

# テレスコープアレイ実験における大 気蛍光望遠鏡撮像カメラの絶対較正 システムの開発

平成 18 年度修了

埼玉大学大学院理工学研究科物理学専攻

05SP007

川名進吾

指導教員 井上直也

平成 19 年 3 月 16 日

# 目次

第 1 章	概要	3
第 2 章	最高エネルギー宇宙線	4
2.1	宇宙線	4
2.2	宇宙線の起源	5
2.2.1	ボトムアップモデル	5
2.2.2	トップダウンモデル	6
2.3	空気シャワー	6
2.4	大気蛍光	9
第 3 章	テレスコープアレイ実験	11
3.1	実験概要	11
3.2	地表面検出器	13
3.3	大気蛍光望遠鏡	14
3.3.1	光学系	14
3.3.2	撮像カメラ	16
3.3.3	光電子増倍管	18
3.3.4	撮像カメラの較正	18
3.4	大気モニター	21
第 4 章	絶対較正	22
4.1	目的	22
4.2	方法	22
4.3	光の散乱	23
4.3.1	トムソン散乱	23
4.3.2	レイリー散乱	26
4.4	構成	28
4.5	データ収集装置	32
4.6	YAP によるモニター	33
4.7	散乱光子数の見積もり	35
4.8	較正の手順	39
4.9	気圧に対するリニアリティの測定	39

第 5 章 較正結果	41
5.1 量子効率 × 収集効率 × ゲインの較正 . . . . .	41
5.2 系統誤差 . . . . .	48
第 6 章 総括	49
付 録 A 波形データおよびスペクトル	52

# 第1章 概要

テレスコープアレイ実験は米国ユタ州にて建設中の大規模観測装置である。2007年から稼動を予定しており、 $10^{19}\text{eV}$  から  $10^{21}\text{eV}$  の最高エネルギー宇宙線を AGASA 実験の 10 倍の頻度で検出することができる。AGASA 実験で観測された最高エネルギー宇宙線は理論予測を上回る数であったため、TA 実験の結果から素粒子、天体物理学の新しい知見が得られることが期待される。

テレスコープアレイの特色は 2 系統の検出器を用いて行うハイブリッド観測である。

一方は AGASA と同系統の、空気シャワー中の荷電粒子をシンチレータで捕らえる地表面検出器 (Surface Detector,SD) である。

もう一方は AGASA と同時期に行われた、HiRes 実験と同系統の宇宙線によって励起された大気分子が発する光を測定する、(Fluorescence Detector,FD) である。

本論文では大気蛍光望遠鏡に用いる光電子増倍管 (Photo Multiplier Tube,PMT) の較正システムの開発、較正結果について述べる。

## 第2章 最高エネルギー宇宙線

### 2.1 宇宙線

宇宙線は宇宙空間を走りかう放射線である。1912年、Victor Franz Hessによって発見された。宇宙線の組成は約90%が陽子、9%が $\pi$ 粒子、残りはFeなどの重い原子核である。宇宙線粒子は光速に近い速度で運動しており、地球大気に1秒間に $1\text{m}^2$ の面積に1000個程度入射する。宇宙線の観測は低エネルギー領域では $10^8\text{eV}$ 、高エネルギー側では $10^{20}\text{eV}$ に達する。(図2.1)

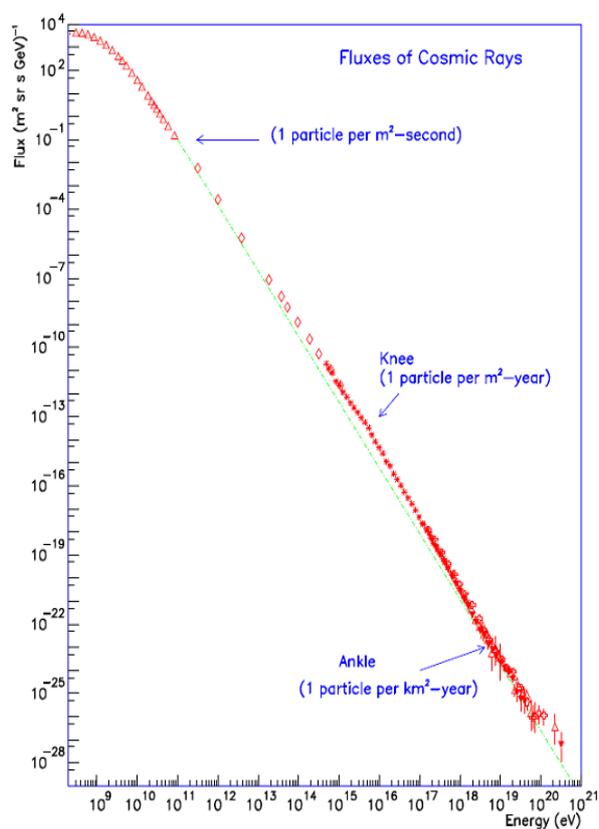


図 2.1: 宇宙線のエネルギースペクトル

到来頻度は高エネルギーの宇宙線ほど小さい。低エネルギーの宇宙線は太陽活動の影響を受けるが、 $10^{10}$ eV を超える宇宙線は太陽活動の影響を無視することができる。(図 2.1) は対数プロットなので、到来頻度の指標であるフラックスはエネルギーの冪乗で表せる。 $10^{10}$ eV から  $10^{15}$ eV の領域は  $E^{-2.7}$  に比例し、 $10^{15}$  から  $10^{19}$  までは  $E^{-3.0}$  で近似できる。それよりも大きい領域では統計量も小さいため、良い近似式はわかっていない。このエネルギーによるスペクトルの振る舞いの違いについては、粒子のエネルギーが大きくなることでラーモア半径が大きくなって磁場による閉じ込めが有効でなくなるためと考えられている。最高エネルギーの宇宙線のラーモア半径は銀河半径と比べても無視できない大きさになる。

## 2.2 宇宙線の起源

宇宙線の起源についてはまだ完全にわかっていない。大部分の宇宙線が銀河系内に起源を持つと考えられている。太陽を起源とする宇宙線は周期的な太陽活動と相関を示し、大部分の宇宙線は太陽活動と相関を持たない上、太陽風のような激しい太陽活動の際にその近傍に多くの宇宙線が観測されるということも無い。このことから宇宙線は太陽系外を起源とするものが大部分とされる。また、最高エネルギー領域の宇宙線は平均的な銀河磁場におけるラーモア半径が銀河のサイズを上回るために銀河系外を起源とすると考えられる。

### 2.2.1 ボトムアップモデル

ボトムアップモデルは粒子の加速によって高エネルギーを持つものである。低いエネルギーの粒子を加速するには強い磁場が必要となる。銀河磁場は  $3 \mu\text{G}$  であり  $10^{20}$ eV を超える最高エネルギー宇宙線はラーモア半径が  $30\text{kpc}$  になり銀河円盤の半径を超え、銀河内に閉じ込めて加速することは不可能である。

銀河系外の候補として活動銀河核、電波銀河、中性子星があるが、中性子星は  $10^{12}\text{G}$  という強磁場のために粒子が軌道を曲げられた際のシンクロトロン放射を無視できず、最高エネルギーまで粒子加速を行うことは不可能である。活動銀河核ではガス厚が大きいため、粒子同士の衝突によるエネルギー損失が大きくなる。ただし一部の活動銀河核で観測されているジェット先端部では光子場、物質場ともそれほど密ではなく最高エネルギーまで加速することが可能とされる。

そのほかにはブラックホールのポテンシャルドロップを利用するというモデル、銀河風による加速モデルがあるがポテンシャルドロップでは冪乗スペ

クトルを説明できず、銀河風では銀河間のプラズマのコネクションの存在が必要である。

### 2.2.2 トップダウンモデル

トップダウンモデルは GUT スケールの粒子の崩壊に最高エネルギー宇宙線の起源を求めるモデルである。宇宙初期の相転移の際に生じた位相欠陥は GUT のエネルギーを保持し続け、その崩壊によって最高エネルギー宇宙線が生成されるとするものである。モノポールの対消滅や宇宙ひもの崩壊で超重粒子が生成され、その崩壊でハドロンジェットが生成され最高エネルギー宇宙線が生まれる。トップダウンモデルはそもそも位相欠陥が見つからないが最高エネルギー宇宙線の起源モデルとして有力な候補である。

## 2.3 空気シャワー

高いエネルギーを持った粒子が大気に入射すると多数の二次粒子を生成する。二次粒子もまた粒子を生成するため、地表に達するころにはシャワーのように広がりを持っていることになる。これを空気シャワーと呼ぶ。

高エネルギーのハドロンは大気原子核と核相互作用によってメソンを作る。発生したメソンは大部分が  $\pi^\pm, \pi^0$  であることが知られている。 $\pi^\pm$  は

$$\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu) \quad (2.1)$$

のように崩壊する。パイオンの寿命は  $\tau = 2.60 \times 10^{-8} \text{sec}$  である。ミューオンは  $\tau = 2.20 \times 10^{-6} \text{sec}$  で崩壊し、

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e \quad (2.2)$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e \quad (2.3)$$

として複数の粒子を生成する。中性パイオンは荷電パイオンに比べて遥かに寿命が短く、 $\tau = 0.84 \times 10^{-16} \text{sec}$  で崩壊し

$$\pi^0 \rightarrow 2\gamma \quad (2.4)$$

として2つの光子を作る。

ガンマ線が大気に入射すると電子-陽電子対生成で電子と陽電子を作る。電子と陽電子は bremsstrahlung によって光子を生み、光子が対生成で電子-陽電子対を作る。

ハドロンによるカスケード(核カスケード)と光子と電子、陽電子によるカスケード(電磁カスケード)を繰り返すことにより二次、三次となるにつれ一つの粒子のエネルギーは小さくなりシャワーの広がりが大きくなる。

粒子のエネルギーが小さくなると分子、原子による電離損失が大きくなり大気に吸収されるようになる。そのため大気深さに対して粒子数は減少に転ずることになる。これを縦方向発達と呼び大気の厚さに対して

$$N(t) \approx \frac{0.31}{\sqrt{y}} \exp \left[ t \left( 1 - \frac{3}{2} \ln s \right) \right] \quad (2.5)$$

と近似される。 $t, y$  は

$$y = \ln \frac{E_0}{E_c} \quad (2.6)$$

$$s = \frac{3t}{t + 2y} \quad (2.7)$$

であらわされる。 $s$  は age parameter と呼ばれシャワーの発達に伴って増大していく。

次に横方向の発達は Nishimura、Kamata、Greissen にちなんで NKG ファンクションと呼ばれる関数で表される。

$$f(r, s) = C(s) \left( \frac{r}{r_M} \right)^{s-2} \left( \frac{r}{r_M} + 1 \right)^{s-4.5} \quad (2.8)$$

ここで  $r_M$  はモリエールユニット、 $C(s)$  は規格化定数である。NKG ファンクションを用いて

$$\rho(r, s) = \frac{N_e f(r, s)}{r_M^2} \quad (2.9)$$

がシャワーの広がり と粒子数を対応付ける関数である。

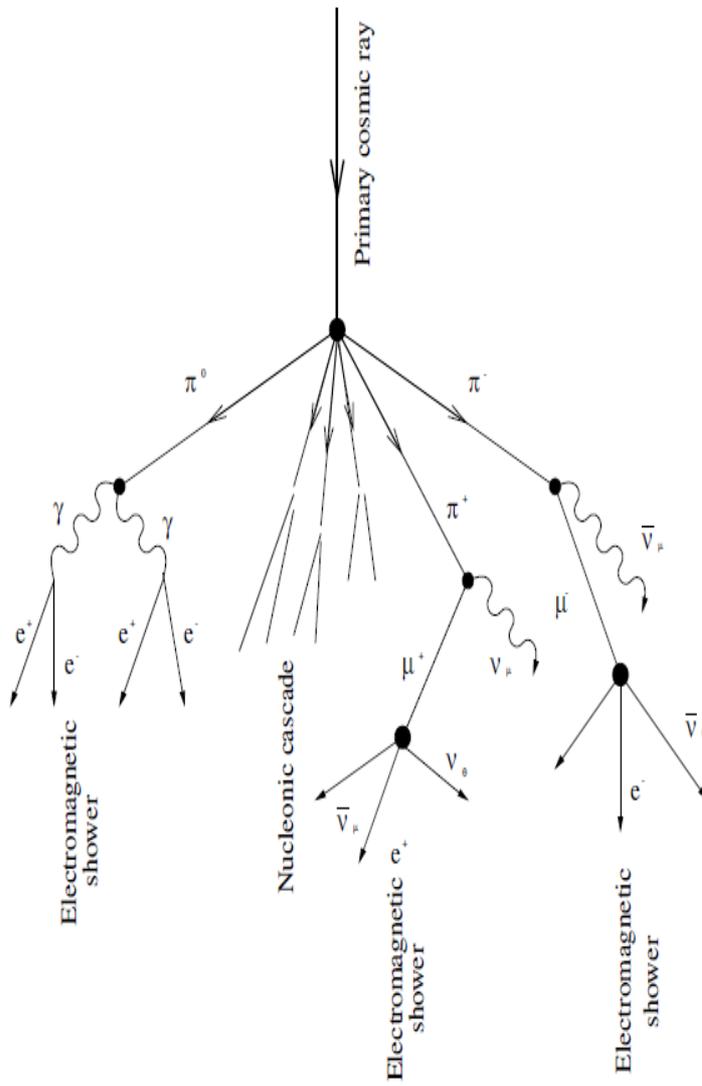


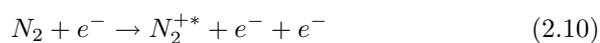
図 2.2: 空気シャワーの模式図

## 2.4 大気蛍光

大気蛍光とは高エネルギー粒子によって励起された気体分子が基のエネルギー準位に戻る際に発する光である。大気分子の中で主に発光に関わるのは窒素であり、エネルギー準位は1Nバンドと2Pバンドによる。発光のプロセスは3通りあり、

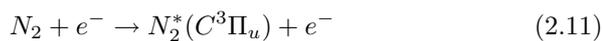
### 1. 直接励起

シャワー粒子により電離、励起されるプロセス。1Nバンド間遷移による発光は主に直接励起によるものである。



### 2. 2次電子による励起

電離される際に生成される電子(2次電子)によって励起され、発光するプロセス。主に2Pバンド間遷移。



### 3. オージェ電子による励起

内殻軌道に外殻軌道電子が遷移し、その際に放出されるエネルギーで外殻電子が放出される。これをオージェ電子と呼び、多重イオン化する。

大気蛍光の観測はシャワー粒子の直接測定をするよりも大きい有効検出面積を得られる。また、最高エネルギー宇宙線の観測ではエネルギー決定の系統誤差が大きいが、大気蛍光望遠鏡では大気中のエネルギー損失を直接観測するため高いエネルギー決定精度を持ち、粒子の最大到達深度や宇宙線の到来方向を決定するのに有効である。

### Nitrogen Fluorescence Spectrum

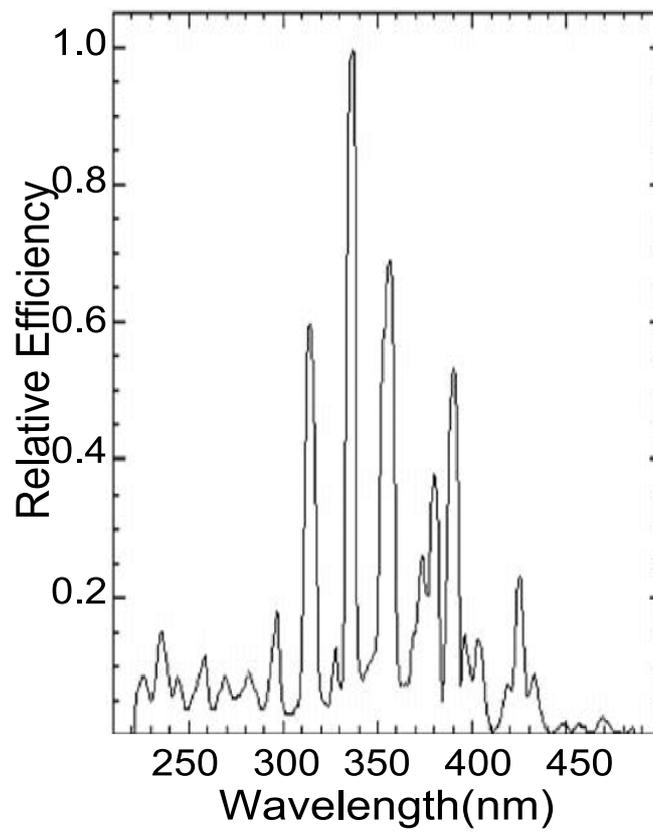


図 2.3: N<sub>2</sub> の発光スペクトル

## 第3章 テレスコープアレイ実験

### 3.1 実験概要

最高エネルギー宇宙線の到来頻度は非常に低く、 $1\text{km}^2$  に 100 年間で 1 粒子とされている。AGASA 実験では 111 台の地表検出器を用いて 10 年間で 11 イベントの最高エネルギー宇宙線を観測した。一方、米国の High Resolution Fly's eyes (HiRes) グループは大気蛍光望遠鏡を用いた観測を行い、GZK カットオフの存在を示唆する、つまり AGASA 実験と矛盾する結果を出した。両者は全く異なる検出器を用いているが、両者とも高エネルギー領域でのデータ統計量が少なく、系統誤差も大きい。また、AGASA 実験では宇宙線到来方向分布に非等方性が見られ、角度分解能の範囲内で doublet や triplet 事象が見られた。

そこで日米共同で進められているのがテレスコープアレイ実験である。本計画の目指すところは以下ようになる。

- 検出面積を拡大し、 $1\text{km}^2$  に 100 年間で 1 粒子と到来頻度の低い最高エネルギー宇宙線イベントの統計量を上げる。
- 地表シンチレーター群と大気蛍光望遠鏡のハイブリッド観測でシャワー発達、宇宙線粒子種を明らかにする。
- 角度分解能の向上によって宇宙線の到来方向をより精細に決定し、起源が宇宙のどこにあるのかを明らかにする。

これらの目標を達成するためにテレスコープアレイ実験では観測施設を米国ユタ州ミラード群の砂漠地帯に建設することにした。この場所は

- 検出器の展開範囲を大きくするのに十分な面積
- 年間を通しての高い晴天率
- 大気透明度
- 民家などからのバックグラウンド光が少ない
- 大気蛍光望遠鏡の影になるものが無い

といった点で観測を行うのに適している。テレスコープアレイではこの場所に 576 台のシンチレーション検出器と 3 台の大気蛍光望遠鏡ステーションを建設し観測を行う。

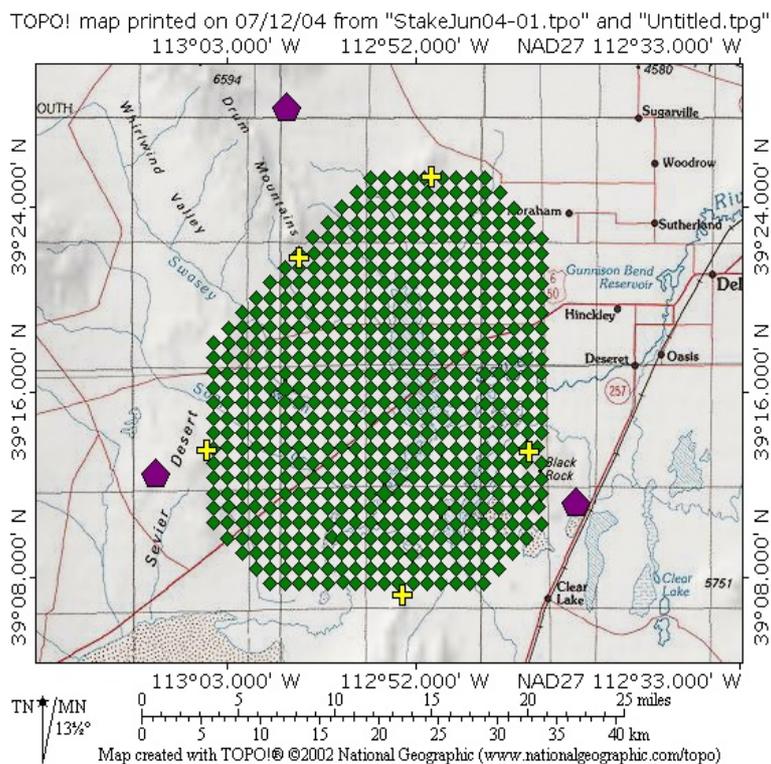


図 3.1: テレスコープアレイ実験の検出器の配置図。576 台の SD と 3 基の FD ステーションが配置される。SD は碁盤目状に 1.2km 間隔で置かれる。

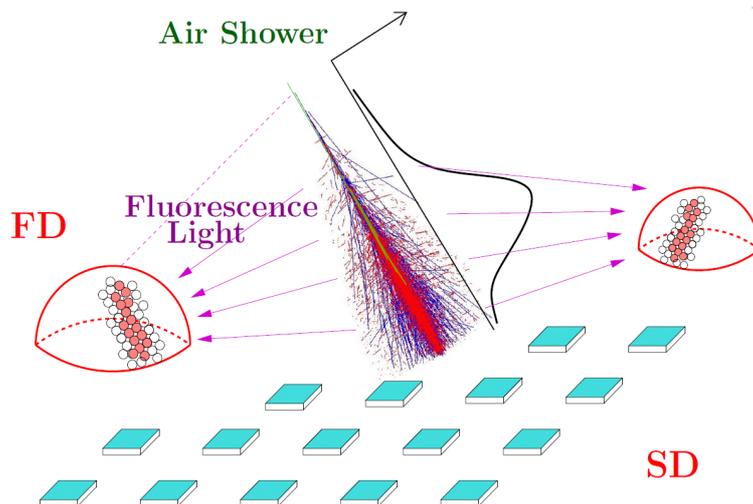


図 3.2: TA 実験の概念図。電磁成分を捉える地表検出器群 (Surface Detector, SD) と大気中の窒素が発する蛍光を観測する大気蛍光望遠鏡 (Fluorescence Detector, FD) によるハイブリッド観測を行う。

## 3.2 地表面検出器

テレスコープアレイでは 576 台の地表面検出器を展開し、空気シャワーの電磁成分及びミュオン測定を行う。検出器はシンチレーションカウンターで、2 層のシンチレーターでコインシデンスをとる。シンチレーターが発した光を波長を変換する光ファイバーで効率よく光電子増倍管へと導く。また、環境への配慮から、検出器を動作させる電力はソーラーパネルを用いて発電する。通信は無線で行い、電力供給も通信も有線の設備を設けない。



図 3.3: TA 地上検出器。ソーラーパネルで発電する。通信は無線で行う。

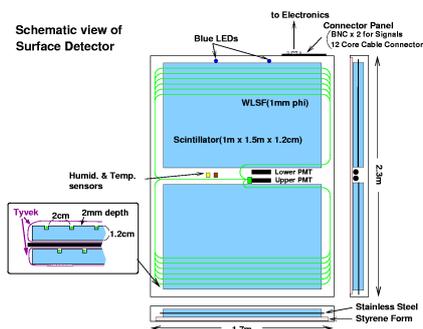


図 3.4: 検出器内の模式図。2 層のシンチレーターからのコインシデンスによって環境ノイズが低減できる。

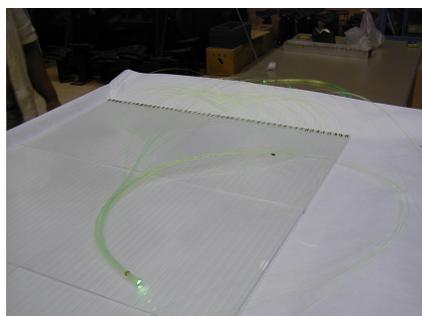


図 3.5: 検出器内にあるシンチレータと光ファイバー。シンチレータの発光よりも長波長側にシフトさせる。

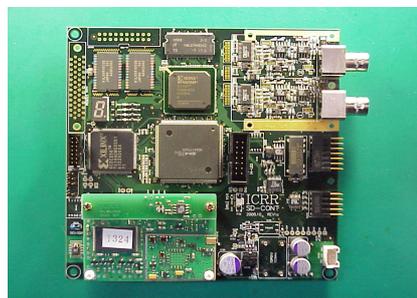


図 3.6: 地表検出器の FADC。検出器 1 台につき 1 つのエレクトロニクスが備えられている。

### 3.3 大気蛍光望遠鏡

宇宙線によって励起された窒素分子の発する光を観測するのが大気蛍光望遠鏡である。TA ではSD 検出器を設置する場所の全域を視野に入れるように3基のステーションを配置する。Black Rock Mesa と Long Ridge に日本から輸送した鏡を設置し、第三のステーション Middle Drum には HiRes を移設する。ひとつのステーションで方位角  $108^\circ$ 、仰角  $3\sim 33^\circ$  をカバーする。ステーション内部にはデータ収集系のコントロールルームと居住スペースが設けられている。FD の観測は夜間に限られるため、ステーション前面のシャッターは昼間には閉まったままになる。



図 3.7: Long Ridge ステーションの建屋。方位角で  $108^\circ$  を見渡し、SD が配置された領域をほぼカバーする。

#### 3.3.1 光学系

大気蛍光望遠鏡は高エネルギーの宇宙線が発する光を反射鏡で集光し、光電子増倍管群からなる撮像カメラで観測する。望遠鏡は設置と調節の利便性から 18 枚のセグメントミラーで構成された球面鏡になっている。セグメントミラーは耐熱ガラスを素材とし表面にアルミ蒸着を施した後  $\text{Al}_2\text{O}_3$  でコーティングし、観測期間中の劣化を防ぐ。セグメントミラーに拡散光を照射し、反射光の結ぶスポットサイズを測定しスポットサイズが最小になる距離をミラーの曲率半径とする。カメラを較正する PMT の受光面は  $61\text{mm}$  であるため  $20\text{mm}$  のスポットサイズは十分に小さいといえる。曲率半径は  $6067\pm 40\text{mm}$  で反射率は波長領域  $330\text{nm}$  から  $450\text{nm}$  で  $80\%$  以上になっている。



図 3.8: 大意蛍光望遠鏡。上下段に1セットあり、六角形のセグメントミラー18枚から構成される。

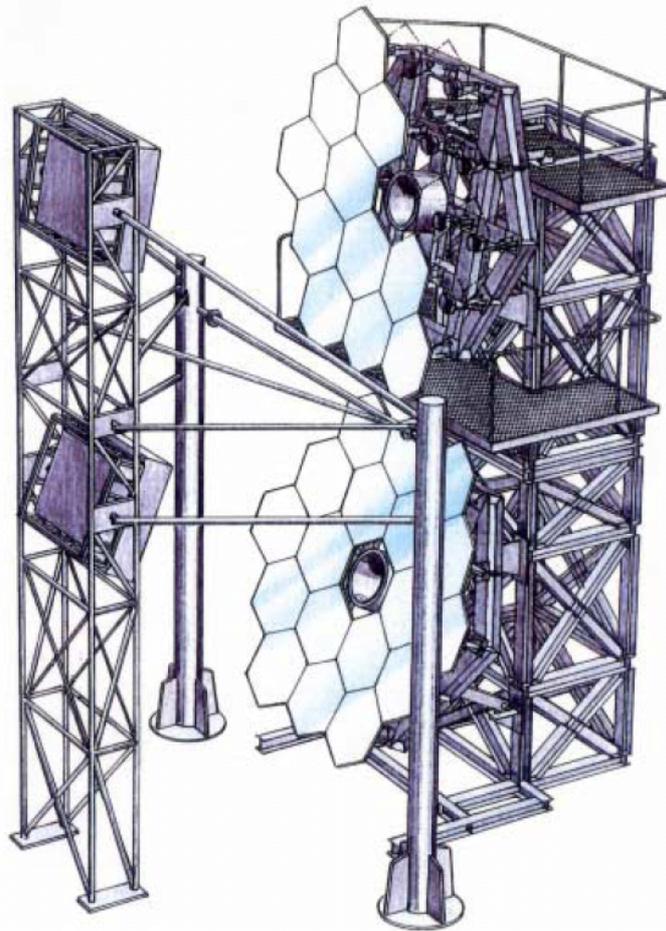


図 3.9: 望遠鏡は2段になっており、<sup>15</sup>それぞれに PMT カメラが付く。



図 3.10: セグメントミラー



図 3.11: セグメントミラー試験装置。  
スポットサイズが最小になる距離から  
ミラーの曲率半径を測定する。

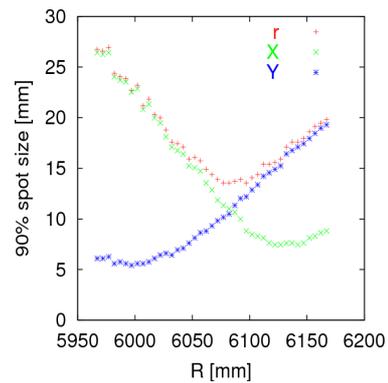


図 3.12: 測定したセグメントミラーの  
スポットサイズと距離。

### 3.3.2 撮像カメラ

反射鏡から反射された光は PMT で構成されたカメラで受けデータ収集される。砂や塵からの保護のためにカメラボックスに密封されて望遠鏡筐体の焦点面に取り付けられる。カメラボックスの前面は紫外領域を透過するパラグラスになっている。パラグラスの透過率低下の原因は砂塵などによるものが主と考えられる。その際は洗浄を行えば 10 年間で-4 %の低下に抑えられ

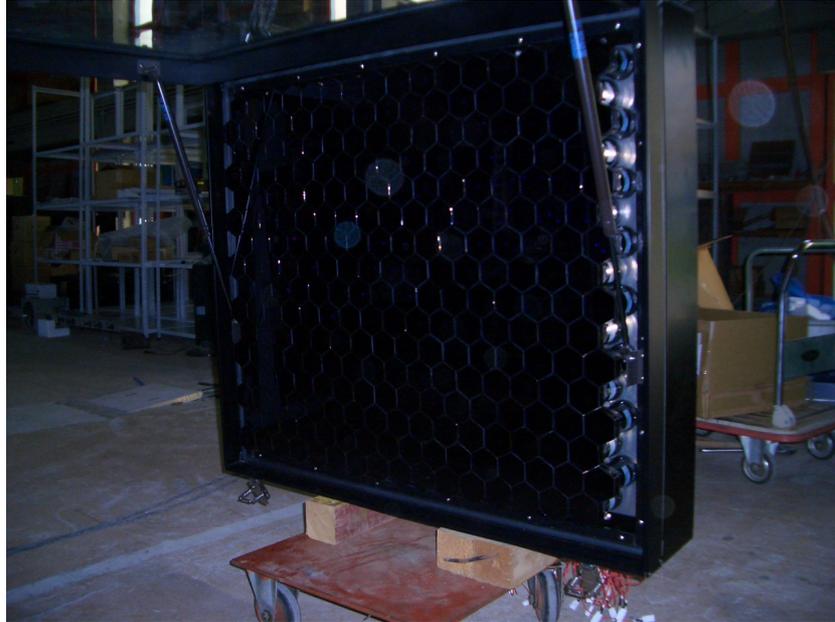


図 3.13: FD カメラ。1 カメラに 256 本の光電子増倍管が取り付けられる。

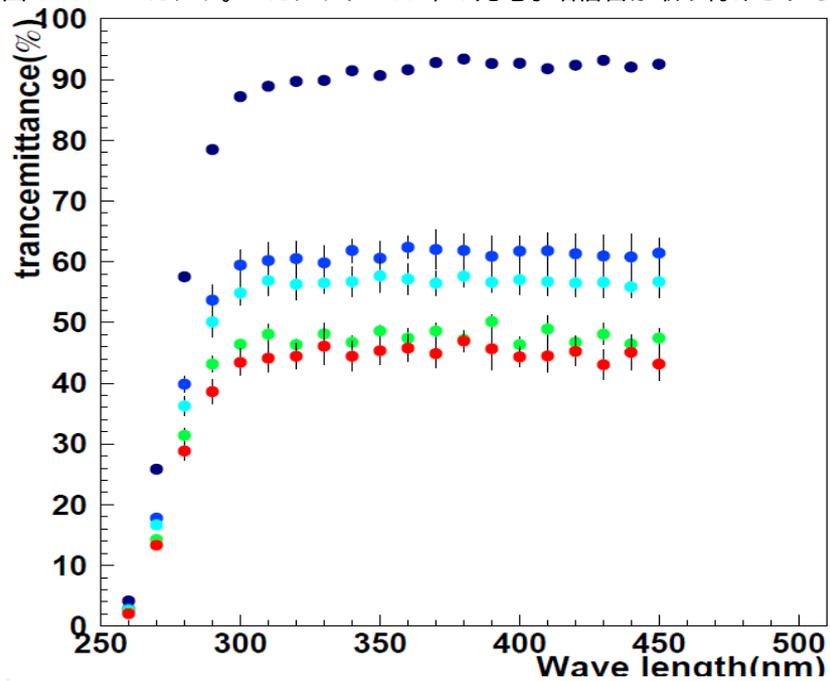


図 3.14: パラグラスの分光透過率の測定結果。

る。

一つのカメラに対して  $16 \times 16$  の PMT が取り付けられイベントを撮像する。

### 3.3.3 光電子増倍管

TA-FD で使用する光電子増倍管は浜松ホトニクス製 R9508 である。この PMT は 8 段のダイノードを持ち  $8 \times 10^4$  のゲインに設定して使用する。管面には BG3 フィルターが取り付けられ、宇宙線による発光領域以外の光は入射しない。

PMT 後部にはプリアンプが取り付けられている。これは PMT からの出力信号を増幅するためのもので、プリアンプのダイナミックレンジは  $-3.8\text{V}$  から  $3.8\text{V}$ 、 $\pm 5\text{V}$  印加時のゲインは 50 倍である。



図 3.15: HPK 製 R9508。受光部の前面に BG3 フィルターが取り付けられている。

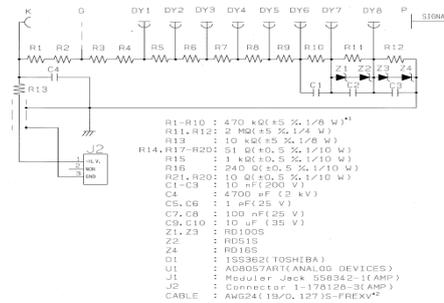


図 3.16: R9508 の図面。8 段のダイノードを持ち、 $8 \times 10^4$  のゲインで使用する。

### 3.3.4 撮像カメラの較正

TA ではエネルギーの決定精度を上げるために綿密な構成を行う。TA のカメラ較正は 4 つのステップでなされ、以下ようになる。

#### 1. PMT の絶対較正

絶対光量のわかる光源を用いた較正で photon to count を正確に求め、シグナルに対する大気蛍光強度を精度良く決められる PMT を作る。

#### 2. YAP によるモニター

1. の較正 PMT は一つのカメラに対して 3 本用意され、その前面には YAP( $\text{YAlO}_3:\text{Ce}+\text{Am}^{241}$ ) が取り付けられ、現地で測定する間のゲインの変動をモニターする。YAP については後述する。

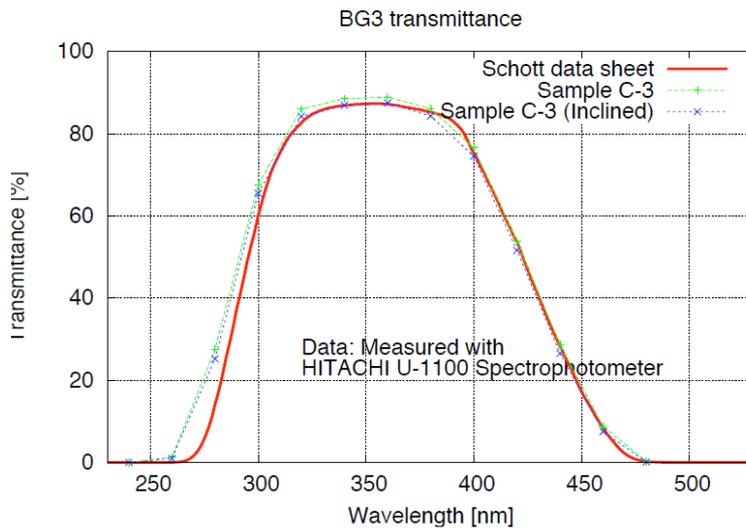


図 3.17: BG3 の分光透過率。

3. Xe フラッシャーによるカメラ全体の較正

キセノン発光管をカメラ全体に照射し、1. の較正 PMT に対して残り 253 本の PMT の相対出力値を合わせるように印加電圧を調整する。

4. 二次元不均一性の測定

紫外 LED(355nm) のマトリクスを用いた 2D スキャナー (XY scanner) でカメラの Q.E.×C.E. 二次元不均一性を測定する。

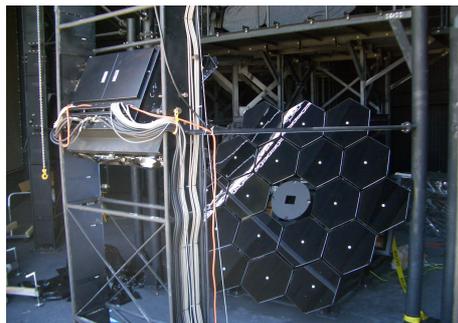


図 3.18: 反射鏡中心部に取り付けられた Xe フラッシャー。

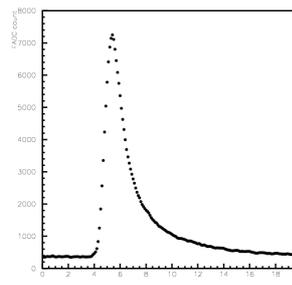
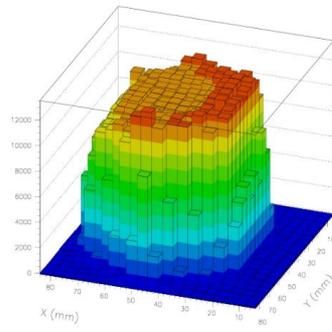
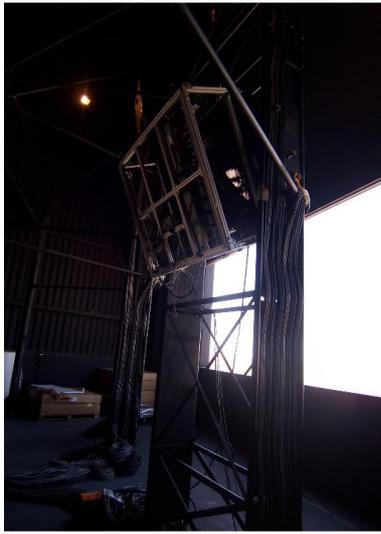


図 3.19: FADC で測定した Xe フラッシャーの波形。



1

図 3.20: カメラに取り付けられた XY スキャナー (左) とスキャンされた 1PMT に対する 2 次元マップ

### 3.4 大気モニター

宇宙線による大気の発光は検出器に届くまでに大気中での散乱や吸収によって減衰される。そのため大気の状態による補正を加えるため大気モニターを行う。

#### LIDAR

大気による後方散乱を用いて大気の状態を調べる方法である。FDステーション 1 基に対して一つのドームを設置し、355nm の YAG レーザーを用いる。LIDAR システムのレーザーの射出方向は可変で、現状では垂直方向の消散係数を測定可能で、将来的にシャワーを観測した方向の大気を直後に測定 (shoot the shower) することが目標の一つである。



図 3.21: FD ステーションと LIDAR ドーム (左)。ステーションから約 100m の位置にドームがある。右図は LIDAR 用の YAG レーザー。

#### Central Laser Facility

Central Laser Facility (CLF) は 3 基の FD ステーションのほぼ中央に位置し 355nm のレーザーを垂直に撃つ。3 基の FD ステーションで側方散乱の強度を測定し大気の状態の補正を得る。

## 第4章 絶対較正

### 4.1 目的

観測された宇宙線のエネルギーを精度よく決めるためには、大気蛍光望遠鏡に用いる光電子増倍管の較正誤差を小さくする必要がある。光電子増倍管の較正誤差は主に光源の光量、およびその安定性が占めており光源のエネルギーの絶対値が測定できる較正システムがあれば誤差は小さくなる。掛かる時間が短縮できることは大きなメリットである。テレスコープアレイ実験では光源の絶対出力が測定できるシステムを開発し、絶対較正されたPMTを観測に用いる。

### 4.2 方法

絶対較正は窒素レーザーのレイリー散乱を利用する。レイリー散乱の散乱断面積は測定されており、理論計算値とよく一致している (H.Naus and W.Ubachs, Opt lett, 25 5 347 2000)。これによって、レーザーの出力を測定すれば散乱光量が計算で正確に求めることができる。

このような絶対較正システムは前例の無いものであり、カロリメトリックに宇宙線のエネルギーを求めるFDの系統誤差を抑えるために有効な較正方法である。

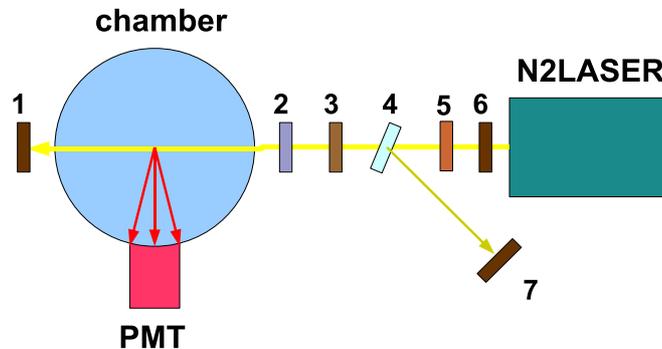


図 4.1: CRAYS 概念図。ビームラインに対して 90 °の位置に PMT が設置され側方散乱光で較正する。番号がついているものは 1.Si プローブ、2. 波長板、3. 偏光板、4.ND フィルター、5. シャッター、6. しぼり、7. 焦電型エナジープローブ。窒素レーザーは各コンポーネントでもって出力調節、偏光解消されチェンバー内で散乱される。入射光の大部分は散乱されずに 1 のプローブでエネルギーが測定される。

### 4.3 光の散乱

このセクションでは絶対較正に用いるレイリー散乱について述べる。散乱は粒子や波動が障害物やポテンシャルとの衝突、相互作用によってその進行方向が変化する現象である。光の場合散乱体のサイズと光の波長によって散乱の振舞いが変わり、散乱体に対して波長が長い場合をレイリー散乱と呼ぶ。また、X 線領域の電磁波が電子によって散乱される散乱現象をトムソン散乱と呼ぶ。電磁波が電子に当たると、その振動する電磁場によって物質内の電子は強制振動する。このとき、振動する電子の速さが光速に比べて十分無視できる程度であれば、振動させられた電子から同じ振動数 (同じ波長) の電磁波が放射される。

#### 4.3.1 トムソン散乱

物質を構成する原子の電子は、X 線に対して自由電子のように振舞う。X 線の自由電子による散乱がトムソン散乱である。電磁波が自由電子に入射すると自由電子は電気双極子として振舞い、電気双極子モーメントの誘導輻射によって入射電磁波と同じ波長の電磁波が放射される。規則的に並ぶ原子に

よって生じた X 線回折の電磁波は、トムソン散乱された X 線である。  
 マクスウェル方程式によって導かれるベクトル・ポテンシャル  $A(x, t)$  と電流密度を  $j(x, t)$  とし、

$$A(x, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3x' \int d^3t' \frac{j(x', t')}{|x - x'|} \delta\left(t' - t + \frac{|x - x'|}{c}\right) \quad (4.1)$$

$$j(x, t) = j(x) \exp(-i\omega t) \quad (4.2)$$

と表記する。(4.2) を (4.1) に代入する。

$$\begin{aligned} A(x, t) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3x' \int d^3t' \frac{j(x') \exp(-i\omega t')}{|x - x'|} \delta\left(t' - t + \frac{|x - x'|}{c}\right) \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3x' \frac{j(x')}{|x - x'|} \exp(ik|x - x'|) \cdot \exp(-i\omega t) \\ &= A(x) \cdot \exp(-i\omega t) \end{aligned} \quad (4.3)$$

ここで

$$A(x) \equiv \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3x' \frac{j(x')}{|x - x'|} \exp(ik|x - x'|) \quad (4.4)$$

である。式 (4.4) 式を

$$A(x) = \frac{\mu_0 \cdot \exp(ikr)}{4\pi} \int d^3x' j(x') \quad (4.5)$$

と展開、近似し、連続方程式

$$\nabla j = i\omega \rho \quad (4.6)$$

から

$$\begin{aligned} A(x) &= \frac{\mu_0 \cdot \exp(ikr)}{4\pi} \left( -i\omega \int x' \rho(x') dx' \right) \\ &= -i\omega \frac{\mu_0 \cdot \exp(ikr)}{4\pi} P \\ &= -i \frac{\mu_0 k c}{4\pi} P \exp(ikr) \end{aligned} \quad (4.7)$$

となる。ここで  $P$  は電気双極子モーメントである。ベクトルポテンシャルの表式がわかれば、ベクトルポテンシャルと磁束密度、電場の関係から電場と磁束密度が求めることができる。 $\vec{n}$  を電磁波の進行方向を示す単位ベクトルとすると、

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \text{rot} \vec{A} \\ &= -i \frac{\mu_0 k c}{4\pi} (ik) \frac{\exp(ikr)}{r} (\vec{n} \times \vec{P}) \\ &= \frac{\mu_0 k^2 c}{4\pi} \frac{\exp(ikr)}{r} (\vec{n} \times \vec{P}) \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} \vec{E} &= c(\vec{B} \times \vec{n}) \\ &= \frac{\mu_0 k^2 c^2}{4\pi} \frac{\exp(ikr)}{r} \left( (\vec{n} \times \vec{P}) \times \vec{n} \right) \end{aligned} \quad (4.9)$$

電場と磁場の式から、ポインティングベクトル

$$\begin{aligned}
 \vec{S} &= \vec{E} \times \vec{H} \\
 &= \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B}) \\
 &= c \left( \frac{\mu_0 k^2 c}{4\pi} \right)^2 \frac{\exp(2ikr)}{r^2} \left( ((\vec{n} \times \vec{P}) \times \vec{n}) \times (\vec{n} \times \vec{P}) \right) \\
 &= \frac{c}{\mu_0} \left( \frac{\mu_0 k^2 c}{4\pi} \right)^2 \frac{\exp(2ikr)}{r^2} |\vec{n} \times \vec{P}|^2 \vec{n} \quad (4.10)
 \end{aligned}$$

式 (4.10) はポインティングベクトルの進行方向が電磁波の進行方向と等しいことを示している。単位立体角辺りに流入するエネルギー  $dW$  は

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{c}{\mu_0} \left( \frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi c} \right)^2 |\vec{n} \times \vec{P}|^2. \quad (4.11)$$

入射する電磁波が単色光だとしベクトル  $\vec{E}$  で表すと、自由電子の強制振動の方程式は

$$\begin{aligned}
 m_e \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} &= -e \vec{E} \\
 &= \vec{E}_0 \exp(-i\omega t) \quad (4.12)
 \end{aligned}$$

この式から

$$\vec{x} = \frac{e}{m\omega^2} \vec{E} \quad (4.13)$$

$$\vec{P} = -\frac{e^2}{m\omega^2} \vec{E} \quad (4.14)$$

となり、式 (4.11) は

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{c}{\mu_0} \left( \frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi c} \right)^2 \left( \frac{e^2}{m\omega^2} \right)^2 E_0^2 \sin^2 \delta \quad (4.15)$$

ここで  $E_0$  は電場  $\vec{E}$  の大きさ、 $\delta$  は  $\vec{n}$  と  $\vec{E}$  のなす角である。これを自由電子を原点とした球座標で表し、

$$\begin{aligned}
 \cos \delta &= \cos \psi \sin \theta \\
 \sin^2 \delta &= 1 - \cos^2 \psi \sin^2 \theta \quad (4.16)
 \end{aligned}$$

ここで  $\theta$  は入射電磁波の進行方向を  $z$  軸とした場合の仰角に相当し、 $\psi$  は方位角に相当する。

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{c}{\mu_0} \left( \frac{\mu_0 \omega^2}{4\pi c} \right)^2 \left( \frac{e^2}{m\omega^2} \right)^2 E_0^2 (1 - \cos^2 \psi \sin^2 \theta) \quad (4.17)$$

入射電磁波のポインティングベクトル  $\vec{S}_{in}$  の大きさは (4.10) から

$$|\vec{S}_{in}| = \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \quad (4.18)$$

微分断面積は

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{dW}{d\Omega} / |\vec{S}_{in}| \\
 &= \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2} \right) \frac{E_0^2}{\mu_0 c} (1 - \cos^2 \psi \sin^2 \theta) \cdot \left( \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \right)^{-1} \\
 &= a_0^2 (1 - \cos^2 \psi \sin^2 \theta)
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

$a_0 = e^2/4\pi\epsilon_0 mc^2$  は古典電子半径である。

ここまでは直線偏光の光に対する散乱断面積であったが円偏光の光に対しては、電場の振動方向である  $\psi$  に大して断面積はランダムである。

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma}{d\Omega} &= a_0^2 \frac{1}{2\pi} \int (1 - \cos^2 \psi \sin^2 \theta) d\psi \\
 &= a_0^2 \left( 1 - \frac{\sin^2 \theta}{2} \right) \\
 &= a_0^2 \frac{1 + \cos^2 \theta}{2}
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

式 (4.20) が円偏光に対する断面積となる。

### 4.3.2 レイリー散乱

レイリー散乱はトムソン散乱よりも長波長の光で起こる散乱である。本論分の主題である絶対構成にはレイリー散乱を用いる。偏光に対する特性や、角度分布に関してはトムソン散乱と同様である。

原子に束縛された状態の電子による散乱

ここでは最も単純なレイリー散乱の形である調和振動している電子による散乱を扱う。周波数  $\omega_0$  で調和振動している電子に対しては、(4.12) 式のように運動方程式をたて、

$$\begin{aligned}
 m \left( \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0 x \right) &= -E_0 \exp(-i\omega t) \\
 x &= -i \frac{e}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} E_0 \exp(-i\omega t)
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

となる。ここからの散乱断面積の導出はトムソン散乱と変わらない。

$$\frac{d^2 \sigma}{d\Omega} = a_0^2 \frac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} (1 - \cos^2 \psi \sin^2 \theta) \tag{4.22}$$

円偏光ならば

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = a_0^2 \frac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \tag{4.23}$$

であり、トムソン散乱の断面積を  $\sigma_T$ 、レイリー散乱の断面積を  $\sigma_R$  とすると、

$$\sigma_R = \frac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} \sigma_T \quad (4.24)$$

となり、電磁波の波長が X 線領域になると、 $\omega^2 \gg \omega_0^2$  となり、 $\sigma_T \approx \sigma_R$  になる。

#### 誘電体による散乱

誘電体による散乱の場合も同様であるが、双極子モーメント  $\vec{P}$  が真空の誘電率  $\epsilon_0$  と物質の誘電率  $\epsilon$ 、誘電体の半径  $a$  を用いて

$$\begin{aligned} \vec{P} &= 4\pi\epsilon_0 \frac{\epsilon - \epsilon_0}{2\epsilon_0 - \epsilon} a^3 \vec{E}_0 \\ &= 4\pi\epsilon_0 \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} a^3 \vec{E}_0 \end{aligned} \quad (4.25)$$

となる。ここで  $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$  は比誘電率である。式 (4.11) に代入することにより、

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= a^6 \left( \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right)^2 \left( \frac{\omega}{c} \right)^4 (1 - \cos^2 \psi \sin^2 \theta) \\ &= a^6 \left( \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right)^2 \frac{1}{\lambda^4} (1 - \cos^2 \psi \sin^2 \theta) \end{aligned} \quad (4.26)$$

この式から、散乱断面積は誘電体球の半径の 6 乗に比例し波長の 4 乗に反比例することがわかる。つまり短波長のほうが断面積が大きく、よく散乱される。これが空が青く見える理由である。太陽光の中の青い光は散乱されやすいため観測者は青い散乱光を多く観測する。

また、光ファイバーの中を光が伝播する際の損失は散乱と吸収によるものであるが、散乱損失は長波長のほうが小さく抑えられる。散乱損失は波長が長いほど少なくなりますが波長が長すぎると吸収による損失が大きくなるためファイバーの材質に最適な波長を選ぶと効率よく光を伝達させることが出来る。テレスコープアレイで用いる光ファイバーも波長変換剤をドープした物を使用する。

屈折率  $n = \sqrt{\epsilon}$  を用いて表すと、

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{a^6}{\lambda^4} \left( \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2 (1 - \cos^2 \psi \sin^2 \theta)$$

実際には屈折率は波長依存性があるため

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{a^6}{\lambda^4} \left( \frac{n_{(\lambda)}^2 - 1}{n_{(\lambda)}^2 + 2} \right)^2 (1 - \cos^2 \psi \sin^2 \theta) \quad (4.27)$$

とすべきである。実際の散乱断面積は波長の 4 乗に厳密に反比例するわけではなく、少しのずれが生じる。

絶対構成システムでは純粋ガスによる散乱光を用いる。この場合には複数の粒子による散乱ということになる。理想気体に対するレイリー散乱の断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{24\pi^3}{\lambda^4 N^2} \left( \frac{n_{(\lambda)}^2 - 1}{n_{(\lambda)}^2 + 2} \right)^2 F_k \cdot \frac{3}{16\pi} (1 + \cos^2 \theta) \quad (4.28)$$

として与えられる。ここで  $N$  は粒子数密度である。 $F_k$  は気体分子の形状に依存しているファクターであり、 $F_k = (6 + 3\rho)/(6 - 7\rho)$  で表される。 $\rho$  は粒子の非等方さであり、完全な球状粒子ならば  $F_k$  は 1 になる。

## 4.4 構成

較正システムはレイリー散乱を用いているため、Calibration using RAYleigh Scattering の頭文字をとって CRAYS と呼ぶ。ここでは測定に使うコンポー

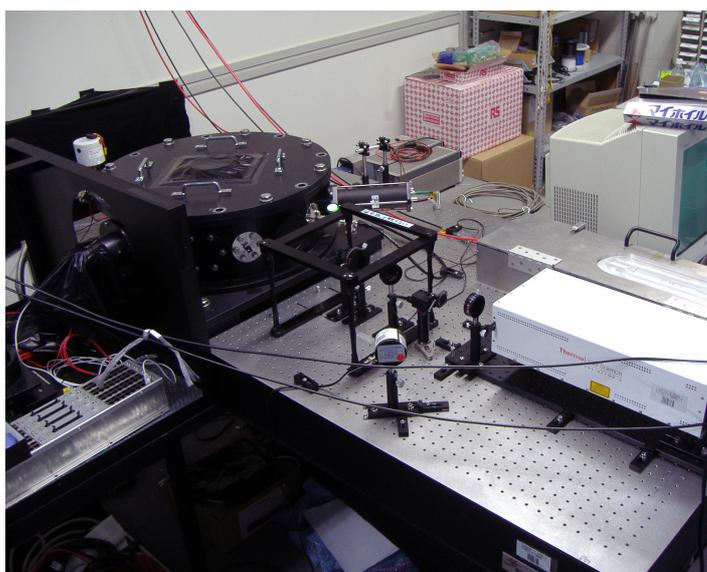


図 4.2: CRAYS 全体図

ネントについて紹介する。

- N<sub>2</sub> レーザー

波長 337.1nm、出力 300 μ J/Pulse。ここで出力を調節することはできない。



図 4.3: 窒素ガスレーザー

- ガスチェンバー

純粋ガスを充填するチェンバー。真空ポンプで内部のガスを排出できる。ガス内部は半径 30cm の円形になっており黒色の酸化皮膜を施し、反射を抑えている。また、PMT へ散乱光が入射する窓の前にはバッファがあり、入射角が大きくなるような散乱光は入射できない。レーザー入射窓は AR コートされ、透過率は 97 % である。また、PMT への入射窓の前面には管面の受光領域を変えるためのマスクがあり、直径 52mm、36mm、20mm の 3 通りが設定できる。

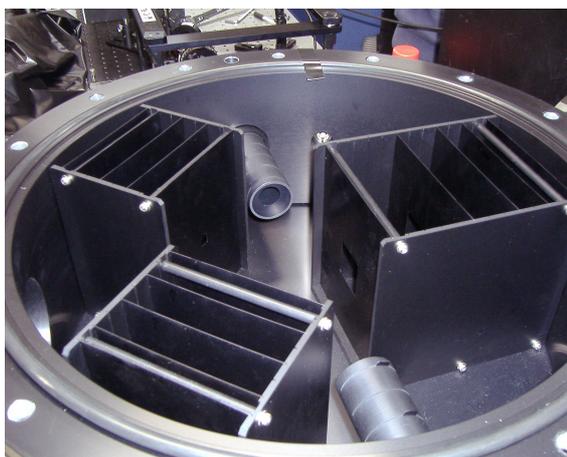


図 4.4: ガスチェンバー内部

- Si プローブ

測定レンジ max250nJ。calibration error 5 %。レーザーの出力をモニターする。この値から散乱光子数を計算する。

- 焦電型エネルギープローブ

測定レンジ max1J。calibration error 5 %。ND フィルターで反射された光をモニターする。こちらの絶対値はそれほど重要ではなく、レーザーの出力の変動をモニターする程度で解析にこちらを使用することは無い。

- 白金抵抗

チェンバー内のガス圧を測定する。測定するのは室内の気圧に対するゲージ圧で、測定開始前に室内に対して 1:1 に合わせる。(チェンバー内の粒子数を保存するため)

- 気圧計

白金抵抗で測定できるのはゲージ圧であるため、室内の気圧の絶対値を測定する。測定には水銀柱を用いる。

- 温度計

チェンバー内の温度を測定するサーミスタ。データは電気抵抗として得られる。

- しぼり

入射するレーザーの口径を決定し、ハローのように光軸から外れたビームを遮る。また、PMT のゲインを  $10^4$  に設定しようとしたときにレーザーからの出力を直接入射させると、PMT からの出力がリニアレンジを超えてしまうため、しぼりで入射光量を落とす。

- ND フィルター

シグマ光機製紫外反射型 ND フィルター。透過率 1 % で、入射光量を調節する。レーザーの入射光量を測定するエネルギープローブは単位面積あたりの測定限界があるため、しぼりだけでエネルギーを調節するのではなく ND フィルターでエネルギー密度を下げ出力調節をする。

- 偏光版

シグマ光機製紫外用偏光板。式 (4.27) にあるようにレイリー散乱の強度は偏光による影響を受ける。窒素レーザーの偏光はランダムであるが、ND フィルターをビームに対して傾けて使用するため偏光する。円偏光にするために偏光板である角度の直線偏光のみを取り出す。

- 波長板

シグマ光機製水晶波長板。波長域 337nm 付近で偏光を解消できるように作られている。常光線と異常光線との間に位相差を作ることによって偏光状態を変化させる。直線偏光を入射させた場合は円偏光になる。波長板に入射する偏光は光学軸に対して 45° の角度でなくては円偏光にできないため偏光板で直線偏光を作る。

- シャッター

ビームライン上にあるシャッターで PC からの指令で上下しレーザーを遮る。これはレーザーの発振に伴う電気ノイズが出力波形に影響するためである。レーザーを発振させた上でチェンバー内への入射を遮り、そのときのデータを採りペDESTALとする。

- 真空ポンプ

ULVAC 社製ダイアフラム型真空ポンプ DAU-100。チェンバー内のガスを排除し、内部を純粋ガスにするために使用する。最大到達真空度は 266Pa で 1/100 気圧以下になり、排気速度は 100L/min である。真空にしてからのガス充填を繰り返すことでより純粋なガスをチェンバー内に満たすことができる。

## 4.5 データ収集装置

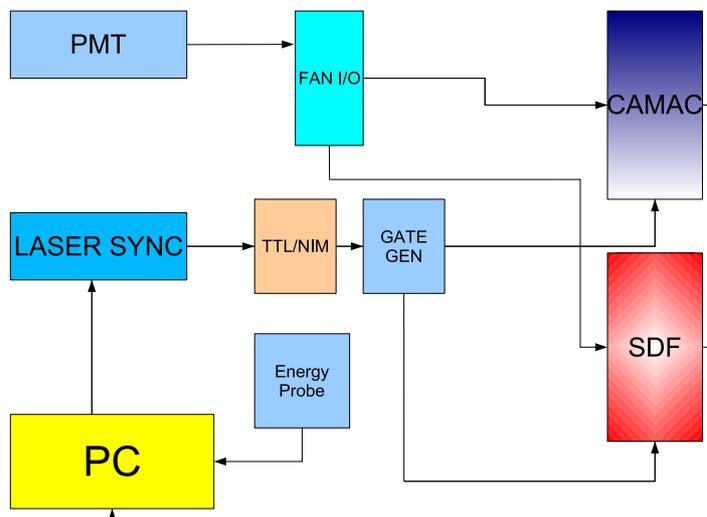


図 4.5: CRAYS のデータ収集系

CRAYS の Data Acquisition system(DAQ) は図 4.5 のようになっている。最終的な読み出しは CAMAC ADC と TA 実験で使用する Signal Digitizer and Finder(SDF) で行った。SDF は FADC として使用した。レーザーのトリガーは PC から与えられ、7Hz でレーザーを発振する。100shot 毎にシャッターの up/down を切り替えてペDESTALイベントを取得する。レーザーからの sync 信号を TTL-NIM の変換を経てゲートジェネレータに導き SDF と CAMAC ADC へのゲート及びトリガーとする。PMT からの信号はアナログ FAN I/O によって SDF と ADC に送られる。なお、FAN I/O は信号を 2 分割した後にゲイン 2 倍がかかり、分割前の信号と変わらない波形が得られる。SDF と ADC からのデータは PC にそれぞれ独立したデータとして記録される。

## 4.6 YAPによるモニター

YAPは線源にシンチレーターを添付した安定光源である。温度安定性が高く、光量も安定しているため絶対較正を行ったPMTの管面にYAPを取り付け、較正值からの変化をモニターする。YAPの安定性やピーク波長は以下のようなになる。

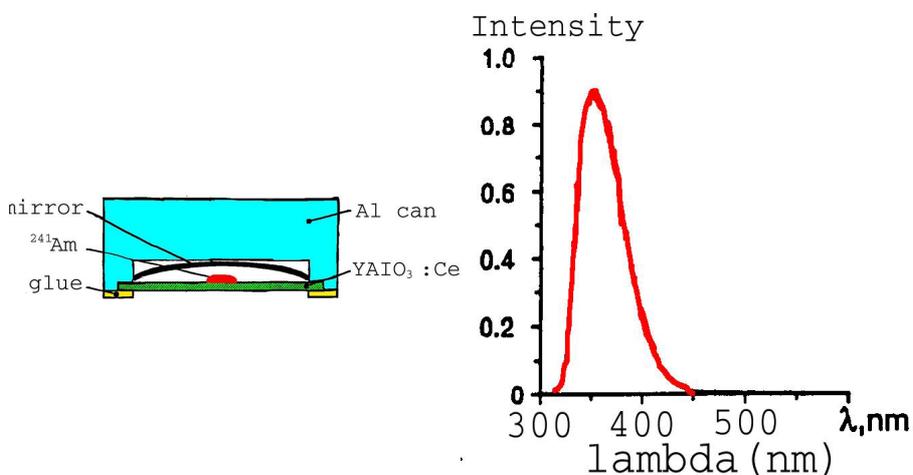


図 4.6: YAP の構造 (左図) と波長分布 (右図)

温度安定性	: ~8% (-10 ~ 20 )
パルス頻度	: 50 ~ 100Hz
ピーク波長	: 365nm
パルス減衰定数	: ~0.025 $\mu$ s

YAP 光電子数を測定するために CRAYS で較正を行う際に YAP イベントの取得も行う。YAP イベント取得のための DAQ システムは以下のようなになる。

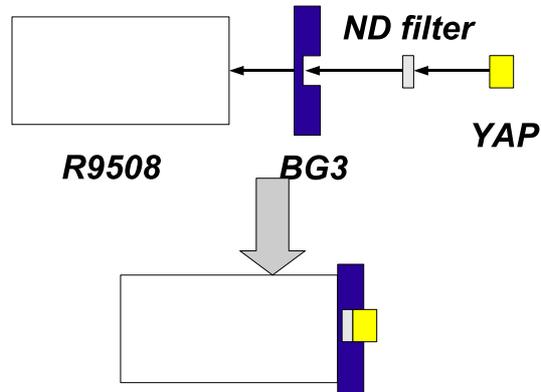


図 4.7: 基準球の BG3 には YAP が取り付けられる。YAP からの直接入射では光量が大きすぎるため ND フィルターで減衰させる。

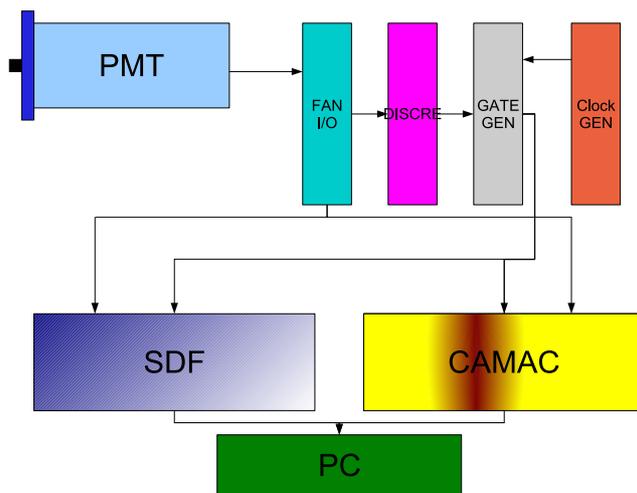


図 4.8: YAP イベントのデータ収集系

YAP イベントのトリガーはディスクリミネータで作る。ペDESTALデータの取得のためにクロックジェネレータから 100Hz でトリガーを与える。YAP が平均して 50Hz であるためイベント数は  $signal : pedestal = 1 : 2$  になる。

## 4.7 散乱光子数の見積もり

散乱光子数を見積もるためにチェンバーへの入射光の偏光度を測定した。図 4.4 のビームライン上の Si プローブの前に偏光板を置き角度を変えながらデータを取得した。円偏光になっているなら Si プローブの出力  $E_{Si}$  と焦電プローブの出力  $E_{py}$  の比は偏光板の角度によらず一定の値になる。一方偏光していると角度に対してサインカーブになる。偏光度  $P$  は

$$P = \frac{max - min}{max + min} \quad (4.29)$$

で表され、サインカーブでフィッティングすることで偏光度を測定した。2

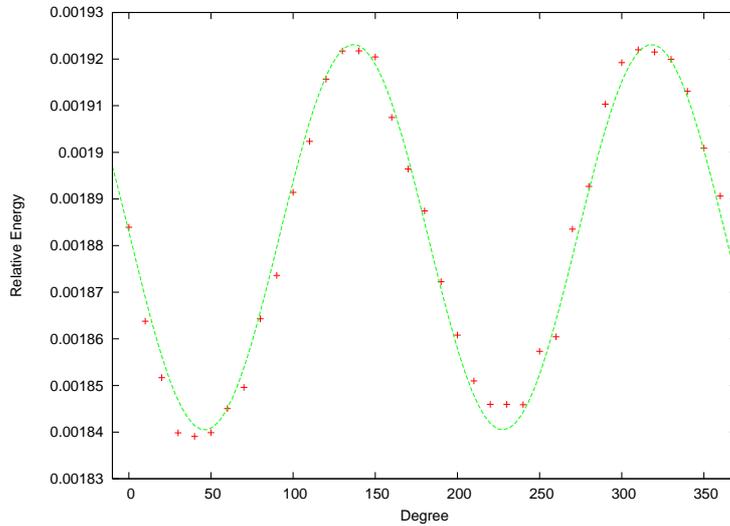


図 4.9: 偏光測定結果。垂直上向きを 0 度、水平方向を 90 度としてある。フィッティングから 2 % 偏光していることがわかった。

%の楕円偏光は式 (4.27) などの  $\cos^2 \psi$  の積分に入ってくる。楕円偏光を長軸方向の振動と短軸方向の振動で分け、各成分からの寄与を足し合わせる。散乱対を原点とした球座標  $(r, \theta, \phi)$  で短軸の角度を  $\psi_s$ 、長軸方向の比強度を  $I_l$ 、短軸方向の比強度を  $I_s$  とする。散乱断面積の偏光に依存する部分を、 $Y(\theta, \phi)$  とする。

$$\begin{aligned} Y(\theta, \phi) &= I_s(1 - \cos^2 \psi_s \sin^2 \theta) + I_l(1 - \cos^2(\psi_s + 90) \sin^2 \theta) \\ &= 1 - \sin^2 \theta (I_s \cos^2 \psi_s + I_l \sin^2 \psi_s) \\ &= \left(1 - \frac{\sin^2 \theta}{2}\right) + (2 \sin^2 \psi_s - 1) \frac{P}{2} \sin^2 \theta \\ &= Y_0(\theta) - \frac{P}{2} \cos(2\psi_s) \sin^2 \theta \end{aligned} \quad (4.30)$$

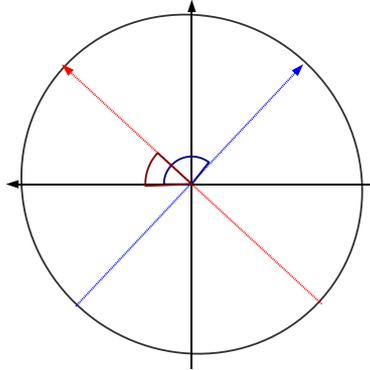


図 4.10: 電磁波の振動面から見た偏光の様子。x 軸の矢印の方向に PMT がセットされる。赤の軸は楕円の長軸で青の軸は短軸である。軸の角度は式 (4.16) に倣ったとり方になっている。偏光度が 2 %だと真円に近い。

ここで

$$Y_0(\theta) = \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \quad (4.31)$$

$$P = I_l - I_s \quad (4.32)$$

である。 $\psi_s$  は PMT の管面中心を  $0^\circ$  とした角度であるため、任意の  $\phi$  に対しては  $\phi - \psi_s$  で与えられ、

$$Y(\theta, \phi) = Y_0(\theta) - P \cos(2(\phi - \psi_s)) \frac{\sin^2 \theta}{2} \quad (4.33)$$

(4.33) の第 2 項は円偏光の散乱からのずれである。本セットアップでは  $P = 0.02$ 、 $\psi_s = 43^\circ$  であるため、偏光補正項の  $\frac{1}{2} \sin^2 \theta$  に掛かる係数は

$$2 \times 10^{-2} \cos(2(\phi - 43))$$

となり、 $Y_0(\theta)$  の  $\frac{1}{2} \sin^2 \theta$  の係数が 1 であるのに対して 2% 以下の大きさになる。式 (4.28) に (4.30) の補正を加えた上で計算する。STP (Standard Temperature and Pressure) の  $N_2$  ガスに 200nJ のレーザーを入射させた場合で考える。全断面積  $\sigma$  は (4.28) の積分から求められる。波長依存性を除いた断面積を  $\bar{\sigma}$  とすると、

$$\sigma_\lambda = \bar{\sigma} \lambda^{-(4+\epsilon)} \quad (4.34)$$

$\epsilon$  は屈折率の波長依存性から来ている値である。

Parameter	N <sub>2</sub>	Ar
$\epsilon$	$62.4 \times 10^{-3}$	$61.5 \times 10^{-3}$
$\bar{\sigma}_{exp}$	$22.94(0.12) \times 10^{-45}$	$19.89(0.05) \times 10^{-45}$
$\bar{\sigma}_{th}$	$23.00(0.23) \times 10^{-45}$	$20.04(0.14) \times 10^{-45}$

表：窒素とアルゴンの断面積と波長補正值。実験によって測定された値は理論値と一致する。括弧内は  $1\sigma$  の不定性。

微分断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{\lambda}(1 + \cos^2 \theta) \quad (4.35)$$

となる。単位距離あたりに散乱される光子数  $\frac{dN}{dx}$  は散乱体の密度  $n$  に比例し、

$$-\frac{dN}{dx} = n\sigma_{\lambda}N \quad (4.36)$$

$$N = N_0 \exp\left(-\frac{x}{n\sigma_{\lambda}}\right) \quad (4.37)$$

ここで  $N_0$  はチェンバー内に入射する光子数である。標準状態の窒素ガスで計算する場合に使用する定数は以下ようになる。

$$\begin{aligned} n &: 2.69 \times 10^{19} \text{cm}^{-3} \\ \lambda &: 337.1 \times 10^{-7} \text{cm} \\ \sigma_{\lambda} &: 3.387 \times 10^{-26} \text{cm}^2 \end{aligned}$$

$1/n\sigma_{\lambda}$  は減衰長と呼ばれ、 $x = 1/n\sigma_{\lambda}$  で  $1/e$  まで減衰される長さである。チェンバーの直径 60cm で光子数は

$$\begin{aligned} N &= N_0 \exp\left(-\frac{60}{n\sigma_{\lambda}}\right) \\ &= 0.999945 \times N_0 \end{aligned} \quad (4.38)$$

であり、Si プローブのエネルギー分解能では入射光量  $N_0$  とプローブで測定された光子数は見分けがつかない。そのため入射光量は Si プローブで測定された値を使用してよい。

測定では PMT の管面の中心の直径 36mm の部分に散乱光が入射するようにした。また散乱光はバッファーによってビームライン上の 4cm の長さからの散乱のみが入射する。これは R9508 の管面不均一性がこの範囲では小さいためである。散乱された光子数を PMT 管面に相当する立体角で積分すれば PMT 入射光量が計算できる。200nJ のレーザーを入射させた場合、チェンバー内に入射する光量は  $3.4 \times 10^{27}$  photon、散乱されて PMT 管面に入射する散乱光は 712 photon となる。

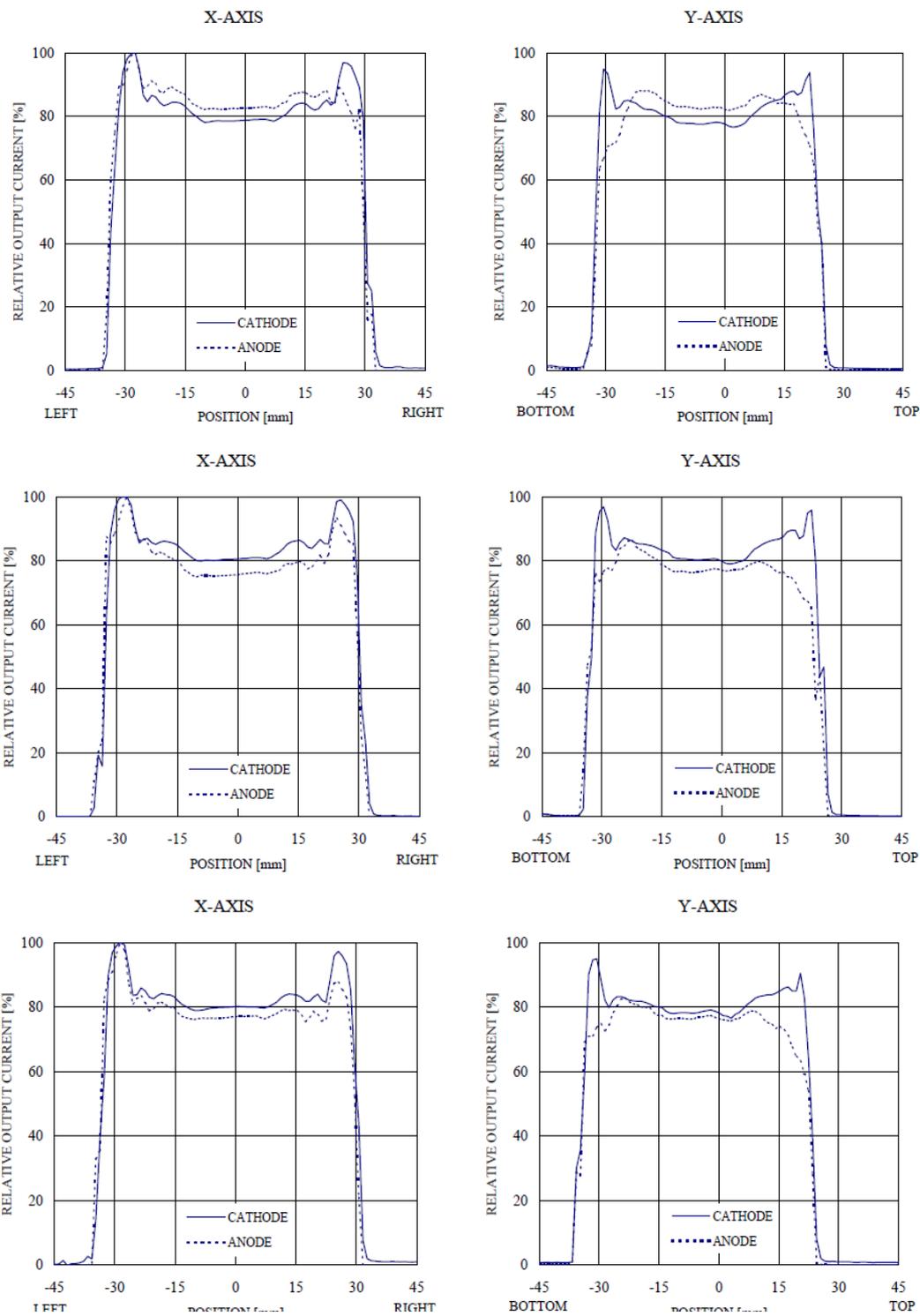


図 4.11: 3 本の R9508 の 2 次元不均一性。

## 4.8 較正の手順

較正を行う際に以下のデータを取得する。

レーザーの出力の絶対値  $E_{abs}$

レーザーの出力の相対値  $E_{rel}$

CAMAC ADC count  $C_{cam}$

FADC count  $C_{SDF}$

実験室の気圧  $P_{abs}$

チェンバー内のゲージ圧  $P_{rel}$

チェンバー内のガス温度  $T$

1. 真空ポンプを用いてチェンバー内を真空にする。真空ポンプの真空度は最大で 0.003 気圧まで到達する。次に窒素ガスを充填する。この窒素ガスは純度 99.995 % である。この過程を 2 回も繰り返せば、ほぼ純粋気体が充填されていると考えてよい。
2. PMT をチェンバーに取り付ける。取り付けは専用のジグがあるため取り付けの不定性は無い。
3. レーザーを発振させデータを取得する。現在のセットアップでは 7Hz で行われる。
4. YAP イベントのデータを取得する。YAP のデータ取得と CRAYS のセットアップはゲートジェネレータに入れるトリガーを変えるだけであるため PMT は動かさずに測定出来る。

## 4.9 気圧に対するリニアリティの測定

絶対較正システムの総合的なチェックとして、チェンバー内の粒子数に対する PMT の出力信号が比例した値になるのか測定を行った。ポンプでチェンバー内を真空にし約 0.1 気圧ごとに PMT からの出力を測定する。読み出しは CAMAC ADC で行い、測定は短時間であったため実験室の気圧は変化していないものとした。粒子数は気圧に比例するためアルゴン、窒素とも気圧に対して比例した応答をするはずである。PMT の印加電圧は 828V とした。

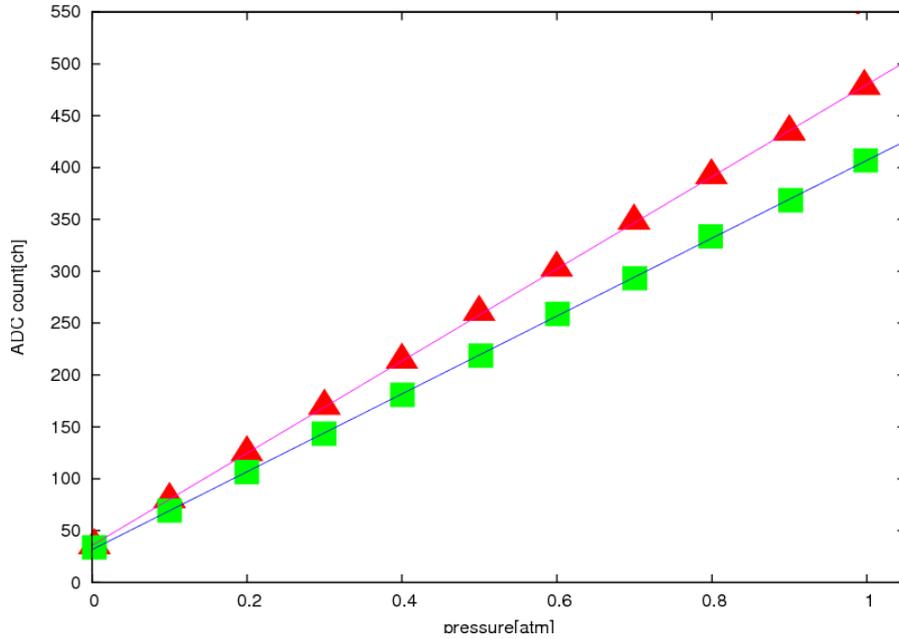


図 4.12: ガスの圧力に対するリニアリティの測定。三角形のポインタで示されているのが窒素のデータで四角形のポインタで示されているのがアルゴンのデータである。

結果として、リニアリティがあることが確認された。フィッティングした一次関数の傾きと断面積を比較すると、

$$\frac{A_{N_2}}{A_{Ar}} = 1.18$$

$$\frac{\sigma_{N_2}}{\sigma_{Ar}} = 1.16$$

となる。ここで  $A_{Ar}$ ,  $A_{N_2}$ ,  $\sigma_{Ar}$ ,  $\sigma_{N_2}$  は窒素、アルゴンのフィッティング関数の傾きと全断面積である。フィッティングはアルゴンに対して 0.4 %、窒素に対して 0.3 % のエラーを持つ。断面積の比に対して測定された出力比は 2 % 弱小さかった。

## 第5章 較正結果

### 5.1 量子効率×収集効率×ゲインの較正

CRAYS を用いて PMT の入射光量に対する出力信号から較正を行った。読み出しは CAMAC ADC と SDF を用いて同時に計測を行うという形である。これは TA のデータ収集で使用されるエレクトロニクス込みの係数を求めるためである。入射光量  $N_{ph}$ 、PMT 内の増幅過程に入る光電子数を  $N_{p.e.}$  とすると、出力電荷は

$$N_{ph} \times Q.E. \times C.E. \times gain \times e = N_{p.e.} \times gain \times e \quad (5.1)$$

である。使用した CAMAC ADC は 4095ch が 1000pC に相当する。FADC は 1 タイムスライスが  $\Delta t = 25\text{ns}$ 、ダイナミックレンジ 2V で 12bit なので  $\Delta V = 2/2^{12}$ 、ゲインが  $4 \times 10^6$  のとき電子 1 つに対する信号が 2.62 カウントになる。TA の PMT は観測期間 10 年間でゲインの低下を考慮に入れてアンプゲイン込みのトータルゲインで  $4 \times 10^6$  で用いる。波長 337.1nm での Q.E. を 27.3 %、C.E. を 76 % とすると、315 ADC count になる。この量子効率と収集効率は R9508 とは異なる PMT の較正值であるが、本測定は PMT 印加電圧に対する photon to count の係数を知ることであるため問題は無い。より具体的に係数を求める式にすると、係数を  $f_{ADC}$ 、 $f_{FADC}$ 、レーザーの出力を  $E$  として

$$f_{ADC} = \frac{signal - \langle pedestal \rangle}{E} \frac{1}{A} \frac{1}{T_{BG3}} \frac{1}{e} \frac{4095}{1000 \times 10^{-12}} \quad (5.2)$$

$$f_{FADC} = \frac{signal - \langle pedestal \rangle}{\langle E \rangle} \frac{1}{A} \frac{1}{T_{BG3}} \frac{1}{e} \frac{\Delta t \times \Delta V}{R} \quad (5.3)$$

ここで  $T_{BG3}$  は BG3 の透過率で、ロットごとに分光透過率を測定するため係数からは除外してある。A はレーザー出力から散乱光子数を計算する係数である。ADC の式と FADC の式の測定値に関する部分での違いは、ADC では 1 イベントごとに PMT 出力とレーザー出力の相関をとるのに対して FADC ではイベントごとの相関をとらずレーザーの出力は平均値で扱う点である。これは FADC がある確率でデータをロスしてしまうためである。測定では ADC カウントが 300count になるように印加電圧を調節した。イベント数はレーザーで 2200 ショットでペDESTAL と 1 : 1 のイベント数になるようにした。2200 ショットという数は FADC のデータロスを考慮したうえで FADC で

2000 イベントになるようにしたためである。YAP は 4500 イベントとした。これは先述のとおり、100Hz のクロックでペDESTALをとるため、YAP イベントが 1500 程度になるようにした。

ADC のデータはガウス関数でフィッティングを行った。ペDESTALとシグナルはシャッターの up/down のフラグで見分けることができる。以下に典型的な ADC カウント、レーザーの出力の測定中の変動及び分布を示す。

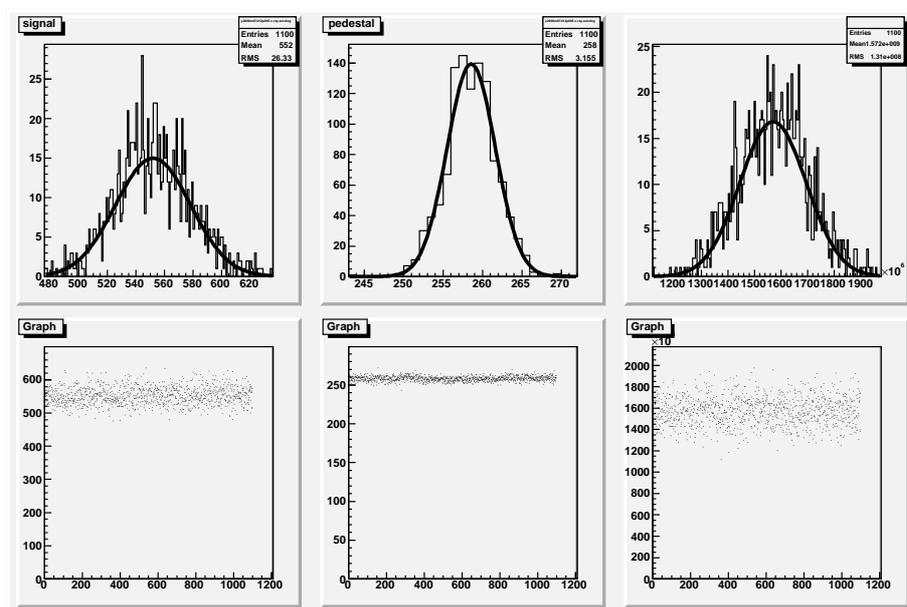


図 5.1: 上段左:レーザー入射によるイベント。上段中央:ペDESTAL。上段右: (シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の分布。:下段左:PMT 出力のイベントごとの安定性。下段中央:ペDESTALの安定性。下段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の安定性。

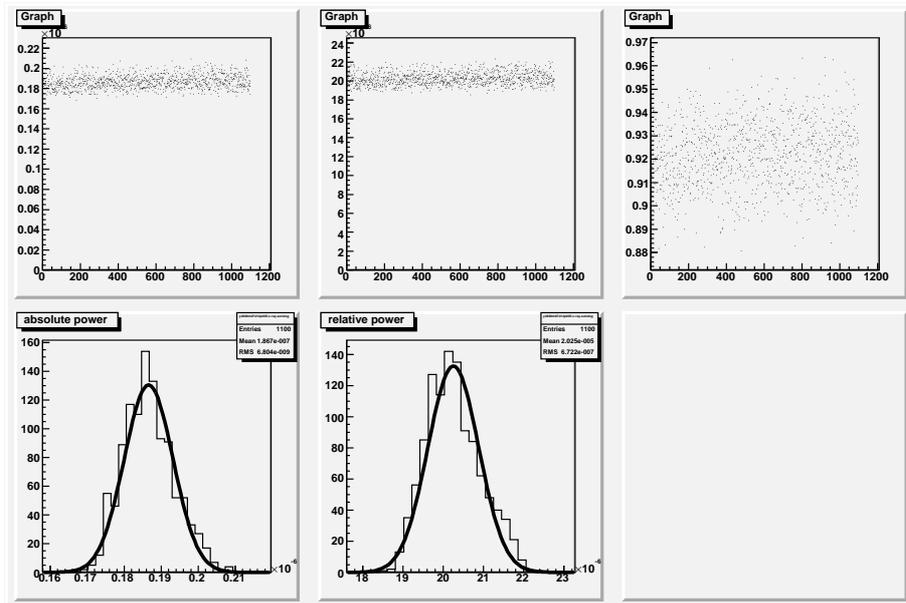


図 5.2: 上段左:レーザー出力の絶対値の安定性。上段中央:レーザー出力の相対値の安定性。上段右:レーザー出力の絶対値と相対値の比。下段左:出力絶対値の分布。下段中央:出力相対値の分布

FADC のデータは  $1.25 \mu s$  のゲート幅で積分し、積分値をガウス関数でフィッティングした平均値を使用した。ペDESTALとシグナルの区別はヒストグラムから区別する。これは先述のとおりデータの取りこぼしのためシャッターの up/down と対応付けることができないためである。

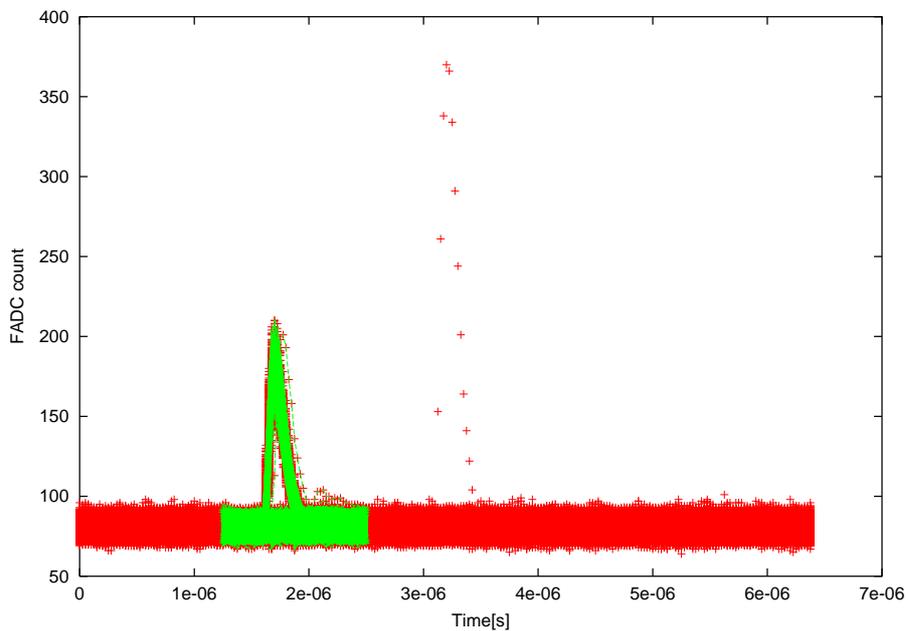


図 5.3: FADC による波形データ。緑色の範囲で積分を行う。測定は既に YAP を取り付けた状態で行うため、稀に YAP の信号が入る。

図 5.3 は管面 36mm の範囲に散乱光を照射した場合の波形データで、YAP のシグナルが混入している。管面の開放領域が 36mm ならば YAP シグナルに対して明らかに小さな波高になるために積分範囲に YAP シグナルが入っても除外することは可能である。

YAP シグナルの取得も行った。ペDESTAL とシグナルの分離は分布を見てから決定し、ガウス関数によるフィッティングから平均値を決めた。以下は YAP の波形データ、積分値の分布である。

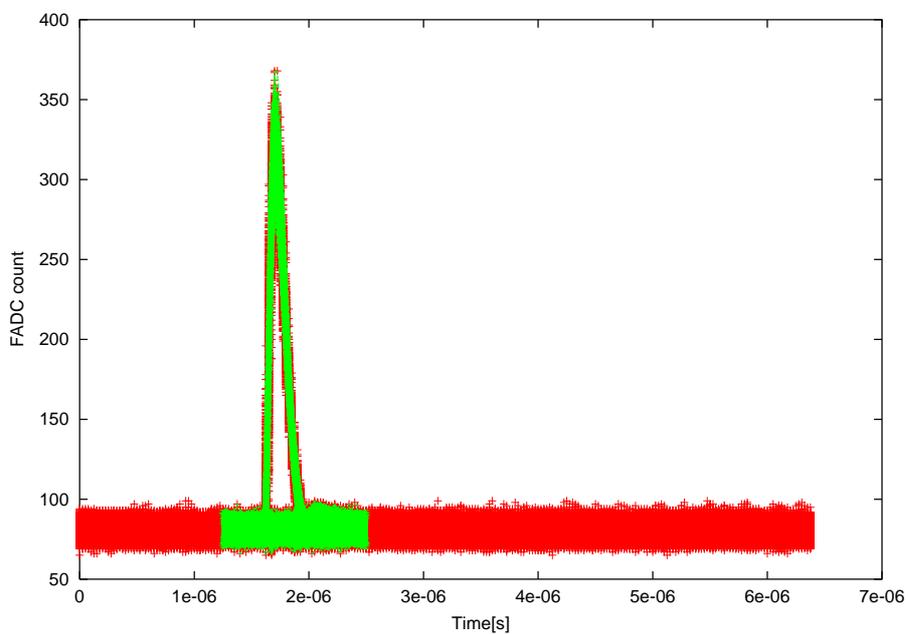


図 5.4: YAP の波形データ。積分範囲はレーザー使用時と同様。

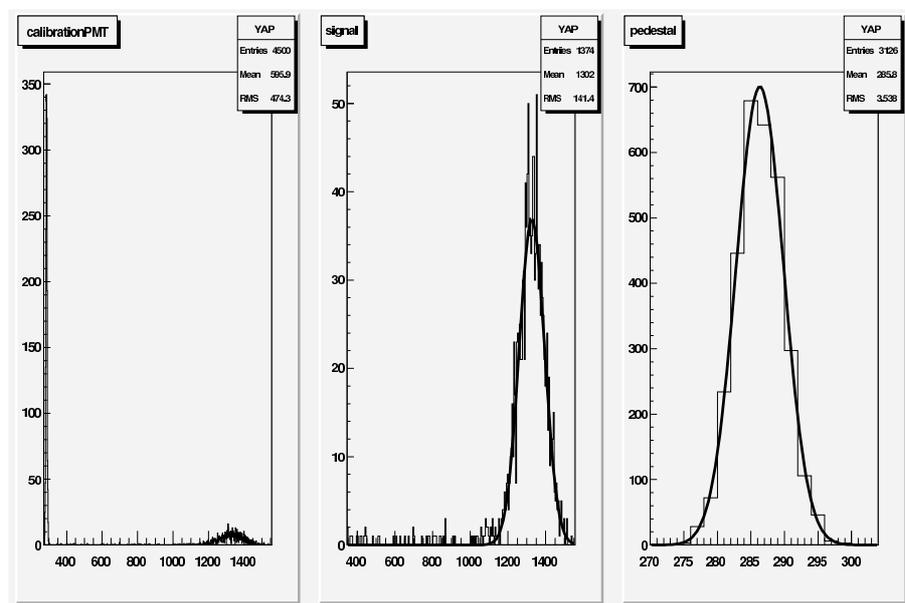


図 5.5: 左：ペDESTALとシグナルの両方の分布。中央：YAP シグナルの分布。右：クロックジェネレーターによってトリガーされたペDESTALデータ。

他の PMT に関するデータは巻末に付録した。

PMT serial #	V	Energy(J)	Photon	ADC count	FADC count	f_adc	f_fadc	FADC/ADC	YAP_ADC	YAP_FADC
1537	932	1.8867E-07	655.48	293.4	632.85	1.533E+06	1.656E+06	1.080	1012.2	2230.72
1561	926	1.8856E-07	654.31	297.3	635.28	1.560E+06	1.670E+06	1.070	1088.5	2388.88
1563	905	1.8405E-07	633.39	299.5	639.46	1.622E+06	1.730E+06	1.066	1111.2	2442.10
1566	932	1.8645E-07	645.53	296.8	640.41	1.579E+06	1.701E+06	1.078	1060.9	2336.22
3505	932	1.8701E-07	656.43	293.6	632.05	1.535E+06	1.652E+06	1.076	1107.2	2443.03
3836	928	1.8825E-07	650.05	303.9	651.73	1.604E+06	1.718E+06	1.071	1087.8	2388.32
3840	925	1.8827E-07	650.21	297.2	636.31	1.569E+06	1.679E+06	1.070	1022.1	2243.15
3918	962	1.8817E-07	651.55	301.2	644.01	1.585E+06	1.695E+06	1.069	1115.6	2447.79
3992	919	1.8849E-07	652.74	308.8	664.72	1.627E+06	1.745E+06	1.073	1133.0	2482.58
3995	944	1.8496E-07	637.62	297.3	635.69	1.591E+06	1.710E+06	1.074	1099.1	2396.72
4002	957	1.8782E-07	649.71	301.5	646.58	1.596E+06	1.705E+06	1.069	1119.7	2467.20
4004	941	1.8810E-07	650.26	295.4	632.26	1.558E+06	1.666E+06	1.069	1139.0	2505.60
4042	910	1.8712E-07	645.97	310.2	663.84	1.643E+06	1.762E+06	1.072	1244.4	2719.17
4067	966	1.8615E-07	643.74	304.1	646.37	1.596E+06	1.722E+06	1.079	1178.5	2562.68
4117	992	1.8786E-07	648.34	310.1	666.83	1.641E+06	1.764E+06	1.075	1170.8	2566.38
4149	964	1.8850E-07	651.71	302.8	650.11	1.587E+06	1.710E+06	1.077	1040.6	2277.69
4483	926	1.8784E-07	647.85	299.6	633.50	1.566E+06	1.676E+06	1.070	1157.9	2541.95
4499	1002	1.8796E-07	653.19	295.9	648.96	1.589E+06	1.703E+06	1.072	1021.6	2236.67
4507	1032	1.8887E-07	653.19	302.1	640.42	1.566E+06	1.681E+06	1.073	1061.1	2324.52
4447	960	1.8829E-07	650.84	299.1	648.43	1.587E+06	1.708E+06	1.076	1157.2	2530.43

図 5.6: 測定で得られた結果。ADC カウントを 300 程度に調節し測定した。

結果、FADC で測定した場合のほうが 7~8% 較正係数が大きくなった。また分布の分散は FADC で測定した場合のほうが大きくなった。これはレーザーの出力の変動に対応がつけられないことが原因と考えられる。

YAP の光電子数は Q.E.=27.3%、C.E.=76% という値を仮定すると 410 から 460p.e. と測定した 20 個の間の個体差は最大で 11% であった。各測定の不確定さはガウス分布のフィッティングから得られた分散  $\sigma$  を用いて

$$\frac{\sigma}{\sqrt{event}} \quad (5.4)$$

と書けるため 1000 イベント測定しているならばこれはほぼ無視できる。

## 5.2 系統誤差

CRAYS を使用した場合の系統誤差は以下のようなものが考えられる。

- エナジープローブの較正誤差

この誤差は CRAYS の誤差に最も大きな寄与を持ち、散乱光量に影響する。誤差は 5 % である。

- アクセプタンスの見積もり

光電面までの距離の見積もりが原因と考えられる。チェンバーは機械的に作られているため誤差は小さいと考えて良いが、PMT の取り付けジグはチェンバーに後付けで作られている。光電面までの距離に対して  $\pm 5\text{mm}$  の誤差があったとすると光量には  $\pm 3\%$  ほど寄与する。ただし  $5\text{mm}$  の誤差はかなり大きく見積もっていると考えてよい。

- レイリー散乱断面積

散乱断面積は理論とよく一致したデータがあるが、測定では温度と気圧の補正を加えるためその誤差が影響する。3 % 程度と考えられる。

- チェンバー内での反射

現在のセットアップではポンプで真空引きした際に 1 気圧まで充填した際の 1 % の出力が見られる。

これらの系統誤差から最終的に 7 % の系統誤差が見積もられる。

## 第6章 総括

測定では光子数から出力電荷への係数を測定し、ゲインが  $4 \times 10^6$  になるように設定した。誤差は主にレーザー出力を測定するプローブから来るもので 7% である。従来の方法では 14% の誤差があることを考えると非常に高い精度で較正できるシステムである。YAP とレーザーでは波長が異なること、大気蛍光の発光波長は 337nm 以外にもあることを考えると光電子数ベースの測定も行うとより信頼できる較正ができる。CRAYS 現在 120p.e. 程度の光電子数が得られていると考えられ、チェンバー入射前に光量を落とす、チェンバー内のガス密度を下げることで 1p.e. レベルの測定を行うことが可能である。その場合量子効率 × 収集効率の値が得られ、ゲインの絶対値が得られる。

## 謝辞

修士論文執筆に際し、実験物理に関して無知な私の指導に当たってくださいました東京大学宇宙線研究所の福島正己教授に厚く御礼申し上げます。また較正システムの発案者である東京大学宇宙線研究所助手、櫻井信之先生とTA 望遠鏡キャリブレーションのグループリーダーである東京大学宇宙線研究所研究員得能久生先生、東京大学博士課程、武多昭道氏にはさまざまなサポートをしていただきました。深く感謝いたします。最後に私の指導教官である埼玉大学井上直也教授には指導だけでなく大学に不在がちなところのサポートまでしていただき、充実した修士課程を送ることが出来ましたこと、御礼申し上げます。

## 関連図書

- [1] The Telescope Array Project Design Report(2002)
- [2] 福島正己、最高エネルギー宇宙線の起源 (平成 15 年度発足申請書)
- [3] H.Naus and W.Ubachs,Opt lett,25 5 347 2000
- [4] 井口貴裕, 東京工業大学修士論文 (2006)
- [5] 武多昭道, 東京大学修士論文 (2006)
- [6] 多米田裕一郎, 東京工業大学修士論文 (2006)

## 付 録 A 波形データおよびスペクトル

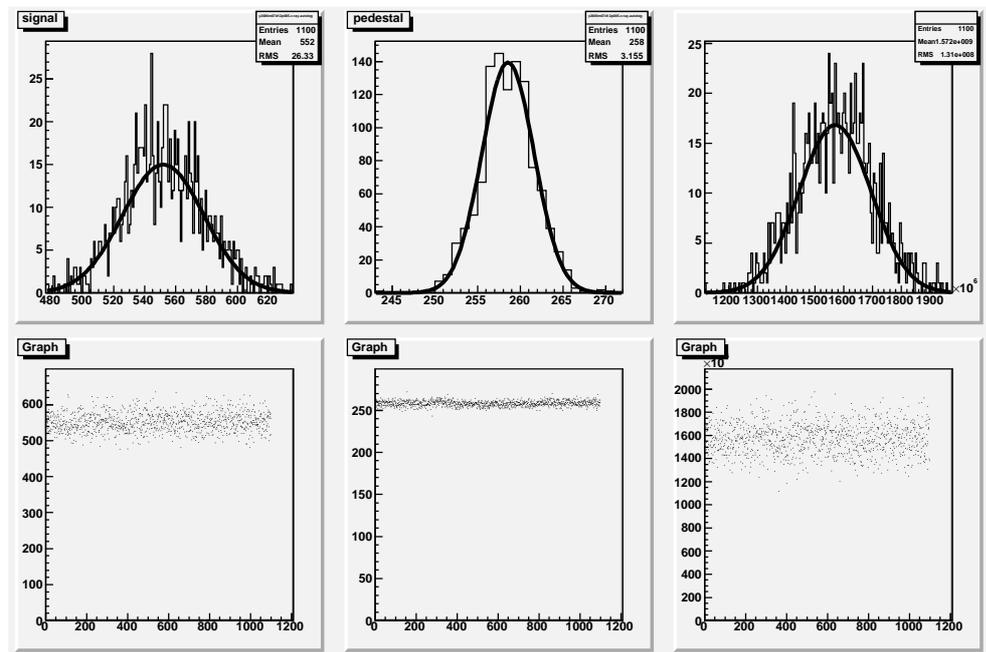


図 A.1: 上段左:レーザー入射によるイベント。上段中央:ペDESTAL。上段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の分布。:下段左:PMT 出力のイベントごとの安定性。下段中央:ペDESTALの安定性。下段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の安定性。

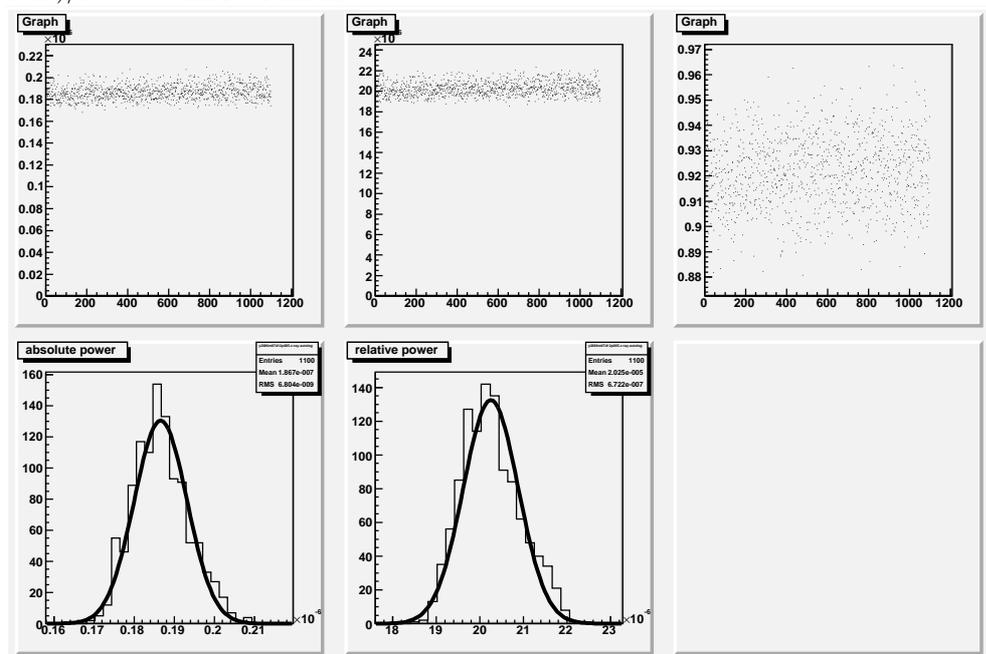


図 A.2: 上段左:レーザー出力の絶対値の安定性。上段中央:レーザー出力の相対値の安定性。上段右:レーザー出力の絶対値と相対値の比。下段左:出力絶対値の分布。下段中央:出力相対値の分布<sup>3</sup>

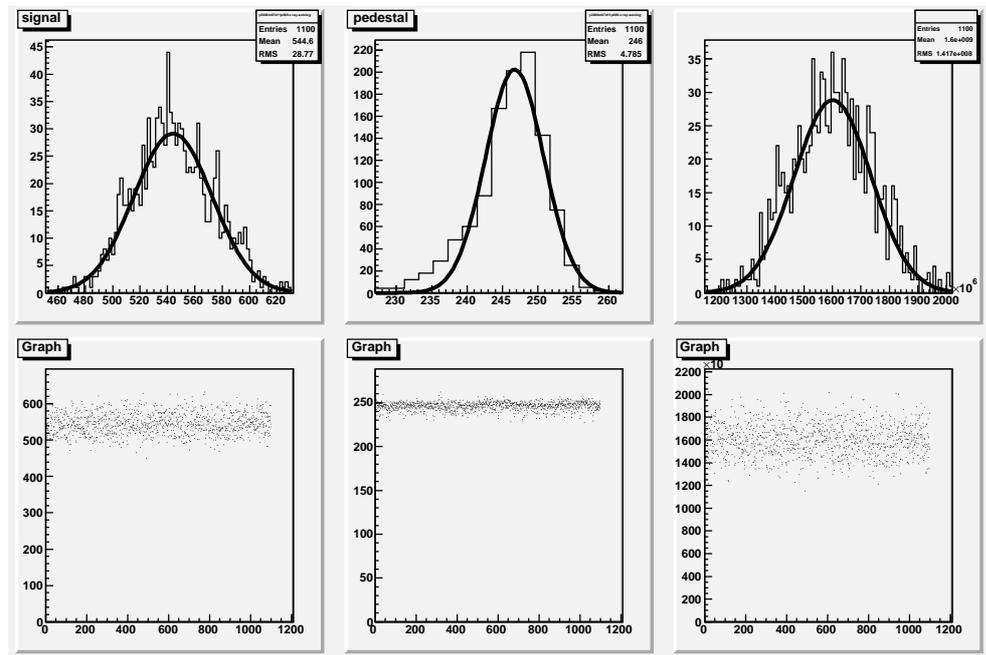


図 A.3: 上段左:レーザー入射によるイベント。上段中央:ペDESTAL。上段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の分布。:下段左:PMT 出力のイベントごとの安定性。下段中央:ペDESTALの安定性。下段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の安定性。

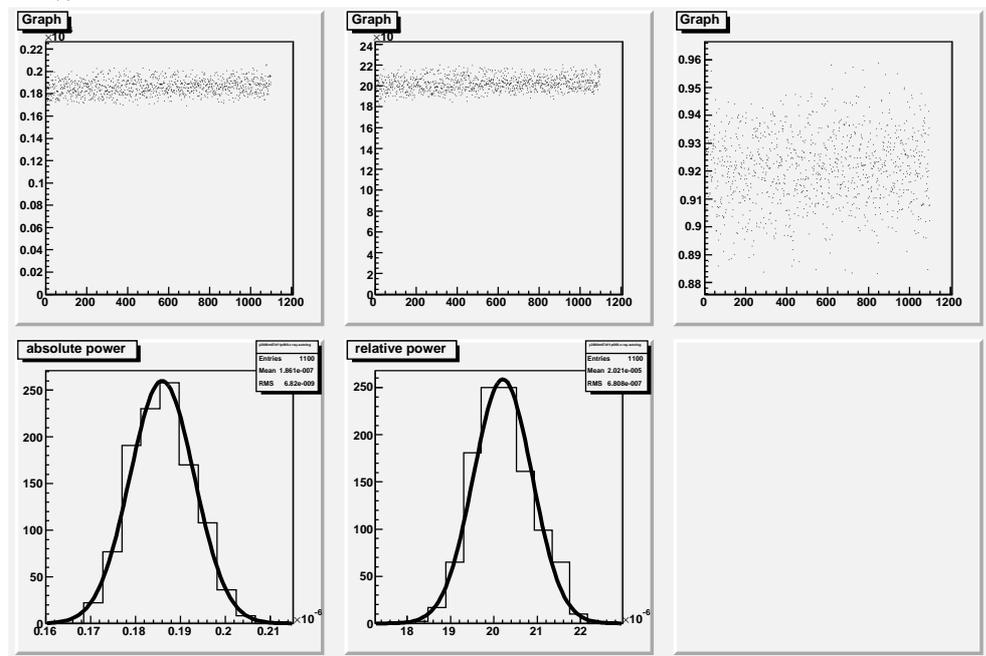


図 A.4: 上段左:レーザー出力の絶対値の安定性。上段中央:レーザー出力の相対値の安定性。上段右:レーザー出力の絶対値と相対値の比。下段左:出力絶対値の分布。下段中央:出力相対値の分布

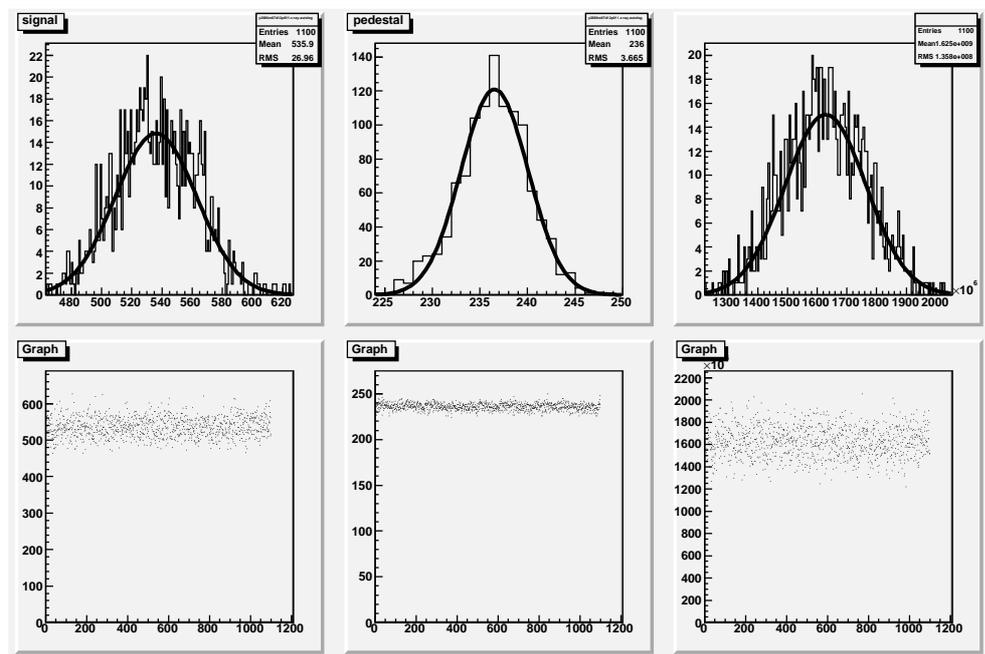


図 A.5: 上段左:レーザー入射によるイベント。上段中央:ペDESTAL。上段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の分布。:下段左:PMT 出力のイベントごとの安定性。下段中央:ペDESTALの安定性。下段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の安定性。

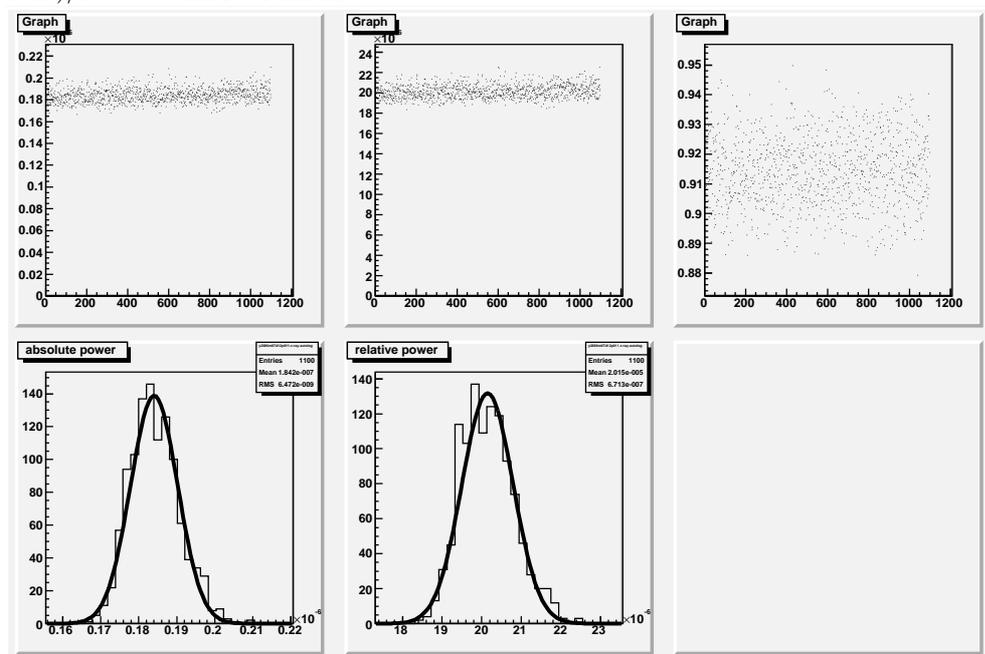


図 A.6: 上段左:レーザー出力の絶対値の安定性。上段中央:レーザー出力の相対値の安定性。上段右:レーザー出力の絶対値と相対値の比。下段左:出力絶対値の分布。下段中央:出力相対値の分布

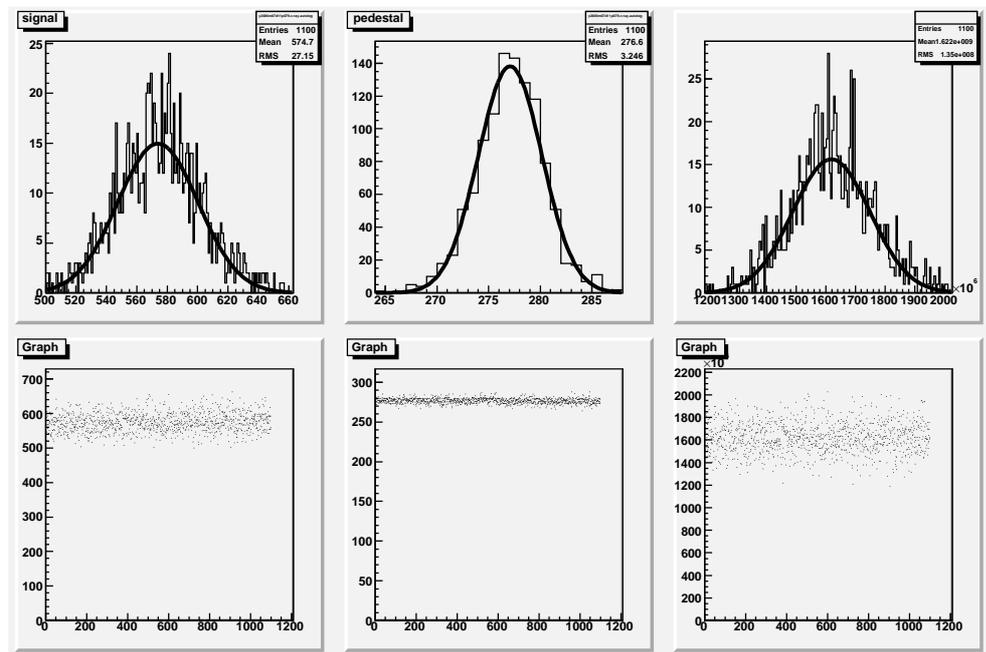


図 A.7: 上段左:レーザー入射によるイベント。上段中央:ペDESTAL。上段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の分布。:下段左:PMT 出力のイベントごとの安定性。下段中央:ペDESTALの安定性。下段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の安定性。

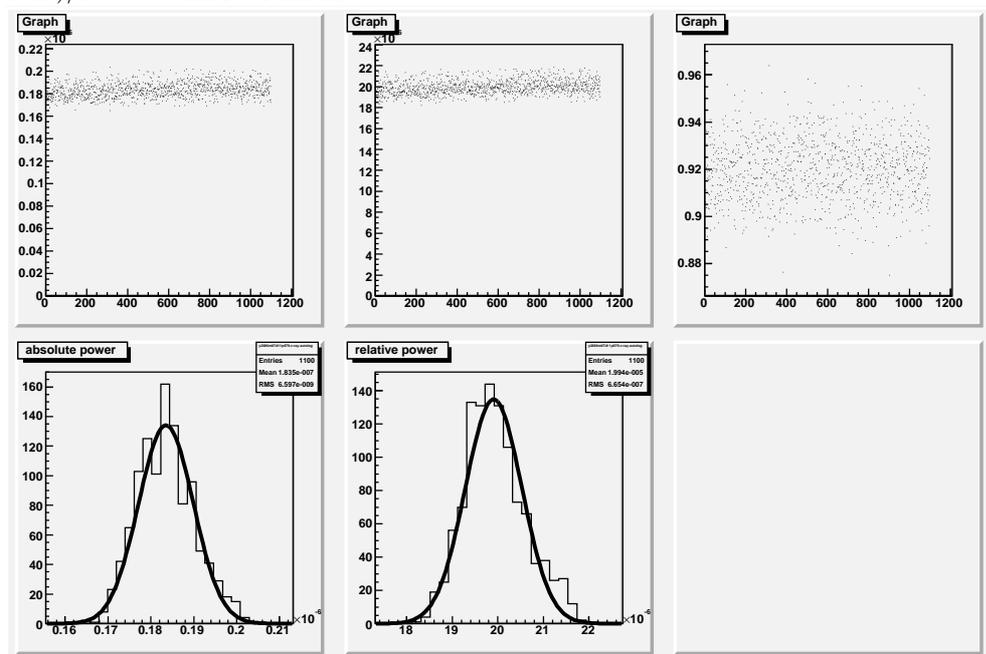


図 A.8: 上段左:レーザー出力の絶対値の安定性。上段中央:レーザー出力の相対値の安定性。上段右:レーザー出力の絶対値と相対値の比。下段左:出力絶対値の分布。下段中央:出力相対値の分布

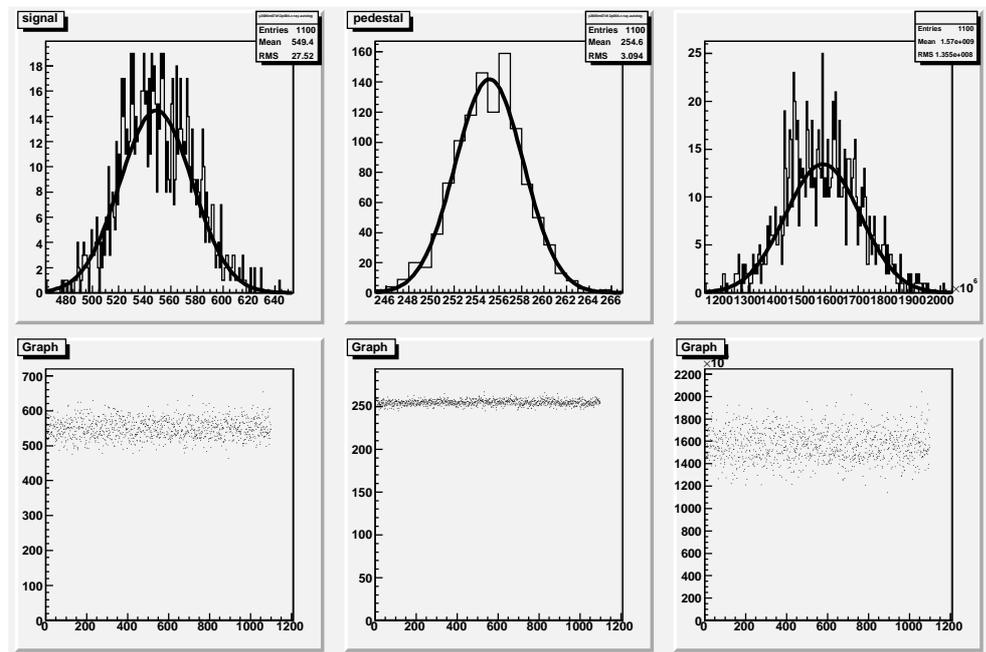


図 A.9: 上段左:レーザー入射によるイベント。上段中央:ペDESTAL。上段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の分布。:下段左:PMT 出力のイベントごとの安定性。下段中央:ペDESTALの安定性。下段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の安定性。

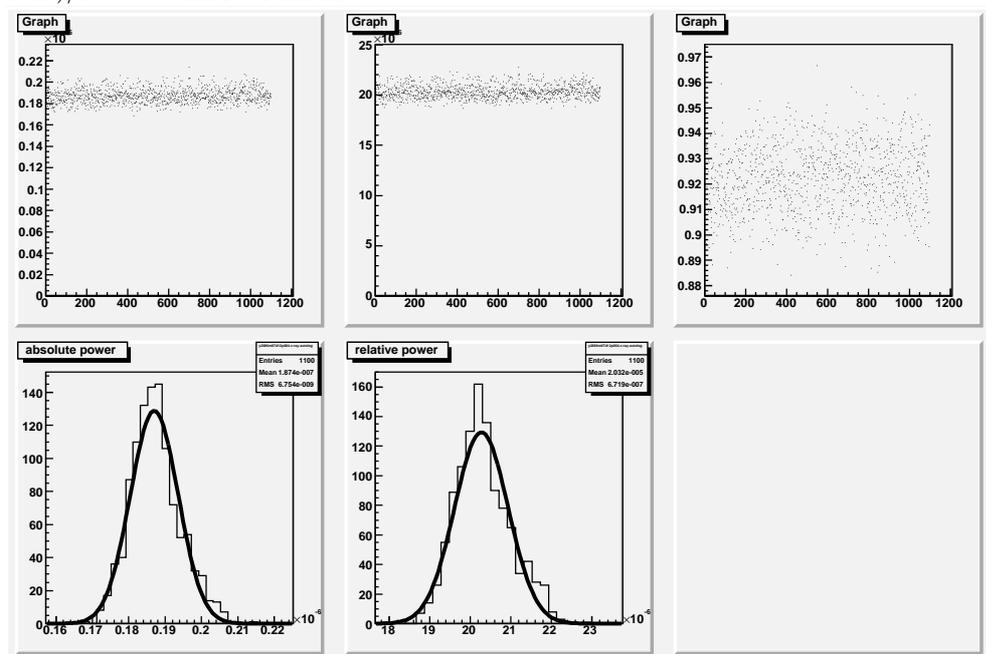


図 A.10: 上段左:レーザー出力の絶対値の安定性。上段中央:レーザー出力の相対値の安定性。上段右:レーザー出力の絶対値と相対値の比。下段左:出力絶対値の分布。下段中央:出力相対値の分布

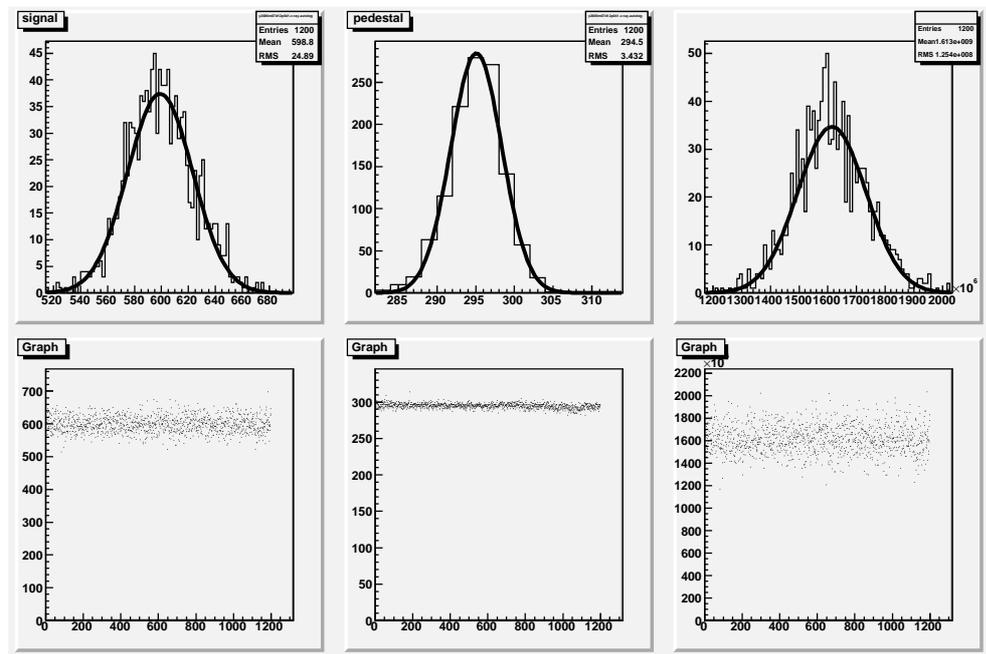


図 A.11: 上段左:レーザー入射によるイベント。上段中央:ペDESTAL。上段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の分布。:下段左:PMT 出力のイベントごとの安定性。下段中央:ペDESTALの安定性。下段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の安定性。

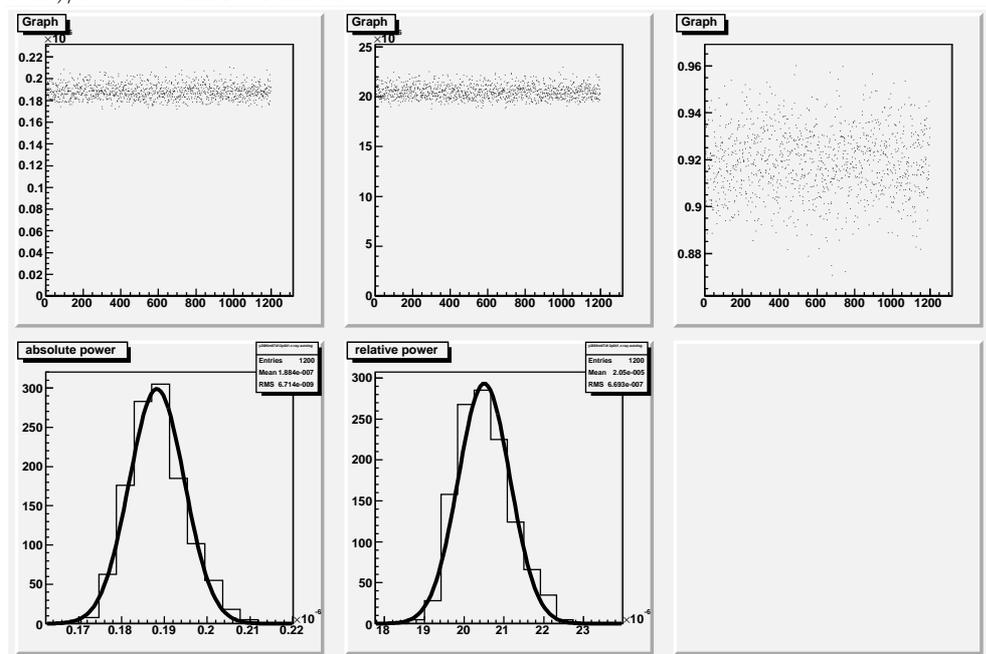


図 A.12: 上段左:レーザー出力の絶対値の安定性。上段中央:レーザー出力の相対値の安定性。上段右:レーザー出力の絶対値と相対値の比。下段左:出力絶対値の分布。下段中央:出力相対値の分布

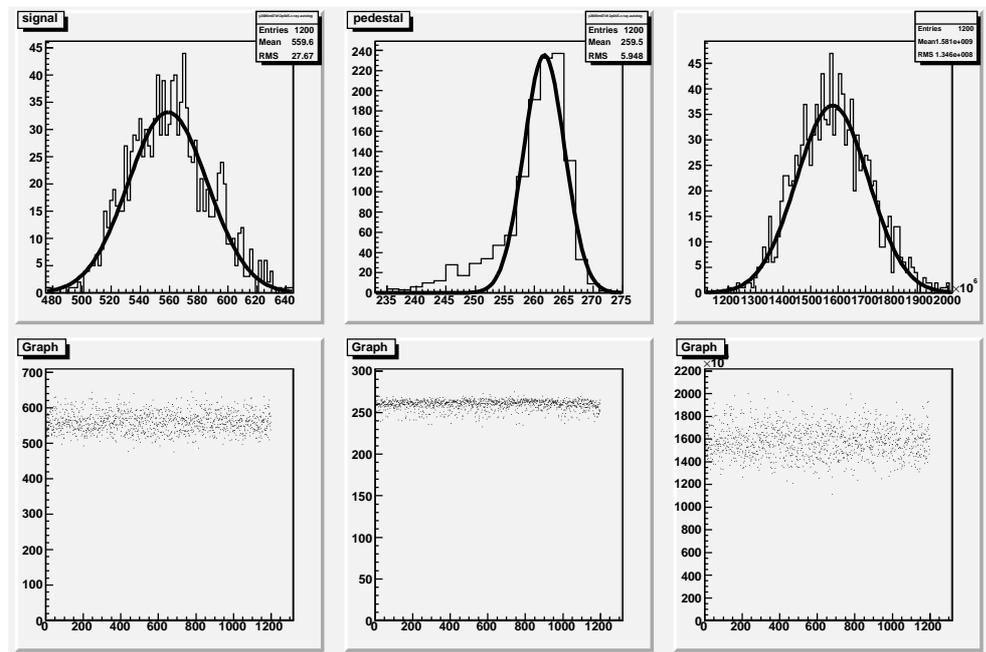


図 A.13: 上段左:レーザー入射によるイベント。上段中央:ペDESTAL。上段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の分布。:下段左:PMT 出力のイベントごとの安定性。下段中央:ペDESTALの安定性。下段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の安定性。

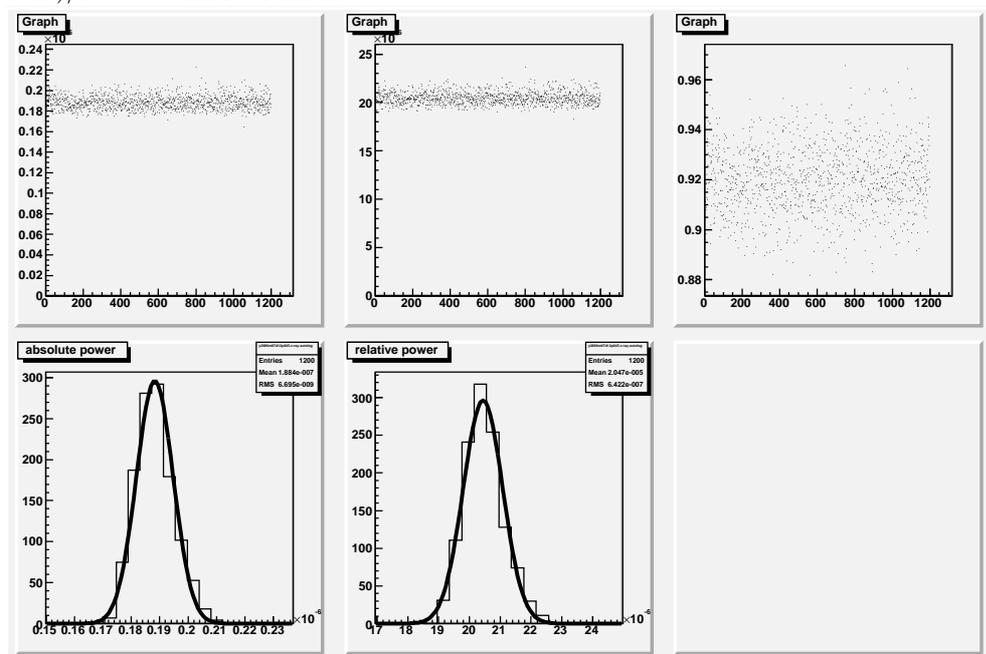


図 A.14: 上段左:レーザー出力の絶対値の安定性。上段中央:レーザー出力の相対値の安定性。上段右:レーザー出力の絶対値と相対値の比。下段左:出力絶対値の分布。下段中央:出力相対値の分布

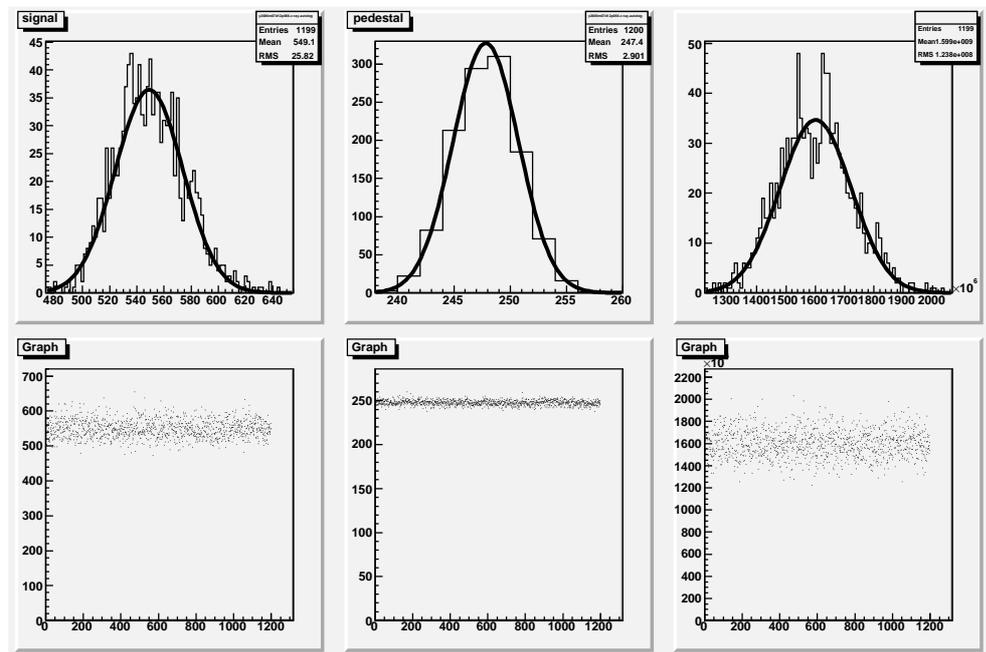


図 A.15: 上段左:レーザー入射によるイベント。上段中央:ペDESTAL。上段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の分布。:下段左:PMT 出力のイベントごとの安定性。下段中央:ペDESTALの安定性。下段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の安定性。

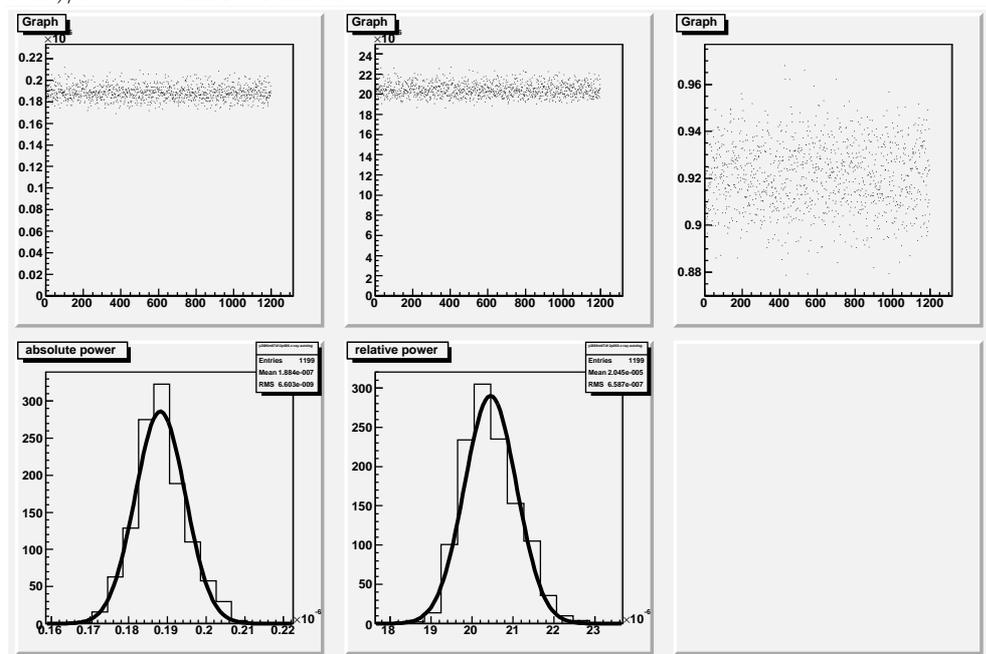


図 A.16: 上段左:レーザー出力の絶対値の安定性。上段中央:レーザー出力の相対値の安定性。上段右:レーザー出力の絶対値と相対値の比。下段左:出力絶対値の分布。下段中央:出力相対値の分布

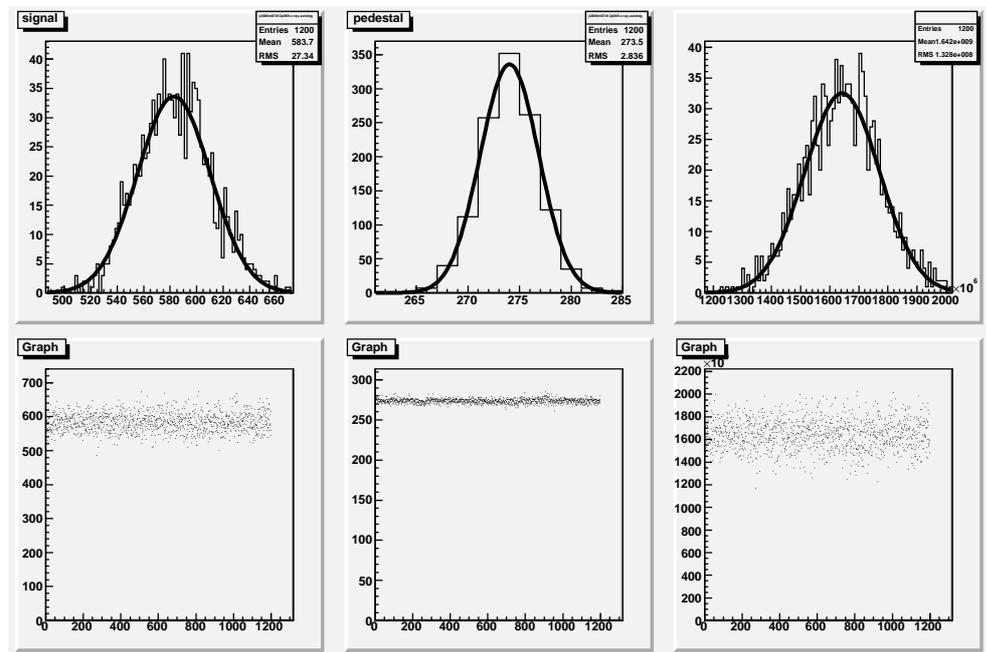


図 A.17: 上段左:レーザー入射によるイベント。上段中央:ペDESTAL。上段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の分布。:下段左:PMT 出力のイベントごとの安定性。下段中央:ペDESTALの安定性。下段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の安定性。

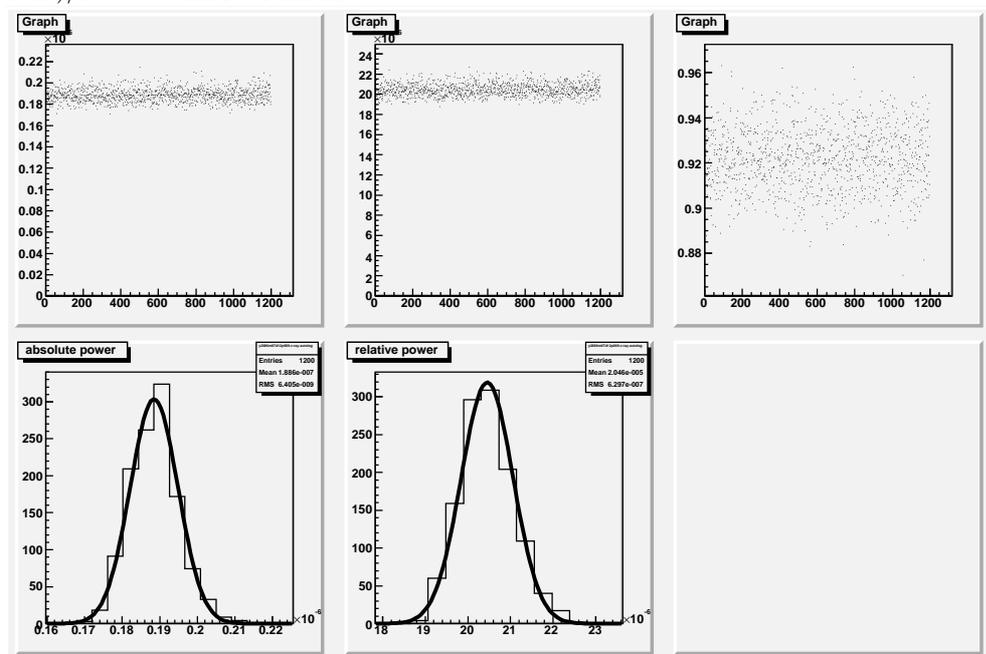


図 A.18: 上段左:レーザー出力の絶対値の安定性。上段中央:レーザー出力の相対値の安定性。上段右:レーザー出力の絶対値と相対値の比。下段左:出力絶対値の分布。下段中央:出力相対値の分布

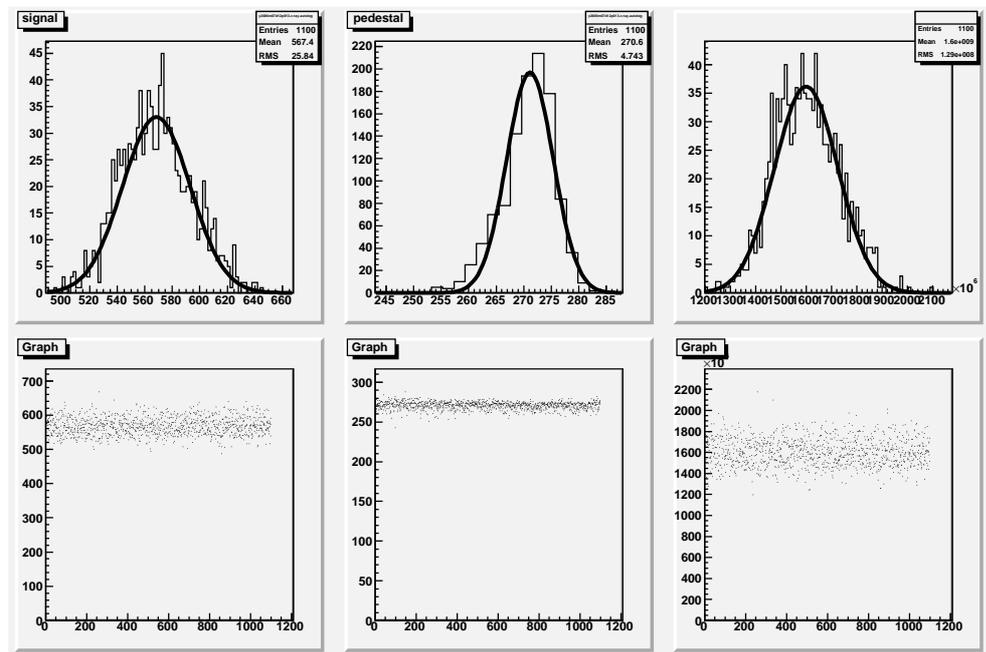


図 A.19: 上段左:レーザー入射によるイベント。上段中央:ペDESTAL。上段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の分布。:下段左:PMT 出力のイベントごとの安定性。下段中央:ペDESTALの安定性。下段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の安定性。

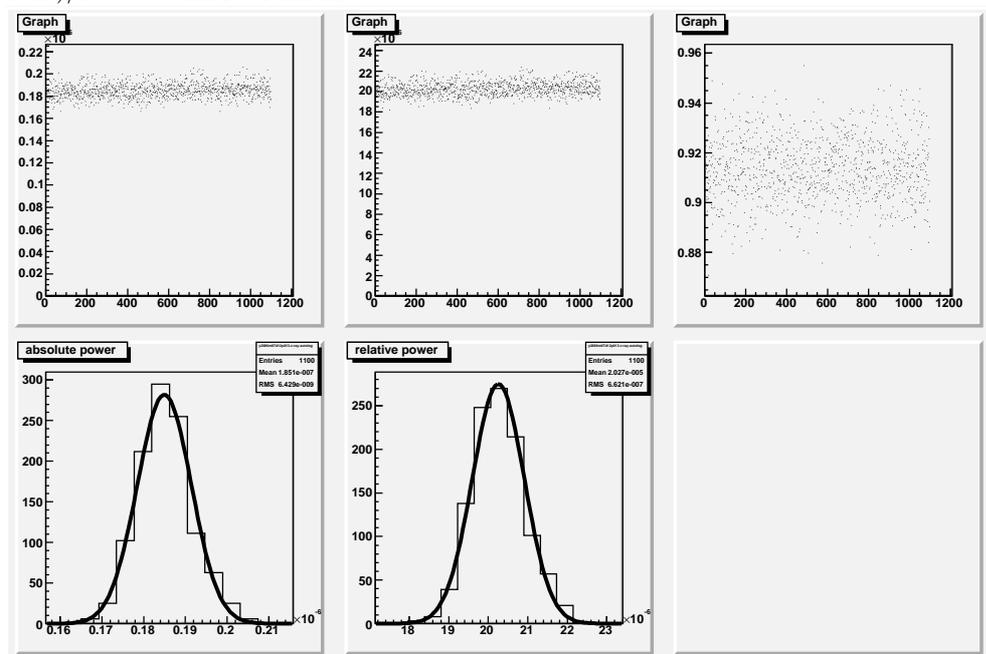


図 A.20: 上段左:レーザー出力の絶対値の安定性。上段中央:レーザー出力の相対値の安定性。上段右:レーザー出力の絶対値と相対値の比。下段左:出力絶対値の分布。下段中央:出力相対値の分布

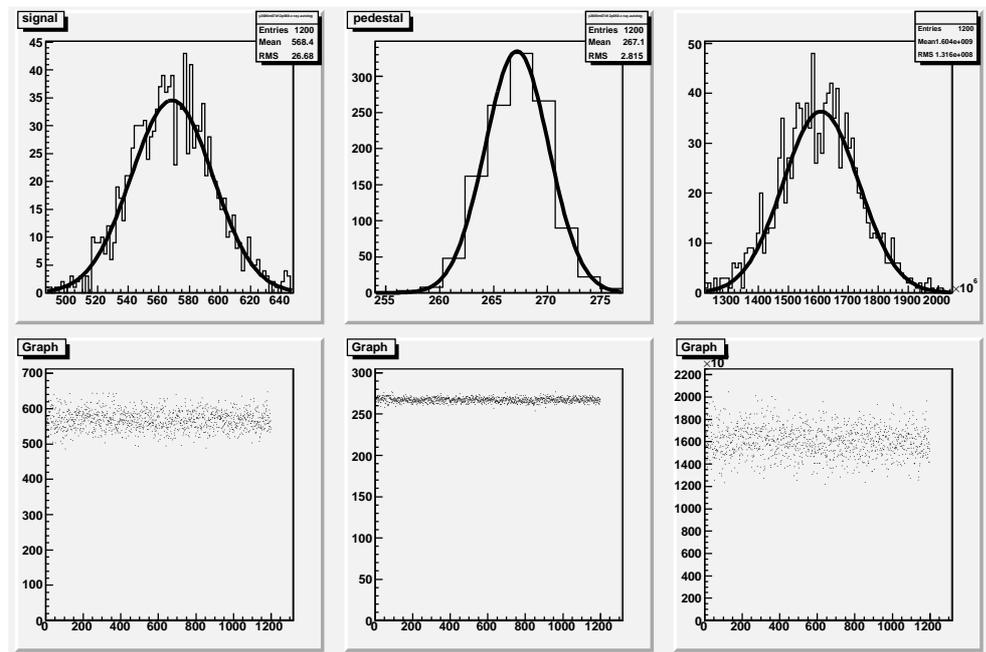


図 A.21: 上段左:レーザー入射によるイベント。上段中央:ペDESTAL。上段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の分布。:下段左:PMT 出力のイベントごとの安定性。下段中央:ペDESTALの安定性。下段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の安定性。

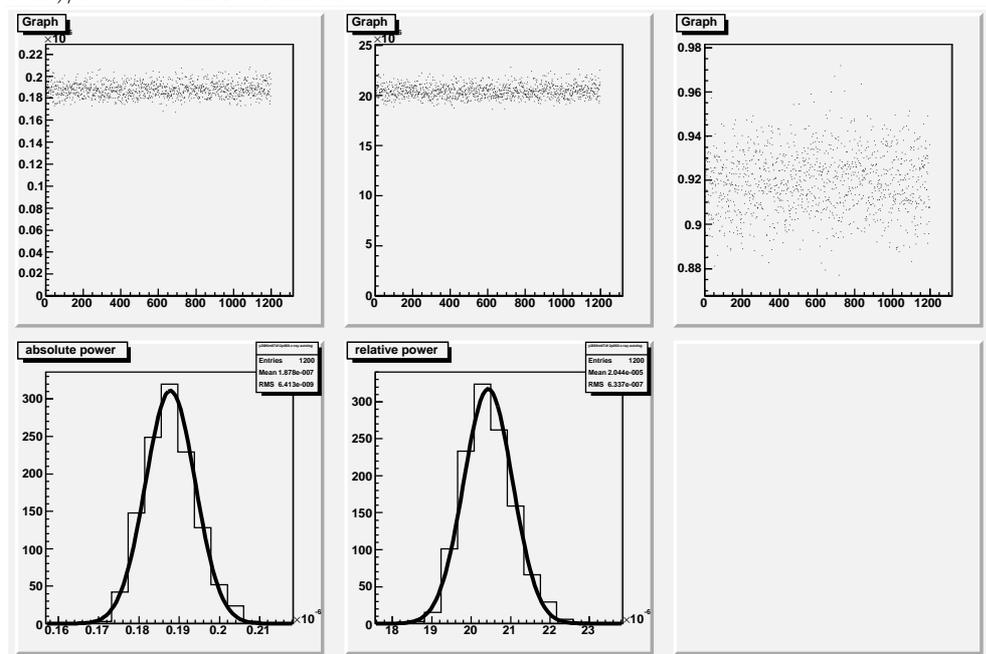


図 A.22: 上段左:レーザー出力の絶対値の安定性。上段中央:レーザー出力の相対値の安定性。上段右:レーザー出力の絶対値と相対値の比。下段左:出力絶対値の分布。下段中央:出力相対値の分布

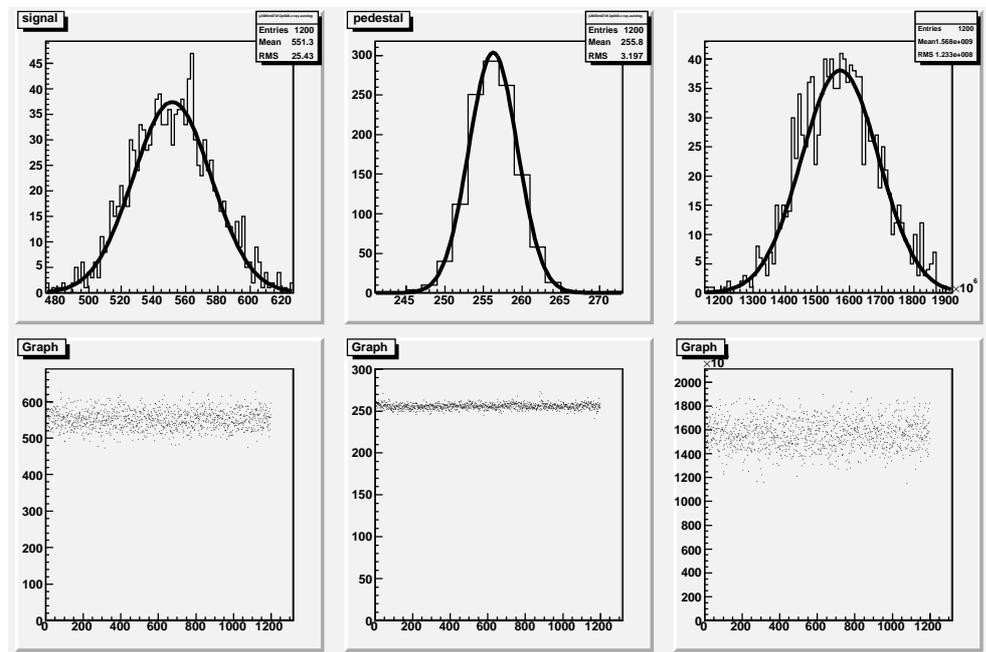


図 A.23: 上段左:レーザー入射によるイベント。上段中央:ペDESTAL。上段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の分布。:下段左:PMT 出力のイベントごとの安定性。下段中央:ペDESTALの安定性。下段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の安定性。

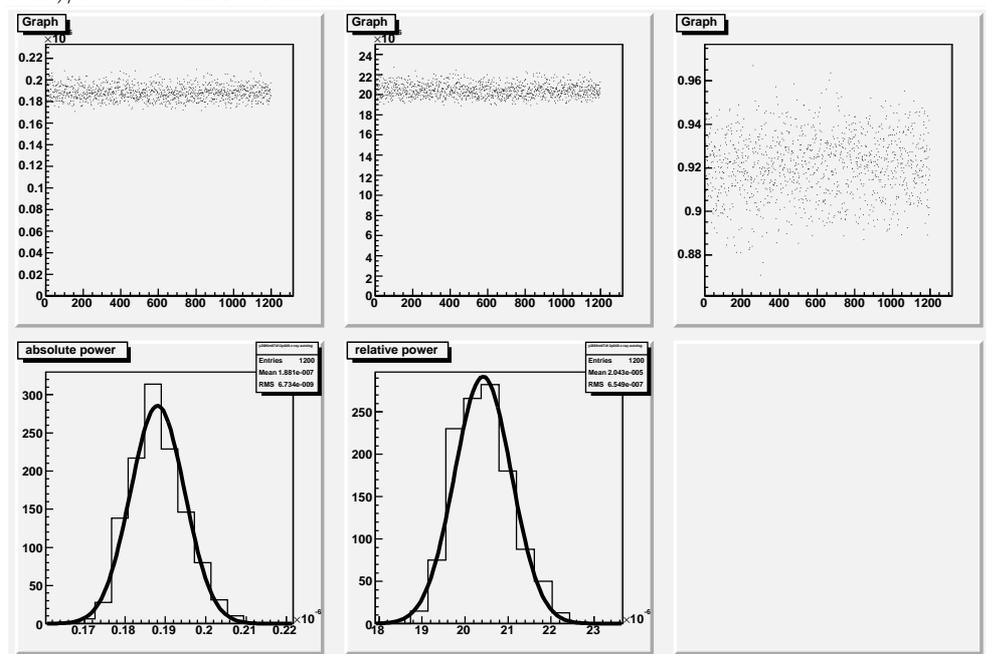


図 A.24: 上段左:レーザー出力の絶対値の安定性。上段中央:レーザー出力の相対値の安定性。上段右:レーザー出力の絶対値と相対値の比。下段左:出力絶対値の分布。下段中央:出力相対値の分布

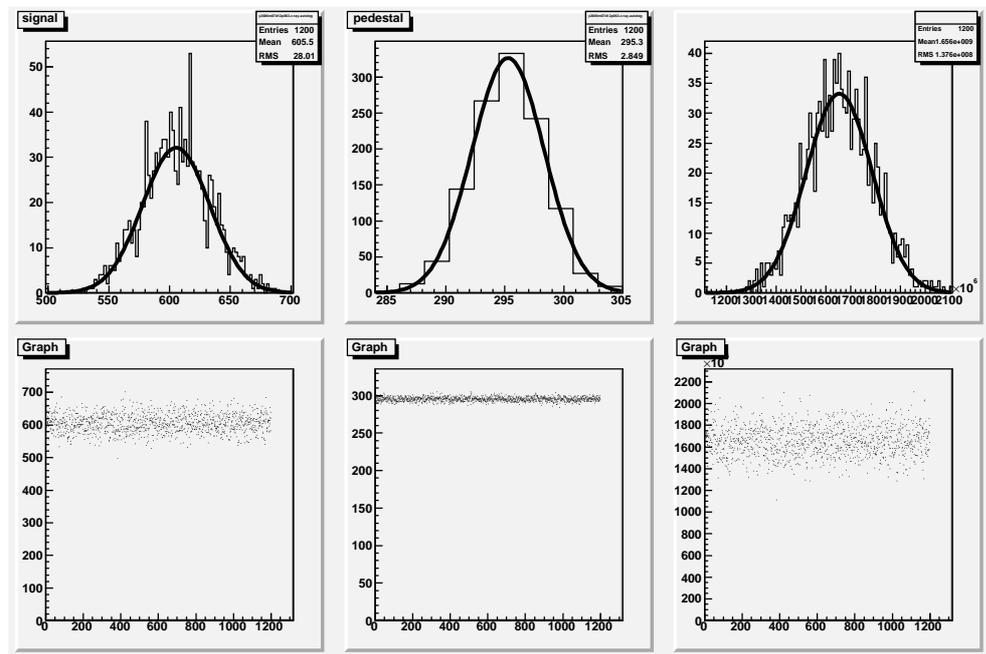


図 A.25: 上段左:レーザー入射によるイベント。上段中央:ペDESTAL。上段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の分布。:下段左:PMT 出力のイベントごとの安定性。下段中央:ペDESTALの安定性。下段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の安定性。

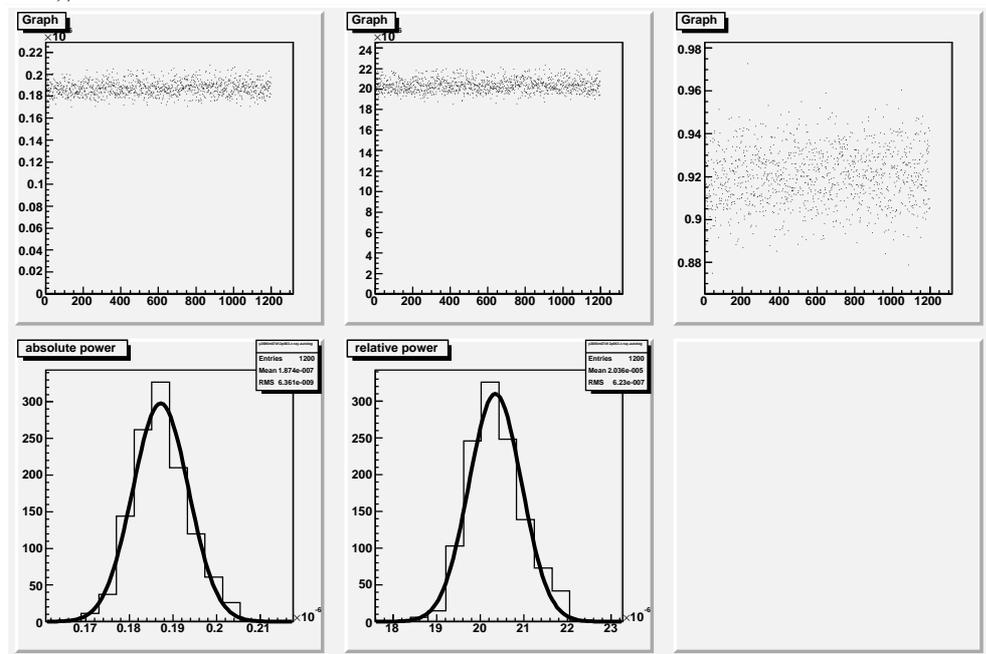


図 A.26: 上段左:レーザー出力の絶対値の安定性。上段中央:レーザー出力の相対値の安定性。上段右:レーザー出力の絶対値と相対値の比。下段左:出力絶対値の分布。下段中央:出力相対値の分布

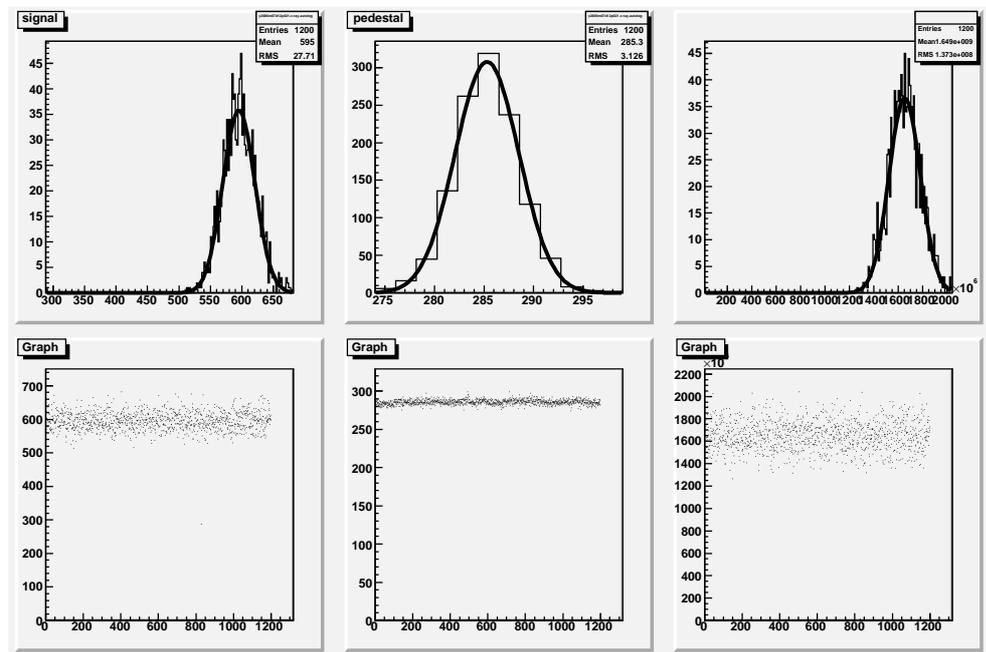


図 A.27: 上段左:レーザー入射によるイベント。上段中央:ペDESTAL。上段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の分布。:下段左:PMT 出力のイベントごとの安定性。下段中央:ペDESTALの安定性。下段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の安定性。

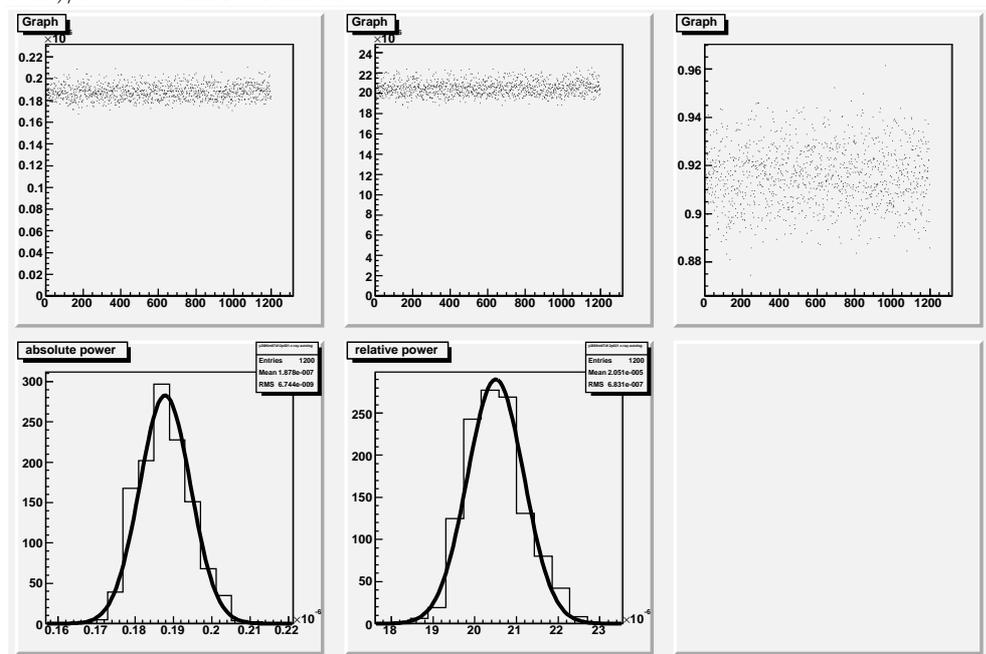


図 A.28: 上段左:レーザー出力の絶対値の安定性。上段中央:レーザー出力の相対値の安定性。上段右:レーザー出力の絶対値と相対値の比。下段左:出力絶対値の分布。下段中央:出力相対値の分布

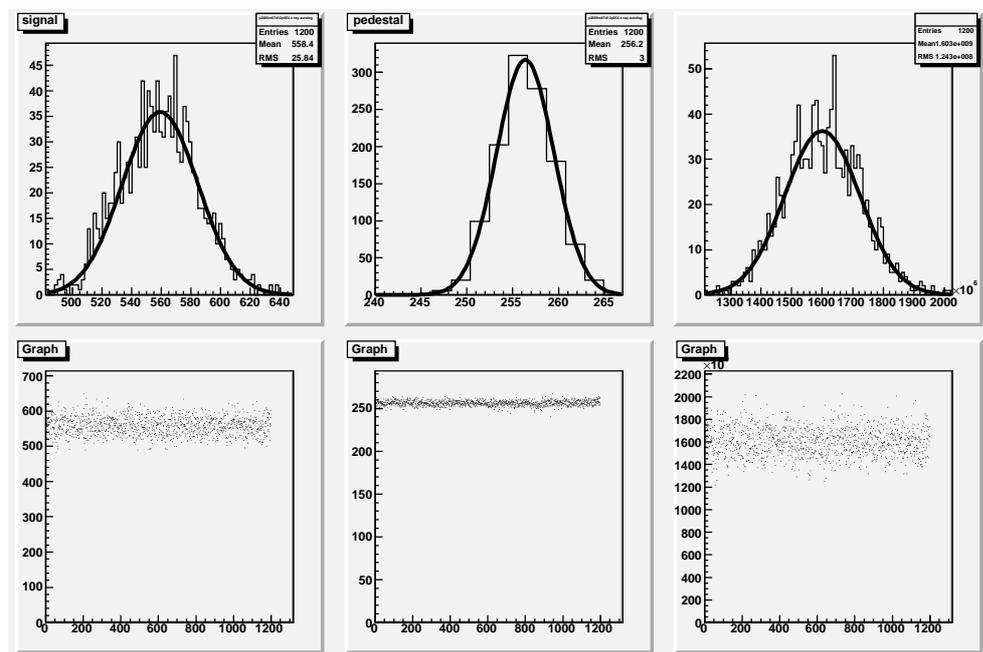


図 A.29: 上段左:レーザー入射によるイベント。上段中央:ペDESTAL。上段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の分布。:下段左:PMT 出力のイベントごとの安定性。下段中央:ペDESTALの安定性。下段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の安定性。

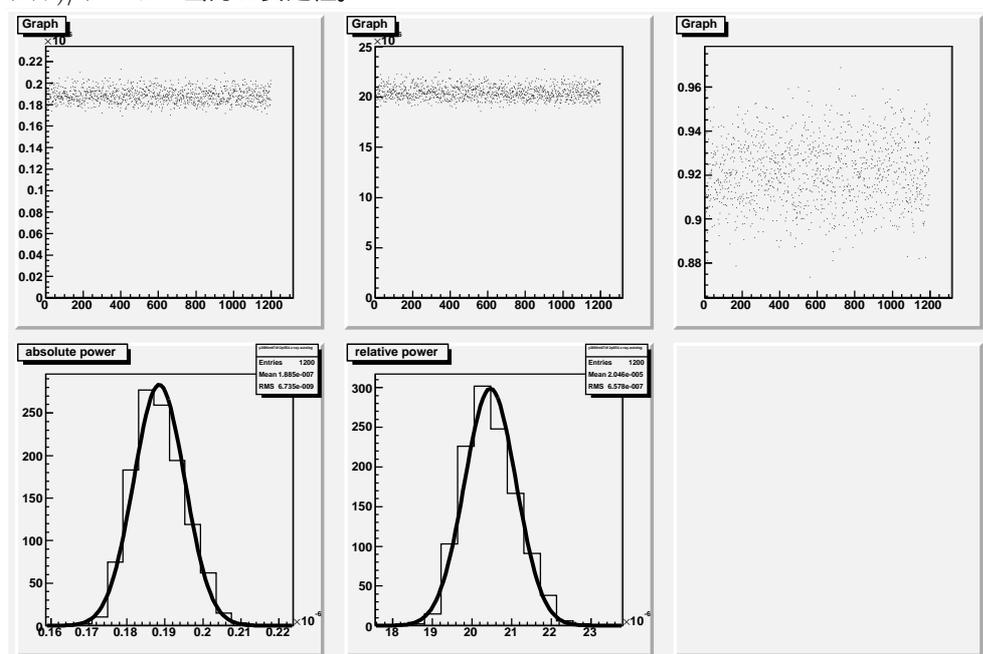


図 A.30: 上段左:レーザー出力の絶対値の安定性。上段中央:レーザー出力の相対値の安定性。上段右:レーザー出力の絶対値と相対値の比。下段左:出力絶対値の分布。下段中央:出力相対値の分布

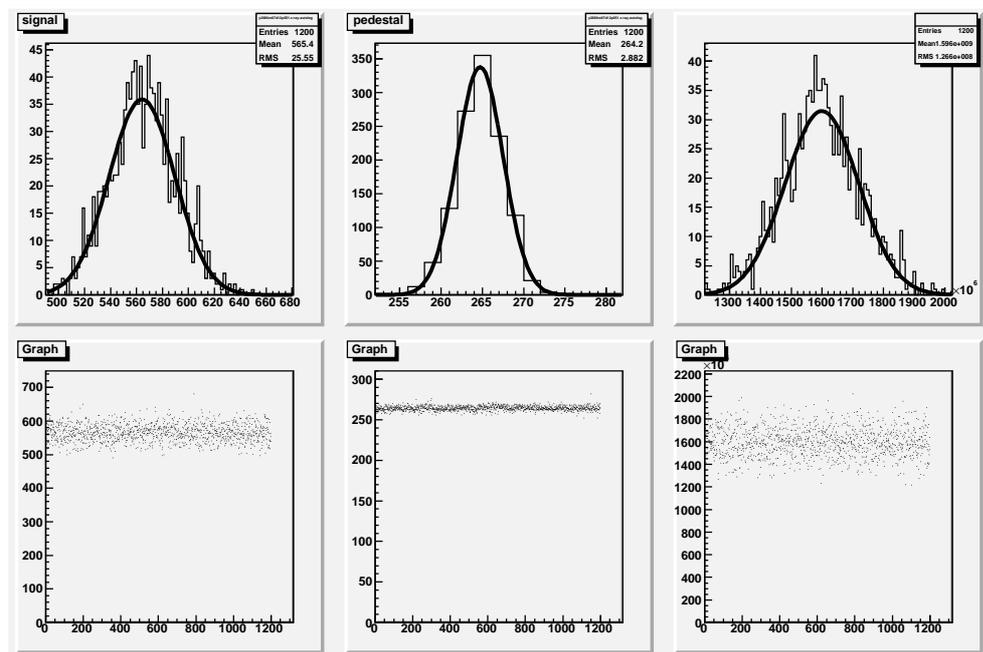


図 A.31: 上段左:レーザー入射によるイベント。上段中央:ペDESTAL。上段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の分布。:下段左:PMT 出力のイベントごとの安定性。下段中央:ペDESTALの安定性。下段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の安定性。

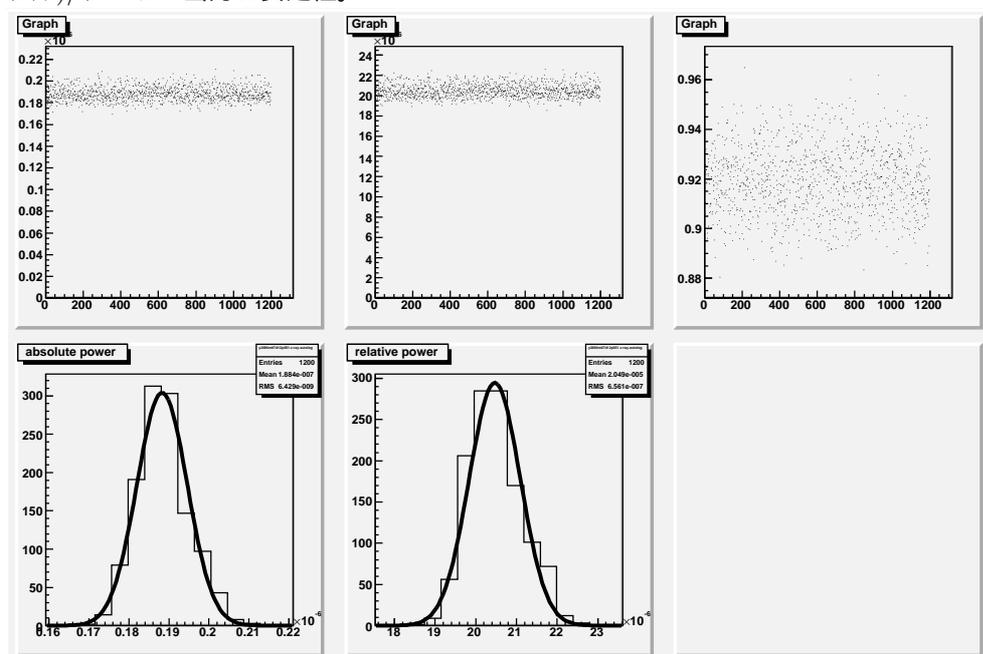


図 A.32: 上段左:レーザー出力の絶対値の安定性。上段中央:レーザー出力の相対値の安定性。上段右:レーザー出力の絶対値と相対値の比。下段左:出力絶対値の分布。下段中央:出力相対値の分布

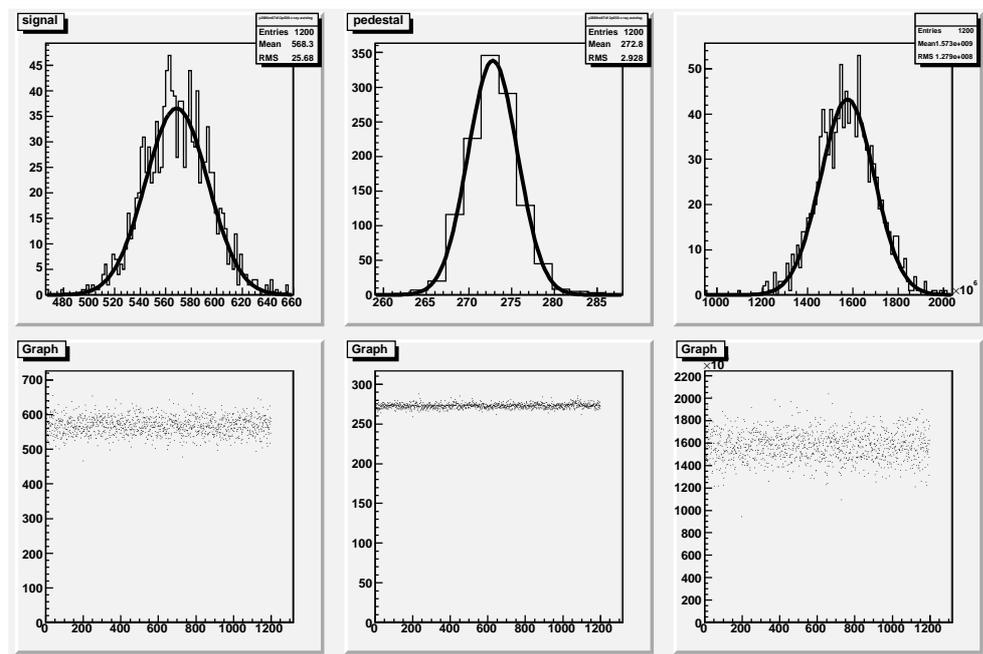


図 A.33: 上段左:レーザー入射によるイベント。上段中央:ペDESTAL。上段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の分布。:下段左:PMT 出力のイベントごとの安定性。下段中央:ペDESTALの安定性。下段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の安定性。

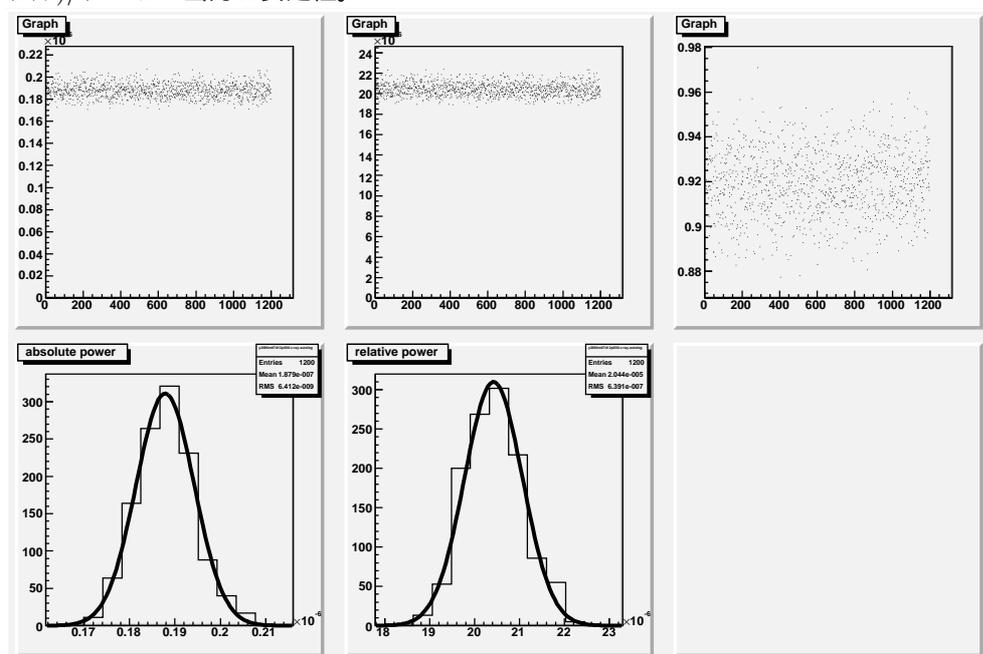


図 A.34: 上段左:レーザー出力の絶対値の安定性。上段中央:レーザー出力の相対値の安定性。上段右:レーザー出力の絶対値と相対値の比。下段左:出力絶対値の分布。下段中央:出力相対値の分布

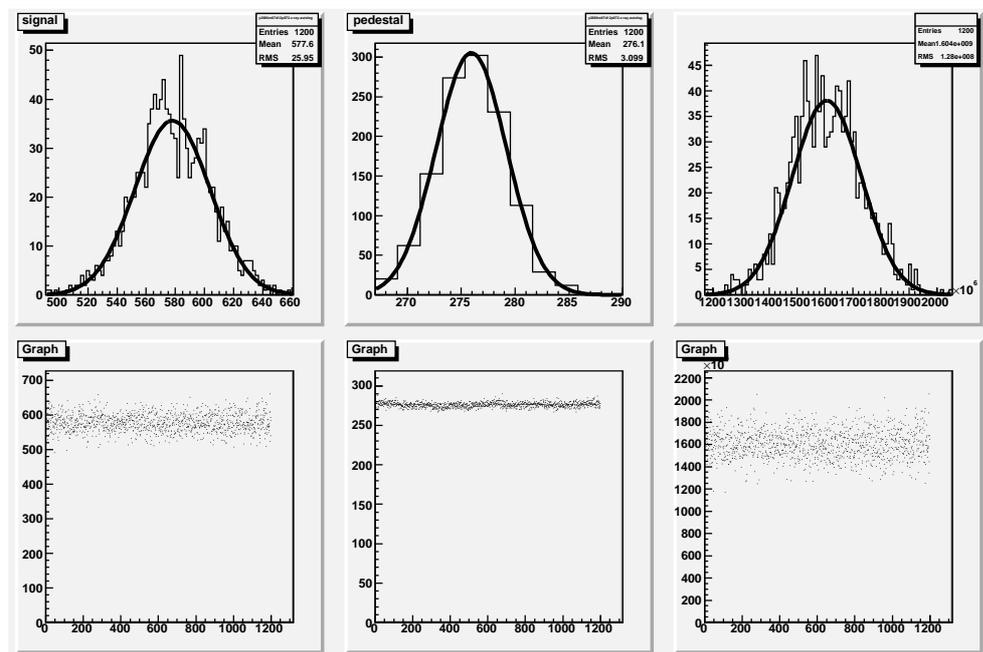


図 A.35: 上段左:レーザー入射によるイベント。上段中央:ペDESTAL。上段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の分布。:下段左:PMT 出力のイベントごとの安定性。下段中央:ペDESTALの安定性。下段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の安定性。

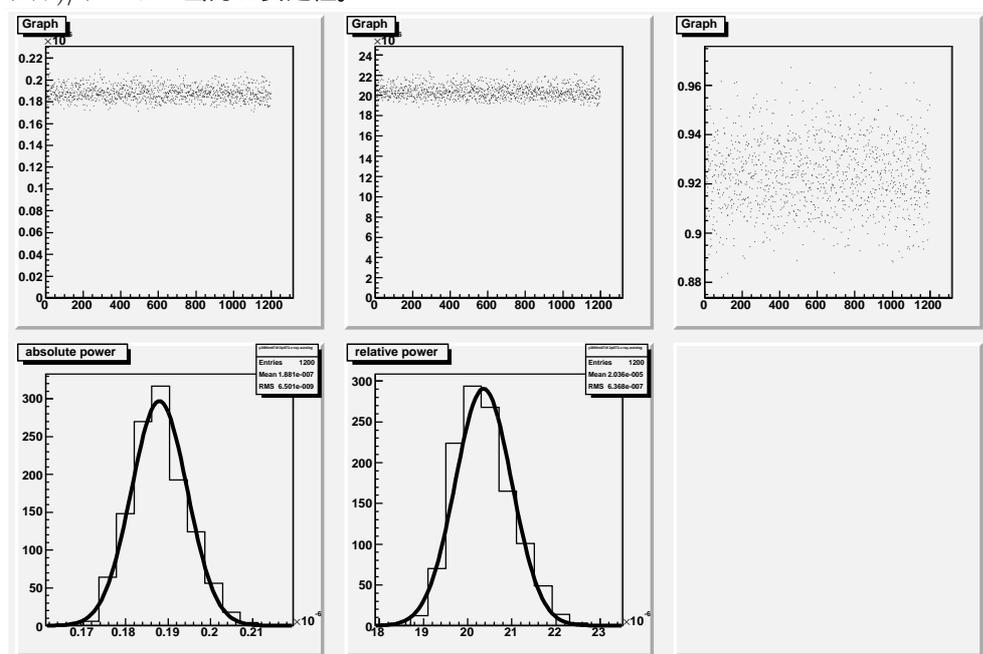


図 A.36: 上段左:レーザー出力の絶対値の安定性。上段中央:レーザー出力の相対値の安定性。上段右:レーザー出力の絶対値と相対値の比。下段左:出力絶対値の分布。下段中央:出力相対値の分布

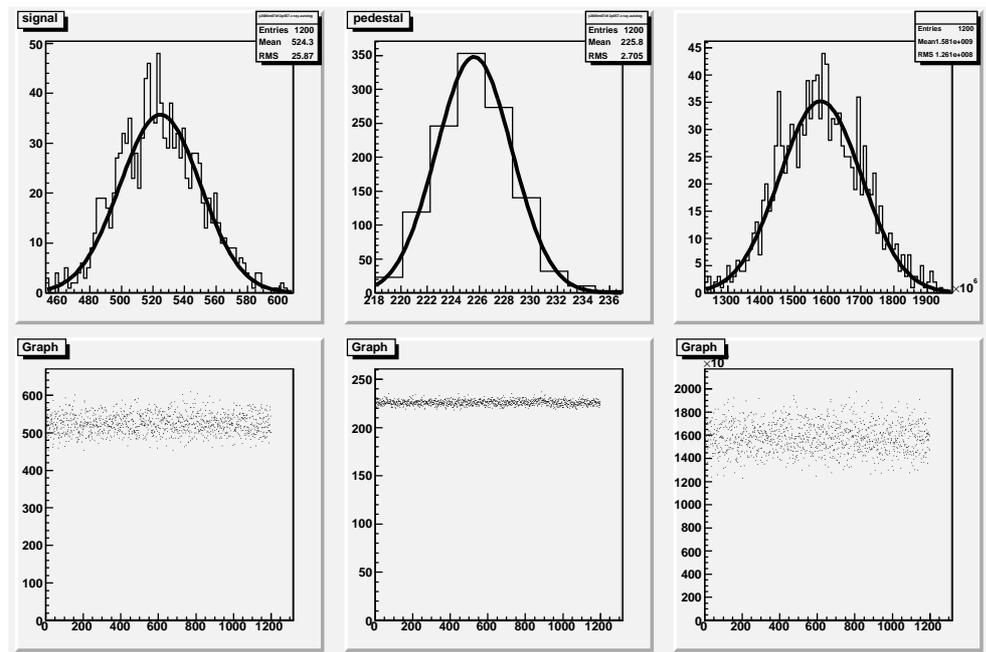


図 A.37: 上段左:レーザー入射によるイベント。上段中央:ペDESTAL。上段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の分布。:下段左:PMT 出力のイベントごとの安定性。下段中央:ペDESTALの安定性。下段右:(シグナル-ペDESTAL)/レーザー出力の安定性。

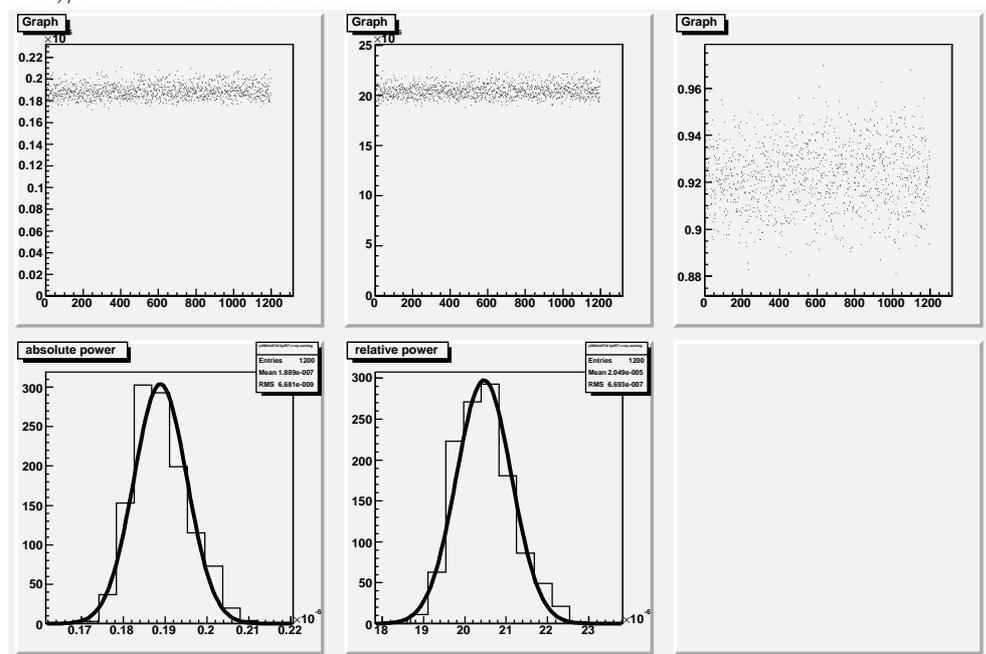


図 A.38: 上段左:レーザー出力の絶対値の安定性。上段中央:レーザー出力の相対値の安定性。上段右:レーザー出力の絶対値と相対値の比。下段左:出力絶対値の分布。下段中央:出力相対値の分布