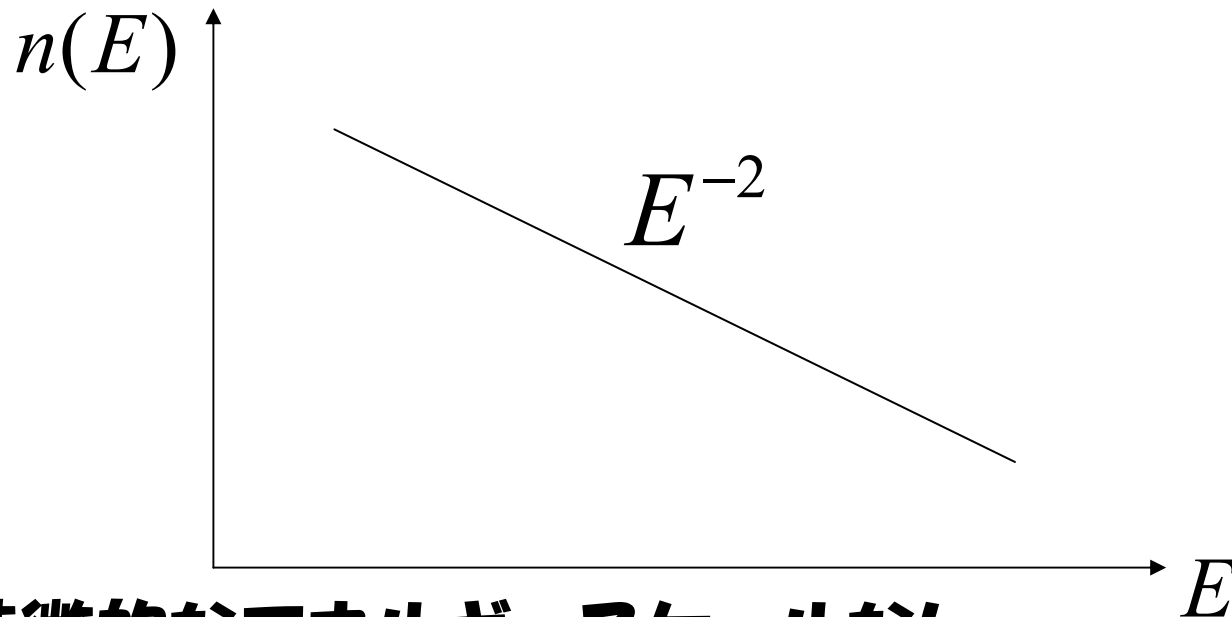
$$\gamma \equiv \frac{\log(1 - P_{\text{esc}})^{-1}}{\log(1 + \xi)} \quad \rightarrow \quad N(> E_n) \propto \frac{1}{P_{\text{esc}}} \left(\frac{E_n}{E_0} \right)^{-\gamma}$$

$$\rightarrow n(E) \propto E^{-\gamma-1}$$

ベキ乗分布

非相対論的な場合

$$\gamma \approx \frac{P_{esc}}{\xi} \approx 1 \quad \text{相対論的な場合でも同じくらい}$$



特徴的なエネルギースケールなし

ガンマ線 放射メカニズム

ガンマ線放射

- プラズマ静止系ではX線。それがローレンツブーストされて、ガンマ線として観測されている。
- 他の高エネルギー天体でベキ乗光子を見ると、だいたい最初にシンクロトロンを考える。
- GRBもシンクロトロンだろうか??
- 内部衝撃波で運動エネルギーを効率よく光子に変えられるだろうか?

古典的電磁波放射

Maxwell eq.

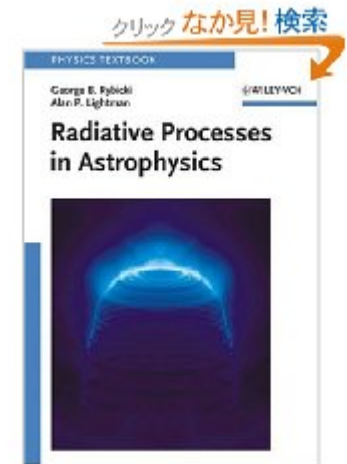
$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta\right) A^\mu = \frac{4\pi}{c} j^\mu \Rightarrow A^\mu = \frac{e}{R - \boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{R}} (1, \boldsymbol{\beta})$$

電場の定義

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla A^0 \\ &= \frac{e}{c^2} \frac{1}{(1 - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta})^3 R} [\mathbf{n} \times \{(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}) \times \dot{\mathbf{v}}\}] \end{aligned}$$

$$\frac{dE_{rad}}{d\omega dS} = c |\hat{E}(\omega)|^2, \quad \hat{E}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int E(t) e^{i\omega t} dt$$

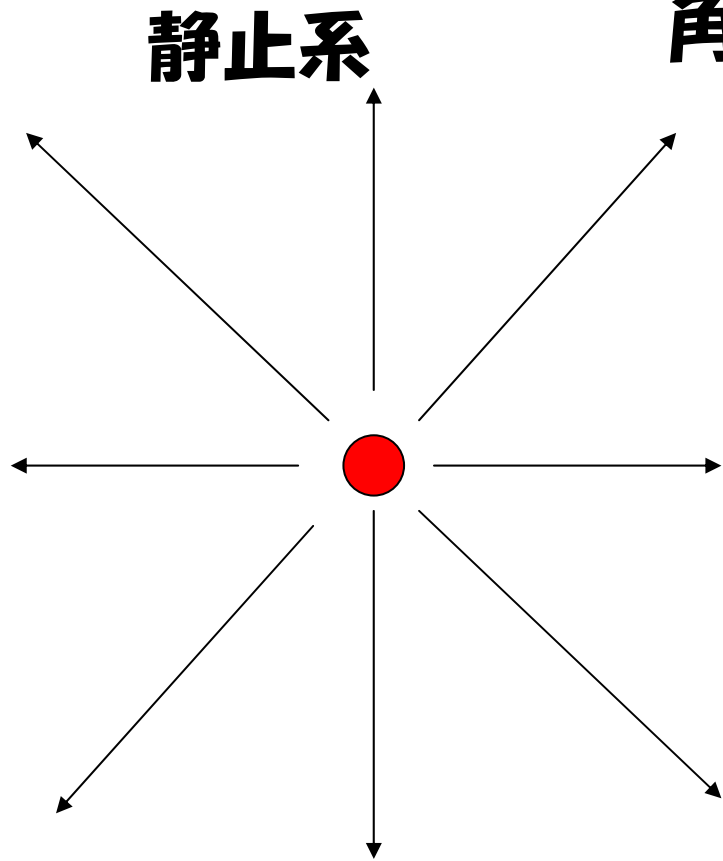
$$\frac{dE_{kin}}{dt} = \frac{2q^2 a^2}{3c^3}$$



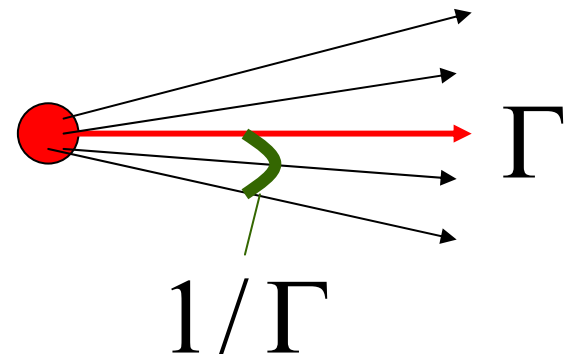
相対論的Beaming

角度のローレンツ変換

$$\mu = \frac{\mu' + \beta}{1 + \beta\mu'}$$

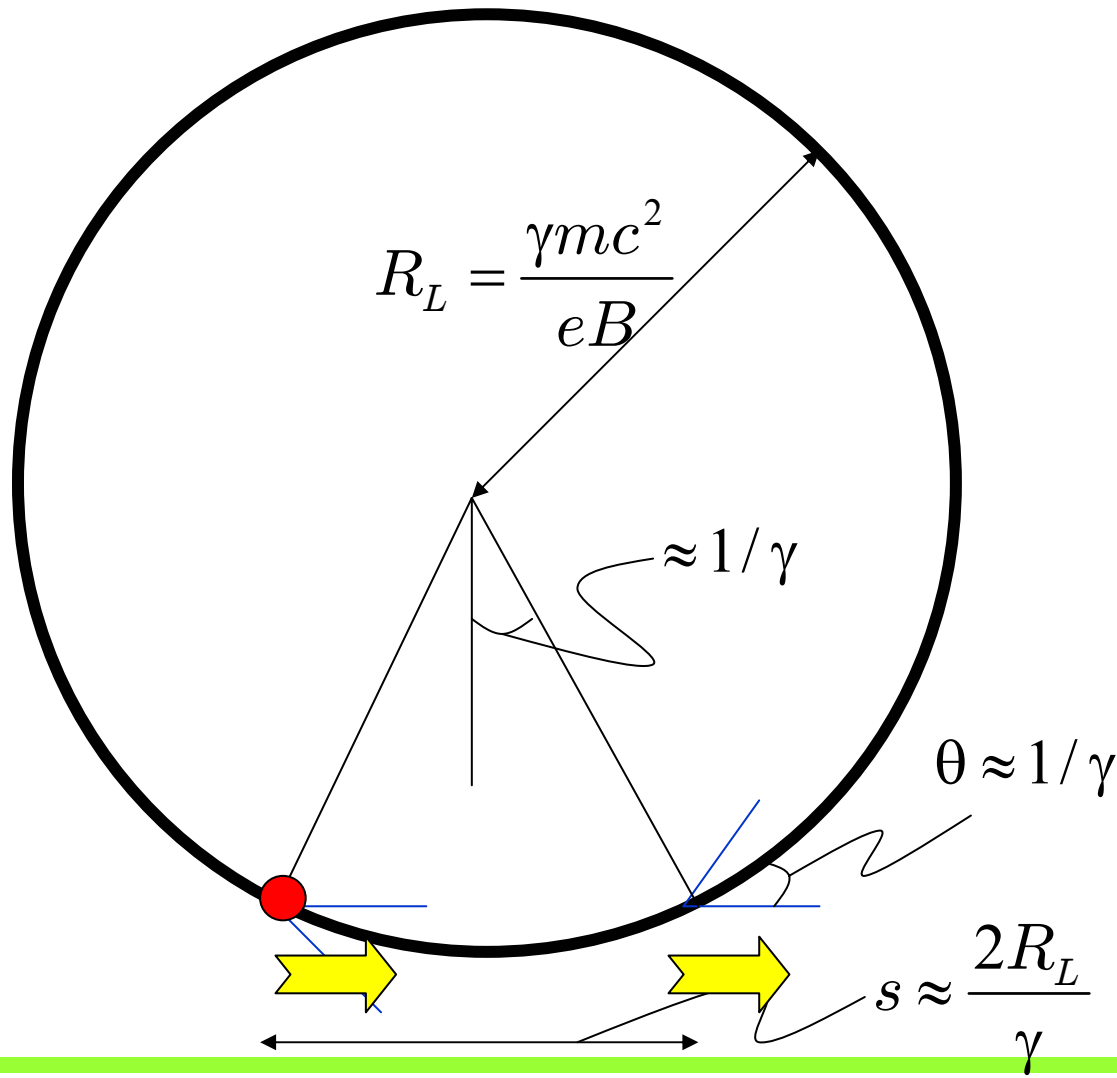


等方放射



$$\left. \frac{dE}{dt d\Omega} \right|_{\text{emit}} = \frac{1}{\Gamma^4 (1 - \beta\mu)^3} \frac{dE'}{dt' d\Omega'}, \quad \left. \frac{dE}{dt d\Omega} \right|_{\text{recieve}} = \frac{1}{\Gamma^4 (1 - \beta\mu)^4} \frac{dE'}{dt' d\Omega'}$$

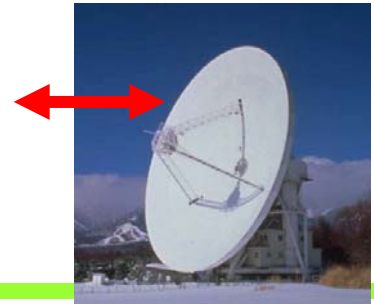
普通のシンクロトロン放射



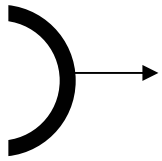
$$\Delta t = \frac{s}{c} = \frac{2mc^2}{eB}$$

$$\Delta t_{\text{obs}} \approx \Delta t / \gamma^2$$

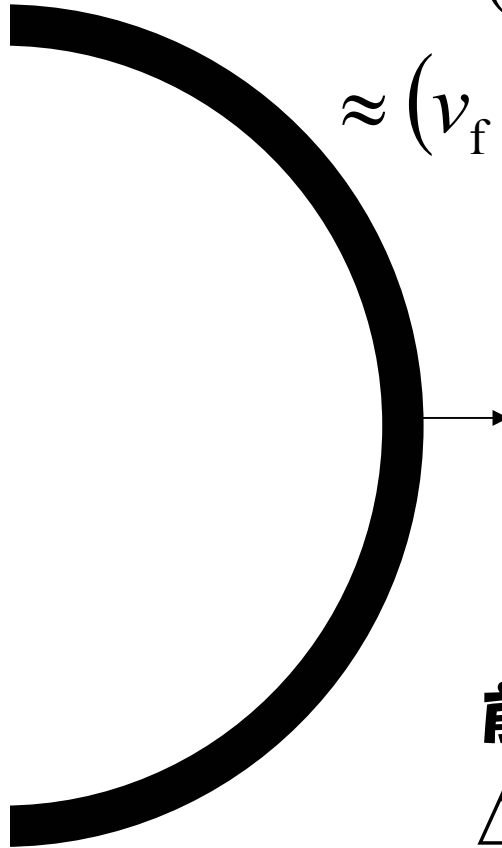
$$\omega_{\text{typ}} = \frac{3\gamma^2 eB}{2mc}$$



シェルの厚さ



シェル内の速い部分: Γ_f
遅い部分: Γ_s



$$\Delta = (v_f - v_s)t$$
$$\approx (v_f - v_s)R / c \approx R / \Gamma_s^2$$

前に導いた放射時間の関係

$$\Delta = \Delta' / \Gamma$$

$$R = cT$$

$$= \Gamma \Delta' = \Gamma^2 \Delta$$

光子エネルギー密度

シェル幅 $\Delta \approx \frac{R}{\Gamma^2} \approx c\Delta t$ しかしこれはローレンツ収縮している。

プラズマ静止系では、 $\Delta' = \Gamma\Delta \approx \frac{R}{\Gamma} \approx \Gamma c\Delta t$

プラズマ静止系での体積 $V' = 4\pi R^2 \Delta' = 4\pi \frac{R^3}{\Gamma} \approx 4\pi R^2 \Gamma c\Delta t$

ガンマ線の総エネルギーは $L\Delta t$

だが、これもローレンツブーストされてる。

プラズマ静止系でのエネルギー $E' = E / \Gamma = L\Delta t / \Gamma$

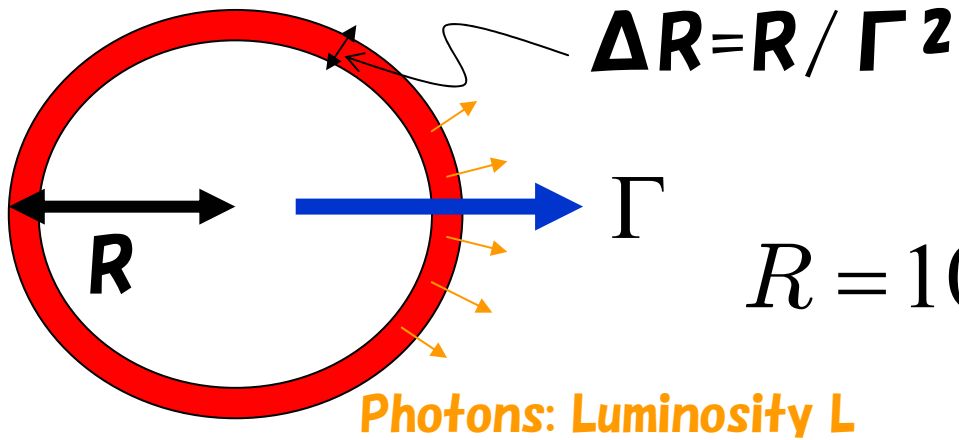
エネルギー密度は E' / V'

Δt がキャンセルして、

$$U' = \frac{L}{4\pi c R^2 \Gamma^2}$$

注：シェルが $\frac{R}{\Gamma^2}$ より薄ければ、もっと大きくなれる。

典型的なパラメーター



$$R = 10^{14} \text{ cm}, \Gamma = 300, L = 10^{52} \text{ erg/s}$$

In the comoving frame

Energy Density:

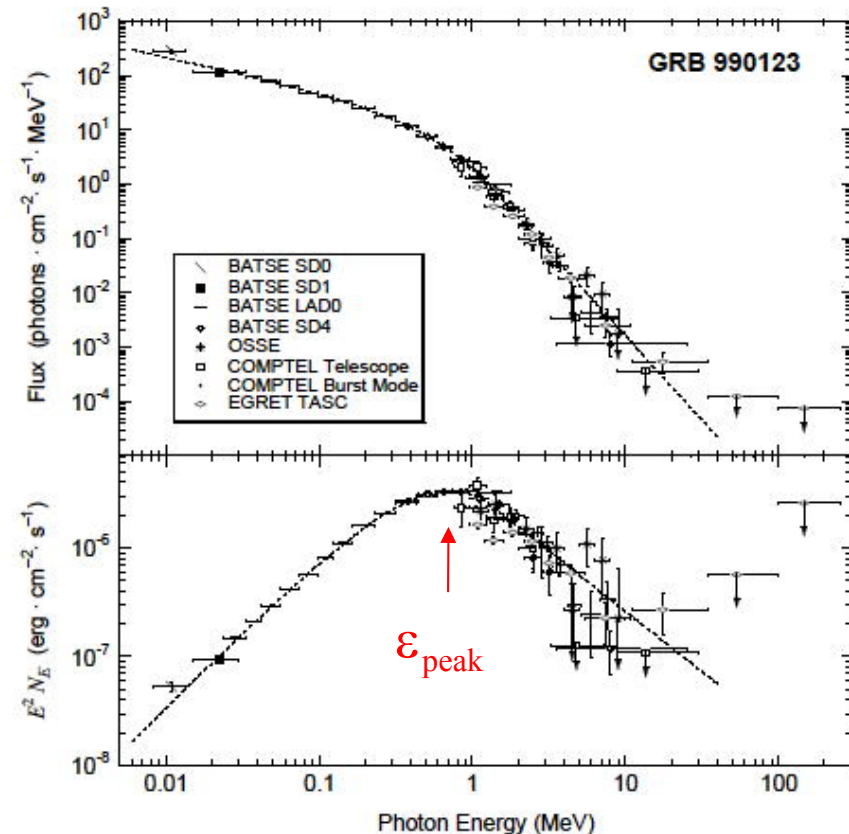
$$U = \frac{L}{4\pi c R^2 \Gamma^2} \approx 3 \times 10^7 \text{ erg/cc}$$

Magnetic Field:

$$B \approx \sqrt{0.1 \times 8\pi U} \approx 8600 \text{ G}$$

典型的な電子のエネルギー

放射はシンクロトロン放射だと思われる。



電子のローレンツ因子

$$\frac{\epsilon_{\text{peak}}}{\Gamma} \approx \frac{\hbar e B}{m_e c} \gamma_m^2 \approx \text{keV}$$

$$U \approx 3 \times 10^7 \text{ erg/cc}$$

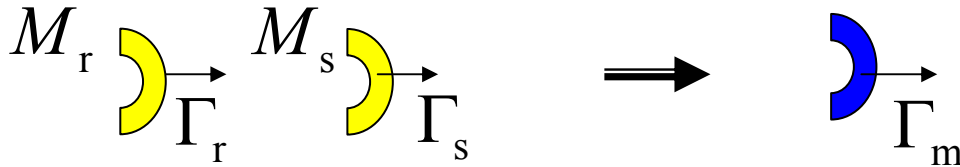
$$\Rightarrow B \approx \sqrt{0.1 \times 8\pi U} \approx 8600 \text{ G}$$

$$\Rightarrow \gamma_m \approx 3000$$

光子エネルギーの10%が磁場だと
仮定しても、電子のローレンツ因子は
3000が必要とされる。

内部衝撃波 合体描像

早いシェルと遅いシェルの衝突



エネルギー保存

$$M_r \Gamma_r + M_s \Gamma_s = (M_r + M_s + E_{\text{int}} / c^2) \Gamma_m$$

内部エネルギー

運動量保存

$$M_r \sqrt{\Gamma_r^2 - 1} + M_s \sqrt{\Gamma_s^2 - 1} = (M_r + M_s + E_{\text{int}} / c^2) \sqrt{\Gamma_m^2 - 1}$$

➡ $\Gamma_m \approx \sqrt{\frac{M_r \Gamma_r + M_s \Gamma_s}{M_r / \Gamma_r + M_s / \Gamma_s}}$

もしmassが同じなら、

$$\Gamma_m \approx \sqrt{\Gamma_r \Gamma_s}$$

エネルギー解放効率

効率

$$f \equiv \frac{\Gamma_m E_{\text{int}}}{(M_r \Gamma_r + M_s \Gamma_s) c^2} = 1 - \frac{2\sqrt{\Gamma_r / \Gamma_s}}{1 + \Gamma_r / \Gamma_s} \approx 1 - 2\sqrt{\Gamma_s / \Gamma_r}$$

等質量

$\Gamma_r \gg \Gamma_s$

$$\text{If } \Gamma_r / \Gamma_s = 2 \quad \Rightarrow f = 0.057$$

$$\Gamma_r / \Gamma_s = 10 \quad \Rightarrow f = 0.43$$

$\Gamma = 100$ に $\Gamma = 1000$ のシェルをぶつけるイメージ

ショックをまじめに解くなら

衝突前の二つのシェルの相対ローレンツ因子 $\Gamma_{\text{rel}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\Gamma_r}{\Gamma_s} + \frac{\Gamma_s}{\Gamma_r} \right)$

Shocked Region

1

$$\begin{array}{c} \longrightarrow \\ \Gamma_R \\ n_r \end{array}$$



4

$$\begin{array}{c} \longleftarrow \\ \Gamma_F \\ n_s \end{array}$$

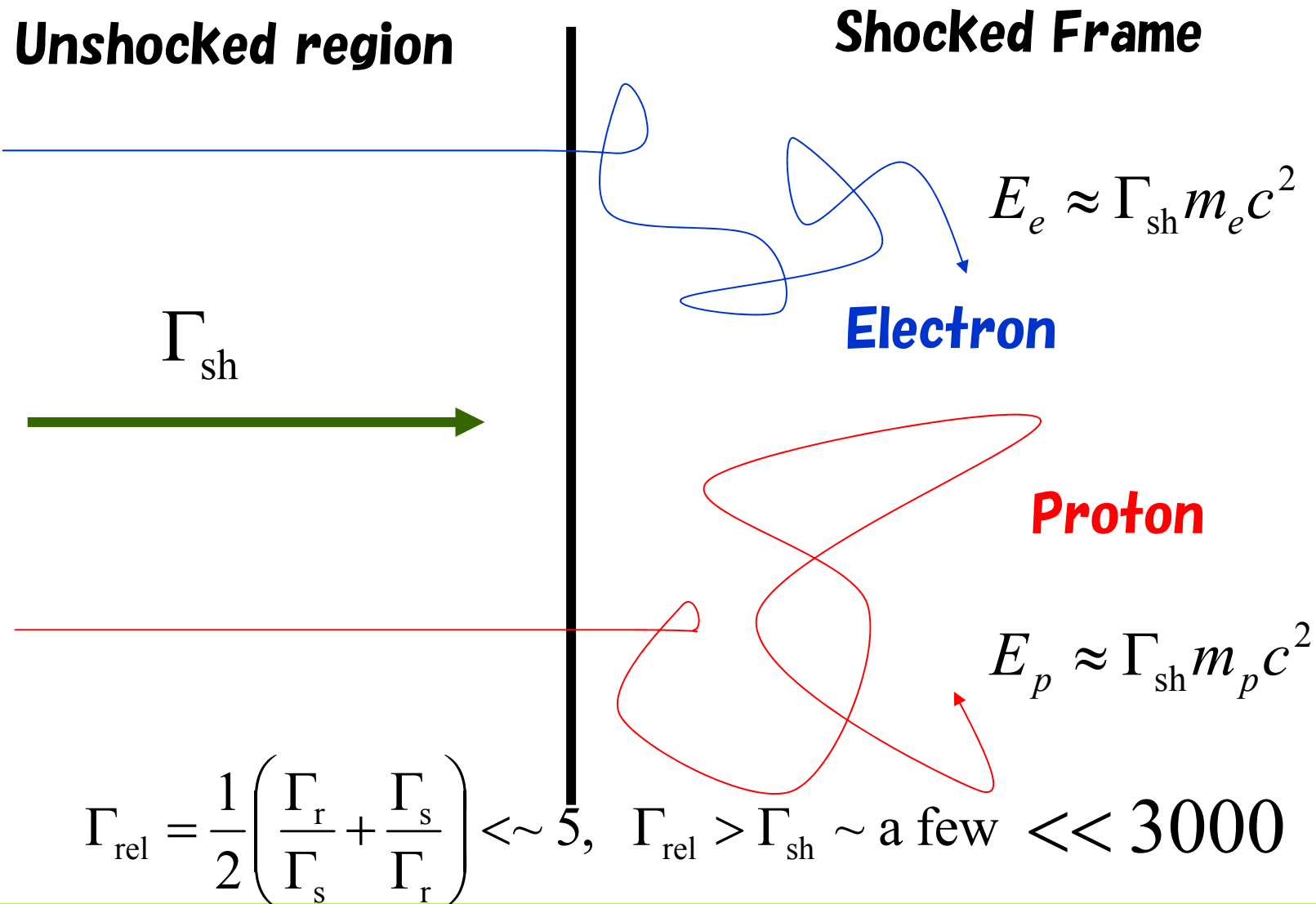
$$\frac{(\Gamma_F - 1)(4\Gamma_F + 3)}{(\Gamma_R - 1)(4\Gamma_R + 3)} = \frac{n_r}{n_s}$$

$$\Gamma_R = \Gamma_F \Gamma_{\text{rel}} - \sqrt{(\Gamma_F^2 - 1)(\Gamma_{\text{rel}}^2 - 1)}.$$

$$e = \frac{(\Gamma_R - 1)(4\Gamma_R + 3)M_r c^2}{4\pi r^2 \Gamma_r \Delta}$$

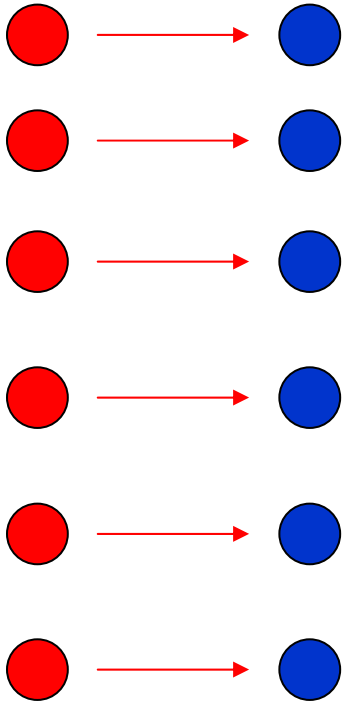
$$\Gamma_m \sim \Gamma_r (\Gamma_R - \sqrt{\Gamma_R^2 - 1})$$

電子の γ_m は？



陽子から電子へのエネルギー輸送

$\Gamma_{\text{sh}} m_p c^2$



Energy Fraction ε_e

$$\gamma_m \approx \varepsilon_e (\Gamma_{\text{sh}} - 1) \frac{m_p}{m_e} \approx 10^3 \left(\frac{\varepsilon_e}{0.5} \right) (\Gamma_{\text{sh}} - 1)$$

$\approx$ **Required Values**

全ての電子が加速されている??
極限プラズマ特有の現象?

Proton Electron

$$n_e = n_p$$

典型的な電子のエネルギー

$$n = \int_{\gamma_m}^{\infty} n(\gamma_e) d\gamma_e = \frac{n_0}{p-1} \gamma_m^{1-p}$$

数密度

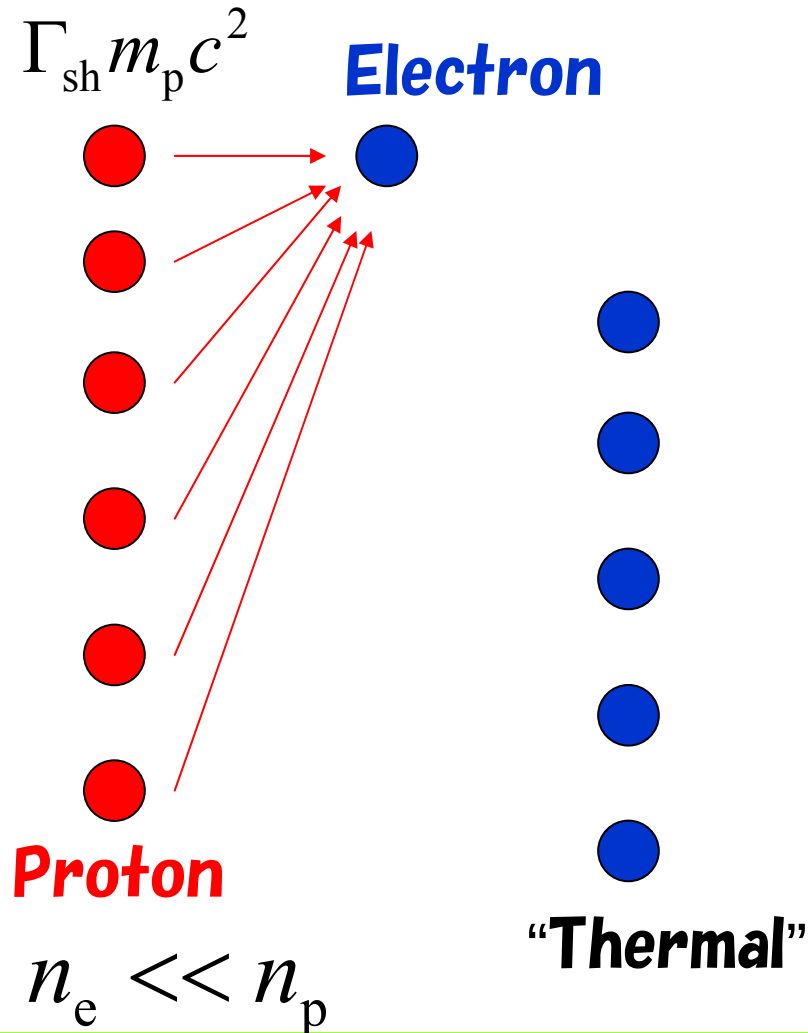
$$\varepsilon_e e = \int_{\gamma_m}^{\infty} n(\gamma_e) \gamma_e m_e c^2 d\gamma_e = \frac{m_e c^2}{p-2} n_0 \gamma_m^{2-p}$$

↓

エネルギー密度

$$\gamma_m = \varepsilon_e \frac{p-2}{p-1} \left(\frac{m_p}{m_e} \right) (\Gamma_{\text{sh}} - 1) \approx 610 \varepsilon_e (\Gamma_{\text{sh}} - 1)$$

小さな加速電子の割合



$$\gamma_m \approx \varepsilon_e \Gamma_{\text{sh}} \frac{m_p}{m_e} \left(\frac{n_p}{n_{e,\text{acc}}} \right) \gg 10^3$$

この場合は小さな磁場で良い。

いずれにせよ、大きな光度から、
衝撃波で散逸されたエネルギー
は効率よく電子に運ばれると考
えられている。

しかしそのメカニズムは謎。

磁場の起源？

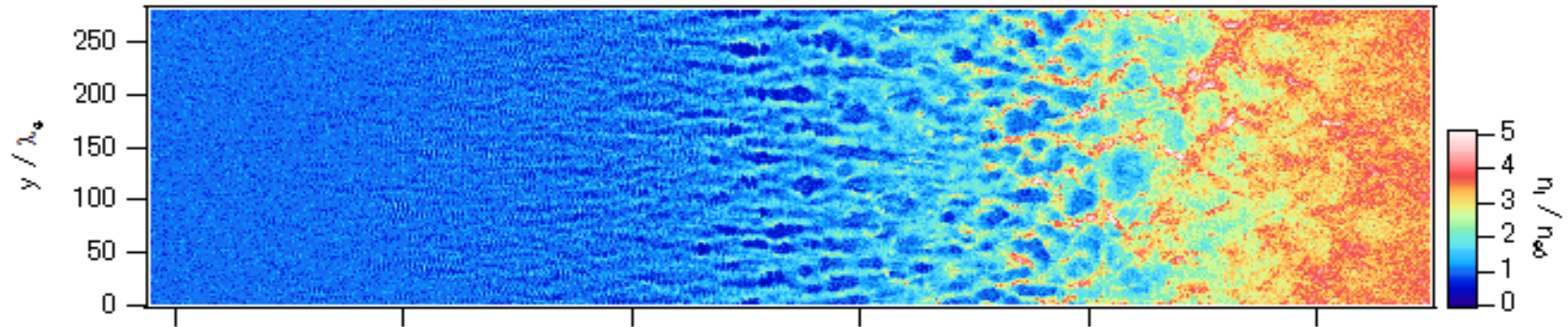
Weibel不安定性

● PICシミュレーション

背景磁場無し

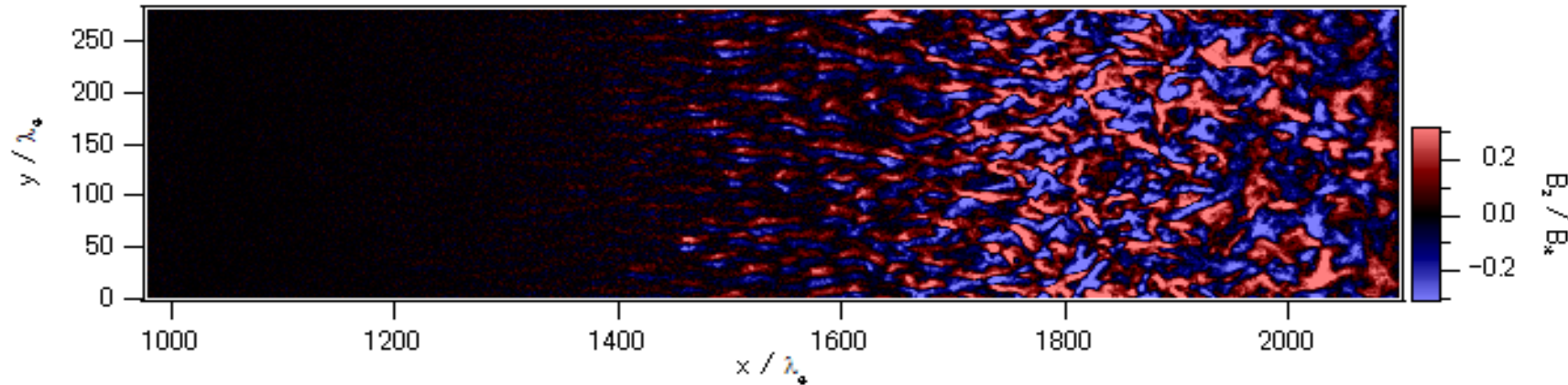
Kato & Takabe, ApJ, 2008, 681, L93

イオン数密度

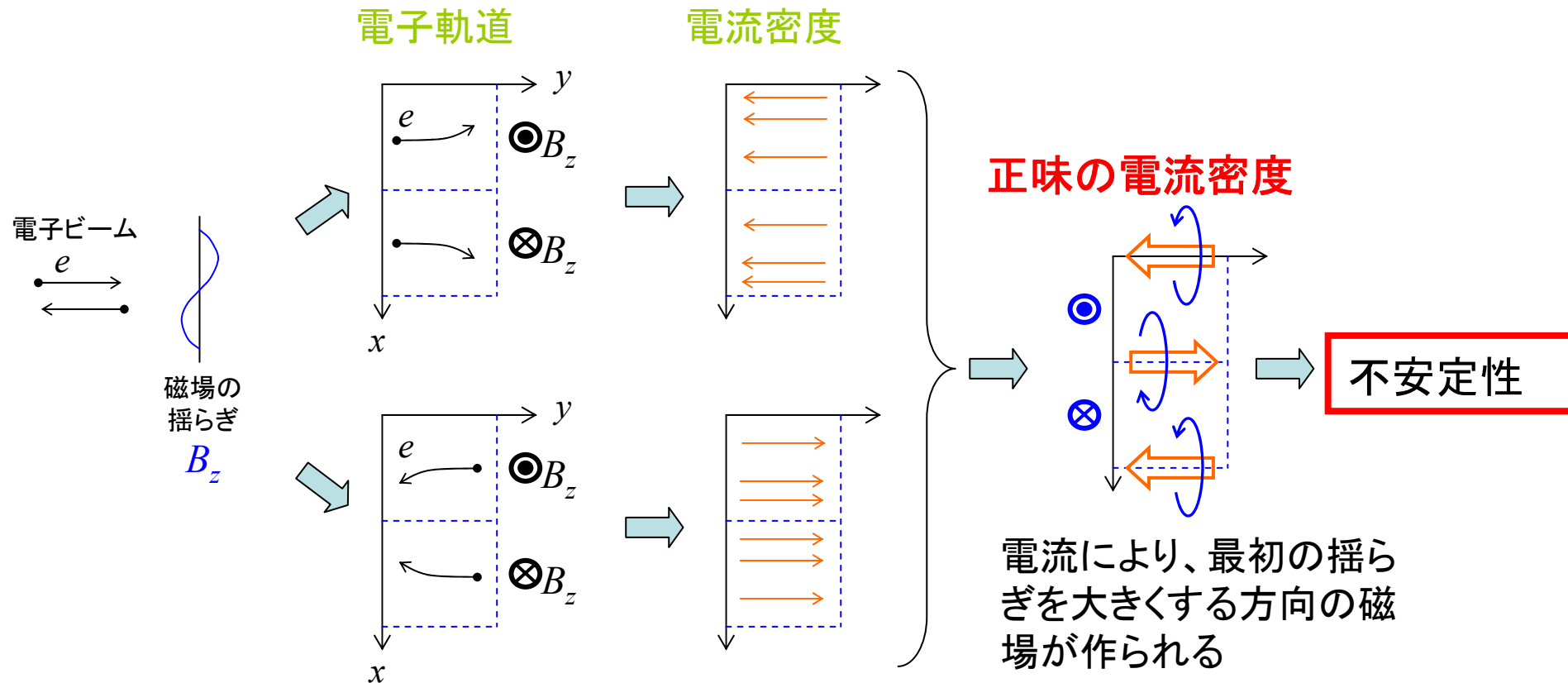


磁場

背景磁場なし



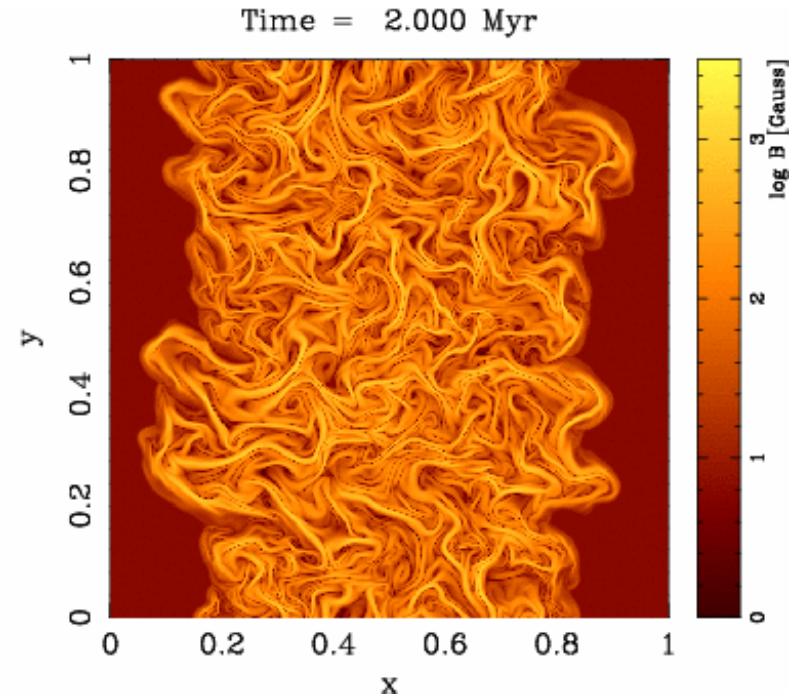
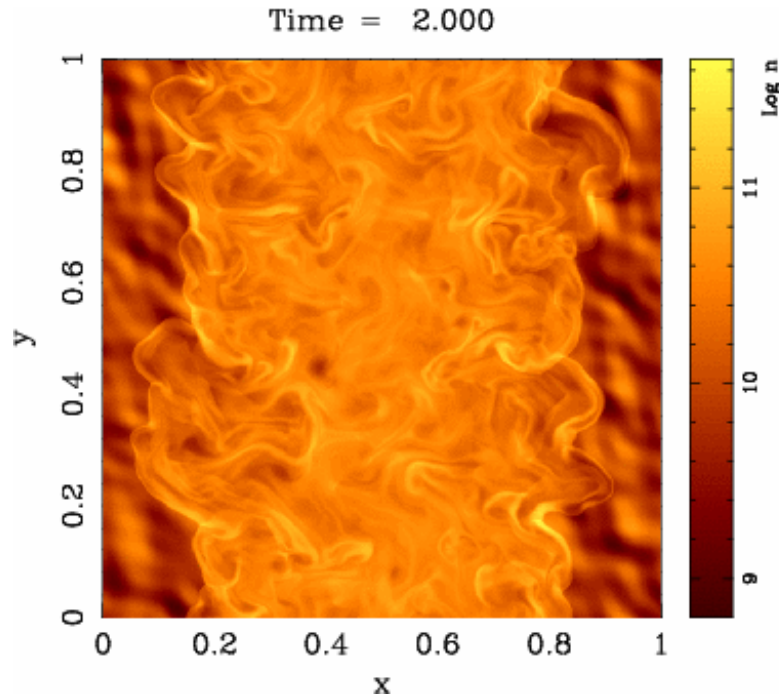
Weibel 不安定性のメカニズム



※電子だけが動くと考える

ダイナモによる磁場生成

井上剛志氏スライド



$$\frac{\partial B}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

乱流のエネルギー $\Rightarrow$ 磁場のエネルギー

強磁場ジェット？

小さな磁場を仮定すると、電子のローレンツ因子を大きくしなくては
いけない。最低この程度 10^4G 程度 @ 10^{14}cm の磁場が必要だろう。
外部座標系での磁場: $B > 10^6\text{G}$

中心エンジンの大きさは恒星質量ブラックホールだと思えば、
 $10\text{km} = 10^6\text{cm}$ 程度。

$$B \propto R^{-1} \Rightarrow 10^{14}\text{G}$$

強磁場エンジンが要求される。
そうでなければ、放射領域で磁場が増幅されているはず。

ちなみに 10^{52}erg のジェットを磁場で打ち出すためには、
 100km スケールに 10^{16}G の磁場が必要。

冷却時間

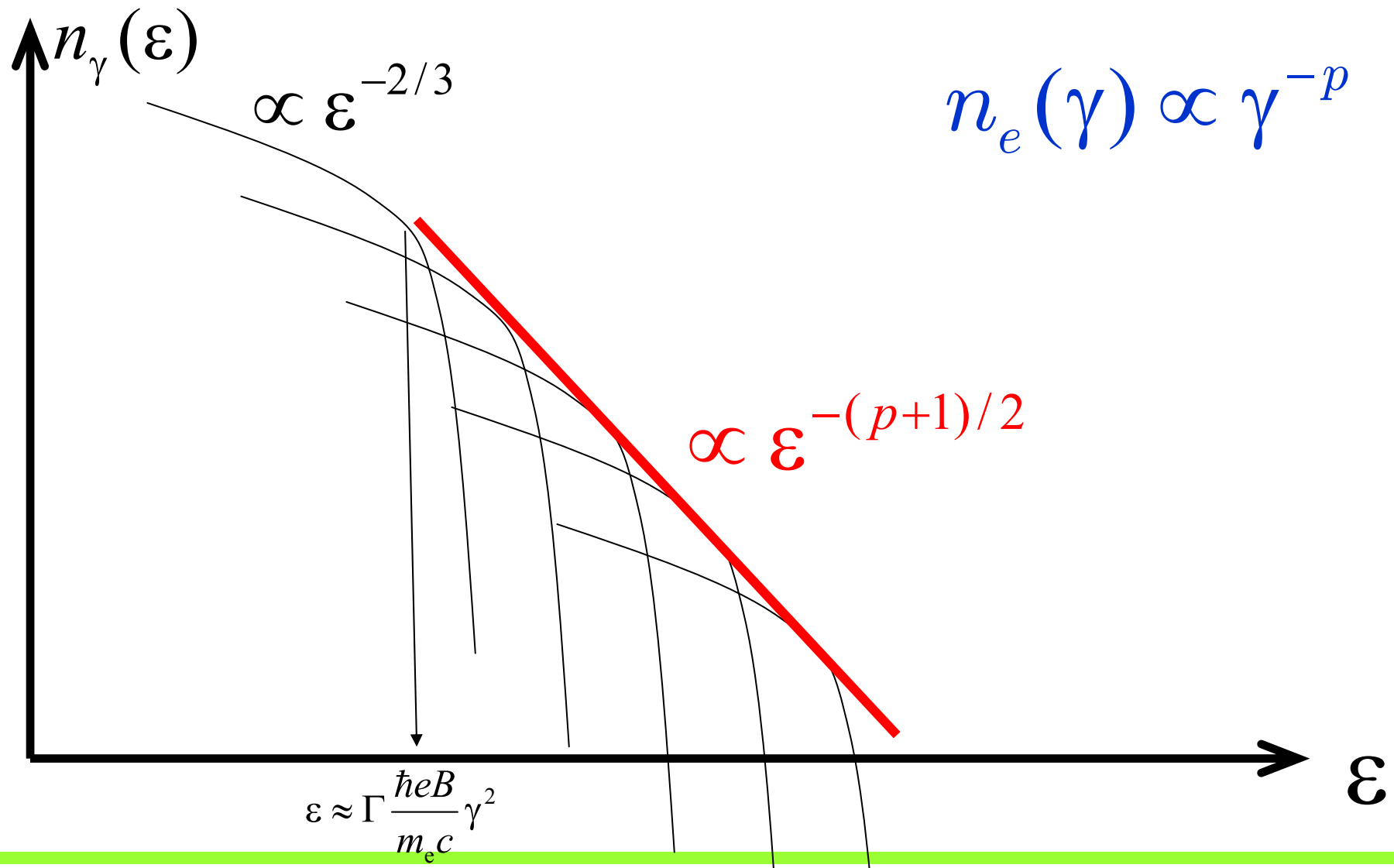
$$B \approx 8600 \text{ G}, \gamma_m \approx 3000$$

$$\frac{E}{\dot{E}} = \frac{6\pi m_e c}{\sigma_T B^2 \gamma_m} \approx 3.5 \times 10^{-3} \text{ s} \ll \Gamma \Delta t$$

**あっという間に冷える。この $\gamma_m = 3000$ は何で決まっているのか？
少なくとも加速時間はこれより短い時間スケールのはず。**

$$t_{\text{acc}} = \xi R_L / c = \xi 3000 m_e c / 8600 e = 2 \times 10^{-8} \xi \text{ s}$$

Power-law電子からの放射



冷却の影響

電子のローレンツファクター

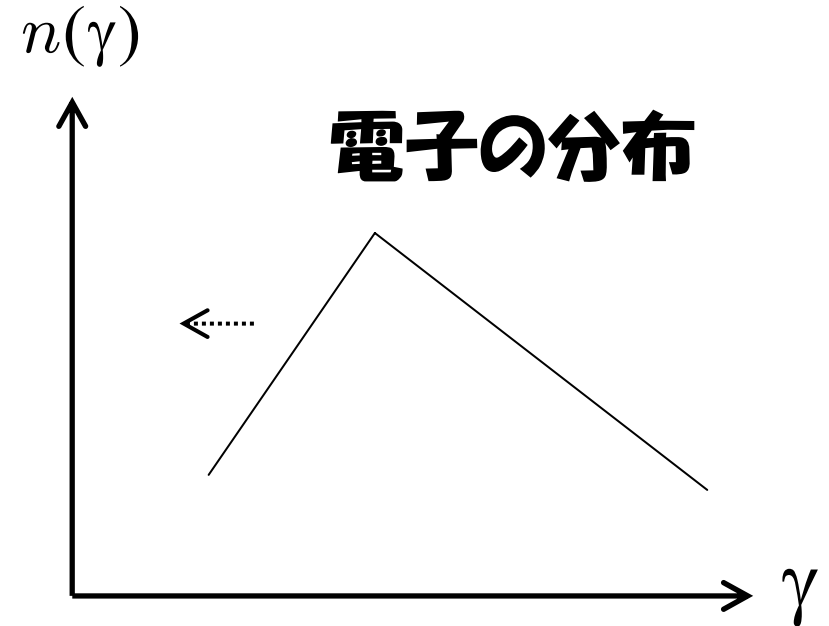
$$\dot{\gamma} \propto -\gamma^2$$

γ - 空間での連続の式

$$\cancel{\dot{n}(\gamma)} + \frac{\partial(\dot{\gamma}n(\gamma))}{\partial\gamma} = \dot{n}_{\text{inj}}(\gamma)$$

定常

$$\dot{n}_{\text{inj}}(\gamma) \propto \gamma^{-p} \Rightarrow n(\gamma) \propto \gamma^{-(p+1)}$$



冷却の影響～低エネルギー側

電子のローレンツファクター

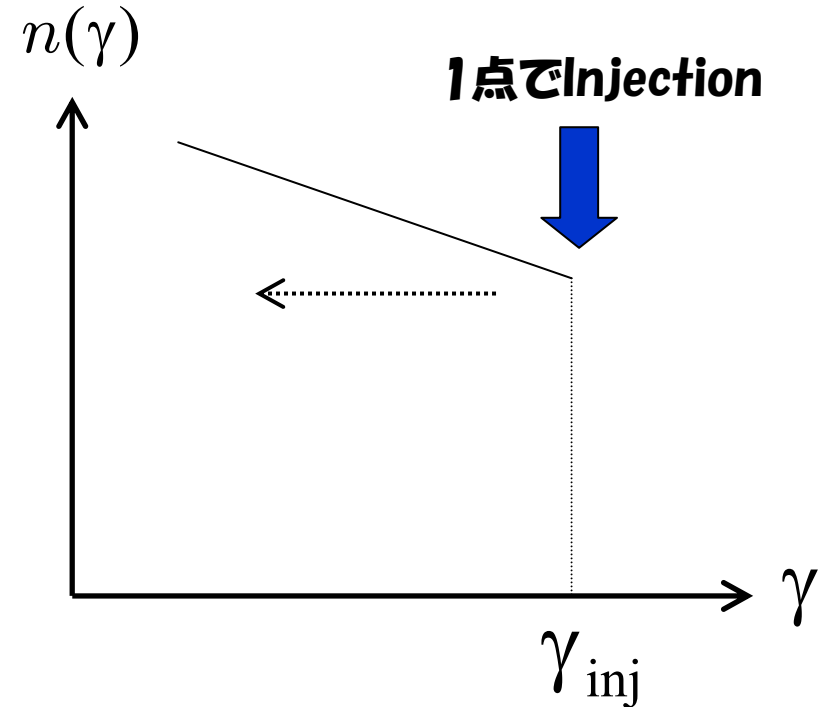
$$\dot{\gamma} \propto -\gamma^2$$

γ - 空間での連続の式

$$\cancel{\dot{n}(\gamma)} + \frac{\partial(\dot{\gamma}n(\gamma))}{\partial\gamma} = \dot{n}_{\text{inj}}(\gamma)$$

定常

$$\dot{n}_{\text{inj}}(\gamma) \propto \delta(\gamma - \gamma_{\text{inj}}) \Rightarrow n(\gamma) \propto \gamma^{-2}$$

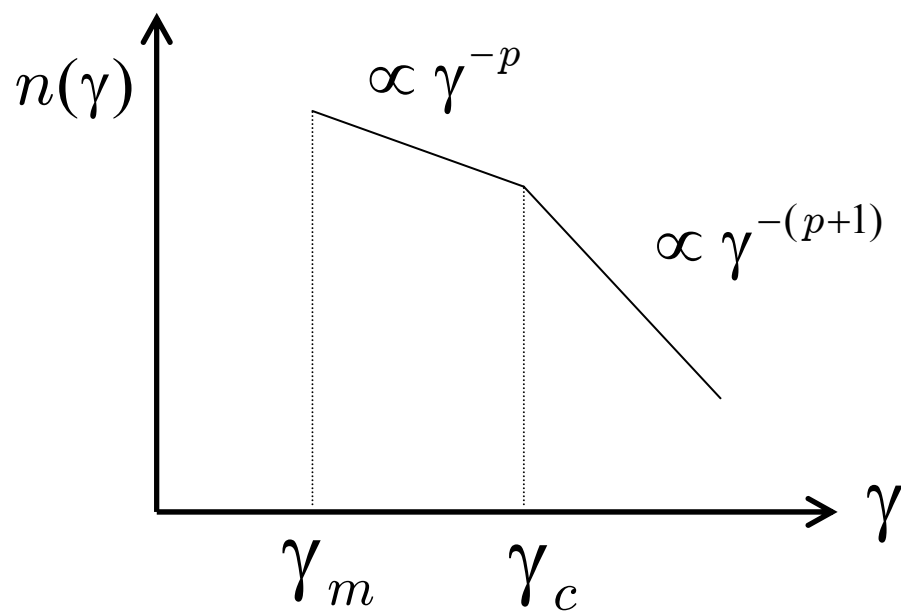


(両辺を積分)

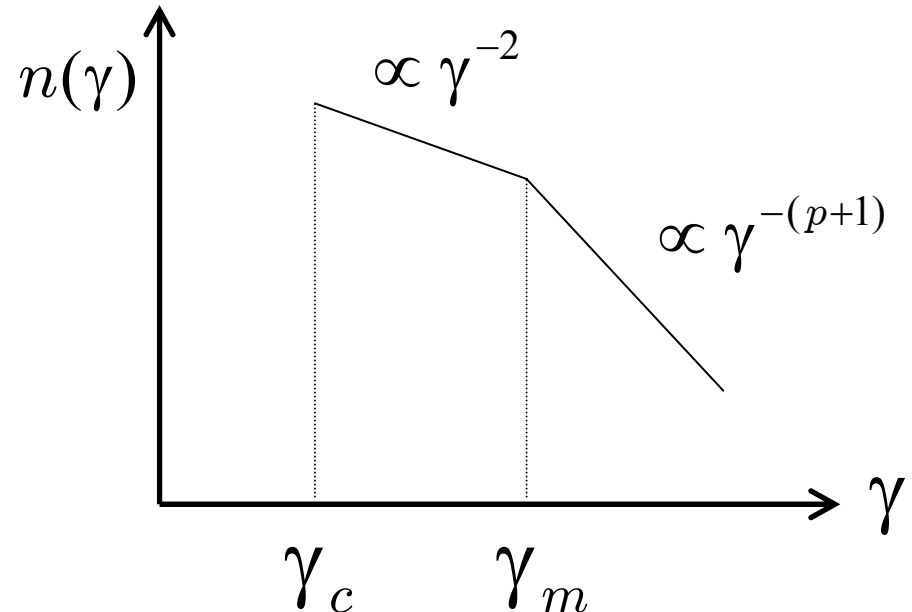
Effectiveな電子の分布

$$\dot{n}_{\text{inj}}(\gamma) \propto \gamma^{-p} \quad \text{for} \quad \gamma \geq \gamma_m$$

γ_c : 冷却時間=Dynamicalな時間スケールとなる γ

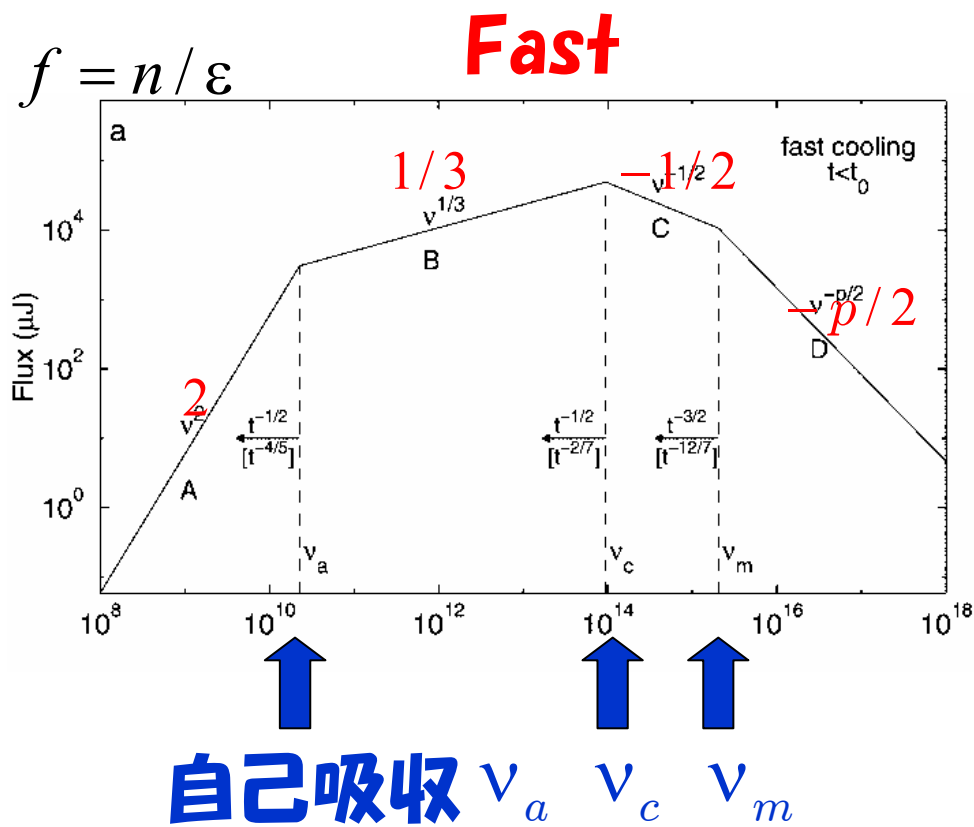


Slow Cooling

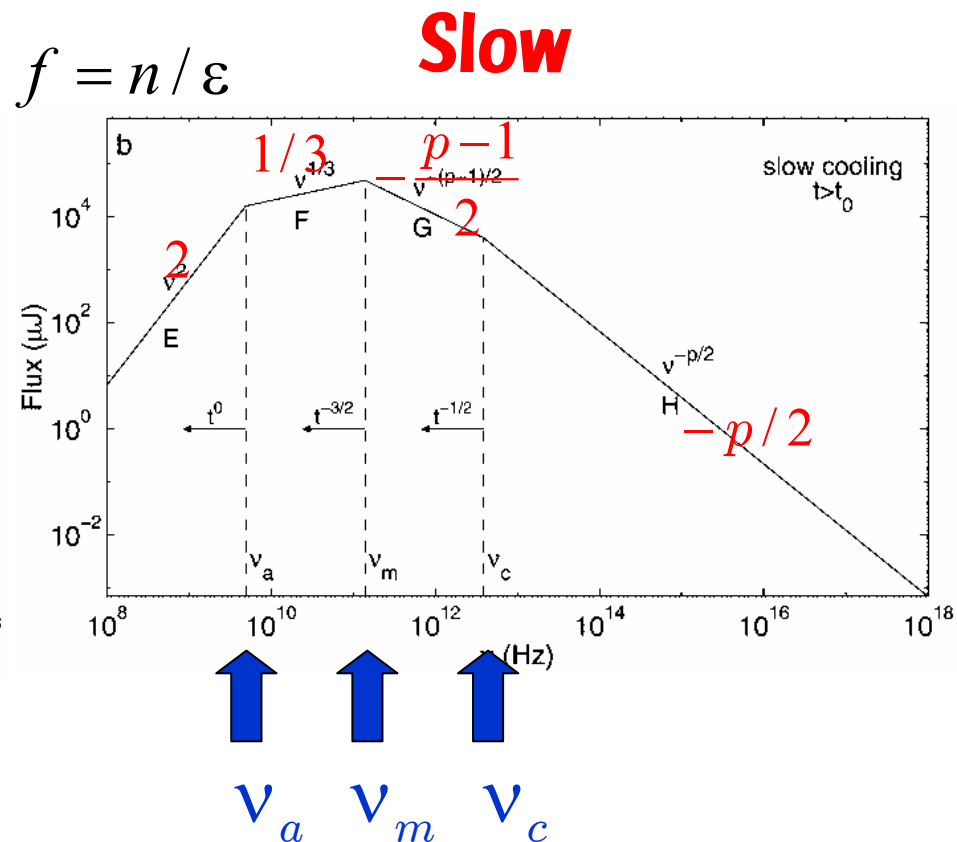


Fast Cooling

Photonのスペクトル



**Prompt Emission
Early Afterglow**



Afterglow

予想されるブレークエネルギー

シンクロトロン放射 $E_{\text{break}} = \frac{\hbar q B}{m_e c} \gamma_m^2 \Gamma$

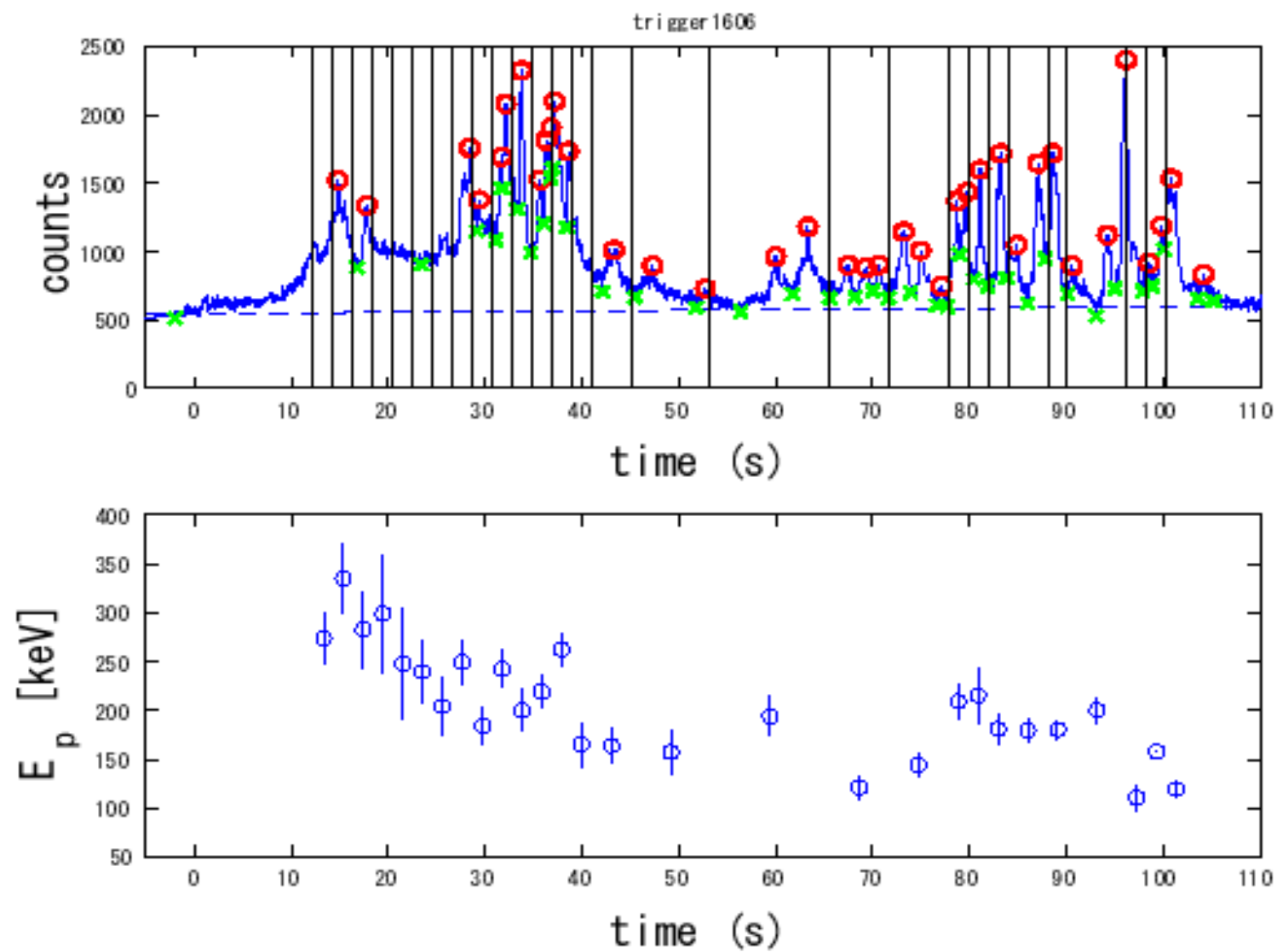
$$\Gamma_r / \Gamma_s = 10 \Rightarrow \Gamma_{\text{sh}} = 2.57$$

$$\Gamma_r / \Gamma_s = 2 \Rightarrow \Gamma_{\text{sh}} = 1.08$$

$$E_{\text{break}} \propto (\Gamma_{\text{sh}} - 1)^2 \text{ なので}$$

ブレークには大きな分散が期待される。

独立なShellが光ってるはずなのに...

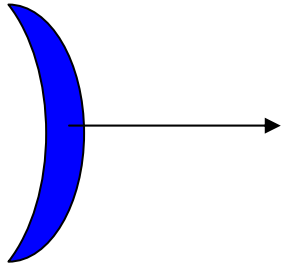


残光



いつ衝撃波が発達するか？

真空なら



Γ 一定でshellが移動するだけ。

Shell静止系

$c/3$

下流では粒子1個当たり、
 $(\Gamma - 1)mc^2$ の
熱エネルギーをもらう。

上流： Γ

残光放射が始まる半径

粒子1個当たり、 $(\Gamma - 1)mc^2$ の熱エネルギーを持った流体が、ローレンツ因子 Γ で流れてくる。



星間物質静止系

Shock面

$$\Gamma_{\text{sh}} = \sqrt{2}\Gamma$$

衝撃波は質量 M のガスに、 $\Gamma^2 Mc^2$ のエネルギーを与える。

元々のOutflowのエネルギーが $E = \Gamma Mc^2$ であれば、 M/Γ の質量を掃き集めたとき、Outflowはへたひ始める。

→ 衝撃波の形成

$$\frac{M}{\Gamma} = \frac{E}{\Gamma^2 c^2} = n_{\text{ISM}} m_p c^2 R_d^3$$

典型的には $R_d = 10^{16} \text{cm}$ くらいか

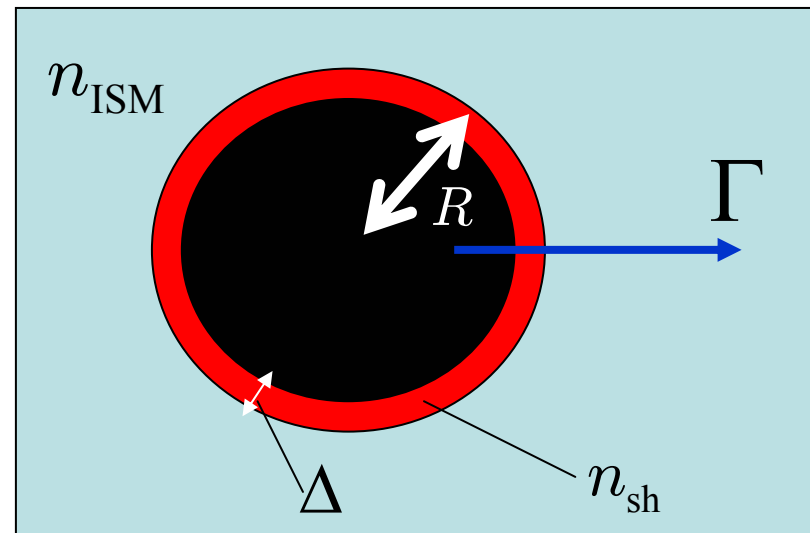
相対論的な場合、光速 c が入ってくるので、面倒。

Jump Conditionから、観測者から見たシェルの密度

$$n_{\text{sh}} = 4\Gamma^2 n_{\text{ISM}} \quad e_{\text{sh}} = 4\Gamma^4 n_{\text{ISM}} m_p c^2$$

質量保存から

$$\frac{4\pi}{3} R^3 n_{\text{ISM}} = 4\pi R^2 \Delta n_{\text{sh}}$$
$$\Rightarrow \Delta \approx \frac{R}{12\Gamma^2}$$



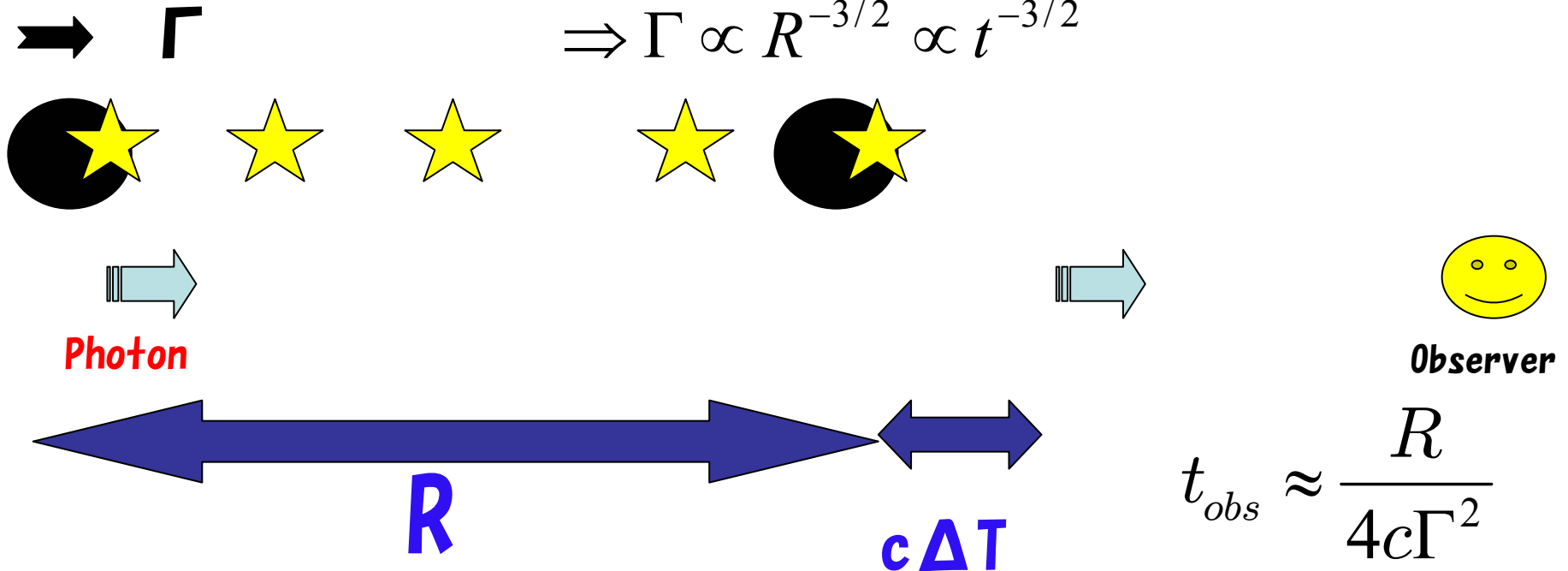
Blandford & McKee解

断熱を仮定

$$E = e_{\text{sh}} \Delta 4\pi R^2 = \text{const.}$$

$$\Rightarrow R^3 = \frac{3E}{4\pi n_{\text{ISM}} m_p c^2 \Gamma^2}$$

$$\Rightarrow \Gamma \propto R^{-3/2} \propto t^{-3/2}$$



観測量との関係

Shock propagation:

Blandford-McKee (1976)

$$R^3 = \frac{3E}{4\pi n_{\text{ISM}} m_p c^2 \Gamma^2} \quad \text{に } R \cong ct_{\text{obs}} \Gamma^2 \quad \text{をかけて、1/4乗根}$$

$$\Rightarrow R = \left(\frac{3Et_{\text{obs}}}{\pi m_p n c} \right)^{1/4} = 1.6 \times 10^{17} E_{52}^{1/4} n_1^{-1/4} t_{\text{obs},h}^{1/4} \text{ cm}$$

$$\Gamma = \frac{1}{2} \left(\frac{3E}{\pi n m_p c^5 t_{\text{obs}}^3} \right)^{1/8} = 19 E_{52}^{1/8} n_1^{-1/8} t_{\text{obs},h}^{-3/8}$$

正確なBlandford & McKee解

$$R^3 = \frac{3E}{4\pi n_{\text{ISM}} m_p c^2 \Gamma^2}$$

は前と同じだが

$$\Rightarrow \Gamma \propto R^{-3/2} \propto t^{-3/2}$$

流体の式より

$$\Gamma(r) = \Gamma(R) \chi^{-1/2}$$

$$n = 4\Gamma^2(R) n_{\text{ISM}} \chi^{-7/4}$$

$$e = 4\Gamma^4(R) n_{\text{ISM}} m_p c^2 \chi^{-29/12}$$

$$\chi = 1 + 16\xi$$

$$\xi = \left(1 - \frac{r}{R}\right) \Gamma^2$$

典型的な振動数

$$\gamma_m = \varepsilon_e \frac{p-2}{p-1} \left(\frac{m_p}{m_e} \right) (\Gamma - 1) \approx 610 \varepsilon_e (\Gamma - 1) \propto t_{\text{obs}}^{-3/8}$$

Comoving系

$$e = 4n_{\text{ISM}} m_p c^2 \Gamma^2, \quad e_B = \varepsilon_B e = B^2 / 8\pi, \quad B \propto e^{1/2} \propto \Gamma \propto t_{\text{obs}}^{-3/8}$$

シンクロトン放射による冷却では

$$t_{\text{cool}} = \frac{3m_e c}{4\sigma_T e_B \gamma_e} = t_{\text{dyn}} = \frac{R}{c\Gamma} \Rightarrow \gamma_c = \frac{3m_e}{16\varepsilon_B \sigma_T m_p c \Gamma^3 n_{\text{ISM}} t_{\text{obs}}} \propto t_{\text{obs}}^{1/8}$$

光子のエネルギー $\nu = \frac{qB}{2\pi m_e c} \gamma_e^2 \Gamma \propto t_{\text{obs}}^{-3/4} \gamma_e^2$

$$\nu_m = 5.7 \times 10^{14} \varepsilon_B^{1/2} \varepsilon_e^2 E_{52}^{1/2} t_d^{-3/2} \text{ Hz}$$

$$\nu_c = 2.7 \times 10^{12} \varepsilon_B^{-2/3} E_{52}^{-1/2} n_1^{-1} t_d^{-1/2} \text{ Hz}$$

$$t_{\text{eq}} = 210 \varepsilon_B^{7/6} \varepsilon_e^2 E_{52} n_1 \text{ days}$$

Maximum Flux

Comoving

$$n_2 = 4n_{\text{ISM}}\Gamma, \quad e = 4n_{\text{ISM}}m_p c^2 \Gamma^2, \quad V_2 \propto R^3 / \Gamma,$$

$$B \propto e^{1/2} \quad P_{\text{max}} \equiv \left. \frac{dE}{dt d\epsilon} \right|_{\text{max}} \approx \frac{\sqrt{3}e^3 B \sin \alpha}{2\pi \hbar m c^2}$$

$$\Rightarrow F_{\text{max}} \propto \Gamma N P_{\text{max}} \propto \Gamma n_2 V_2 B \propto \Gamma^2 R^3 = \text{const.}$$

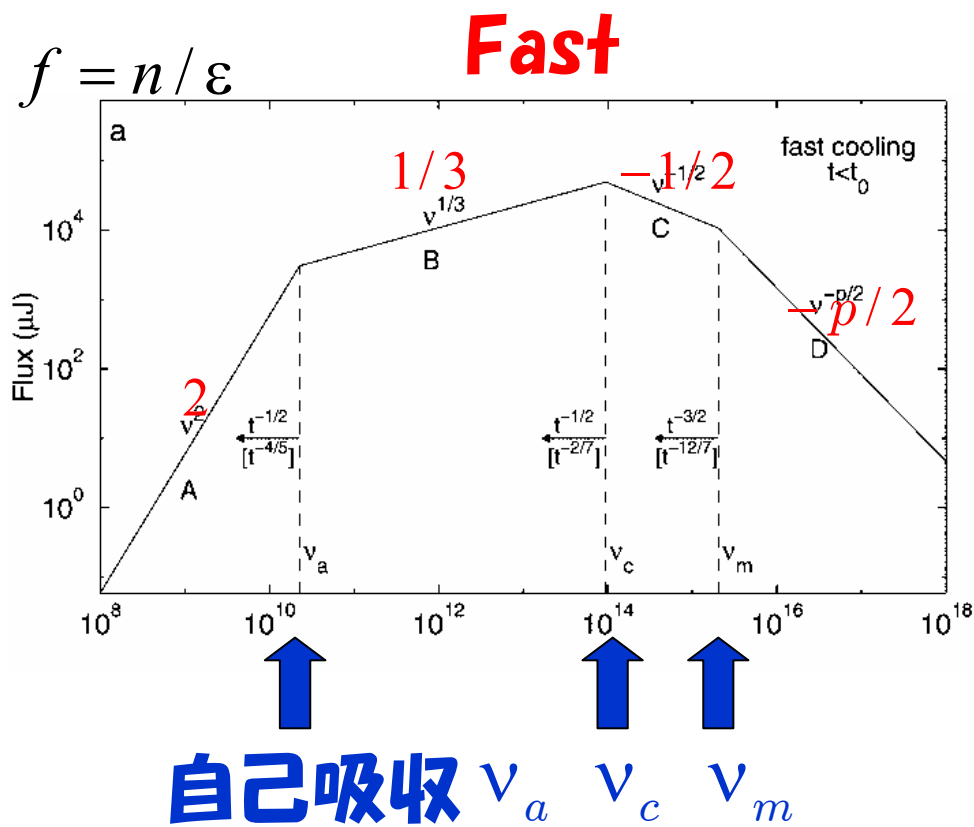
Time-dilationで $1/\Gamma$ 、光子到達時間差で Γ^2

$$F_\nu = \begin{cases} (\nu/\nu_c)^{1/3} F_{\nu, \text{max}}, & \nu_c > \nu, \\ (\nu/\nu_c)^{-1/2} F_{\nu, \text{max}}, & \nu_m > \nu > \nu_c, \\ (\nu_m/\nu_c)^{-1/2} (\nu/\nu_m)^{-p/2} F_{\nu, \text{max}}, & \nu > \nu_m, \end{cases} \quad F_\nu = \begin{cases} (\nu/\nu_m)^{1/3} F_{\nu, \text{max}}, & \nu_m > \nu, \\ (\nu/\nu_m)^{-(p-1)/2} F_{\nu, \text{max}}, & \nu_c > \nu > \nu_m, \\ (\nu_c/\nu_m)^{-(p-1)/2} (\nu/\nu_c)^{-p/2} F_{\nu, \text{max}}, & \nu > \nu_c. \end{cases}$$

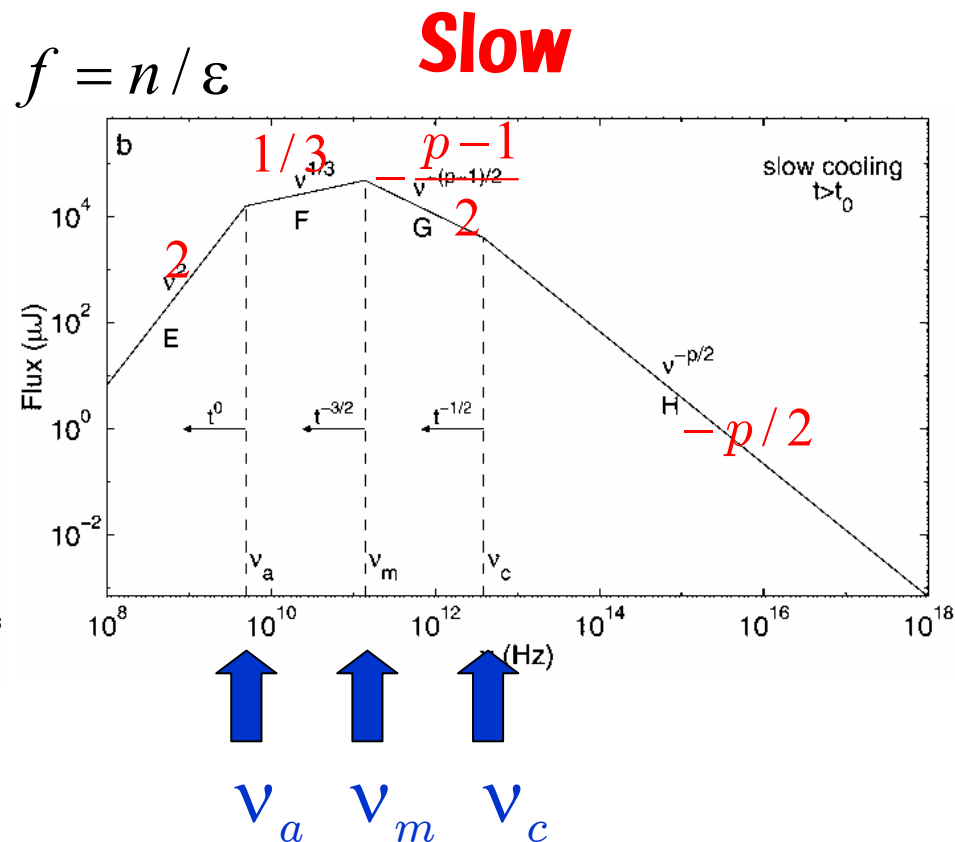
Fast Cooling

Slow Cooling

Photonのスペクトル

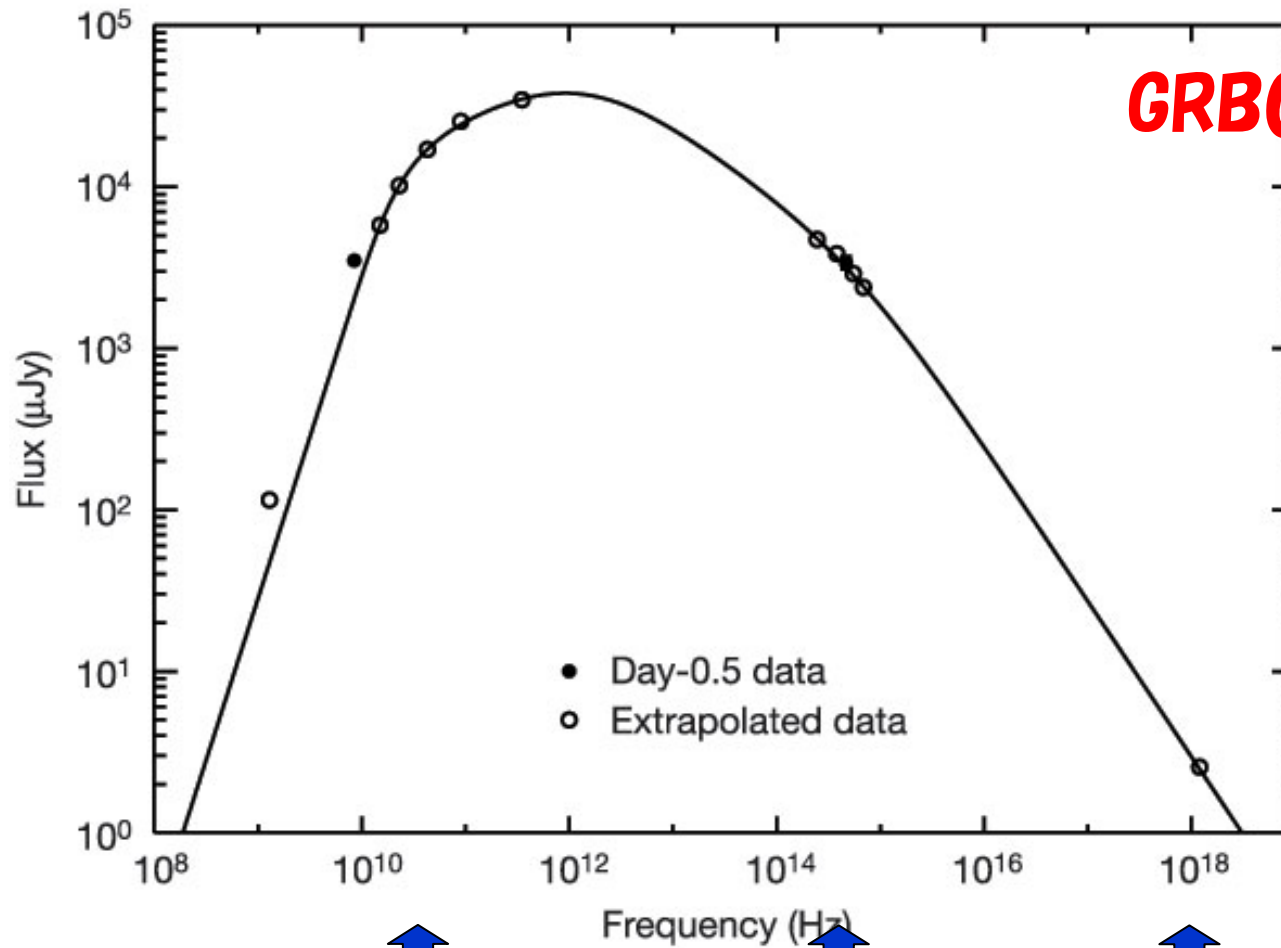


**Prompt Emission
Early Afterglow**



Afterglow

Afterglowの観測



GRB030329

0.5日後

↑
Radio

↑
Optical

↑
X-ray

Flux Decay

$$\nu_c = 2.7 \times 10^{12} \epsilon_B^{-3/2} E_{52}^{-1/2} n_1^{-1} t_d^{-1/2} \text{ Hz},$$

$$\nu_m = 5.7 \times 10^{14} \epsilon_B^{1/2} \epsilon_e^2 E_{52}^{1/2} t_d^{-3/2} \text{ Hz},$$

$$F_{\nu, \text{max}} = 1.1 \times 10^5 \epsilon_B^{1/2} E_{52} n_1^{1/2} D_{28}^{-2} \mu\text{Jy},$$

$$t_{c=m} = 210 \epsilon_B^2 \epsilon_e^2 E_{52} n \text{ days}$$



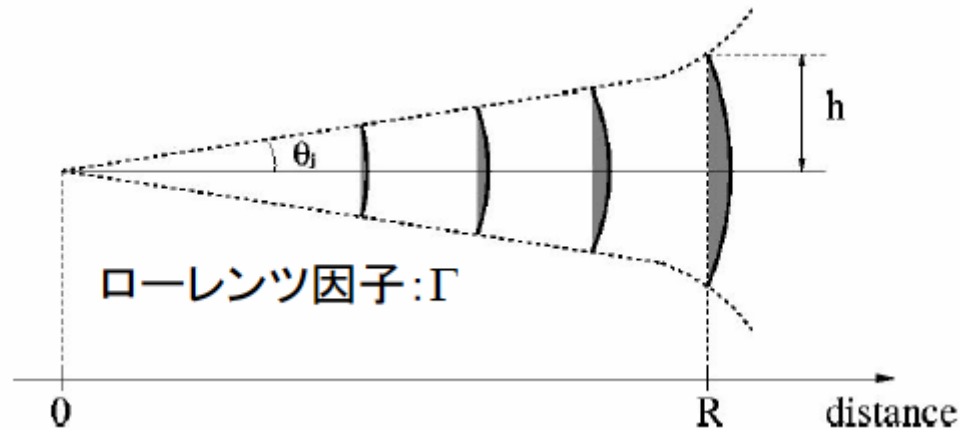
$$F \propto \begin{cases} t^{1/6} & \nu_c > \nu \\ t^{-1/4} & \nu_m > \nu > \nu_c \\ t^{-(3p-2)/4} & \nu > \nu_m \end{cases}$$

Fast Cooling

$$F \propto \begin{cases} t^{1/2} & \nu_m > \nu \\ t^{-3(p-1)/4} & \nu_c > \nu > \nu_m \\ t^{-(3p-2)/4} & \nu > \nu_c \end{cases}$$

Slow Cooling

ジェットブレーク

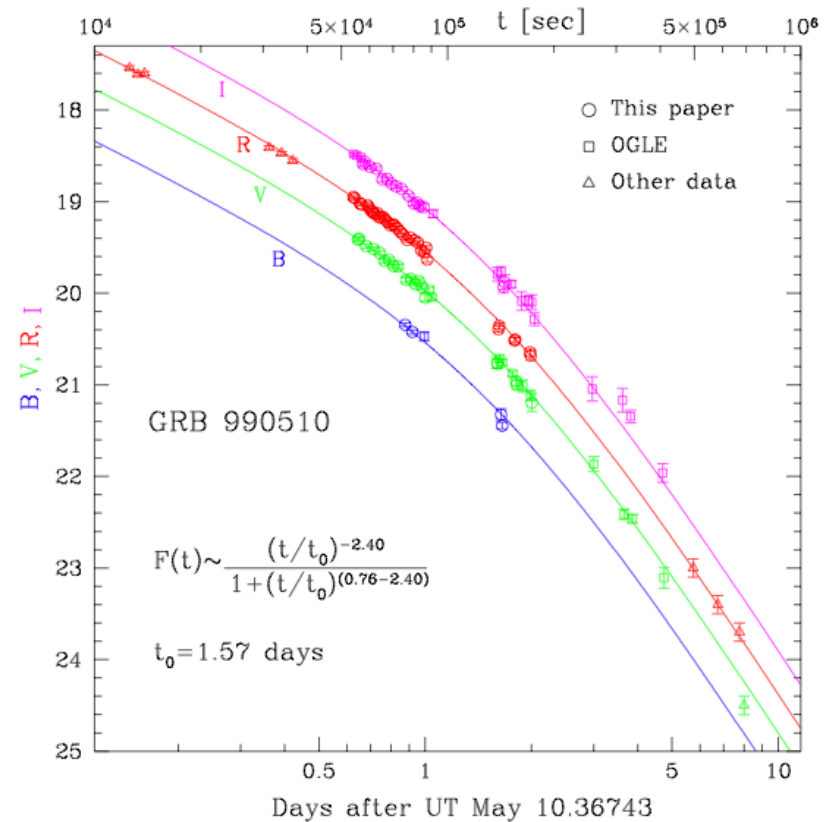


音速 $c/3^{0.5}$ で横に広がる (comoving)

$$R\theta_0 = t'c / \sqrt{3} \approx tc / \Gamma = R / \Gamma$$

$$\therefore \theta_0 = 1 / \Gamma$$

$$h = R \left(\theta_j + \frac{1}{\Gamma} \right)$$



Stanek et al. 2000

$$t_j = 0.4(z + 1)(E_{0.50} n_0^{-1})^{1/3} \theta_{0,-1}^2 \text{ days,}$$

急激な減速

$$\Gamma^2 = \frac{3E_{\text{iso}}}{4\pi n_{\text{ISM}} m_p c^2 R_0^3} = \theta_0^{-2}, \quad \left(E_{\text{iso}} = \frac{E_j}{\theta_0^2} \right) \quad \text{よい} \quad R_0 = l_{\text{jet}}, \quad \left[l_{\text{jet}} \equiv \left(\frac{3E_j}{4\pi n_{\text{ISM}} m_p c^2} \right)^{1/3} \right] \quad \text{で広がる}$$

$$E_j \approx \Gamma^2 M c^2 = \text{const.} \Rightarrow \Gamma \approx \frac{E_j^{1/2}}{M^{1/2} c}$$

$$\frac{d\Gamma}{dR} = -\frac{1}{2M^{3/2}} \frac{dM}{dR} \frac{E_j^{1/2}}{c}, \quad \frac{dM}{dR} = 4\pi R^2 n_{\text{ISM}} m_p \frac{1}{\Gamma^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d\Gamma}{dR} = -2\pi \frac{R^2 n_{\text{ISM}} m_p c^2}{E_j} \Gamma$$

$$R = R_0 = \text{const.} \quad \text{と近似すると}$$

$$\frac{d\Gamma}{dR} = -\frac{3}{2} \frac{\Gamma}{l_{\text{jet}}} \Rightarrow \Gamma \propto \exp\left[-\frac{R}{l_{\text{jet}}}\right]$$

急激に減速するので、
上の近似は良い近似

Jet Break後の減光

$$t_{obs} \approx \frac{R}{c\Gamma^2} \propto \Gamma^{-2}$$

$$\nu_m = \frac{qB}{2\pi m_e c} \gamma_m^2 \Gamma \propto \Gamma^4 \propto t_{obs}^{-2}$$

$$\nu_c = \frac{qB}{2\pi m_e c} \gamma_c^2 \Gamma, \quad \gamma_c \propto \Gamma^{-3} t_{obs}^{-1}$$

$$\Rightarrow \nu_c \propto \Gamma^{-4} t_{obs}^{-2} = \text{const.}$$

Collimationの効果

$$N \approx \frac{4\pi R(t)^3 n_{ISM}}{3\Gamma^2}, \quad B \propto e^{1/2} \propto \Gamma, \quad S \approx \pi d^2 / \Gamma^2$$

$$\Rightarrow F_{max} \propto \Gamma N B / S \propto \Gamma^2 R^3 \propto t_{obs}^{-1}$$

Beamingの効果

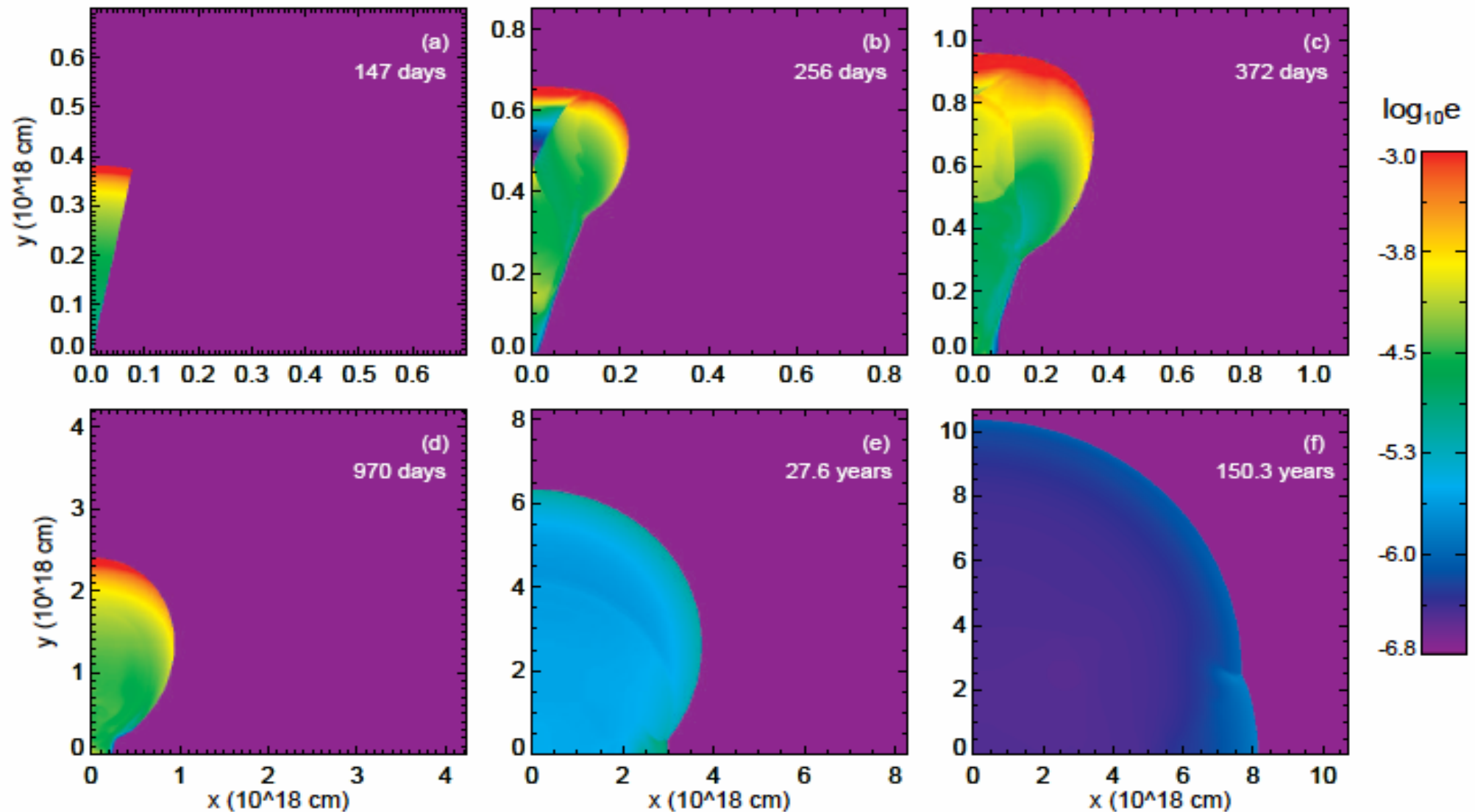
**Jet-Break前にも本当はあった。
でも結局Collimationと相殺**

Slow Cooling

$$F_\nu = \begin{cases} (\nu/\nu_m)^{1/3} F_{\nu, \max}, & \nu_m > \nu, \\ (\nu/\nu_m)^{-(p-1)/2} F_{\nu, \max}, & \nu_c > \nu > \nu_m, \\ (\nu_c/\nu_m)^{-(p-1)/2} (\nu/\nu_c)^{-p/2} F_{\nu, \max}, & \nu > \nu_c. \end{cases}$$

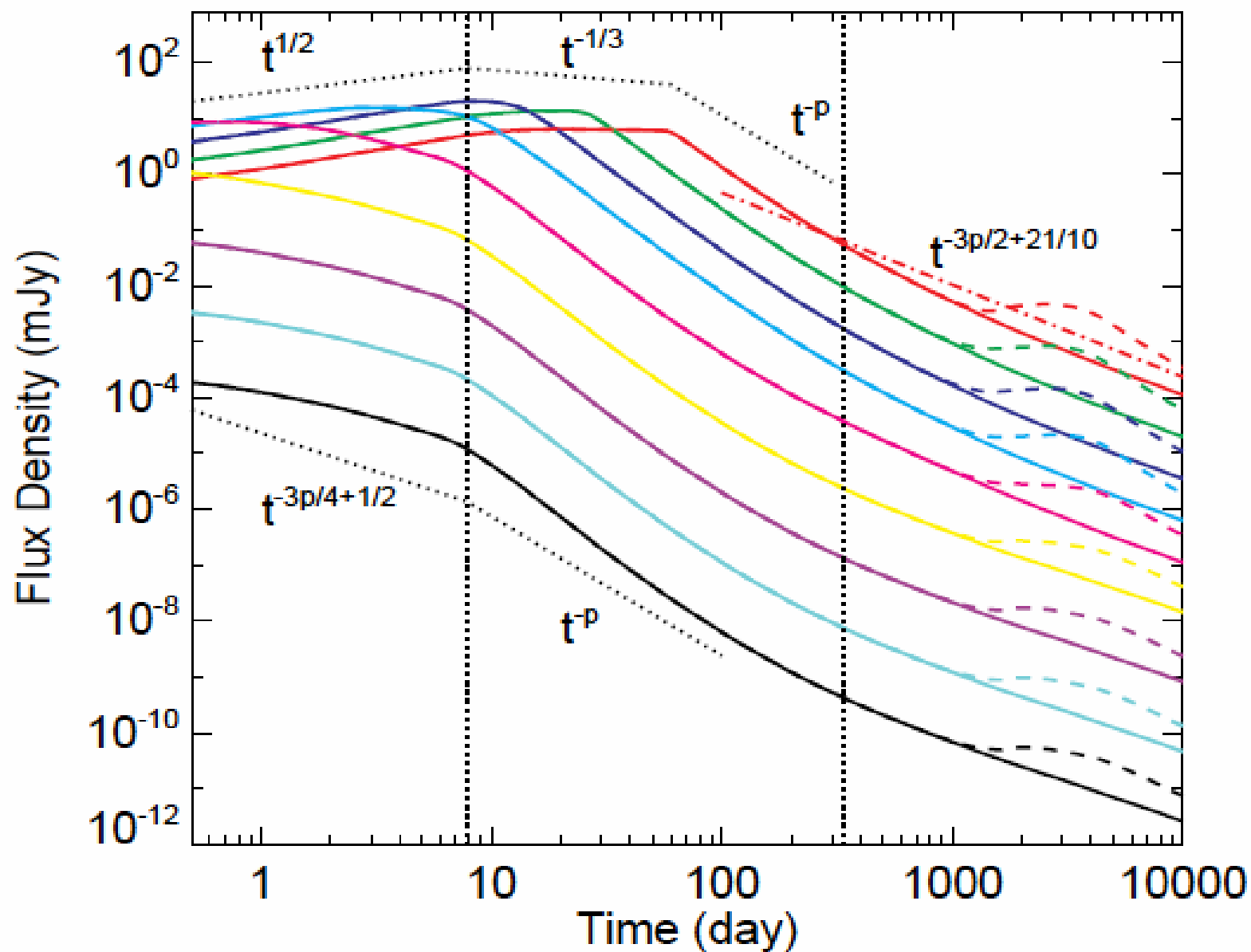
$$\begin{aligned} & \propto R^3 \gamma^{2/3} \propto t_{obs}^{-1/3} \\ & \propto R^3 \gamma^{2p} \propto t_{obs}^{-p} \\ & \propto R^3 \gamma^{2p-2} t_{obs}^{-1} \propto t_{obs}^{-p} \end{aligned}$$

ジェットブレークシミュレーション

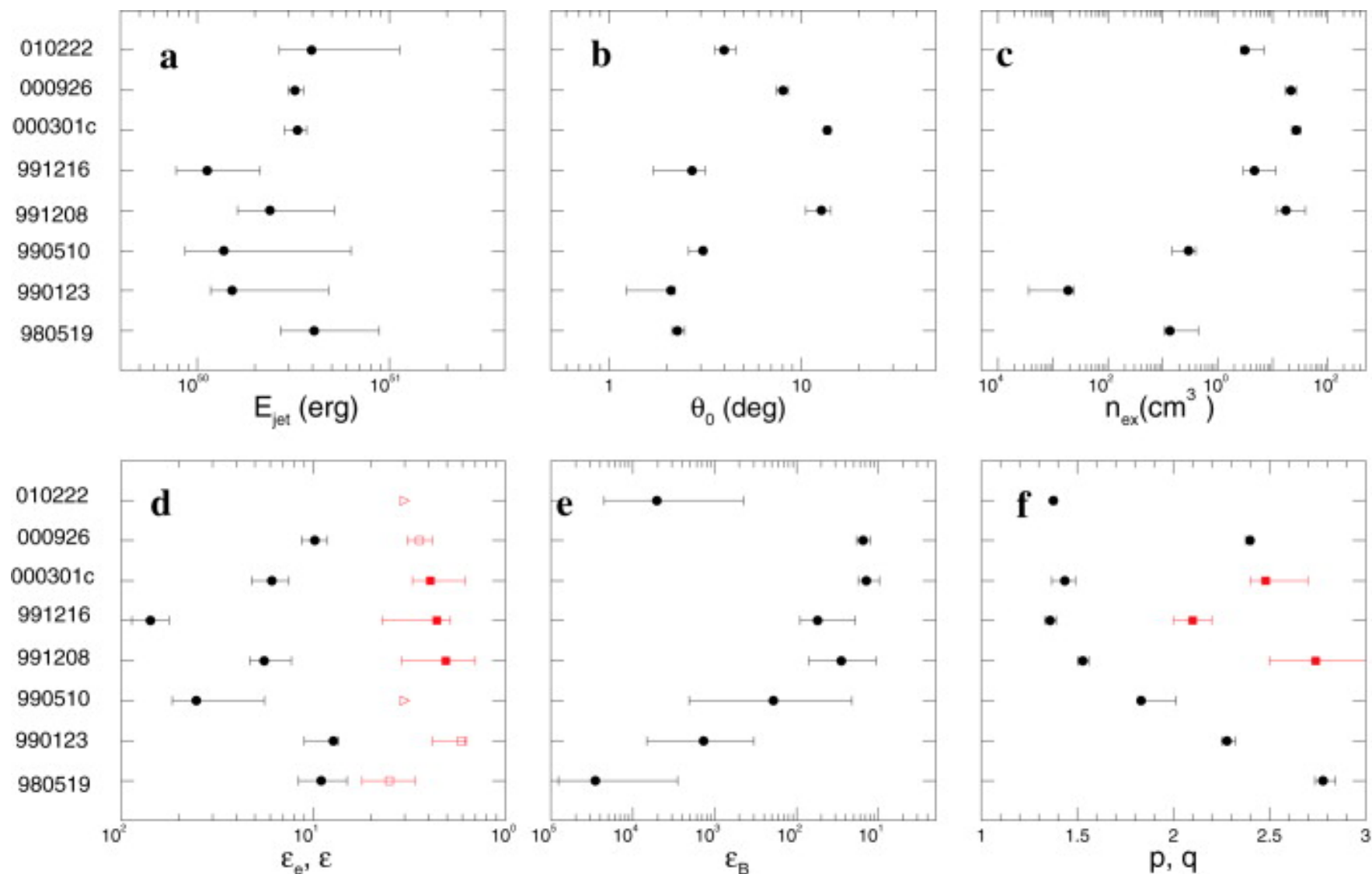


Zhang & MacFadyen

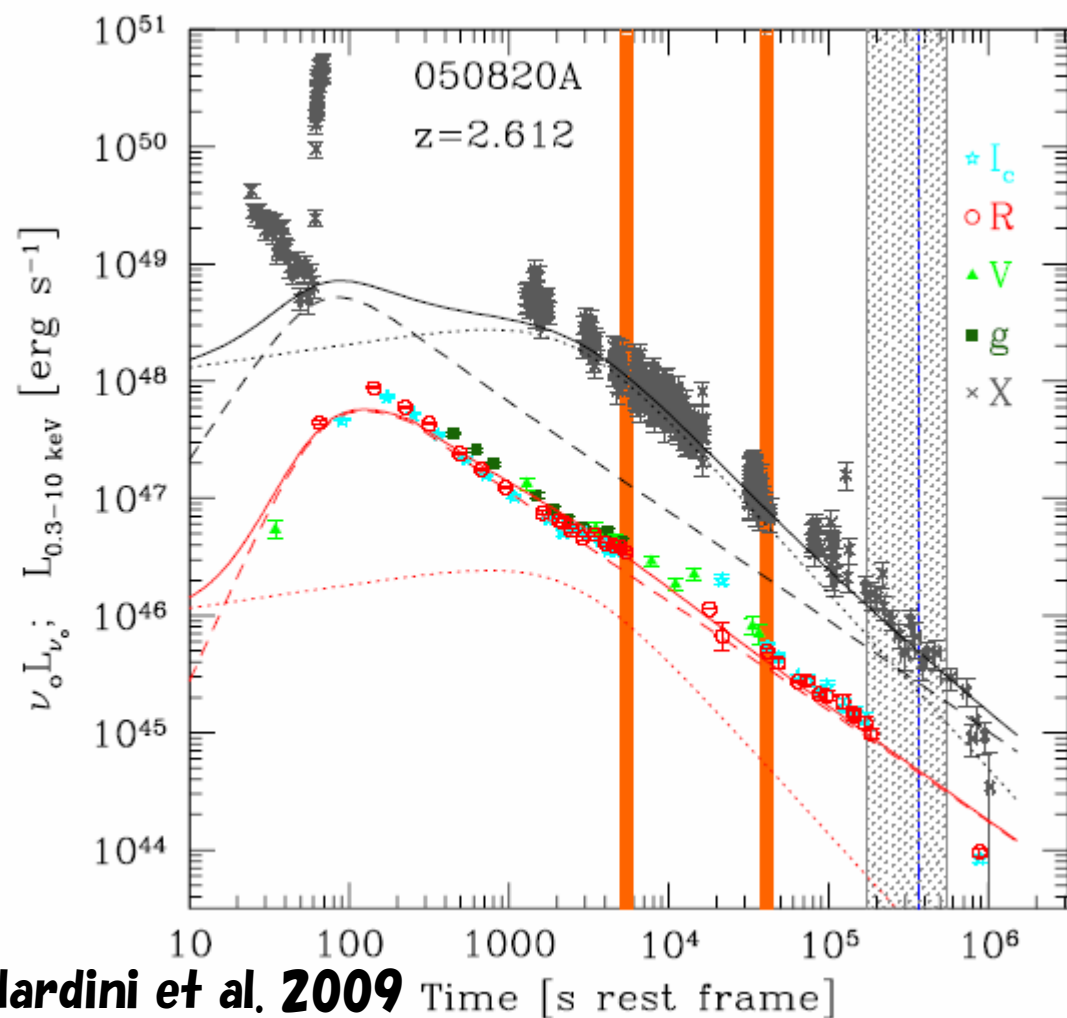
だいたい10K



Swift以前



Swift以後



Nardini et al. 2009

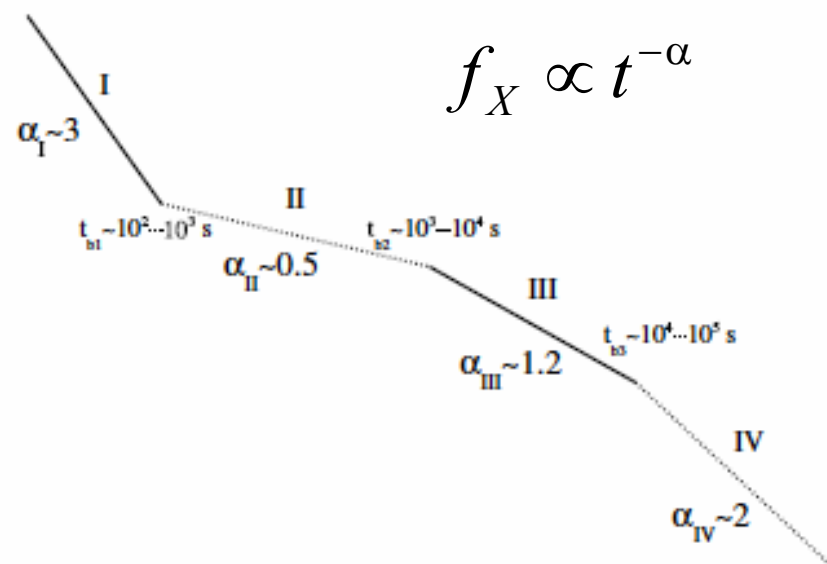
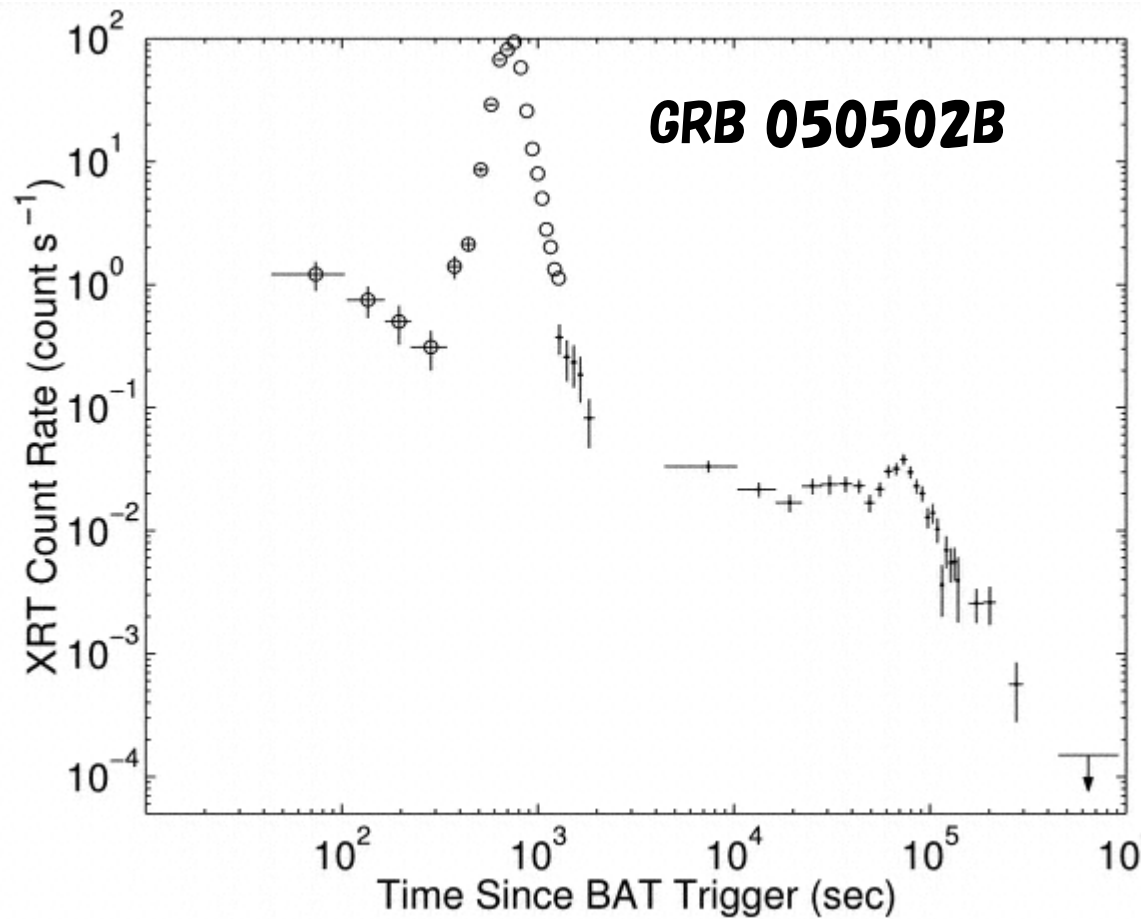


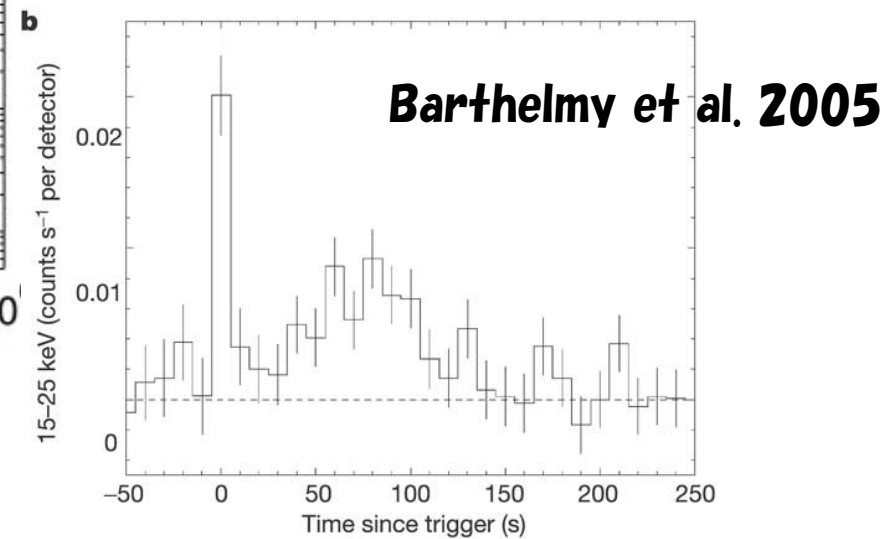
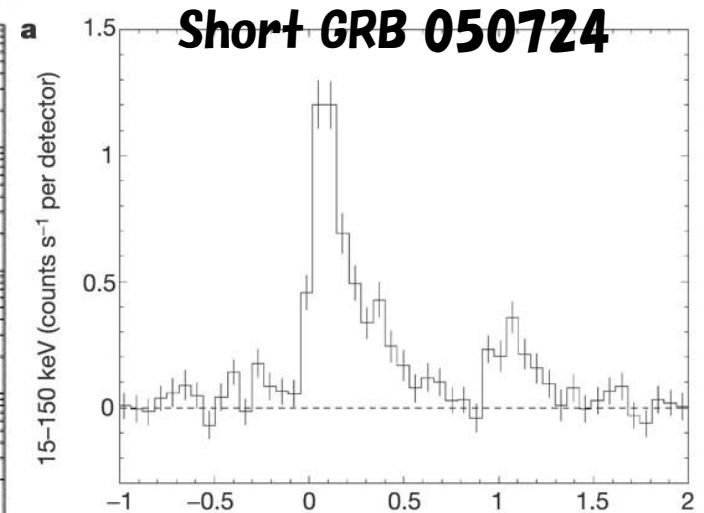
Figure 1. Canonical X-ray afterglow light curve defined by Zhang et al. (2006) and Nousek et al. (2006). Segment I is generally attributed to high latitude emission. Segment II is due to continuous energy injection by the central engine. Segment III is the normal spherical decay of the afterglow. Segment IV is the post-jet break decay. Segment V (not shown) is due to flares which can occur during any phase, in multiple, and in widely varying strengths.

Racusin et al. 2009

X線フレア



Falcone et al. 2006

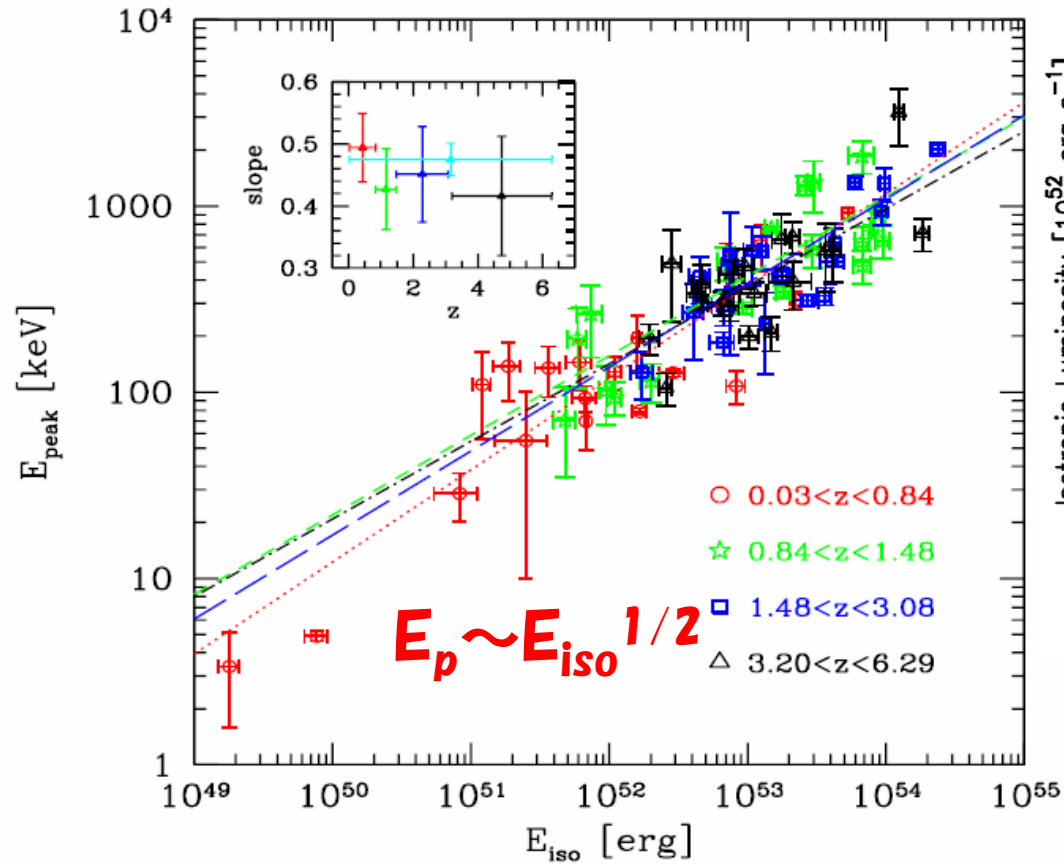


レポート課題

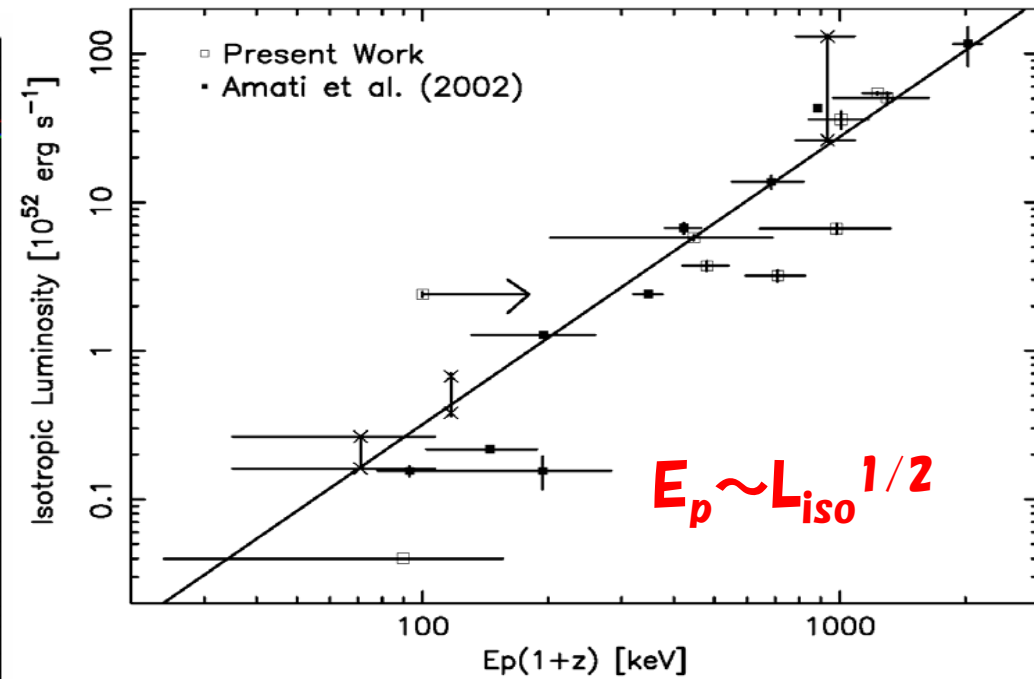
1. 半径 10^6 cm 、総エネルギー 10^{50} erg の火の玉がある。パラメータ $\eta = E_{\text{tot}} / Mc^2$ を大きくすれば最終的な Γ は大きくなる傾向があるが、それには上限がある。上限の Γ を求めよ。
2. 初期条件として半径 R_i から Γ で膨張しているシェルがある。シェルの厚さを R_i / Γ^2 とした時、Comoving系で速度 v のショックが前から後ろに伝播している。ショックが完全にシェルの横断したとき、放射が終わるとする。放射の終わる半径を求めよ。速度 $v = 0.1c$ の場合と $v \sim c$ の二通りで考えよ。ただしシェルの厚さは一定とする。
3. 球対称に相対論的速度で膨張する薄いシェルがある。Comoving系で等方に放射があるとすれば、半分の光子はシェルの後ろから出て行くことになる。しかしこの光子の運動方向を外部観測者系に変換すると、多くの光子は前に運動している。この一見した矛盾を解きほぐし、一旦シェルから出た光子の定性的な軌道を論ぜよ。
4. エネルギー ε の光子が等方に飛び回っている輻射場にローレンツ因子 γ の電子が飛び込んできた。この電子に逆コンプトン散乱を受けた光子の平均エネルギーは幾つか？ただし電子静止系で光子は等方に散乱されるとする。
5. 講義では等質量の場合について合体後のシェルの Γ と効率 f を求めた。等エネルギーの場合について同じ計算をせよ。
6. ジェットを正面から見た時、最初はこちらに向かってくるジェットからの放射しか見えない。しかし反対側へ飛んでいるジェットからの放射も、ジェットの速度が非相対論的になった時に見えてくる。このカウンタージェットからの放射が見えはじめる時刻を求めよ。
7. 星間ガスの密度分布が $n_{\text{ISM}} \propto R^{-2}$ の時の残光の振る舞いを求めよ。特に Γ 、 ν_m 、 ν_c について講義と同様の関係を求めよ。

未解決問題と 代替モデル

ブレークエネルギーの奇妙な相関

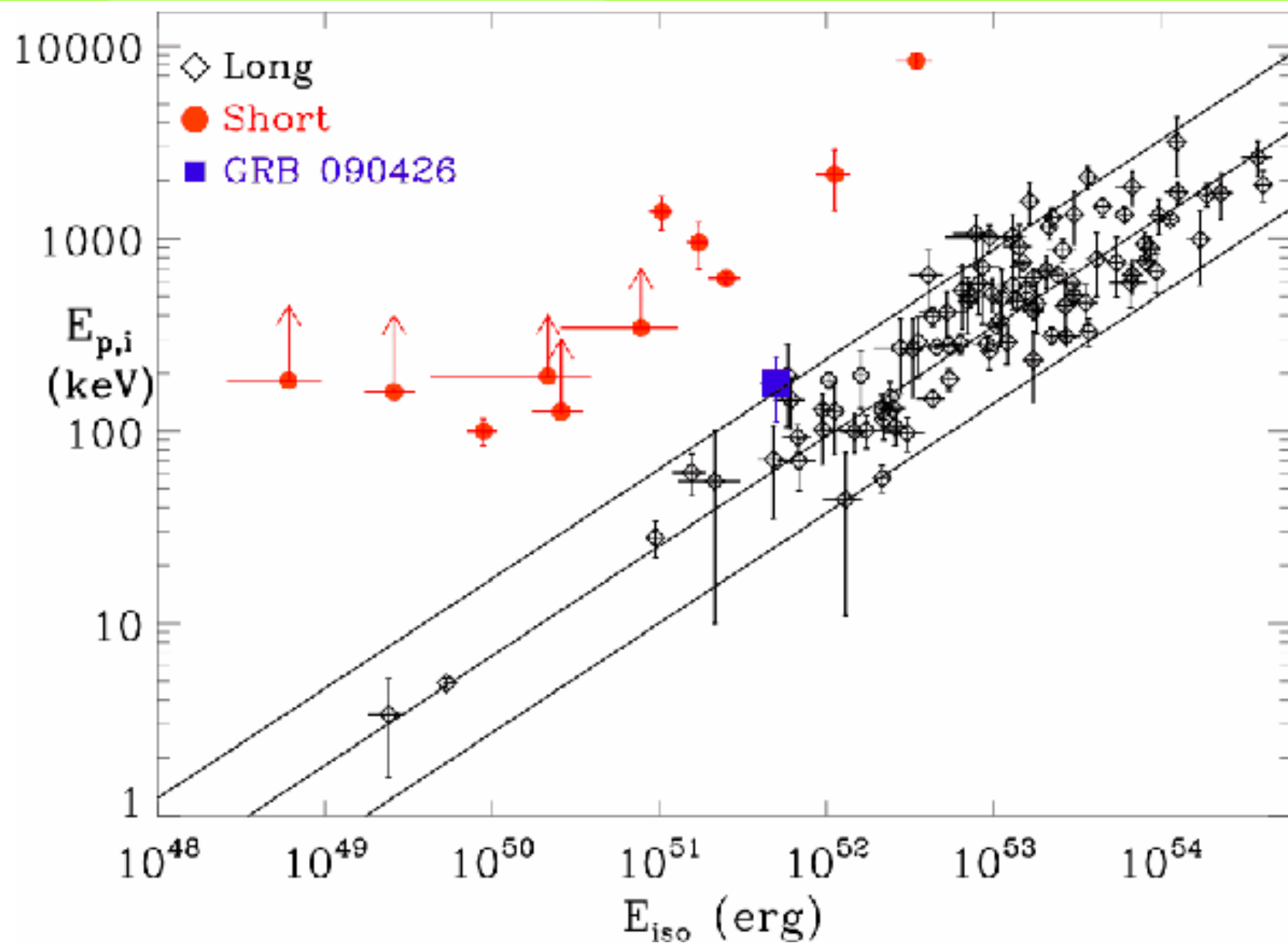


Ghirlanda+(08)



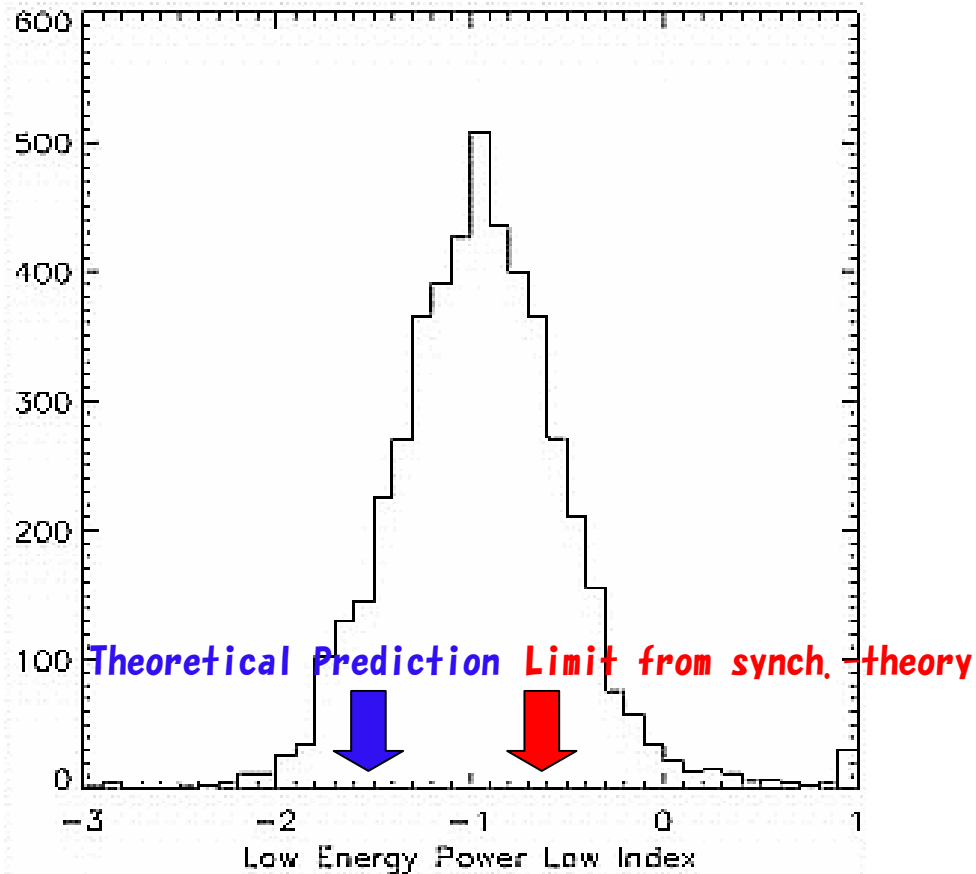
Yonetoku(03)

Shortはやはり別種族か？



低エネルギースペクトルの問題

低エネルギーでは冷えた電子からの放射が卓越するはず



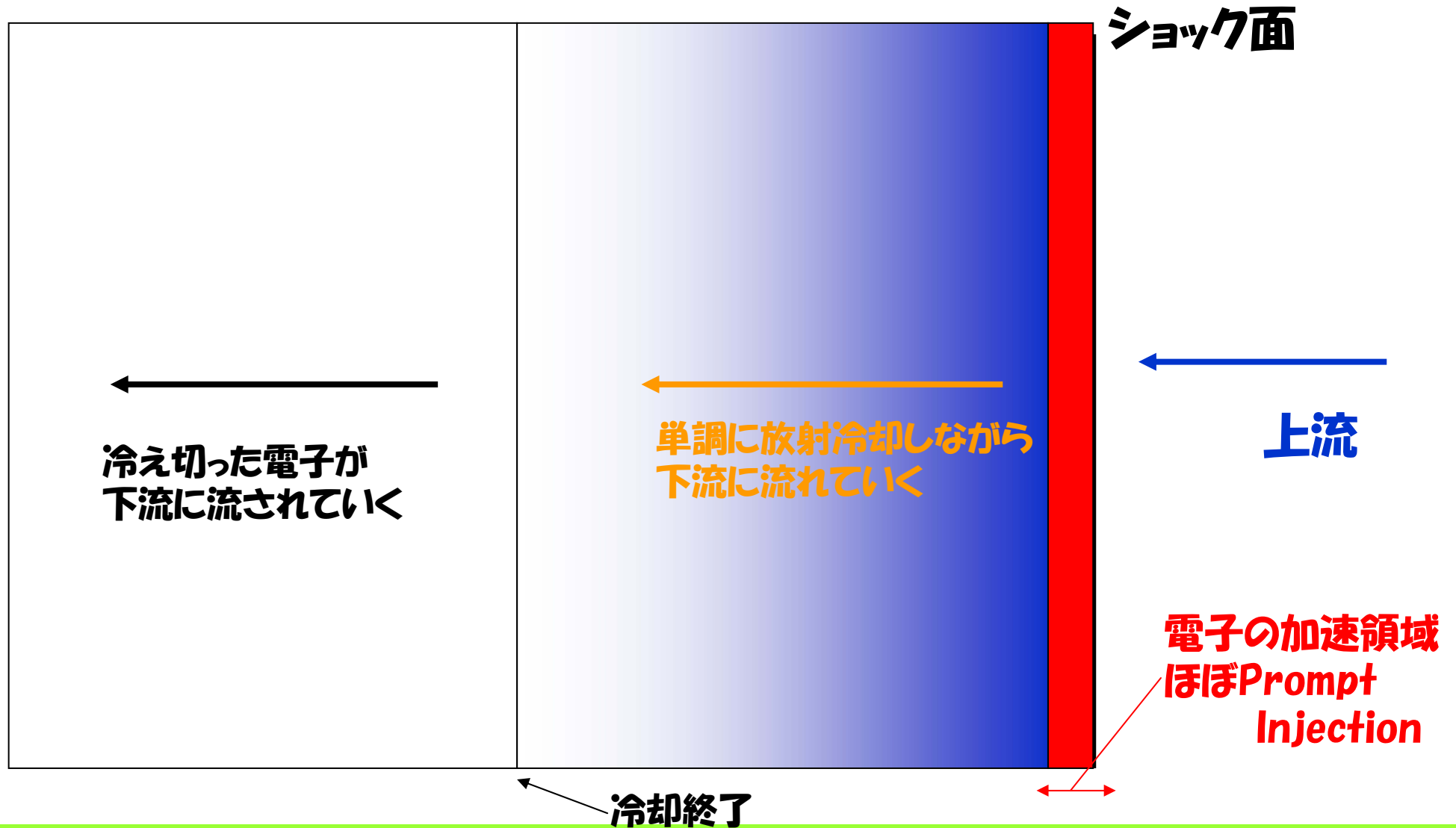
$$n_{\gamma} \propto E^{-1.5}$$

仮に冷えなくてもシンクロ
トロン放射には限界

$$n_{\gamma} \propto E^{-2/3}$$

がある。

標準的な描像



- **逆コンプトン散乱**

- **種光子はシンクロトロン** (Liang 1997, Liang et al. 1997)
- **種光子は自己吸収されたシンクロトロン** (Ghisellini & Celotti 1999; Panaitescu & Meszaros 2000; Kumar et al. 2006)
- **種光子はThermal成分** (Mesaros & Rees 2000; Meszaros et al. 2002; Pe'er et al. 2005, 2006)

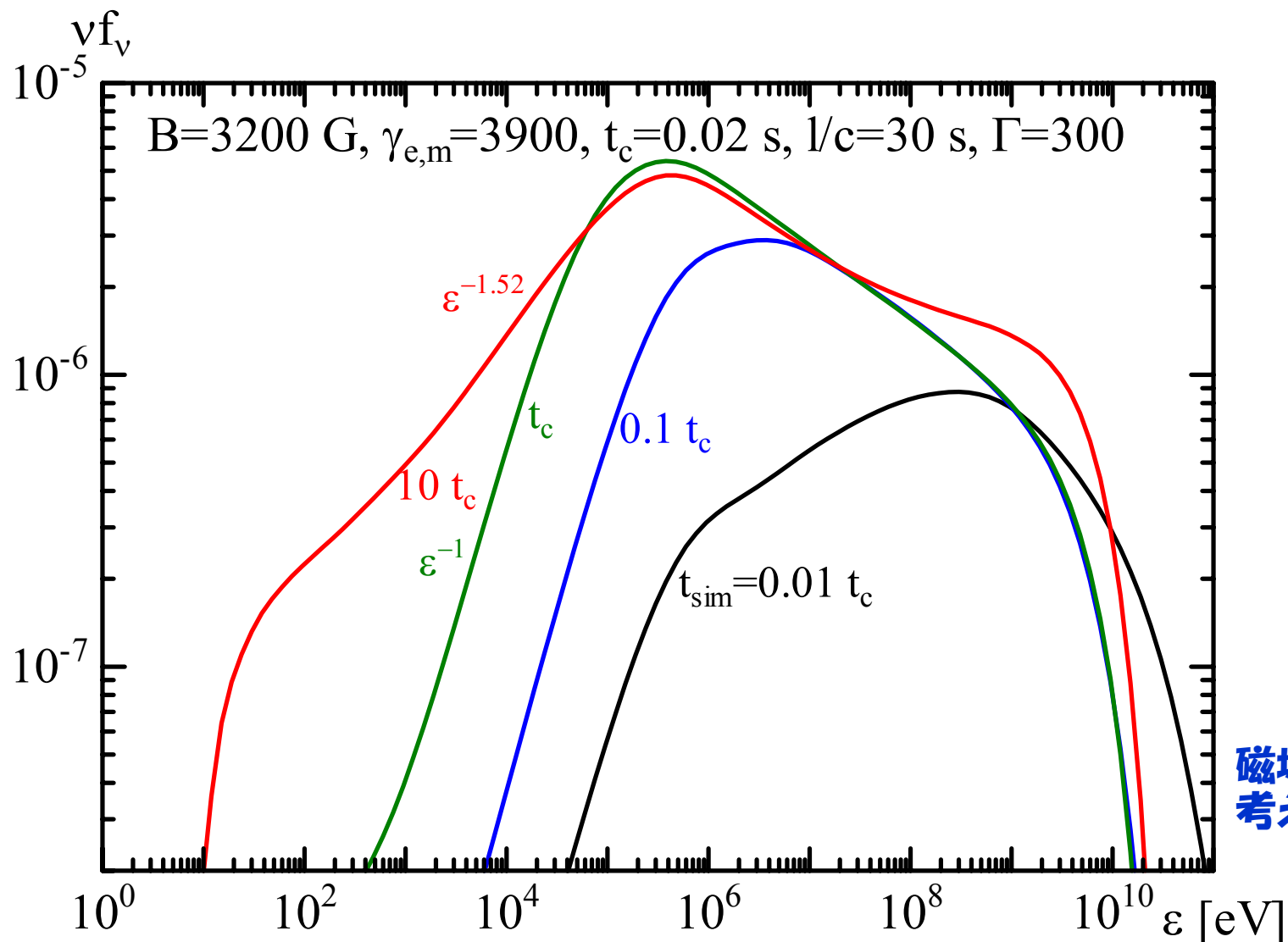
- **Jitter放射**

- **電子が冷えなければ、OKだが冷えるのでやはり駄目**

Asaf Pe'er and Bing Zhang 2006

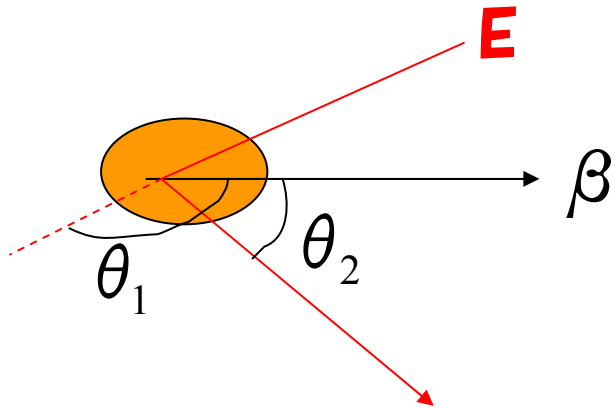


冷却過剰になると駄目



磁場が消失すると
考えるのは悪くないが...

二次加速



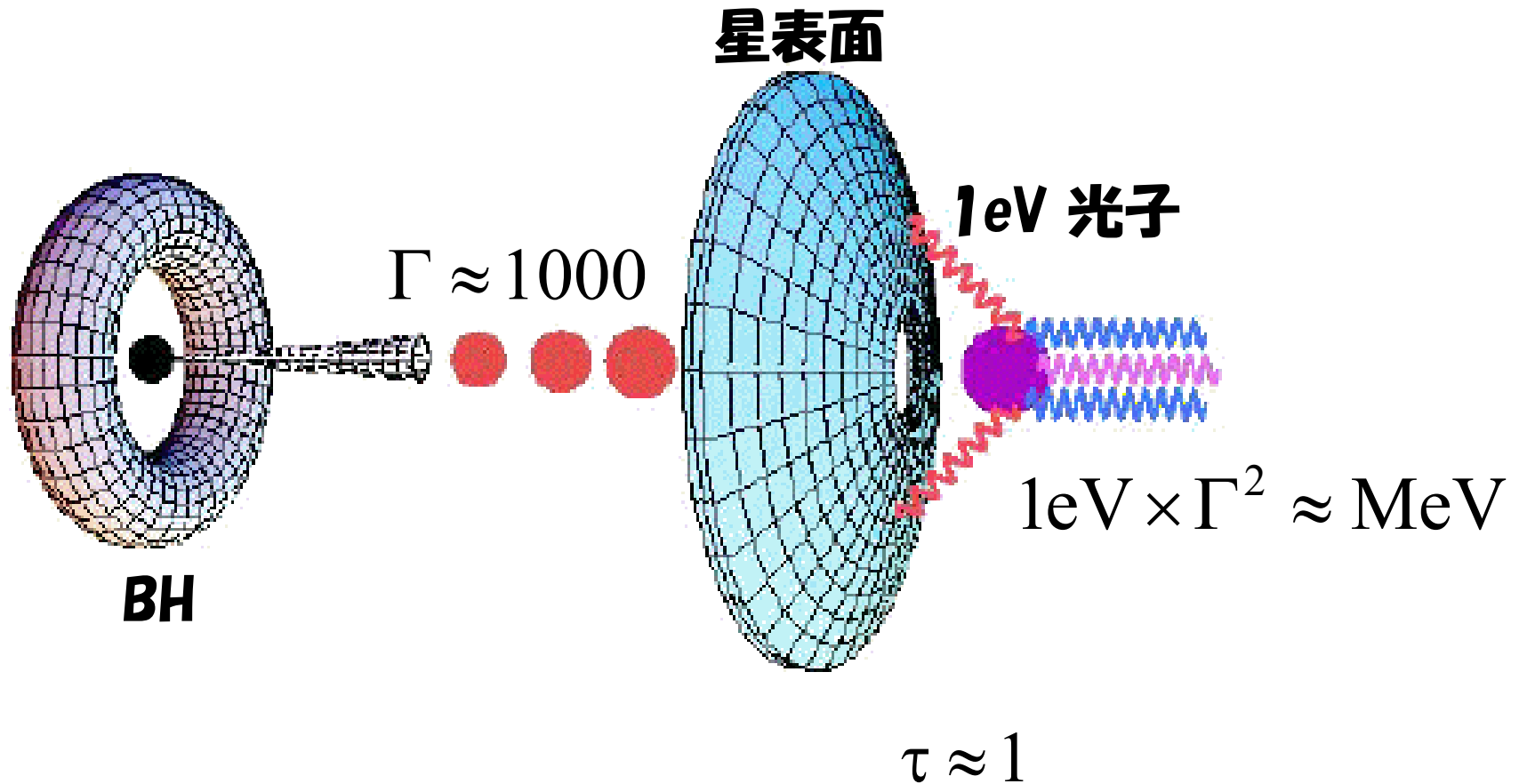
$$\xi \equiv \frac{\Delta E}{E} = \gamma^2 (1 - \beta \cos \theta_1 + \beta \cos \theta'_2 - \beta^2 \cos \theta_1 \cos \theta'_2) - 1$$
$$\langle \cos \theta'_2 \rangle = 0, \quad \langle \cos \theta_1 \rangle = -\beta / 3$$

$$\langle \xi \rangle = \gamma^2 (1 + \beta^2 / 3) - 1 \approx 4\beta^2 / 3 \quad \text{for } \beta \ll 1$$

相対論的なガスの音速 $\beta = 1/\sqrt{3}$

$$\langle \xi \rangle = 2/3$$

Canonball モデル

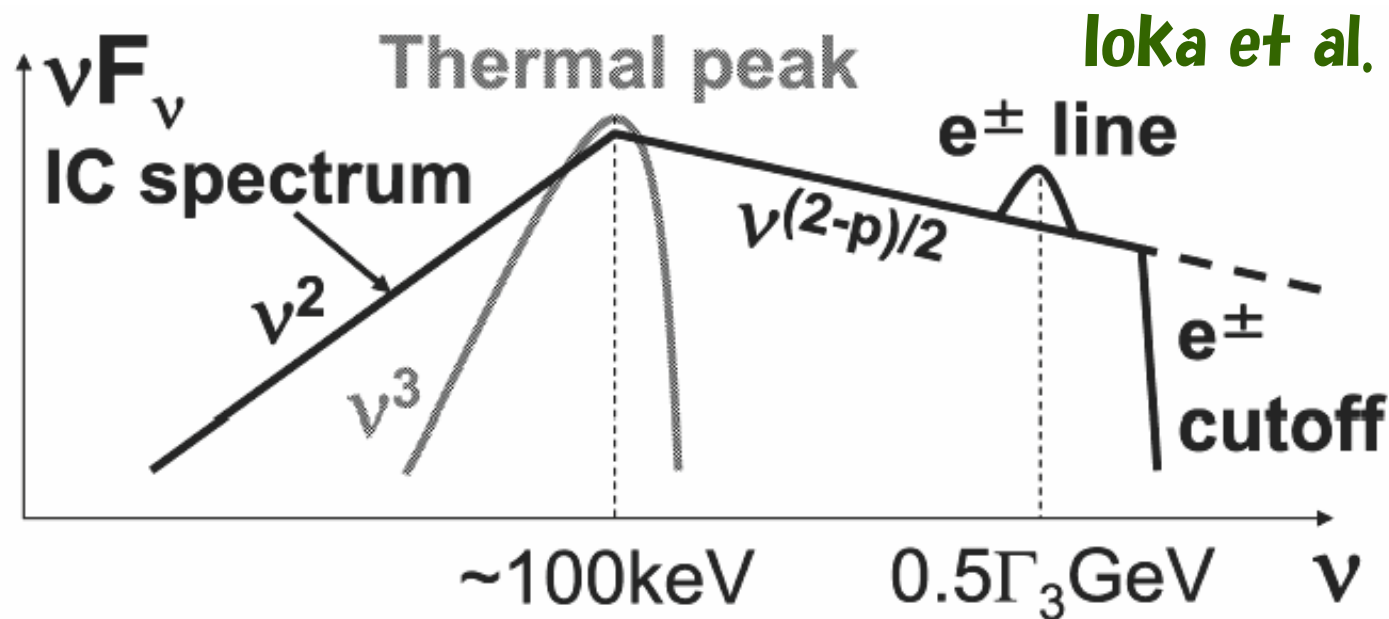
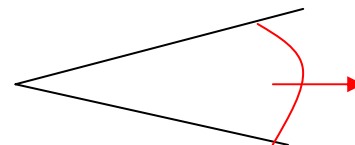


Photosphere モデル

Fireball が加速の途中で晴れ上がる

→ 大部分のエネルギーが輻射として放たれる

→ Fireballの初期温度がそのままピークエネルギーに

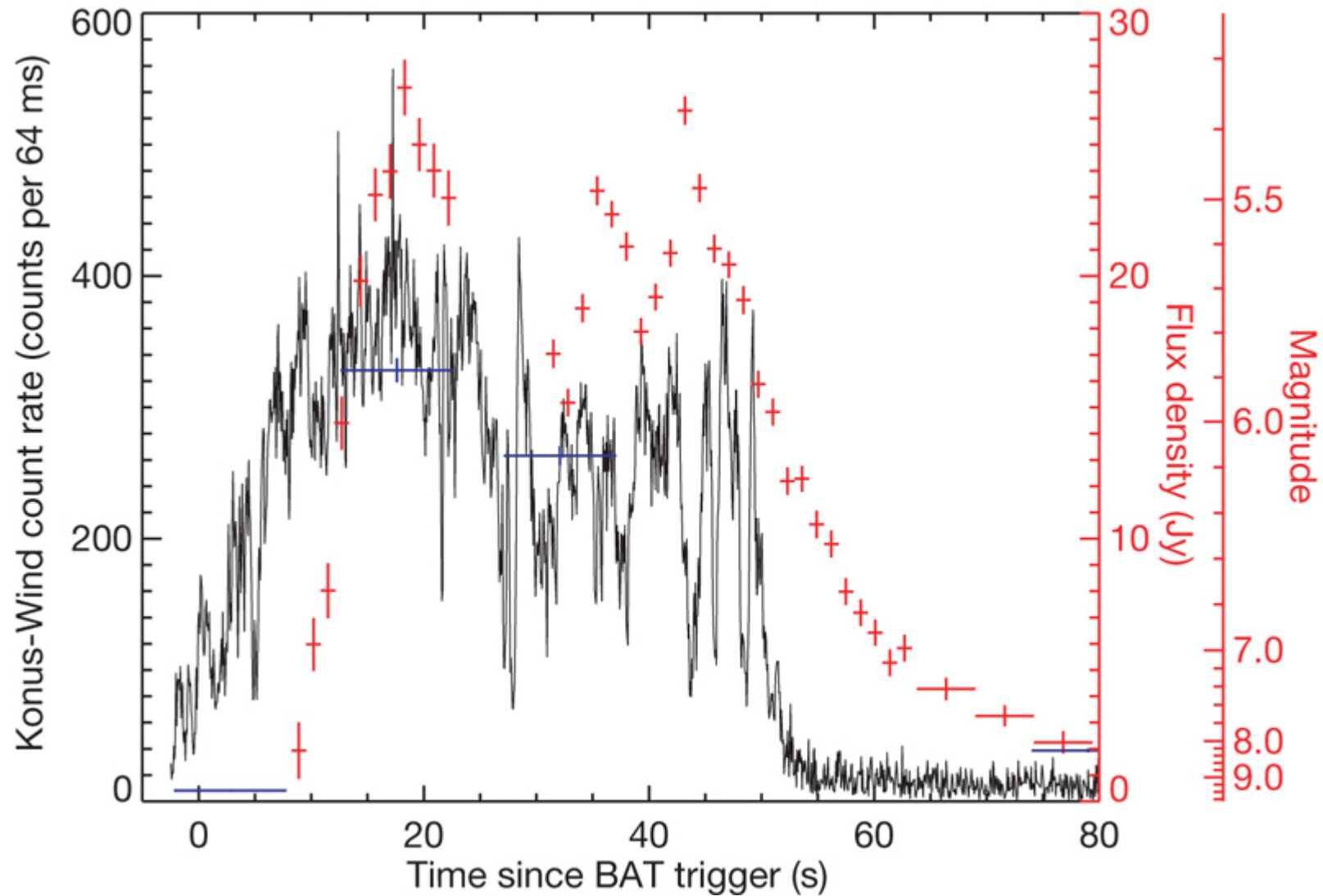


loka et al. 2007

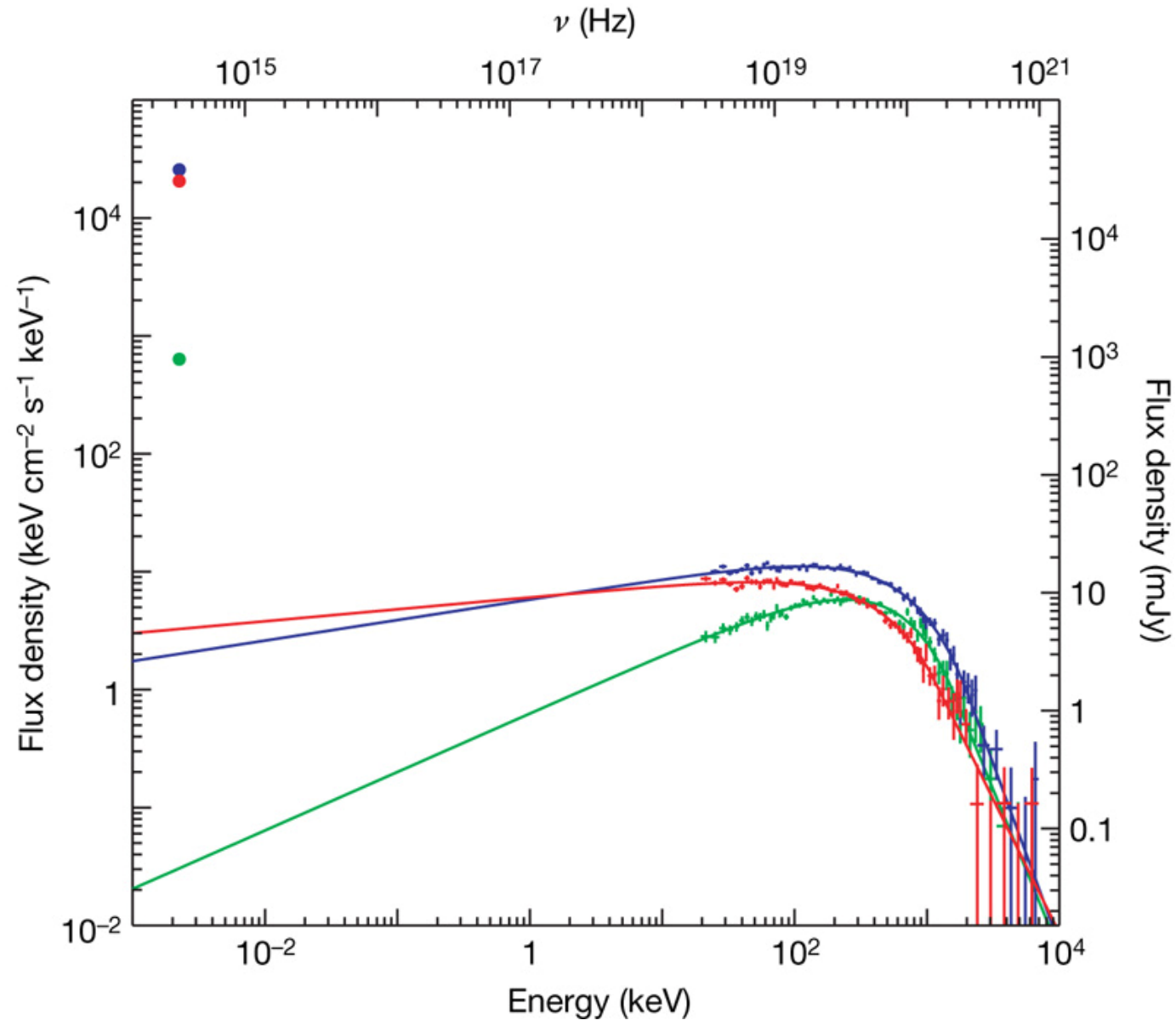
Meszáros & Rees (2000) et c.

Naked Eye GRB

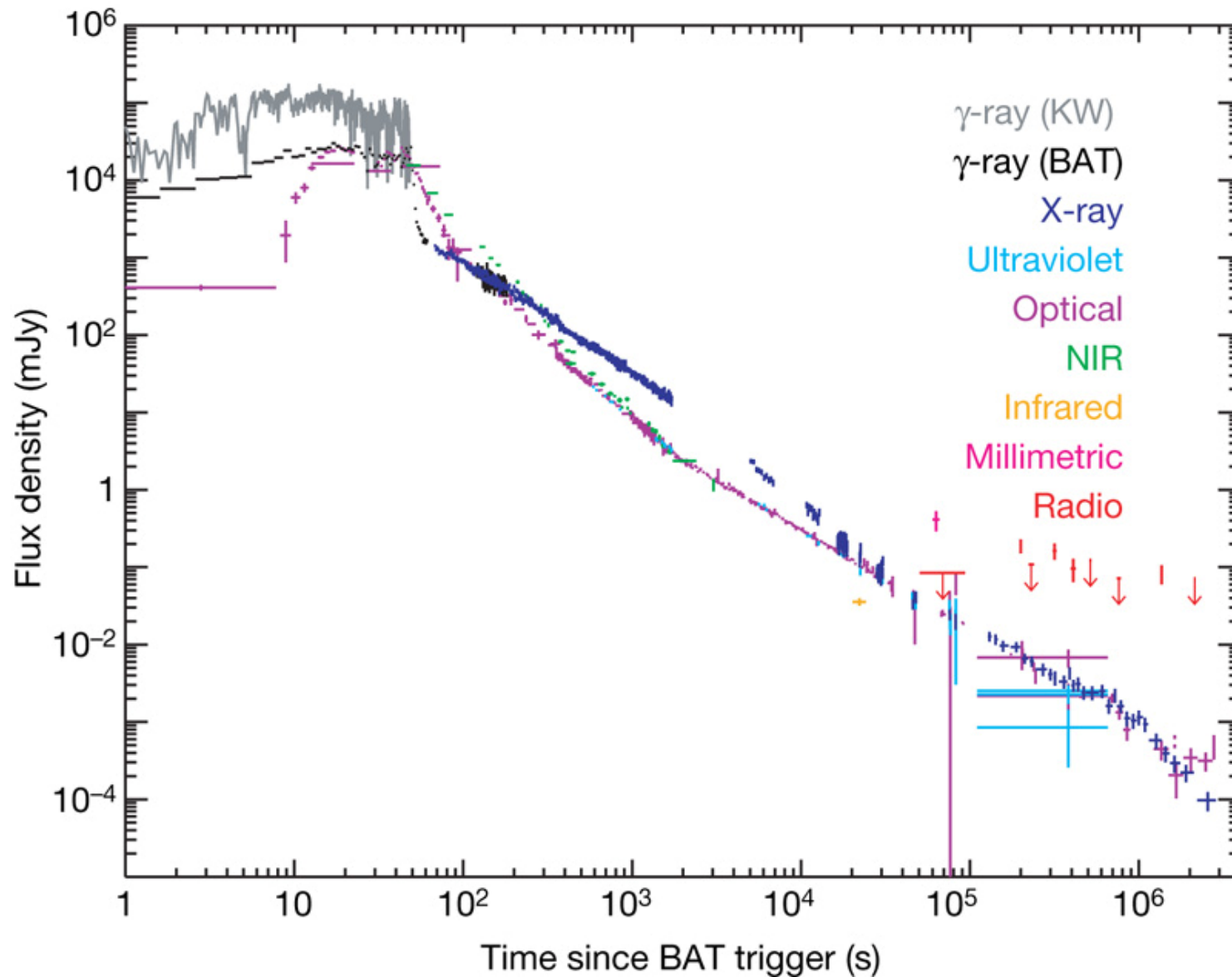
GRB 080319B



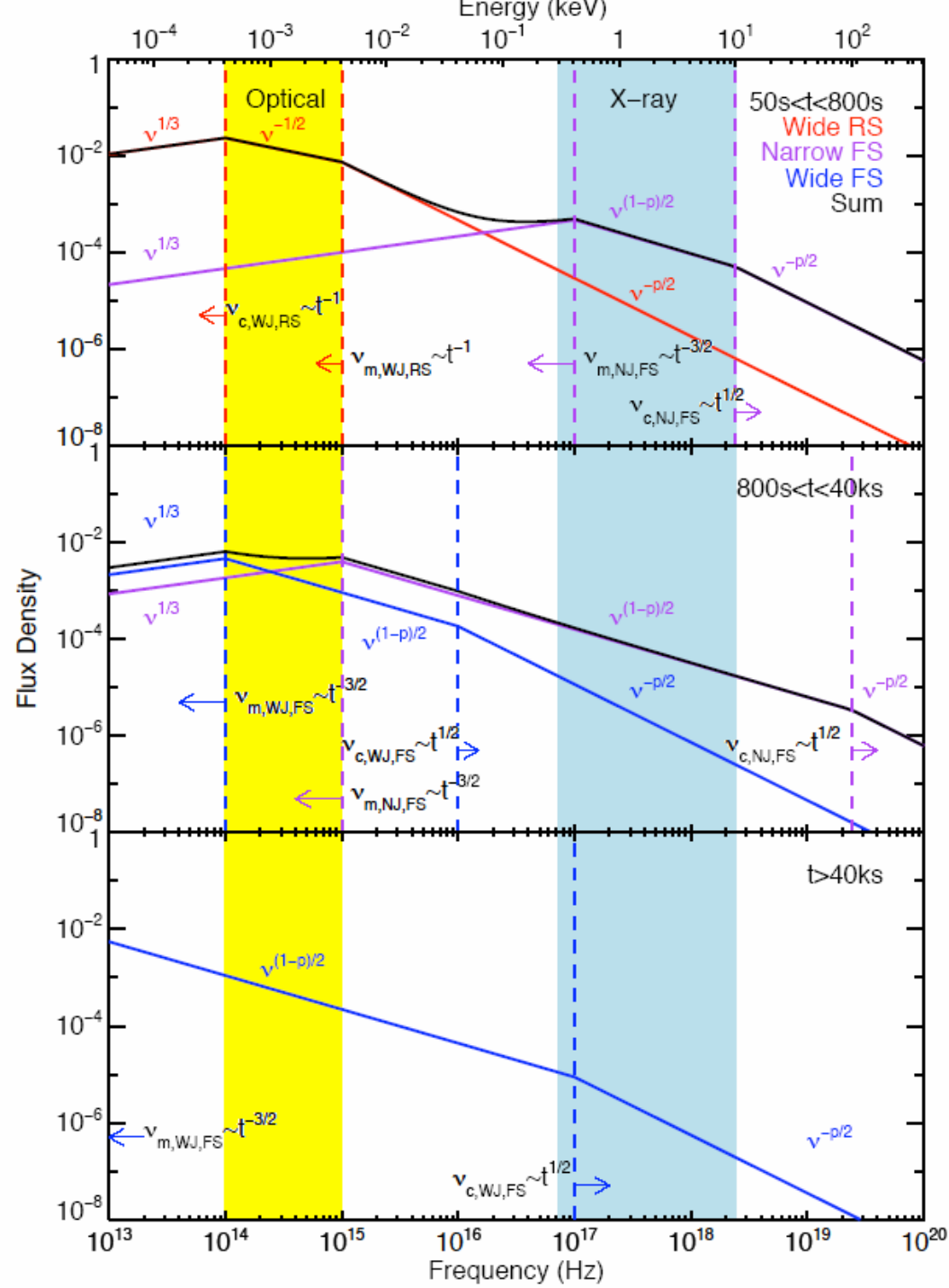
Naked Eyeのスペクトル



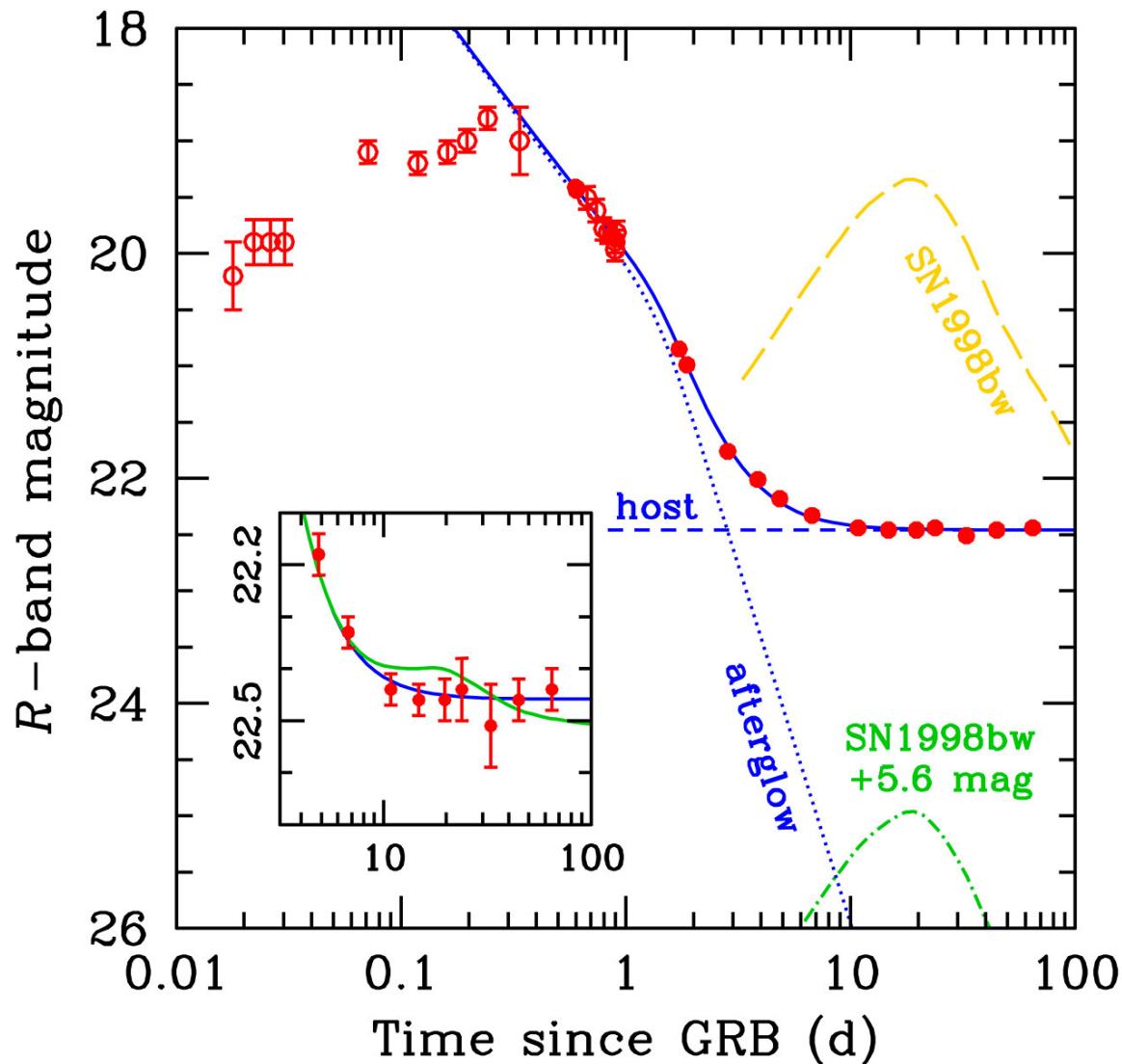
Naked Eyeの残光



二成分ジェットモデル



ホストは本当に超新星か？



GRB 060614

$z=0.125$

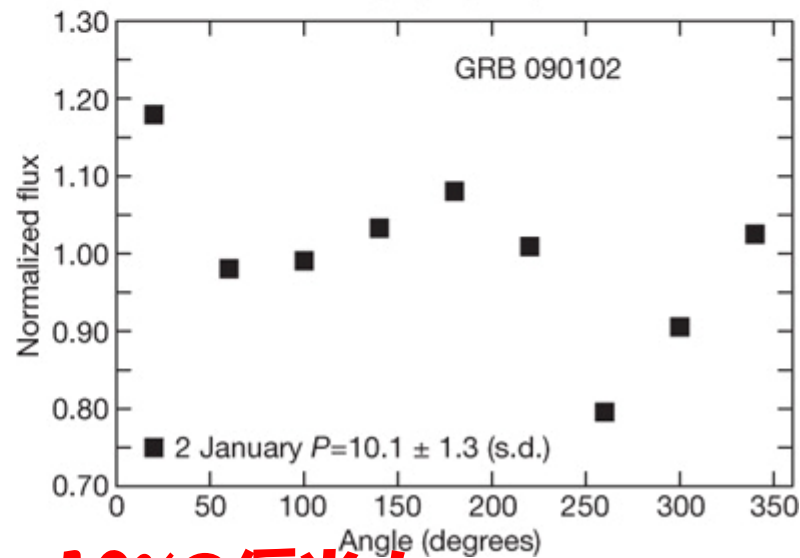
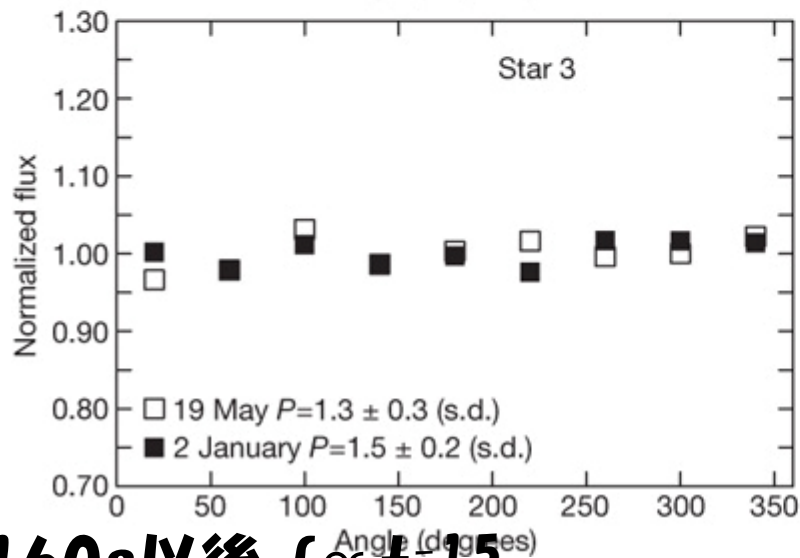
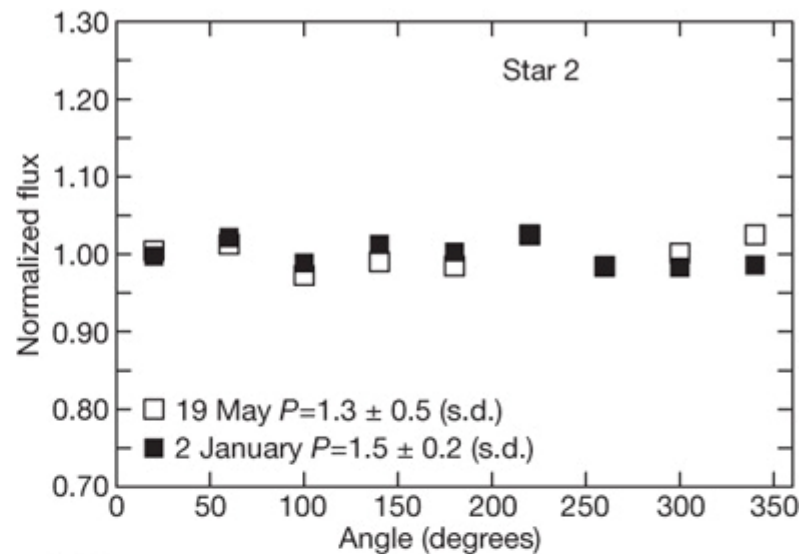
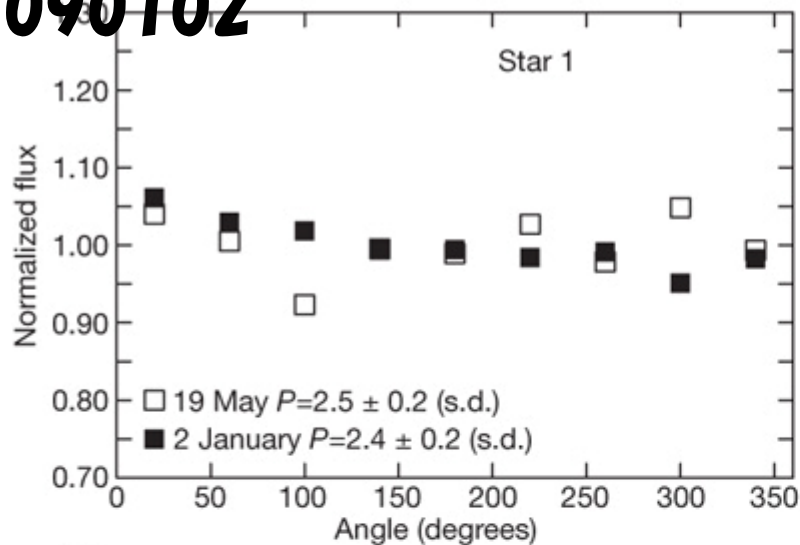
$8.9 \times 10^{50} \text{erg}$

超新星が見えない！？

$^{56}\text{Ni} < 8 \times 10^{-4} \text{ Msun}$

可視偏光の検出

GRB 090102



$t = 160\text{s}$ 以後 $f \propto t^{-1.5}$

10%の偏光!

Reverse Shock起源?