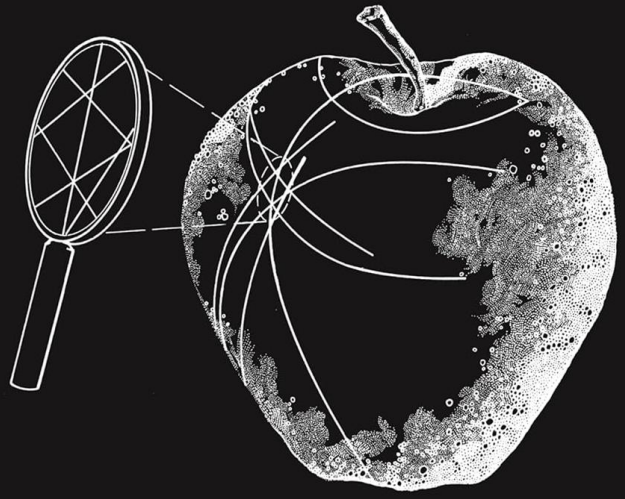
宇宙・素粒子スプリングスクール2026

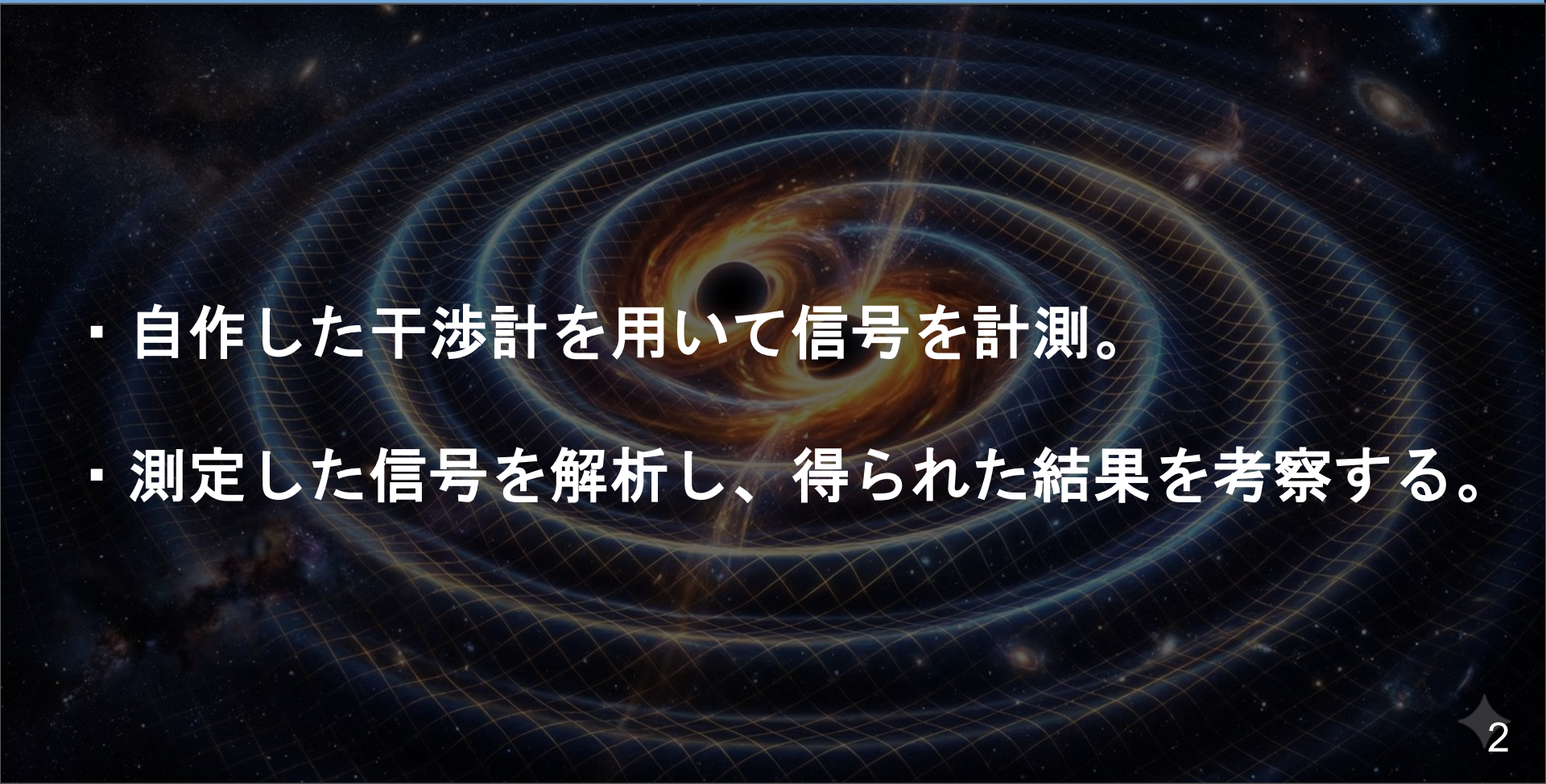
重力波天文学



Member: 鍛原秀顕、木本ひなた、小林和生、中鉢朝陽、林桃萌

Supervisor: 田越先生、宮川先生、内山先生、齋藤さん、今井さん

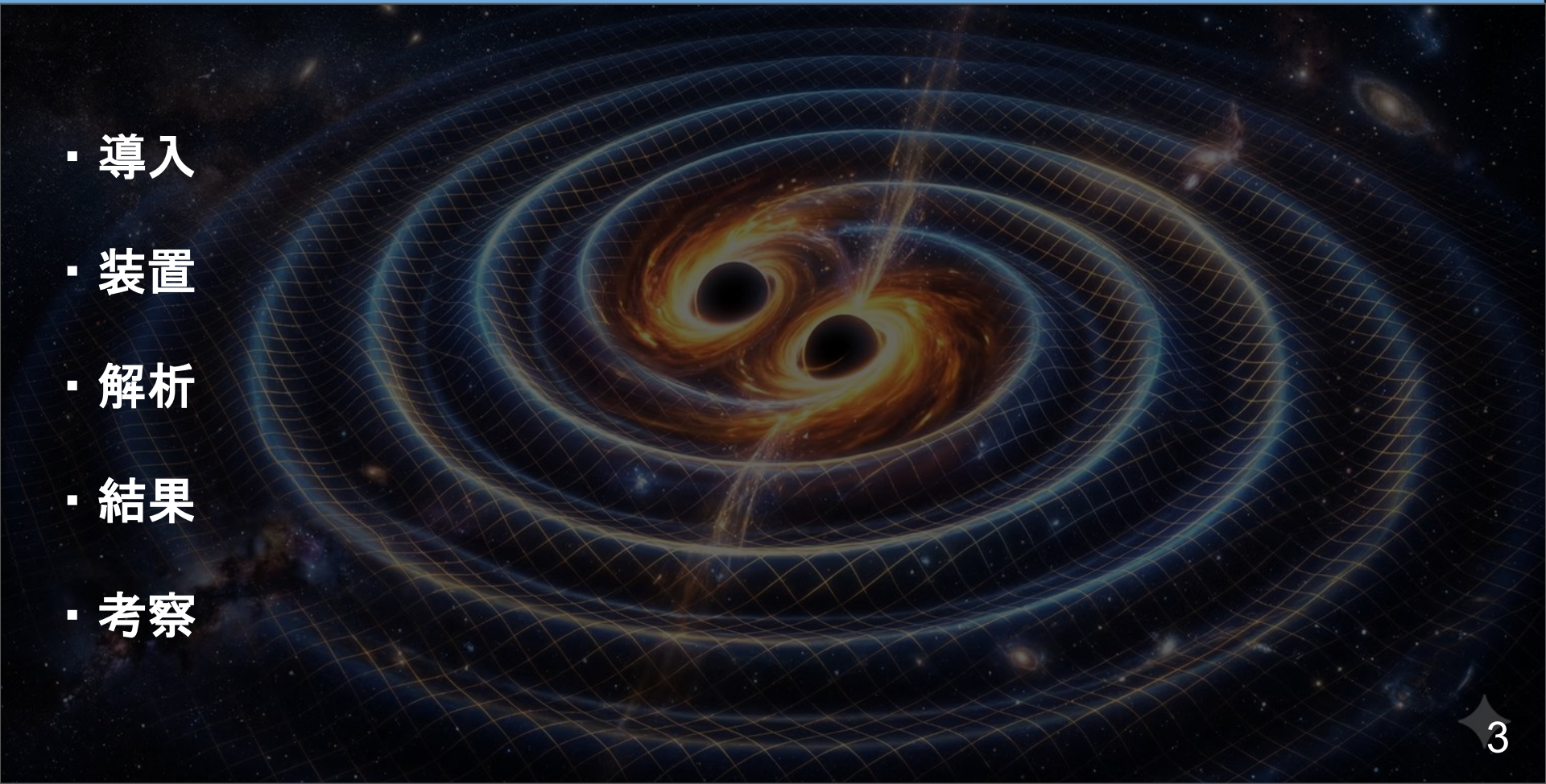
目的



・自作した干渉計を用いて信号を計測。

・測定した信号を解析し、得られた結果を考察する。

INDEX



- 導入
- 装置
- 解析
- 結果
- 考察

導入

重力波とは？

- 時空の歪みが波として光速で伝搬する現象。
- アインシュタインによる一般相対性理論によって予言。
- ２０１５年に、アメリカの LIGO によって初観測。



← ２０１７年にノーベル賞！

導入



LIGO

KAGRA



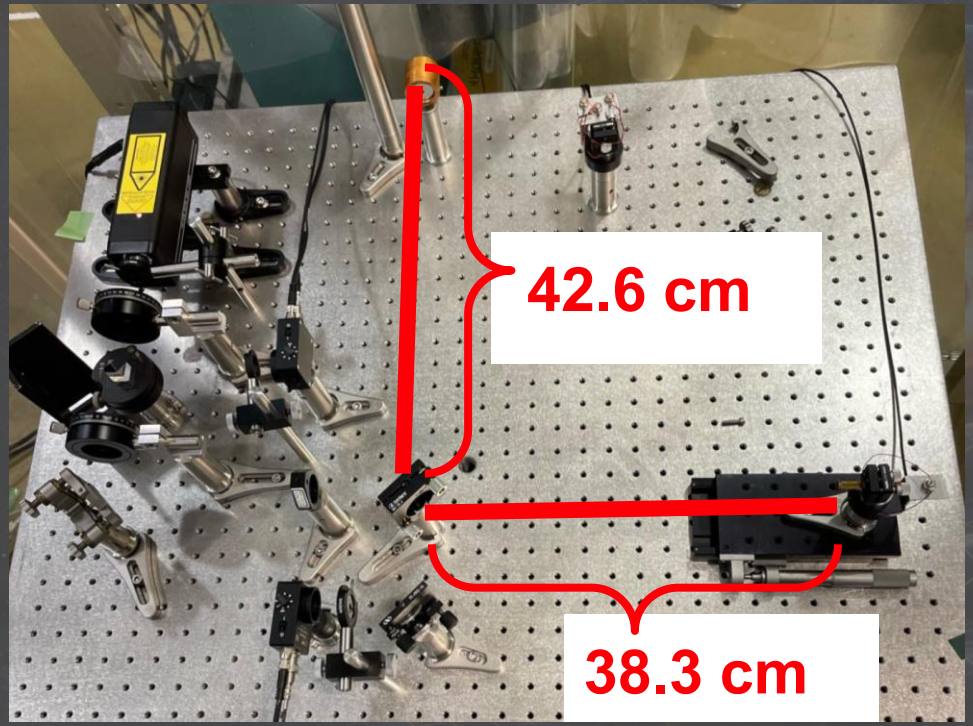
実験方法



← 今回用いた

マイケルソン干渉計

実験方法



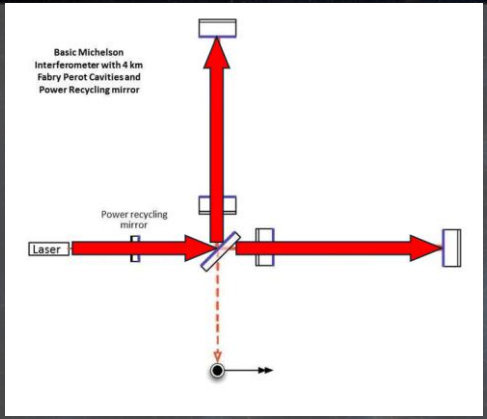
← 今回用いた
マイケルソン干渉計

実験方法



← がんばって組み立てました★

実験方法



LIGO's Interferometer | LIGO Lab | Caltech

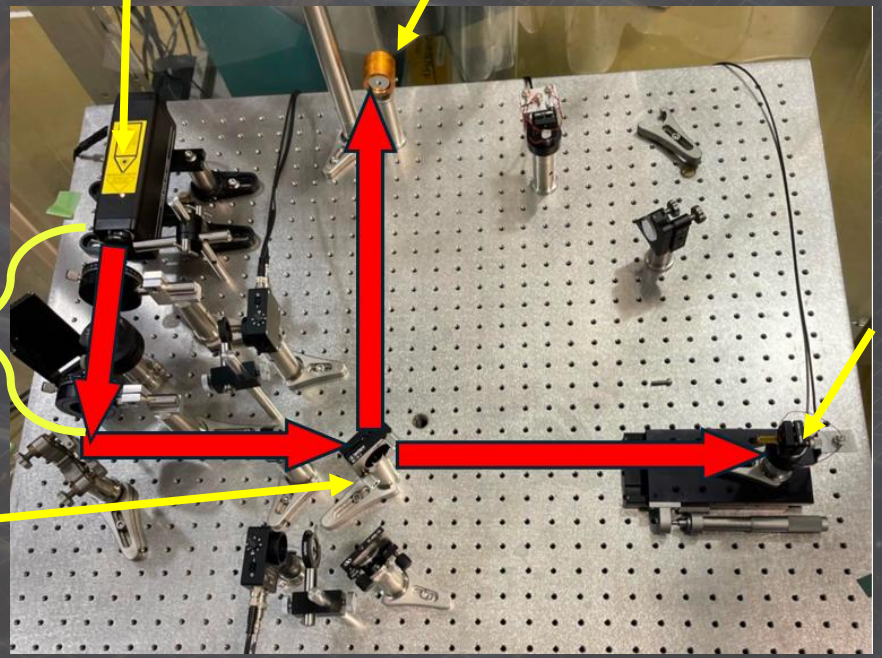
光源

懸架された鏡

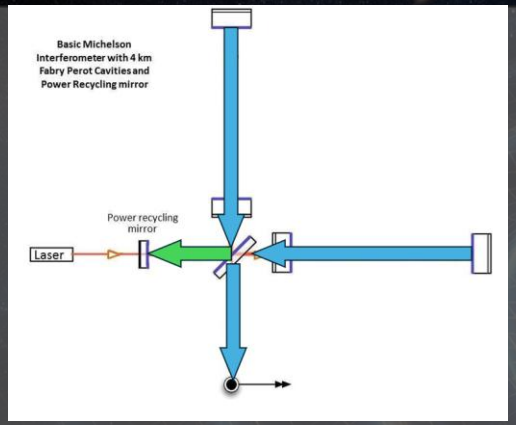
偏光板

ビームスプリッター

固定した鏡



実験方法



LIGO's Interferometer | LIGO Lab | Caltech

光源

懸架された鏡

偏光板

ビームスプリッター

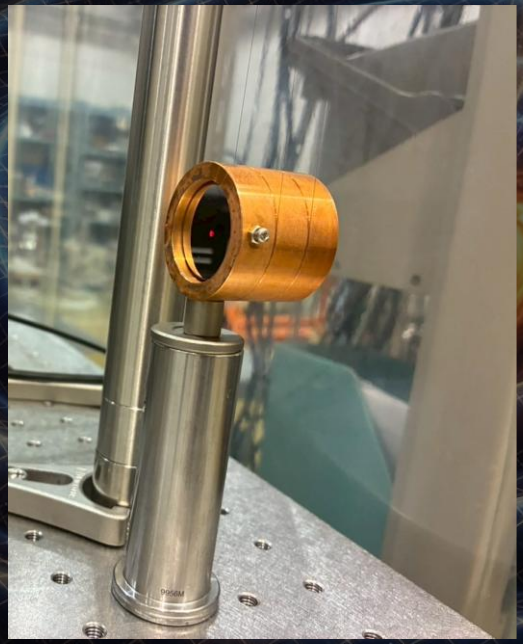
フォトディテクター

固定した鏡

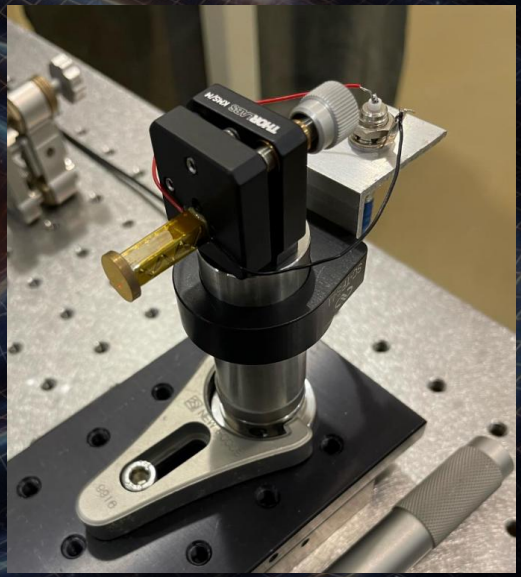
実験方法

ピックアップ！！マイケルソン干渉計



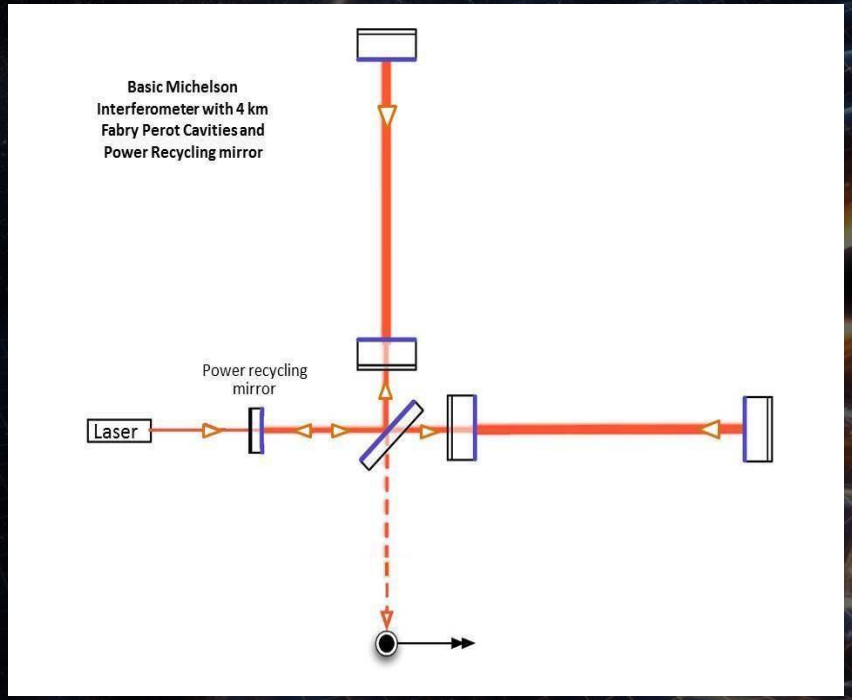


懸架された鏡



Piezzo素子

実験方法



LIGO's Interferometer | LIGO Lab | Caltech

なにを測定している？

重力波が光の干渉を妨げようとする

干渉を保とうとする力を測定

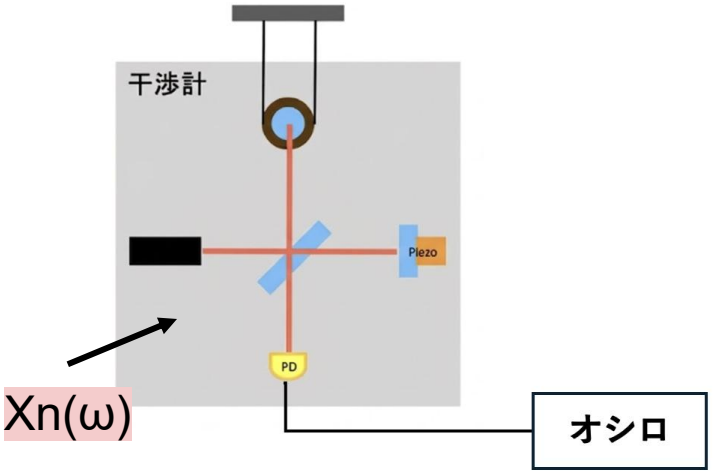
実験方法

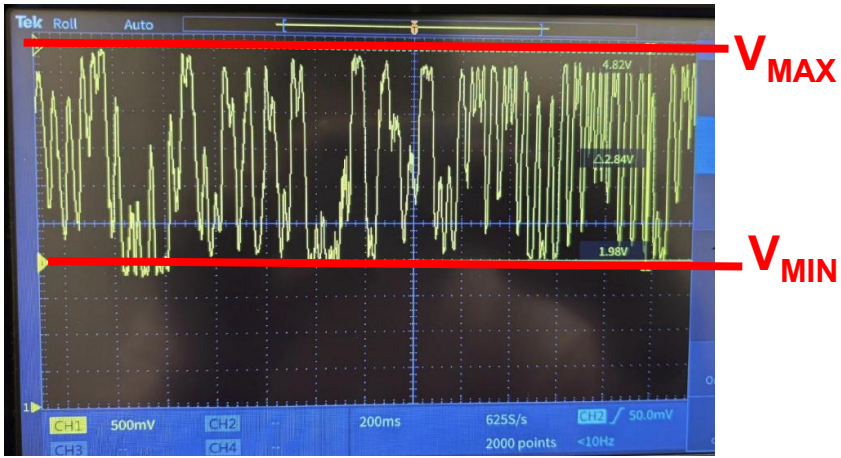
オシロスコープを用いて信号V(ω)のV_{MAX}とV_{MIN}を測定

コントラスト(干渉の度合い)を計算

$$C = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{V_{\max} + V_{\min}} = 0.581$$







実験方法

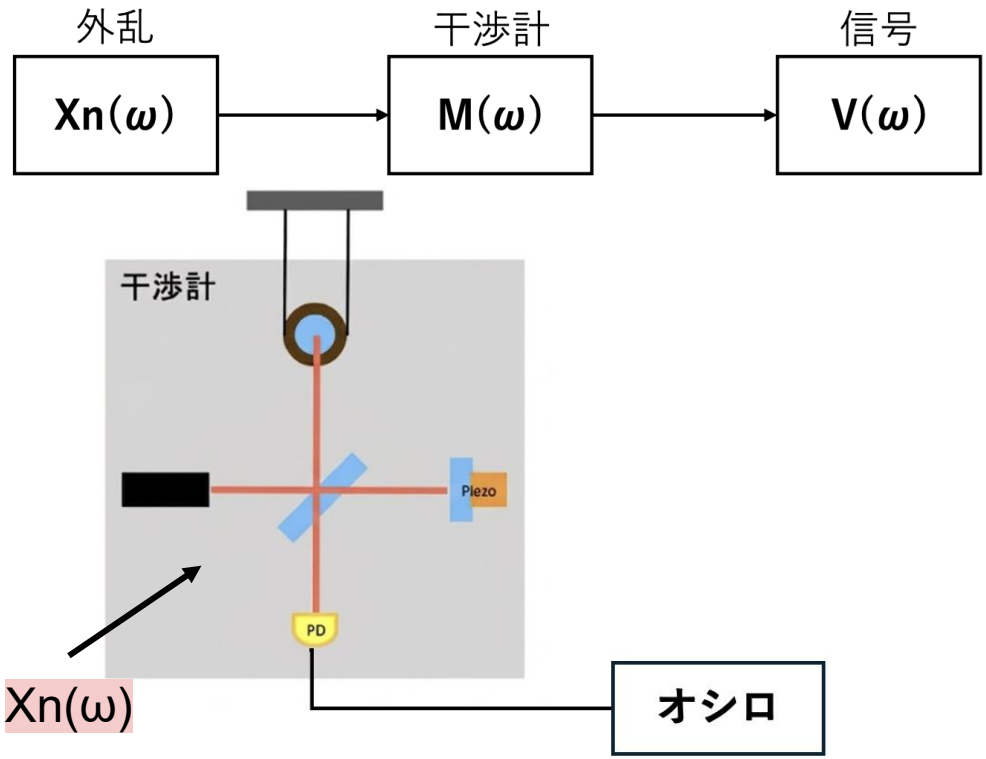
M(ω)を計算する

$$M(\omega) = \frac{4\pi C V_0}{2\lambda}$$

$$\lambda = 632.8 \times 10^{-9}\mathrm{m}$$

$$V_0 = V_{\max} + V_{\min}$$

→M(ω)=9.905e6 [Vm]

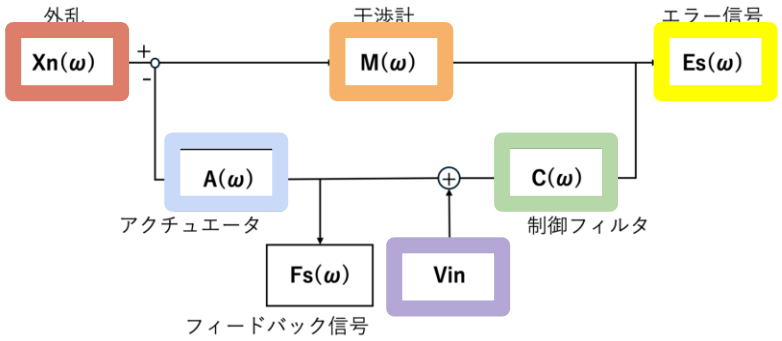


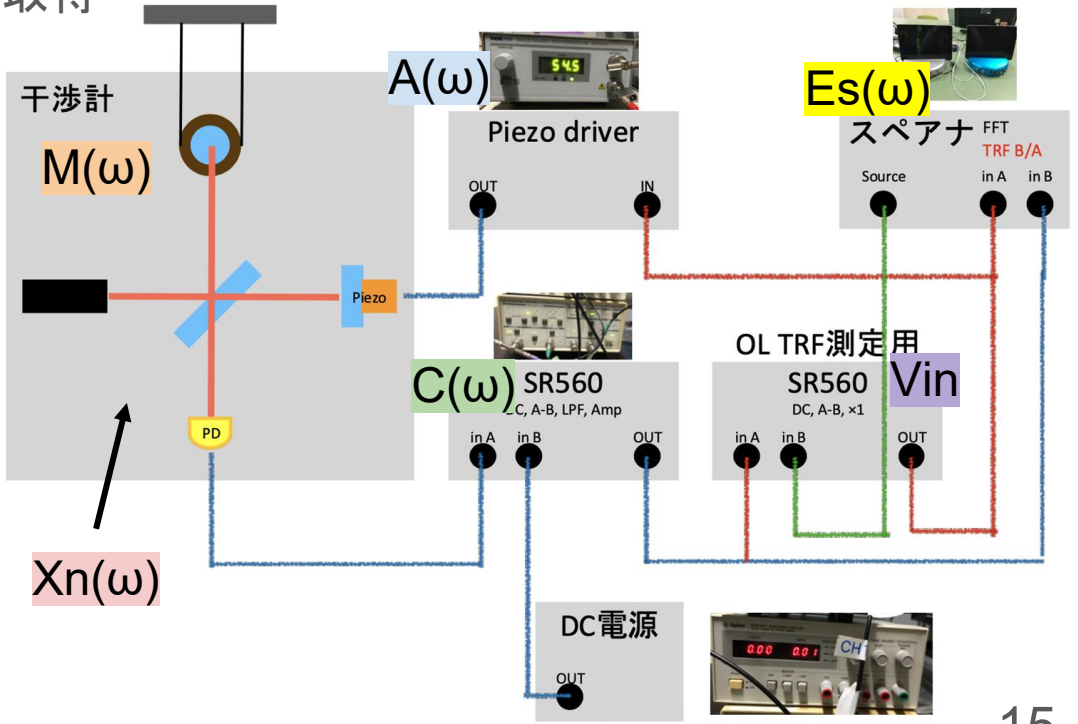
実験方法

エラー信号Es(ω)、フィードバック信号Fs(ω)

スペクトラムアナライザで60秒間取得

Vinにinjection(重力波の電気信号)

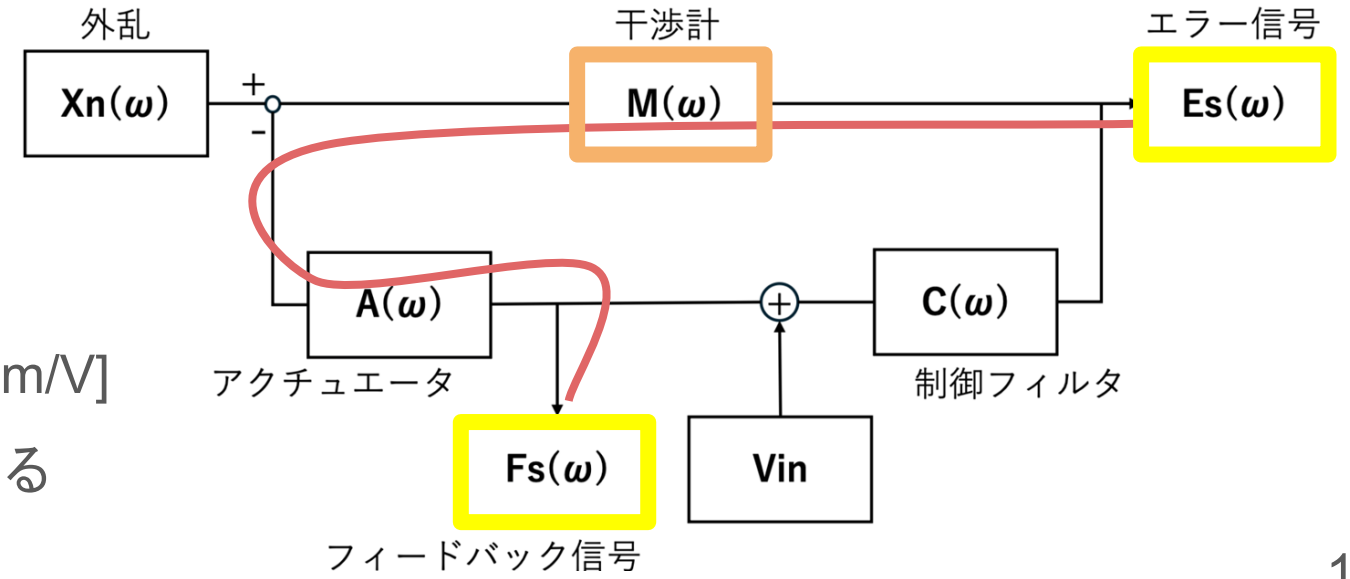




実験方法

干渉計M(ω)を用いて、A(ω)を計算する（低周波のときは定数）

$$E_s(\omega) = F_s(\omega)A(\omega)M(\omega)$$



L=40.45 [cm]

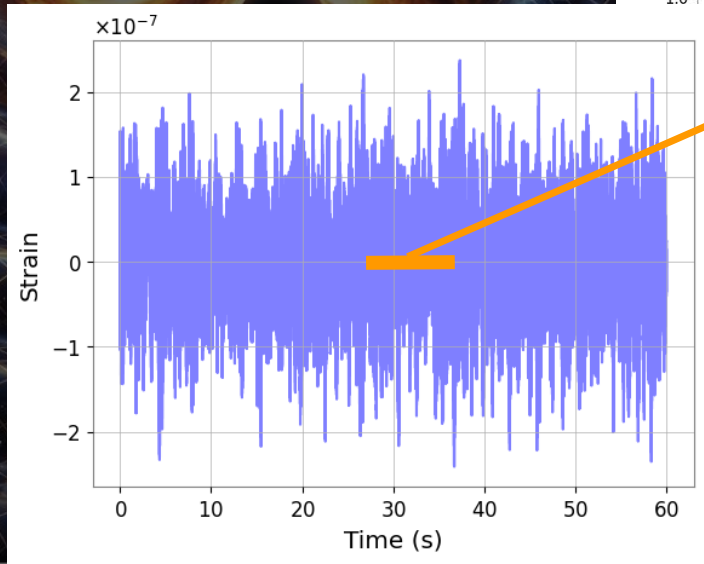
A=1.051e-06 [m/V]

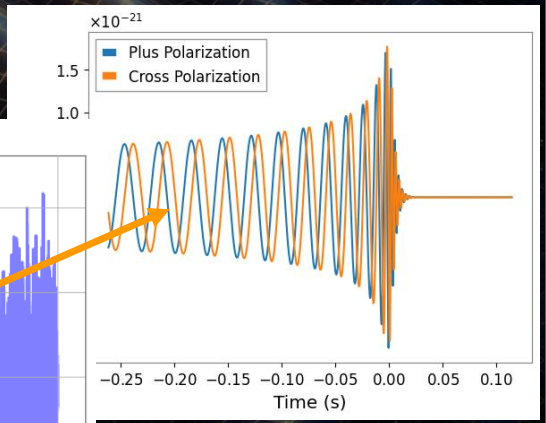
→ 解析で用いる

解析手法

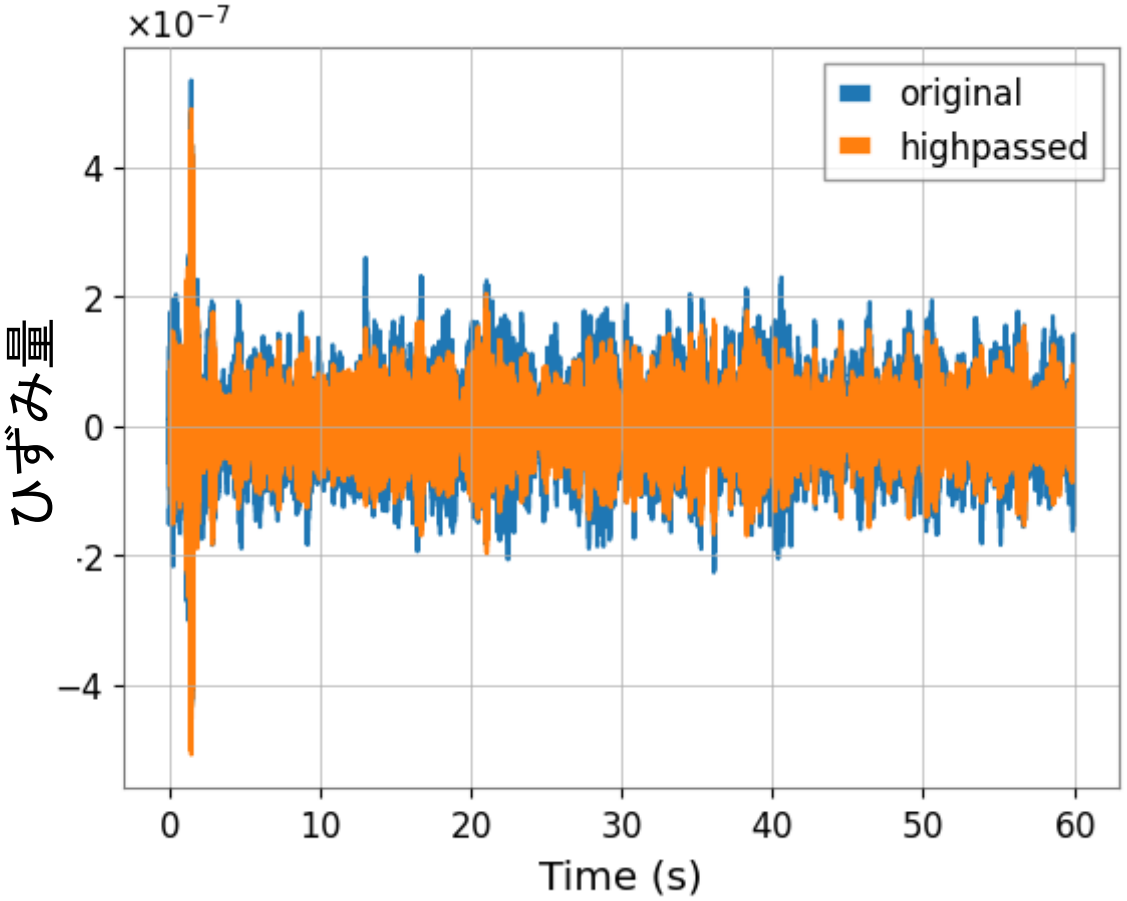
重力波信号を探索する。

1. High-pass Filterの適用（低周波数ノイズ除去）
2. Matched Filter: 理論予想波形との相関を取る
    a. パワースペクトラム密度
    b. テンプレート波形
    c. Matched Filter
    d. カイ2乗
    e. トリガー分布





High-pass Filterの適用



地面振動の影響を大きく受ける
低周波 (30Hz以下) の揺れを除去

⇓

見たい周波数を残す

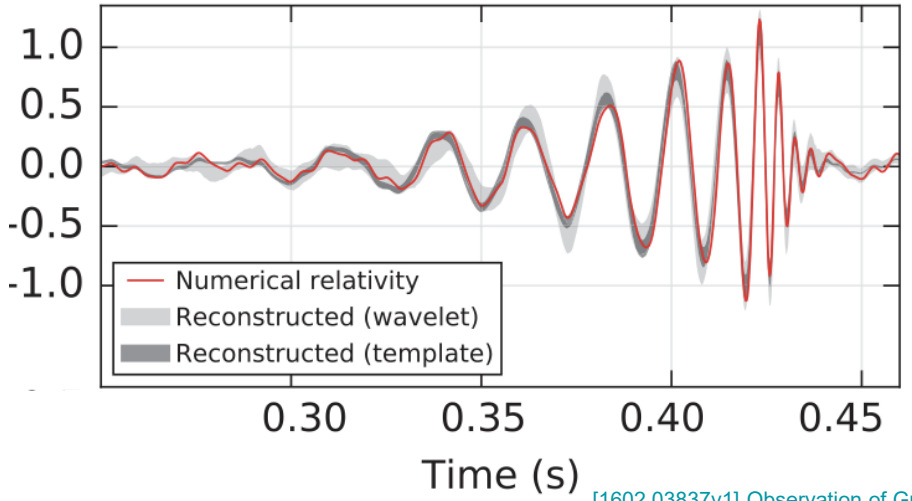
Matched Filter

Matched Filter : 重力波の検出手法

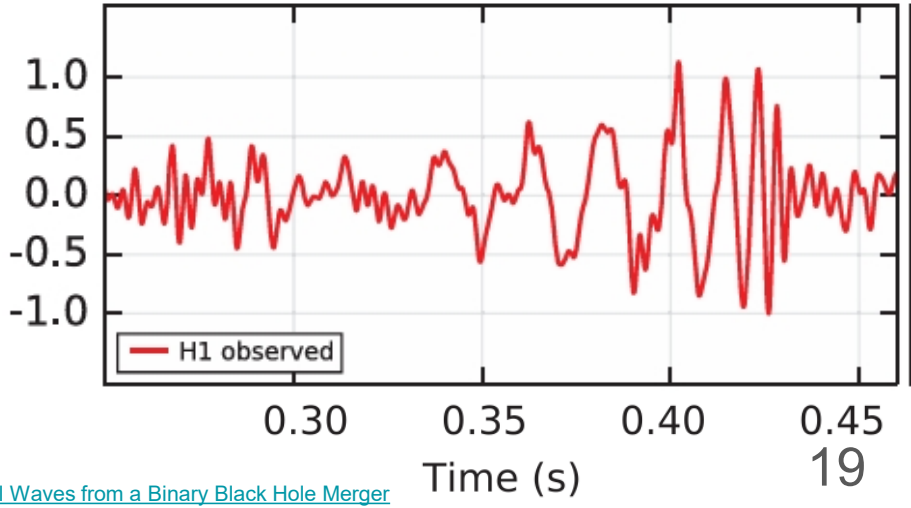
重力波信号はノイズに埋もれて目視で確認できない。

→重力波波形をモデル化して、テンプレート(理論波形)と取得データの相関を見る。

Template 波形



データ



[1602.03837v1] Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger

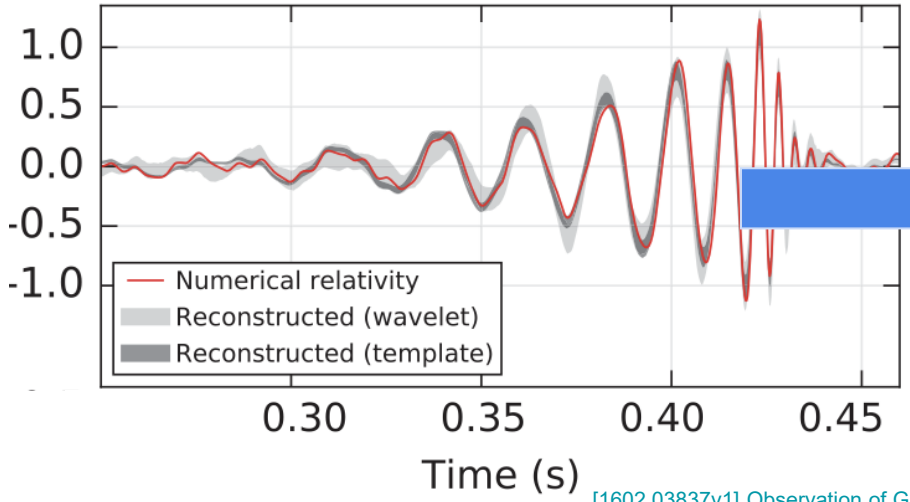
Matched Filter

Matched Filter : 重力波の検出手法

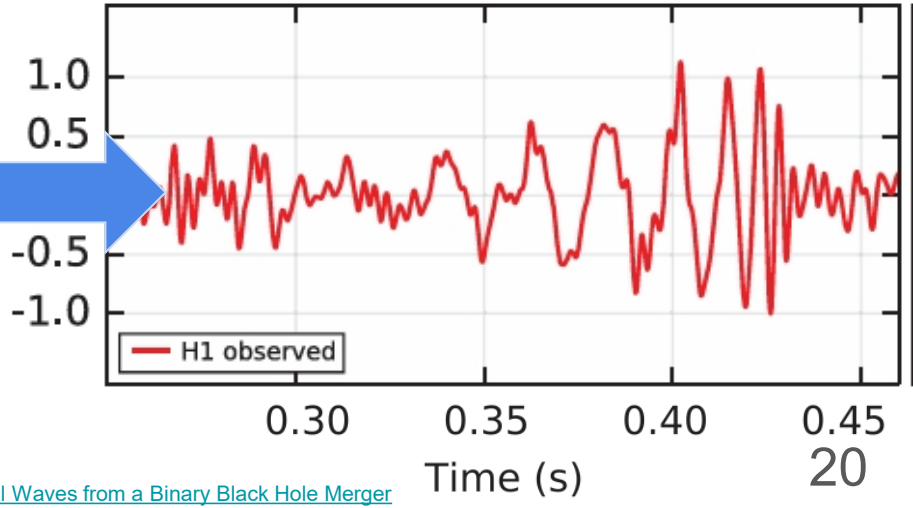
重力波信号はノイズに埋もれて目視で確認できない。

→重力波波形をモデル化して、テンプレート(理論波形)と取得データの相関を見る。

Template 波形



データ



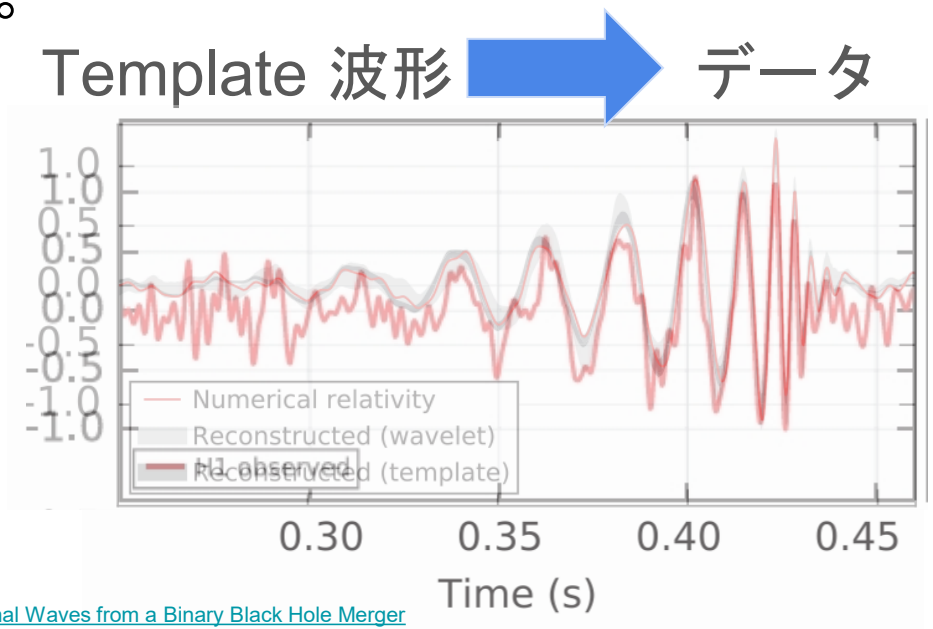
[1602.03837v1] Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger

Matched Filter

Matched Filter : 重力波の検出手法

重力波信号はノイズに埋もれて目視で確認できない。

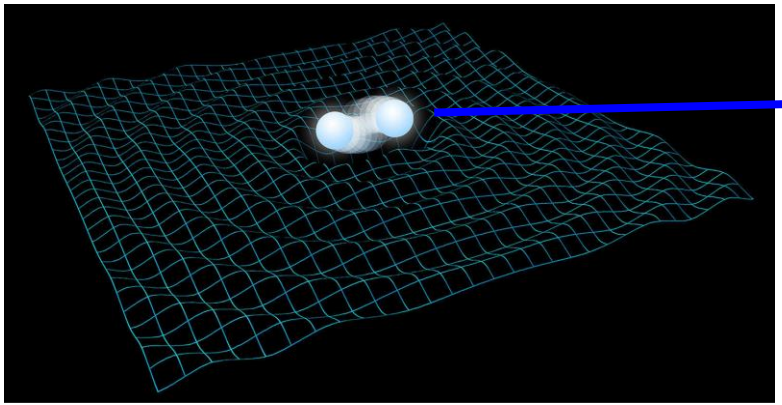
→重力波波形をモデル化して、テンプレート(理論波形)と取得データの相関を見る。



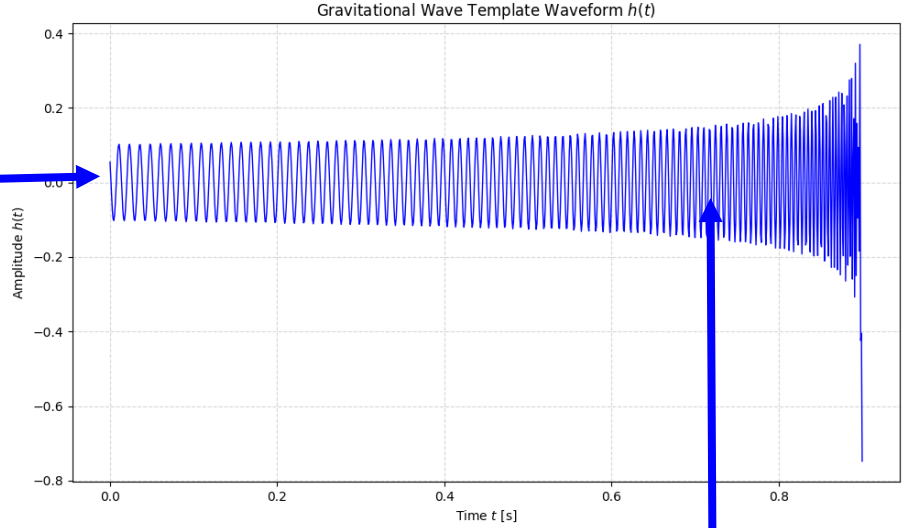
[1602.03837v1] Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger

テンプレート波形

連星の合体は振動数と振幅が時間と共に増加.



https://gwpo.nao.ac.jp/news/000034.html



$$h(t) = \frac{\mathcal{M}_c}{r} 3.3711 \times 10^{-15} \left(\frac{t_c - t}{\mathcal{M}_c} \right)^{-1/4} \cos \left[2\phi_c - 1518.423 \left(\frac{t_c - t}{\mathcal{M}_c} \right)^{5/8} \right]$$

Matched Filter

SNR (Signal-to-Noise Ratio):

$$\rho = 4\Re \int_0^\infty \frac{x(f)s^*(f)}{S_n(f)} df$$

$x(f) = s(f) + n(f)$: 観測された波形(信号+ノイズ)　　$s(f)$: テンプレート波形

$S_n(f)$: ノイズによる重み(Power Spectrum Density)

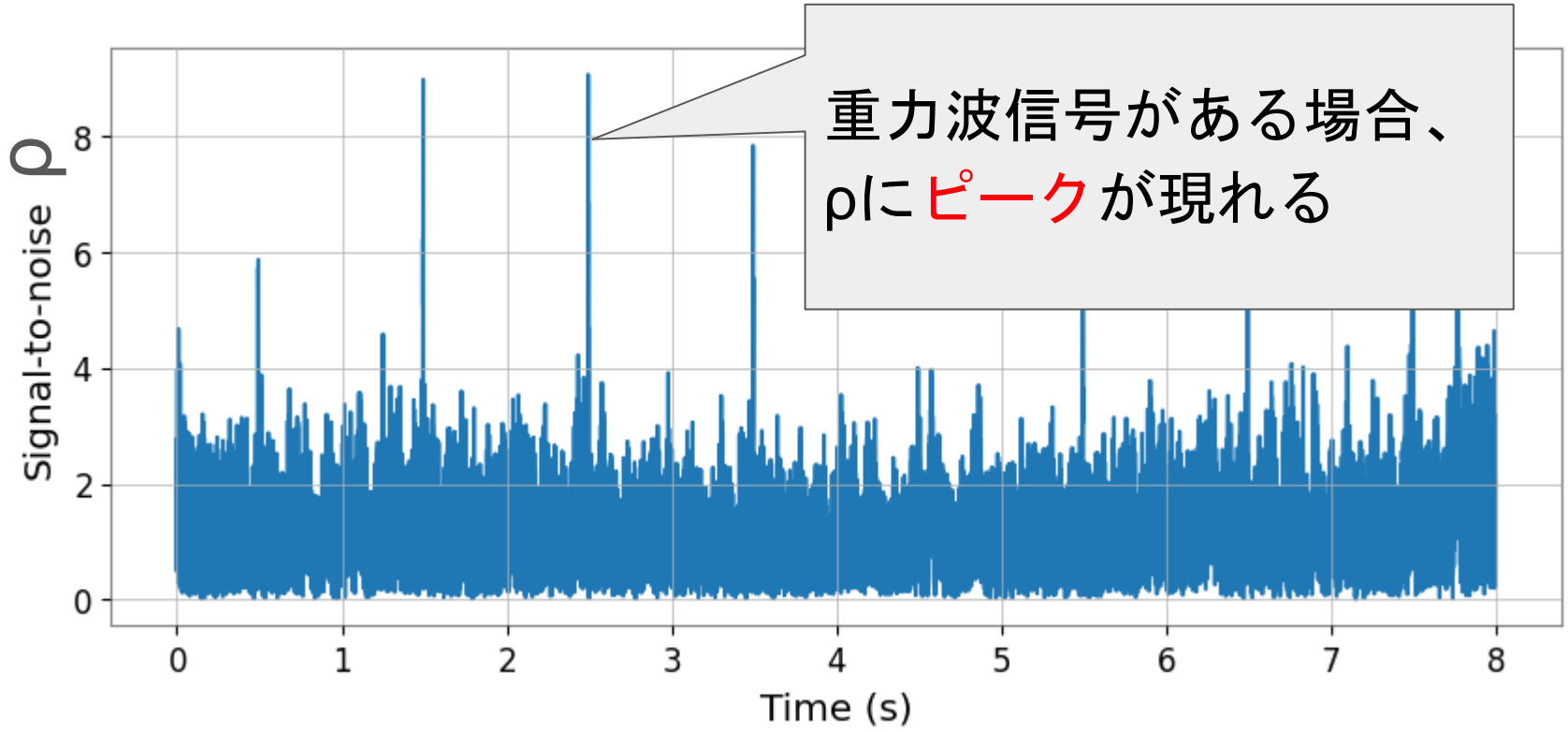
→ ノイズに対する信号の大きさ(大きいほど信号が見やすい)

→ 「テンプレート波形との一致度」の指標

→ 実験的には積分区間を $[f_{\min}, f_{\max}]$ に制限してよい

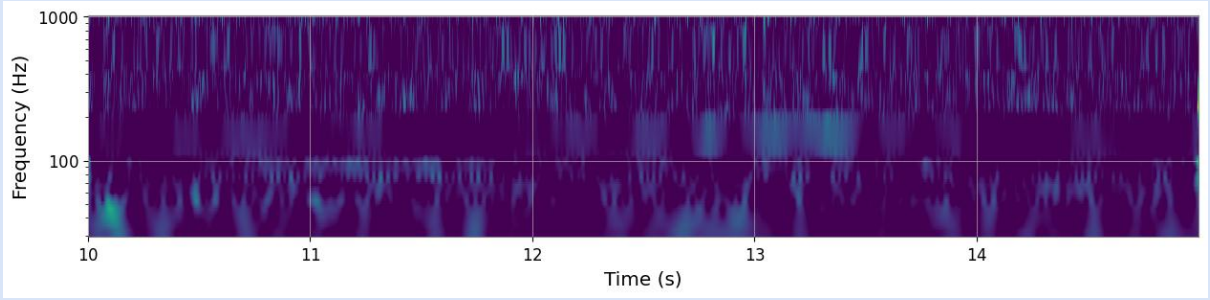
Matched Filter

injection信号を1秒に1回入れた場合で実行



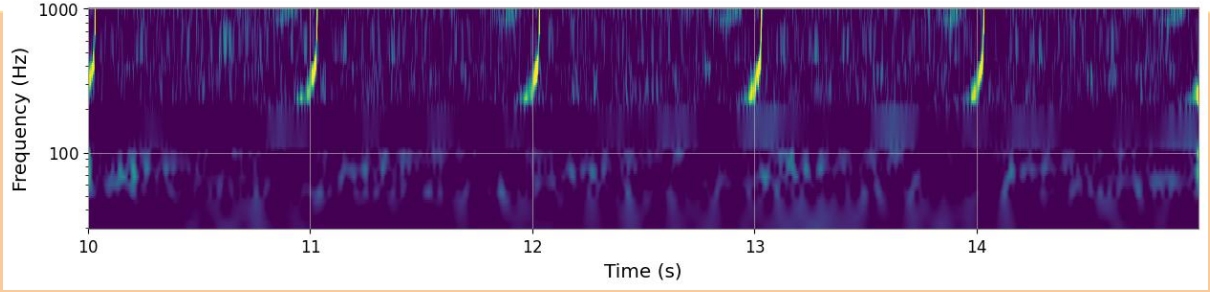
Matched Filter

0mV

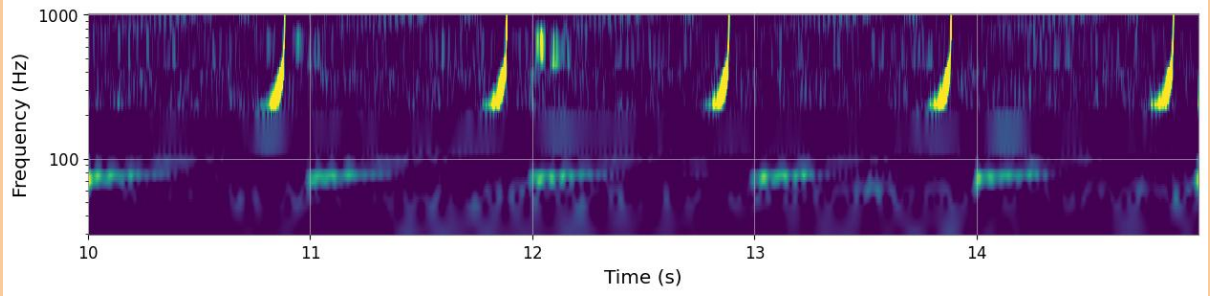


injection なし

25mV



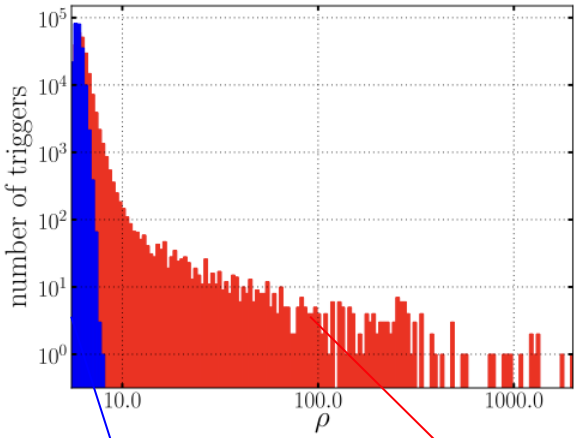
50mV



injection あり

χ^2 統計を用いたノイズ除去

トリガーのSNR(ρ)の累積分布



SNRが大きいとき...

テンプレートが信号に近い 💡

or

ノイズが非ガウス的 💦

→ どうやって分離する？？

非ガウスノイズ+信号

ガウスノイズ

https://arxiv.org/pdf/1208.3491

χ^2 統計を用いたノイズ除去

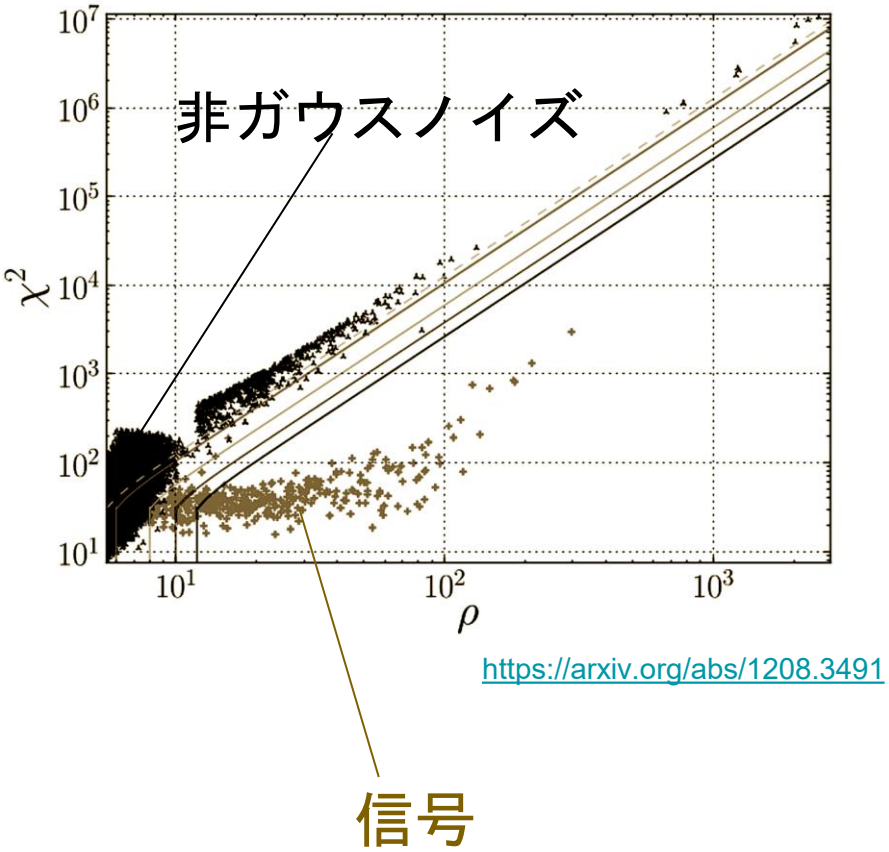
カイ2乗に着目！

カイ2乗:

$$\chi^2 = \frac{N}{2N-2}\sum_{i=1}^{N}(\rho_i^2 - \frac{\rho^2}{N})$$

経験則的に...

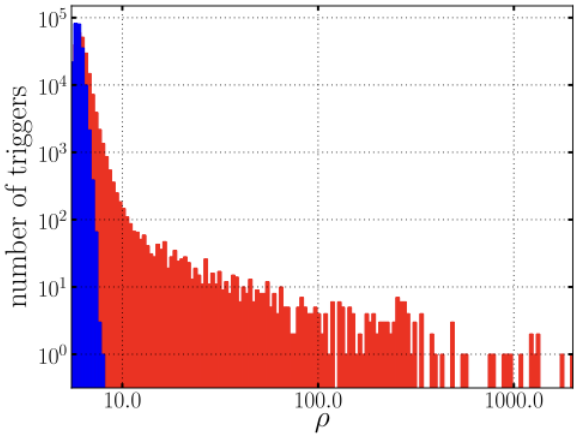
- **非ガウス分布**なら、
  ρ が大きくなるにつれて
  χ^2もべき乗で増大。
- **信号**の χ^2はほぼ一定。

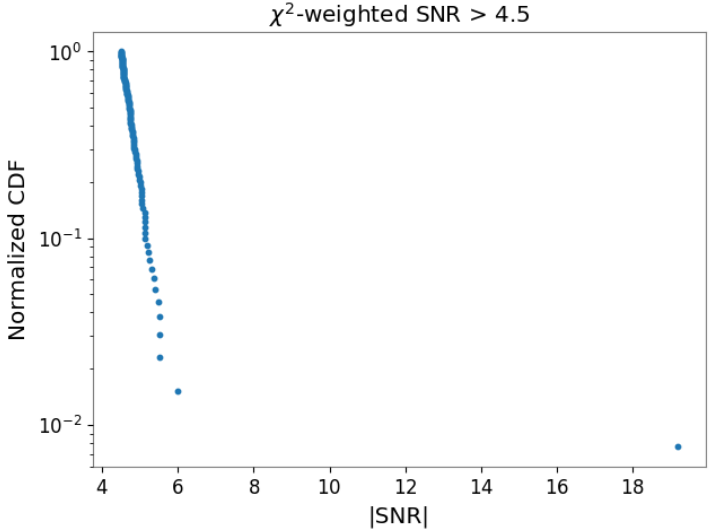


https://arxiv.org/abs/1208.3491

χ^2統計を用いたノイズ除去

トリガーのSNR(ρ)の累積分布





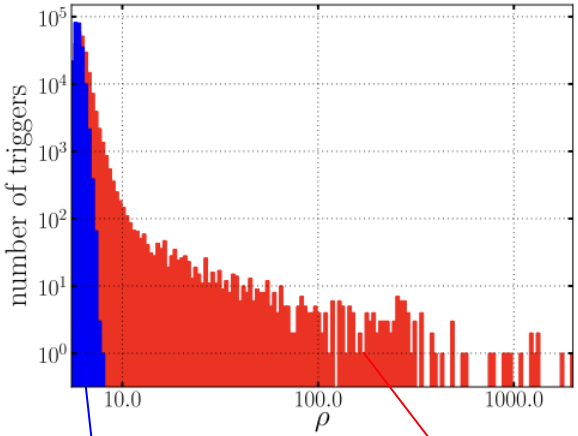
https://arxiv.org/pdf/1208.3491

ρをχ^2で圧縮する
⇒非ガウスノイズはよく圧縮され、
信号はあまり圧縮されずに残る！

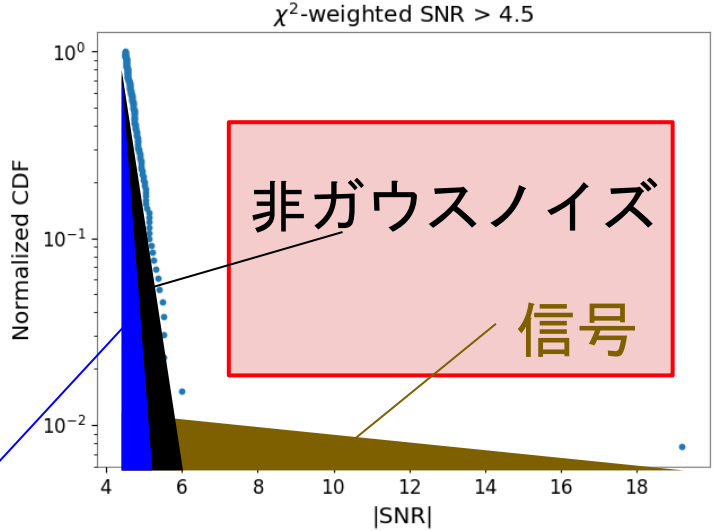
$$\hat{\rho} = \begin{cases} \dfrac{\rho}{[(1+(\chi_r^2)^{p/2})/2]^{1/p}} & \text{for } \chi_r^2 > 1 \\ \rho & \text{for } \chi_r^2 \leq 1, \end{cases}$$

χ^2 統計を用いたノイズ除去

トリガーのSNR(ρ) の累積分布



https://arxiv.org/pdf/1208.3491



ガウスノイズ

ガウスノイズ

非ガウスノイズ+信号

$$\hat{\rho} = \begin{cases} \dfrac{\rho}{[(1+(\chi_r^2)^{p/2})/2]^{1/p}} & \text{for } \chi_r^2 > 1 \\ \rho & \text{for } \chi_r^2 \leq 1, \end{cases}$$

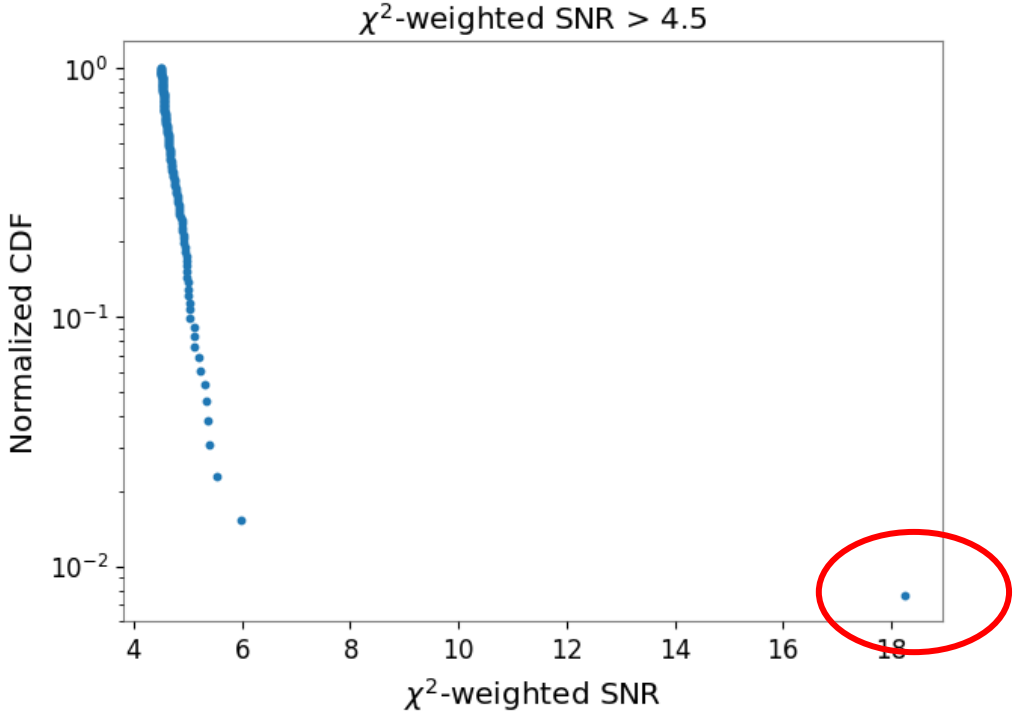
解析結果

1. 重力波の測定、LIGOのテンプレートとオリジナルテンプレート（injectionなし）
2. 擬似重力波信号の観測（injectionあり）
3. 干渉計の性能比較（injectionなし）

解析結果

重力波を見つけたい

LIGOで初観測されたGW150914の例（injectionに比べて近似が正確）



明らかに外れている点

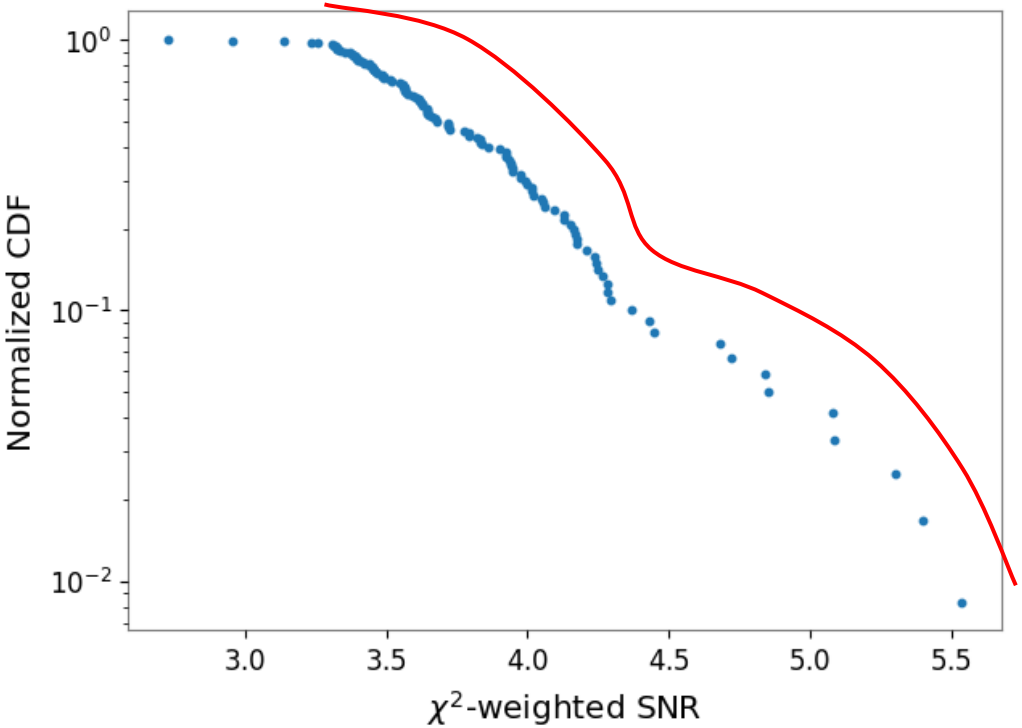
↓

重力波信号

解析結果

重力波を見つけたい

今回取得したデータにLIGOのテンプレートを適用



36太陽質量

cluster window=1

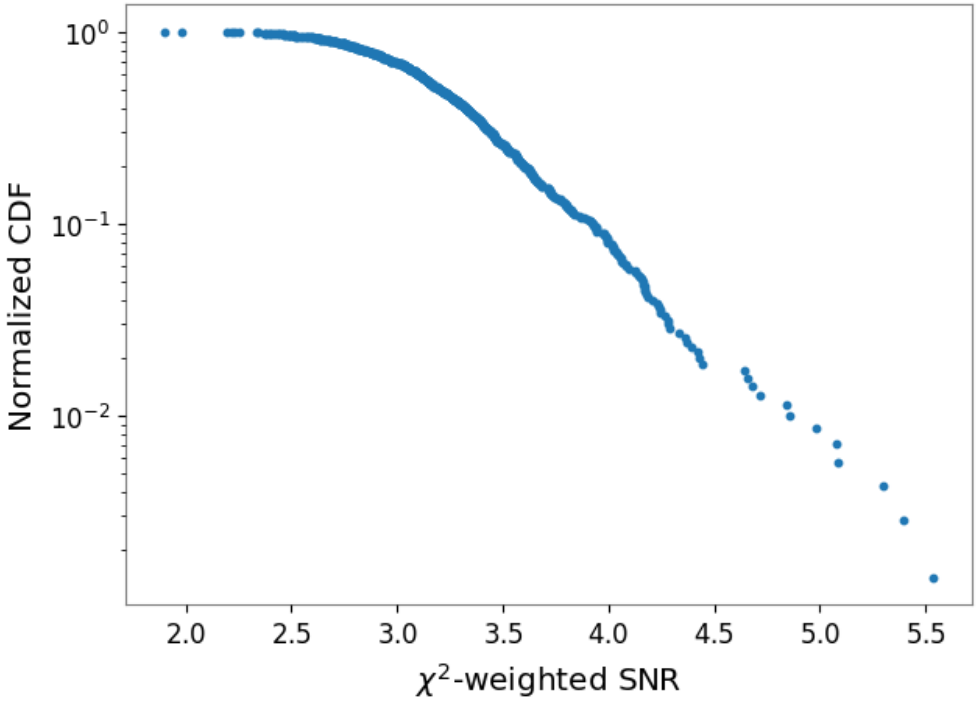
分布が低い方と高い方で

傾きが変わっている

解析結果

重力波を見つけたい

今回取得したデータにLIGOのテンプレートを適用



36太陽質量

cluster window=0.2

特に気になる点なし

↓

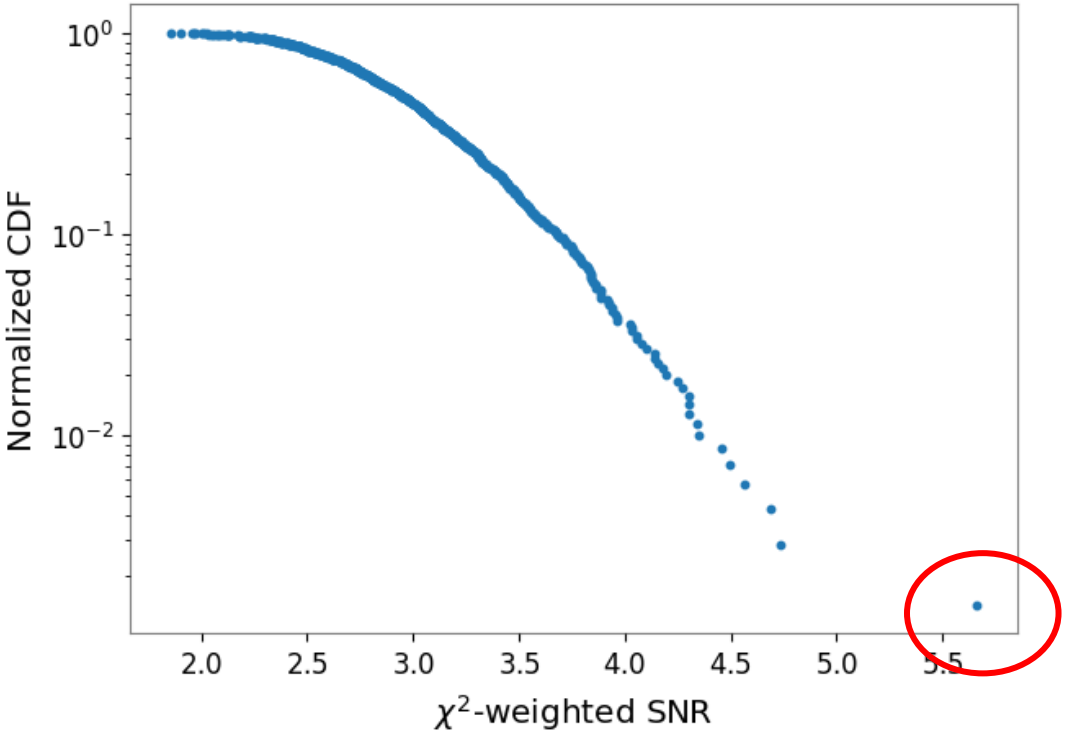
36太陽質量の

重力波はない

解析結果

重力波を見つけたい

今回取得したデータにLIGOのテンプレートを適用



60太陽質量

cluster window=0.2

サンプル数が少ない

質量が大きいと信号が短いためノイズの影響を受けやすい

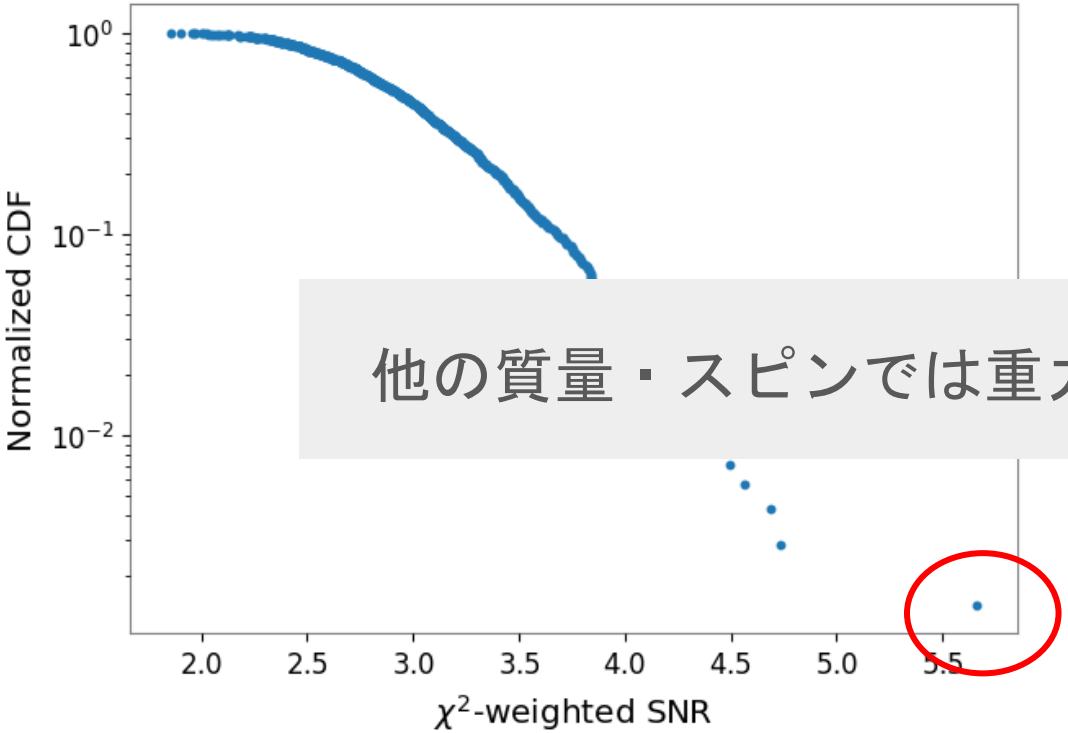
↓

60太陽質量の重力波はない

解析結果

重力波を見つけたい

今回取得したデータにLIGOのテンプレートを適用



60太陽質量

cluster window=0.2

サンプル数が少ない

た

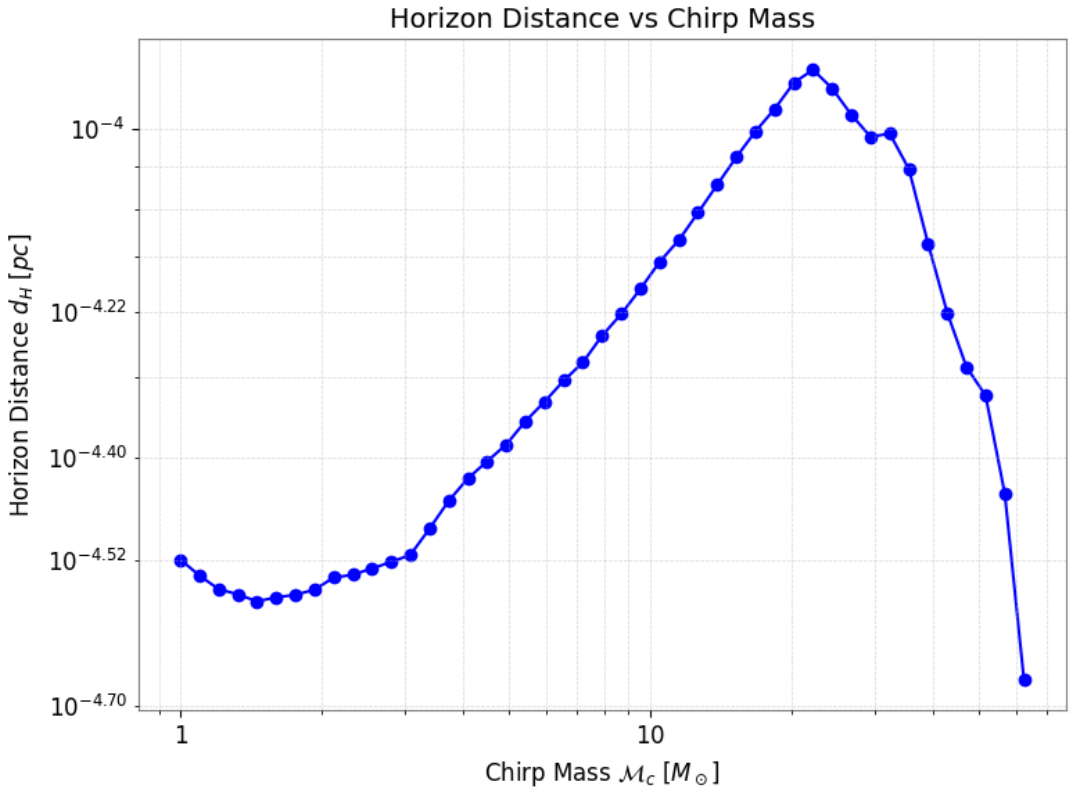
い

他の質量・スピンでは重力波が見える可能性

↓

60太陽質量の重力波はない

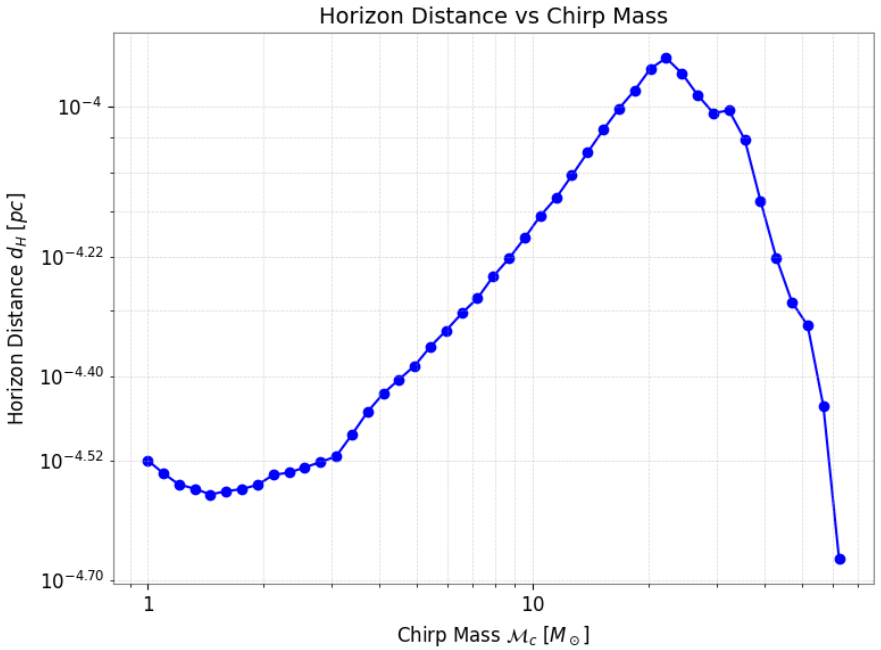
干渉計の性能評価①



今回用いた干渉計で
観測可能距離と質量の関係
をプロットした。

干渉計の性能評価①

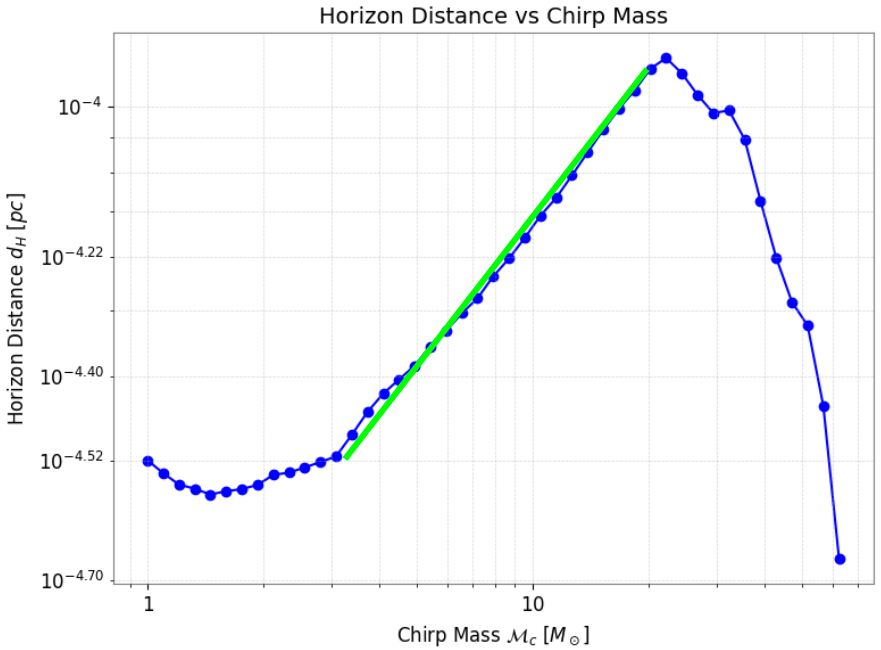
この式からプロット



$$\left[d_H \approx 72.5\,\mathrm{Mpc} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{M_\odot}\right)^{1/2} \left(\frac{1}{\rho}\right) \times \left[\int_{(f_1/\mathrm{Hz})}^{(f_2/\mathrm{Hz})} \left(\frac{f}{100\,\mathrm{Hz}}\right)^{-7/3} \left(\frac{10^{-46}\,\mathrm{Hz}^{-1}}{S(f)}\right) d\left(\frac{f}{\mathrm{Hz}}\right) \right]^{1/2} \right]$$

干渉計の性能評価①

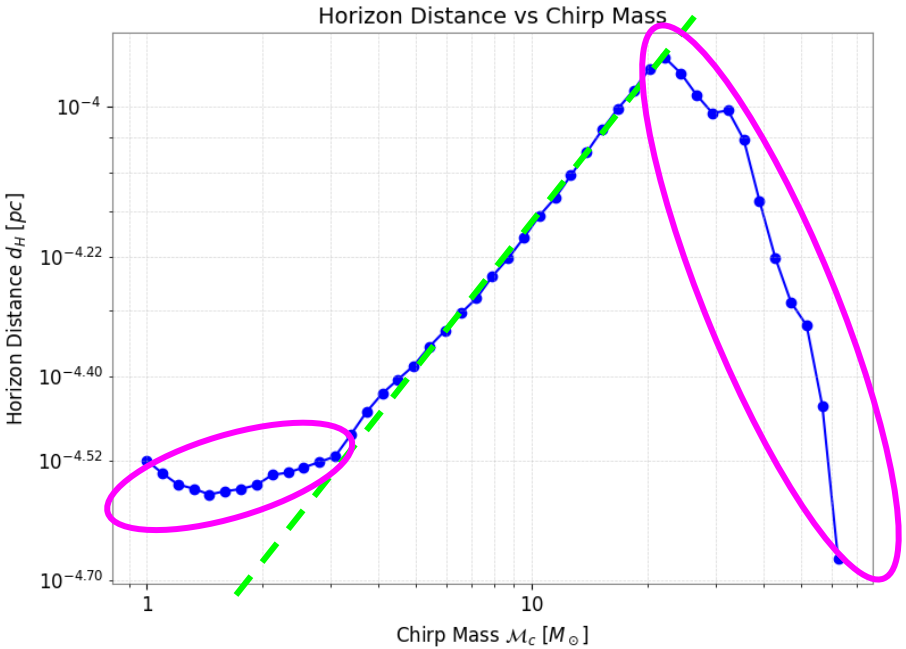
$$d_H \propto M_c^{5/6}$$



$$\left[d_H \approx 72.5\,\mathrm{Mpc} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{M_\odot}\right)^{1/2} \left(\frac{1}{\rho}\right) \times \left[\int_{(f_1/\mathrm{Hz})}^{(f_2/\mathrm{Hz})} \left(\frac{f}{100\,\mathrm{Hz}}\right)^{-7/3} \left(\frac{10^{-46}\,\mathrm{Hz}^{-1}}{S(f)}\right) d\left(\frac{f}{\mathrm{Hz}}\right) \right]^{1/2} \right]$$

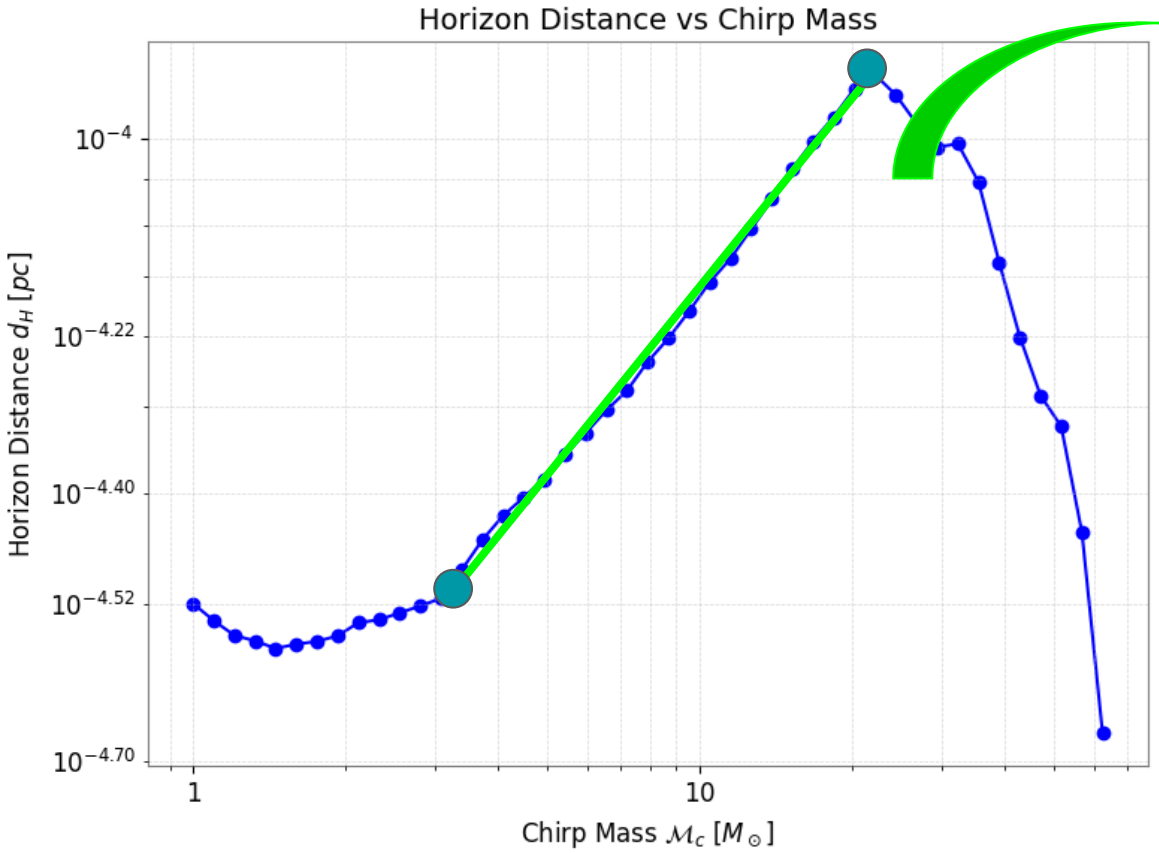
干渉計の性能評価①

積分の項が支配的



$$\left[d_H \approx 72.5\,\mathrm{Mpc} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{M_\odot}\right)^{1/2} \left(\frac{1}{\rho}\right) \times \left[\int_{(f_1/\mathrm{Hz})}^{(f_2/\mathrm{Hz})} \left(\frac{f}{100\,\mathrm{Hz}}\right)^{-7/3} \left(\frac{10^{-46}\,\mathrm{Hz}^{-1}}{S(f)}\right) d\left(\frac{f}{\mathrm{Hz}}\right) \right]^{1/2} \right]$$

干渉計の性能評価①



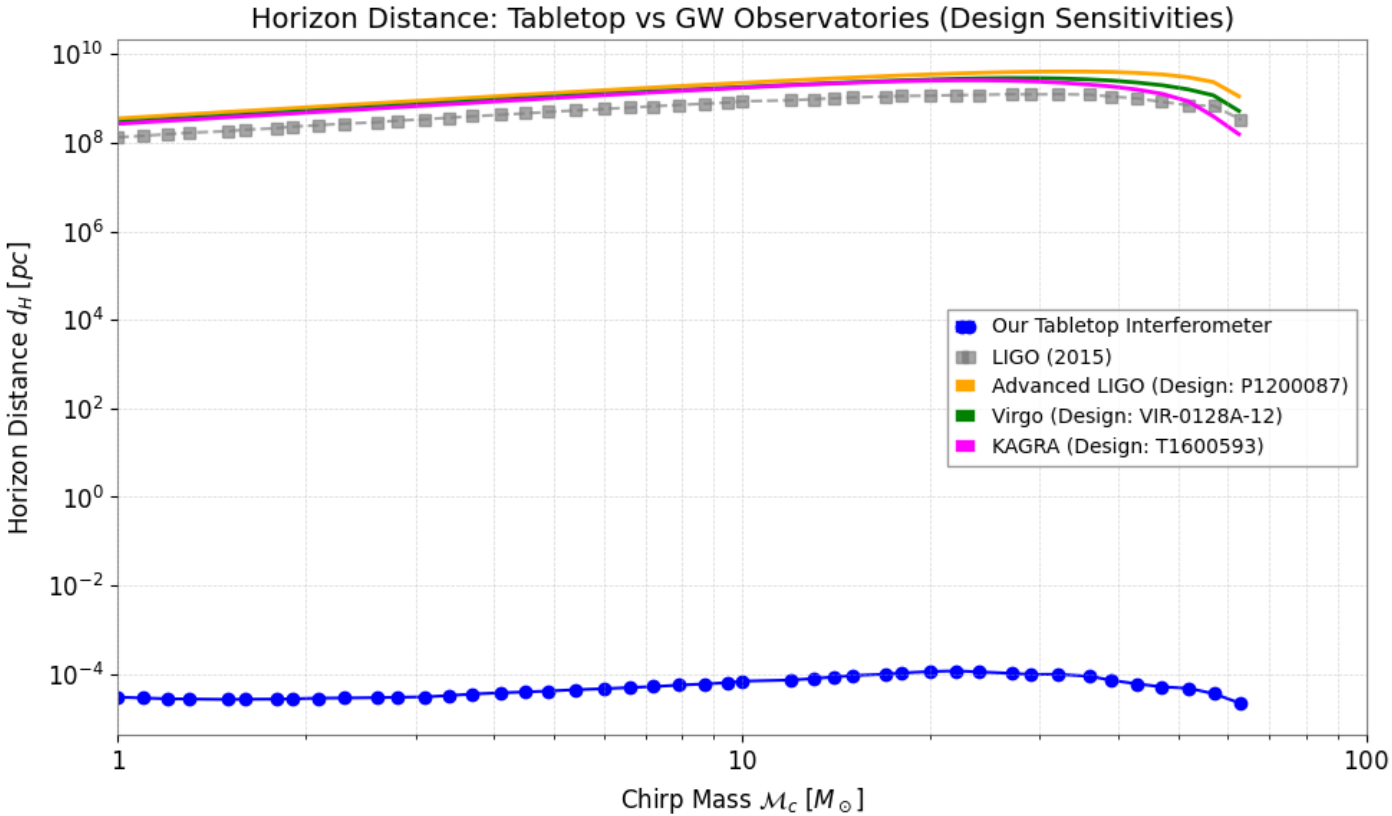
傾き = 0.684
< 5/6

・積分の項がない場合
→ 5/6で増加するはず...

⇒ 傾きが5/6より小さいことは妥当

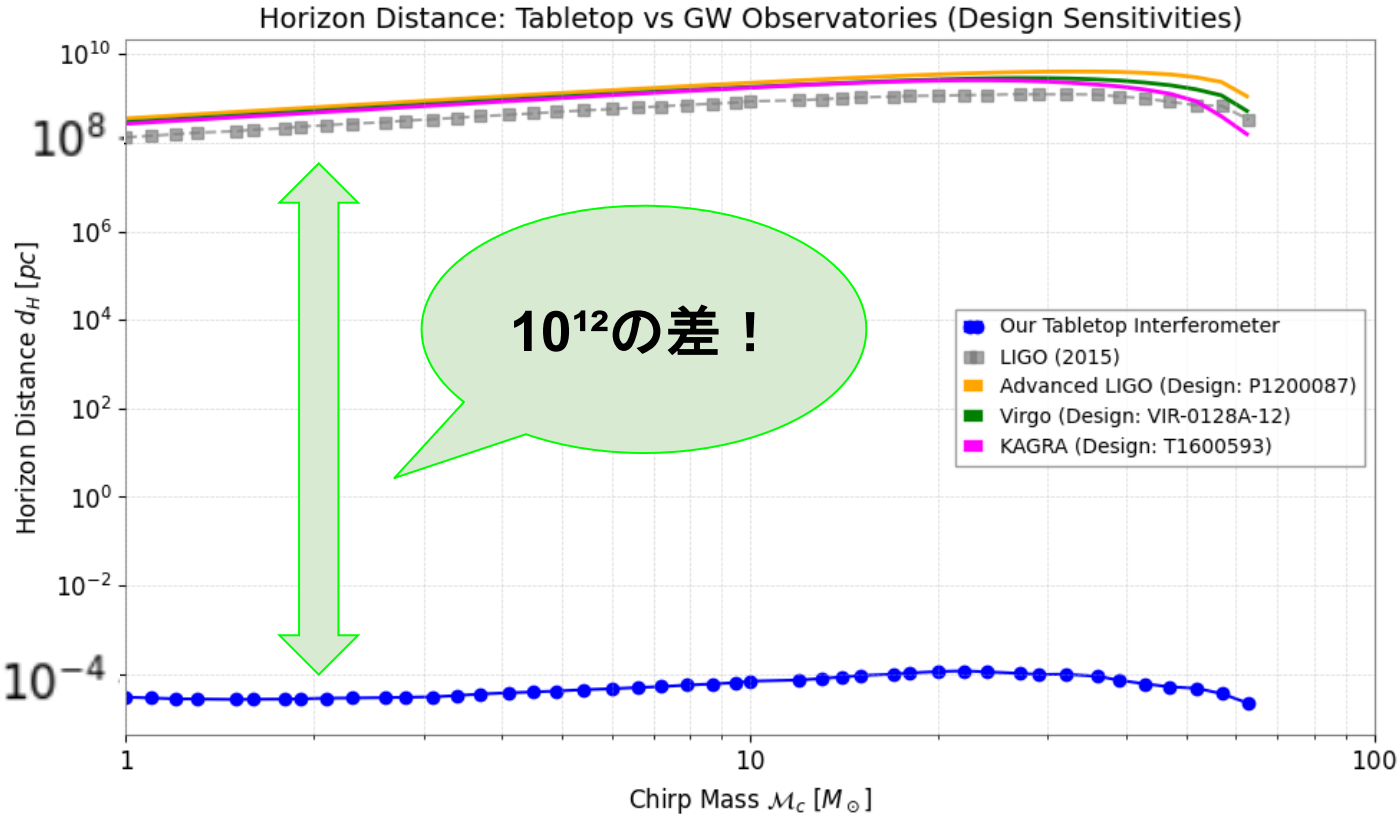
干渉計の性能評価②

＜今回用いた干渉計 VS 現役の干渉計＞



干渉計の性能評価②

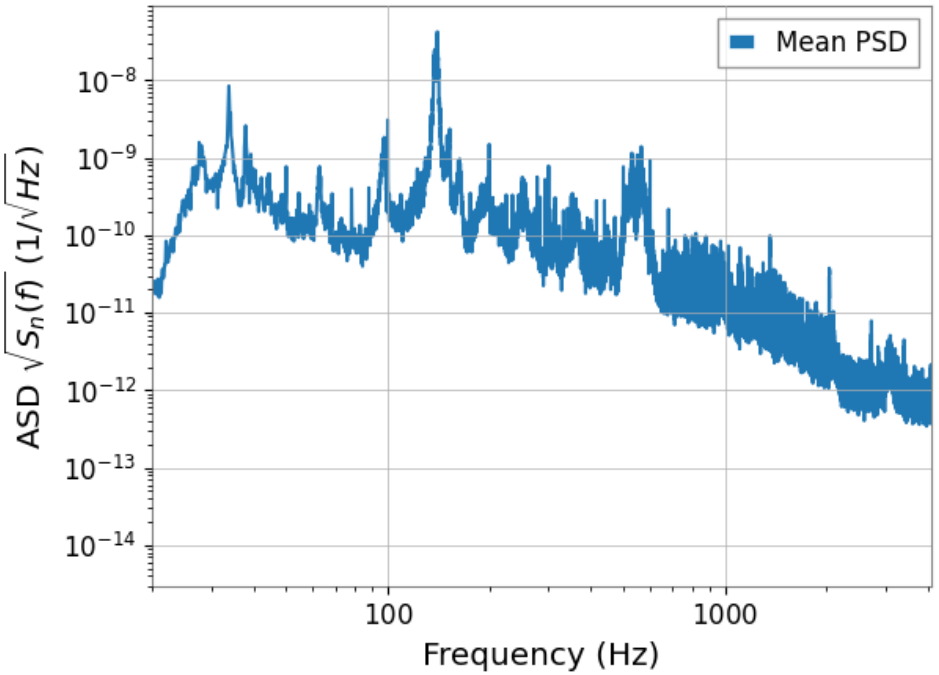
＜今回用いた干渉計 VS 現役の干渉計＞

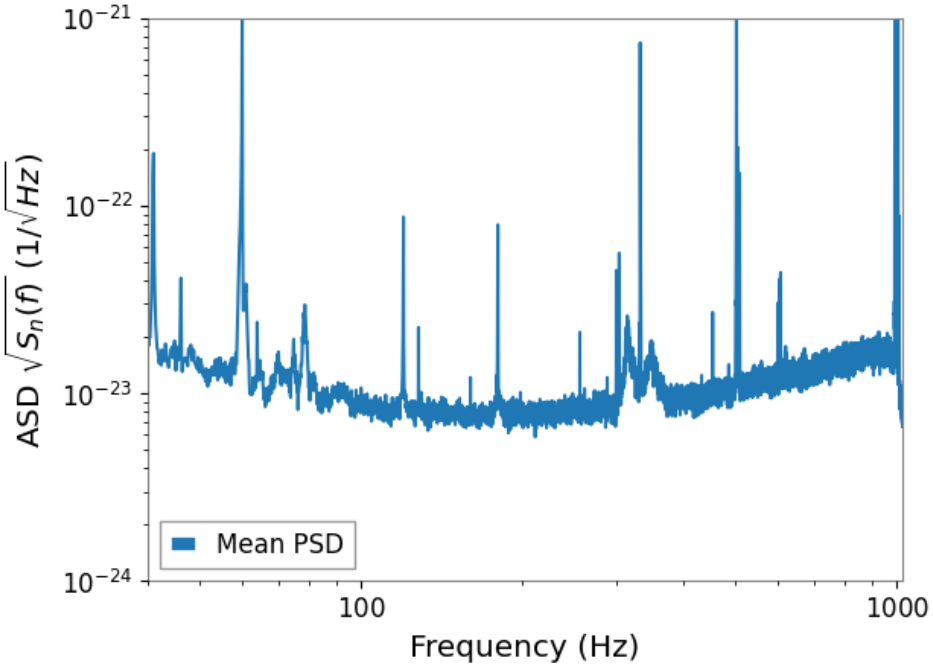


干渉計の性能評価③

＜ノイズ比較＞

今回用いた干渉計　VS　LIGO

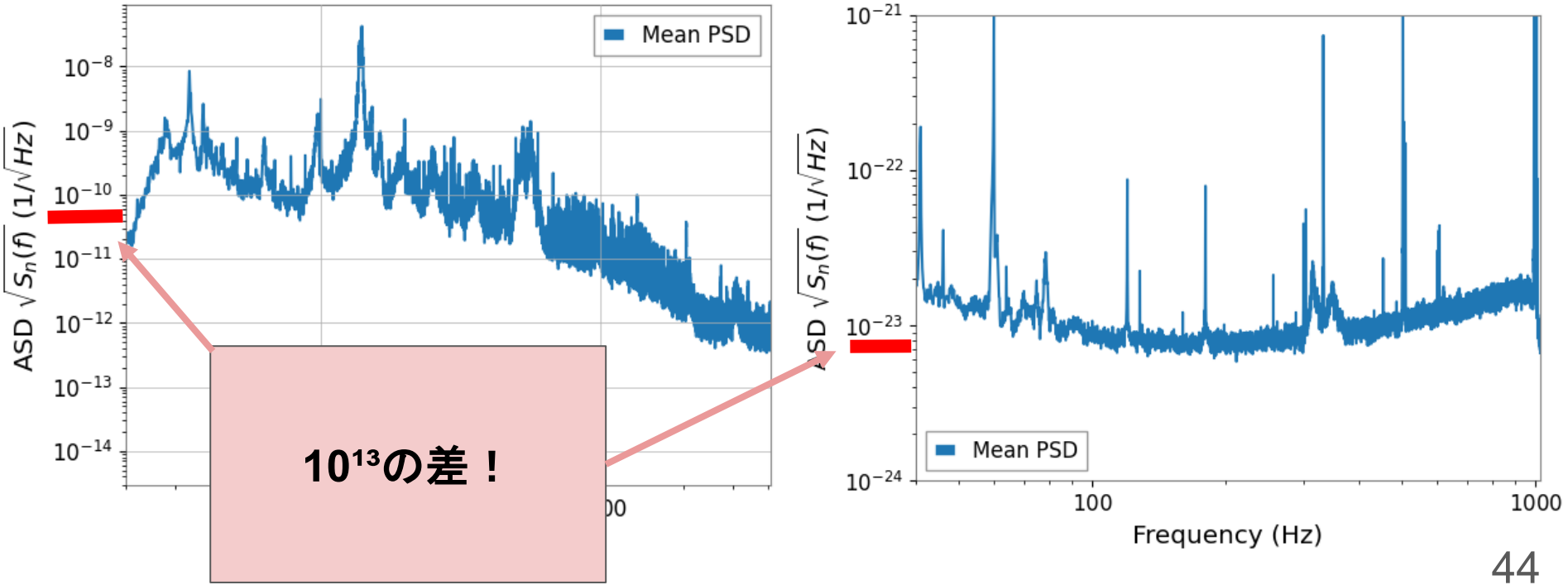




干渉計の性能評価③

＜ノイズ比較＞

今回用いた干渉計　VS　LIGO



考察

観測可能距離 dh は、干渉計の腕の長さ **L に比例！！**

$$d_h \propto \sqrt{\int \frac{df}{S_n(f)}} \propto L$$

誤差も同様に線形性が成り立つ

$$\delta d_h \propto \delta L$$

$$n = \frac{\Delta L}{L}$$

$$S_n(f) = \frac{2<|n(f)|^2>}{T}$$

考察

今回の干渉計では実際の重力波は検出できなかった。



どのくらいの規模の天体現象なら測定できる？



考察

・観測可能距離：　$d_H = 3.65 \times 10^{12}\mathrm{m}$

・合体する天体の質量：　$m = 22 M_\odot$

天王星くらいで、ブラックホールが衝突

考察

・観測可能距離：$l_H = 3.6 \times 10^{12}\mathrm{m}$

・合体する天体の質

逃げて

→ 天王星くらいで、

考察

ヒトが連星合体したとき、重力波は観測される？



考察

- 干渉計の L：約 0.40 m
- 質量 50 kg での観測可能距離：　$d_h = 9.3 \times 10^{-13}\,\mathrm{m}$

干渉計の 1 m 付近で測定する際に
必要な干渉計の大きさは？

→ 太陽から金星までの腕の長さ！

考察

・干渉計の L：約 0.4

・質量 50 kg で

10^{-13}m

長い

必要な干

太陽から金　までの　の長さ：

まとめ

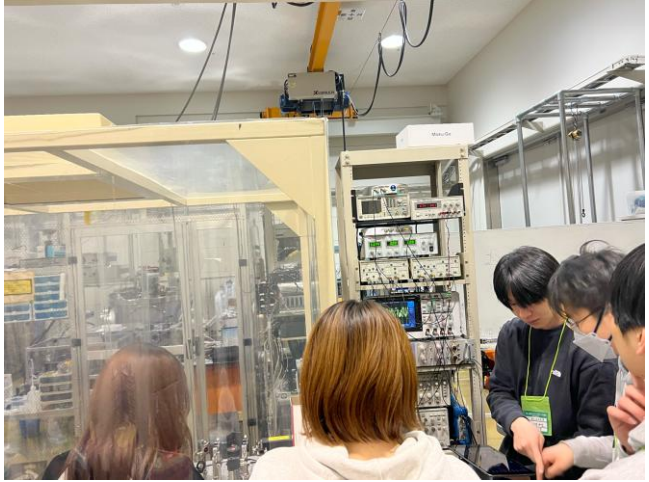
- 腕の長さ 40.5 cm マイケルソン干渉計を作成し、
  動作と検出効率を確認。
- 様々なチャープ信号を入れて測定し、解析を施すと、ノイズに
  埋もれずに信号検出が行えた。
- 適切な条件を課すことで、重力波観測も可能。

参考文献

- 宮川先生の資料
- 田越先生の資料
- 去年のスライド：https://www.icrr.u-tokyo.ac.jp/prwps/wp-content/uploads/SS2025_gw.pdf
- 干渉計のノイズデータ：https://pycbc.org/

・LIGO2015：B. P. Abbott et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), "GW150914: The Advanced LIGO Detectors in the Era of First Discoveries", *Phys. Rev. Lett.* **116**, 131103 (2016).
・aLIGO設計：LIGO Scientific Collaboration, "Advanced LIGO anticipated sensitivity curves", *LIGO Document P1200087* (2010).
・Virgo設計：The Virgo Collaboration, "Advanced Virgo Technical Design Report", *Virgo Document VIR-0128A-12* (2012).
・KAGRA設計：Y. Michimura et al., "Sensitivity Curve of KAGRA", *KAGRA Document JGW-T1600593* (2016).





ご清聴ありがとうございました。

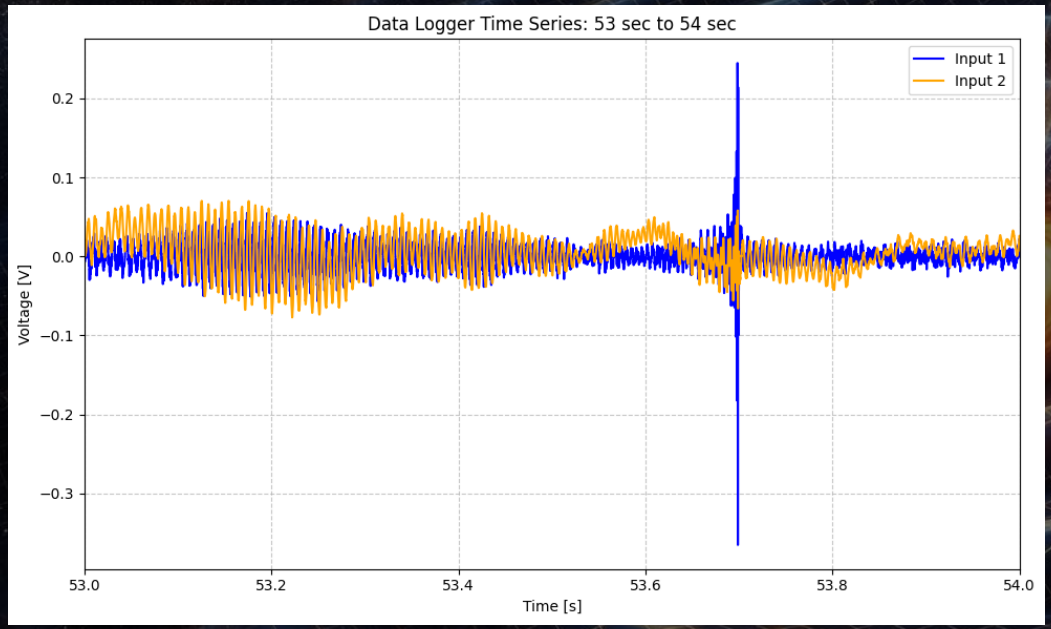






Appendix

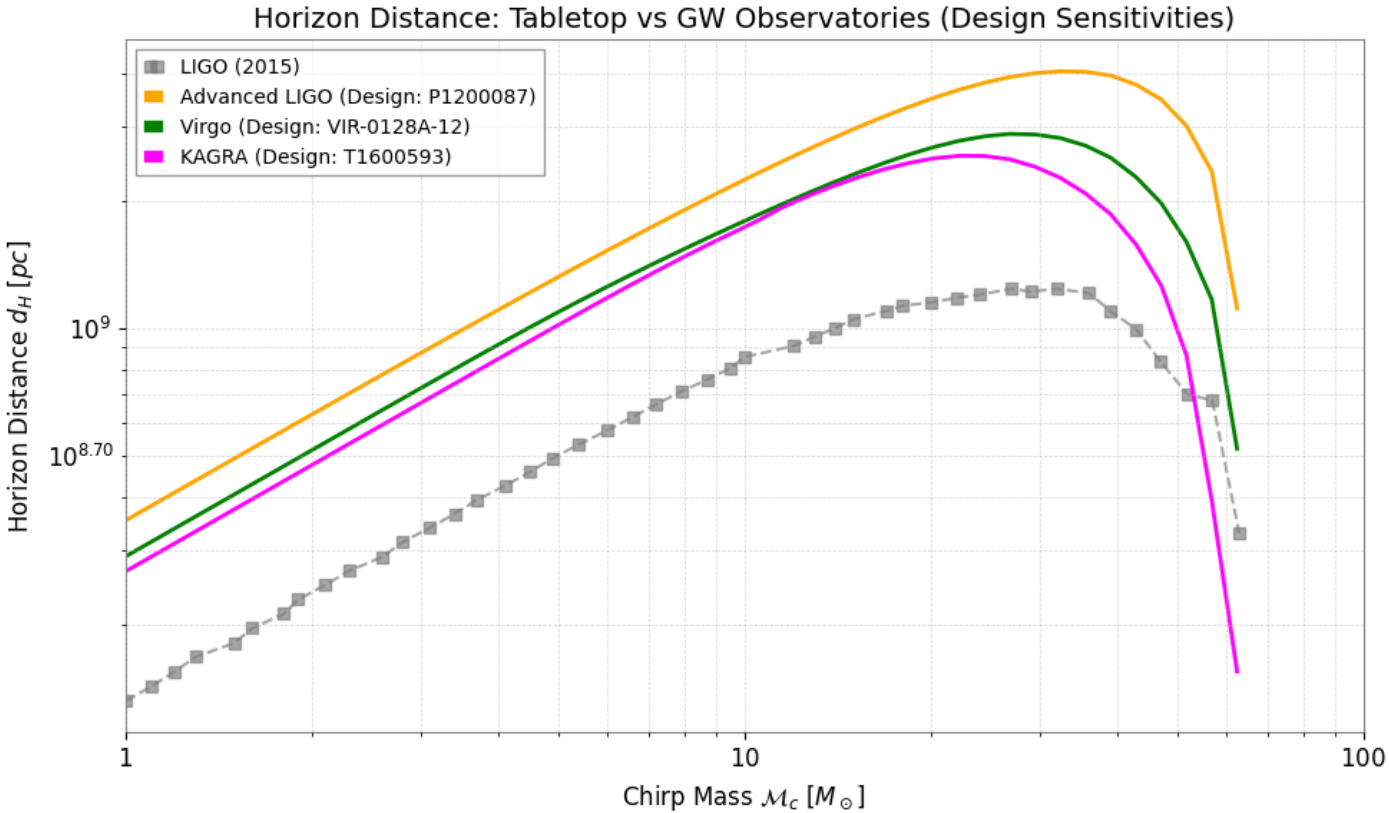
実験方法



- 黄色：フィードバック信号
- 青色：エラー信号

干渉計の性能評価①

<現役の干渉計の観測可能距離と質量>



パワースペクトル密度

PSD (Power Spectrum Density):

$$S_n(f) = \lim_{T\to\infty} \frac{2\langle |n(f)|^2 \rangle}{T}$$

$x(f) = s(f) + n(f)$: 入力, $s(f)$: 信号, $n(f)$: ノイズ

→ ノイズによる「重みづけ」を表す

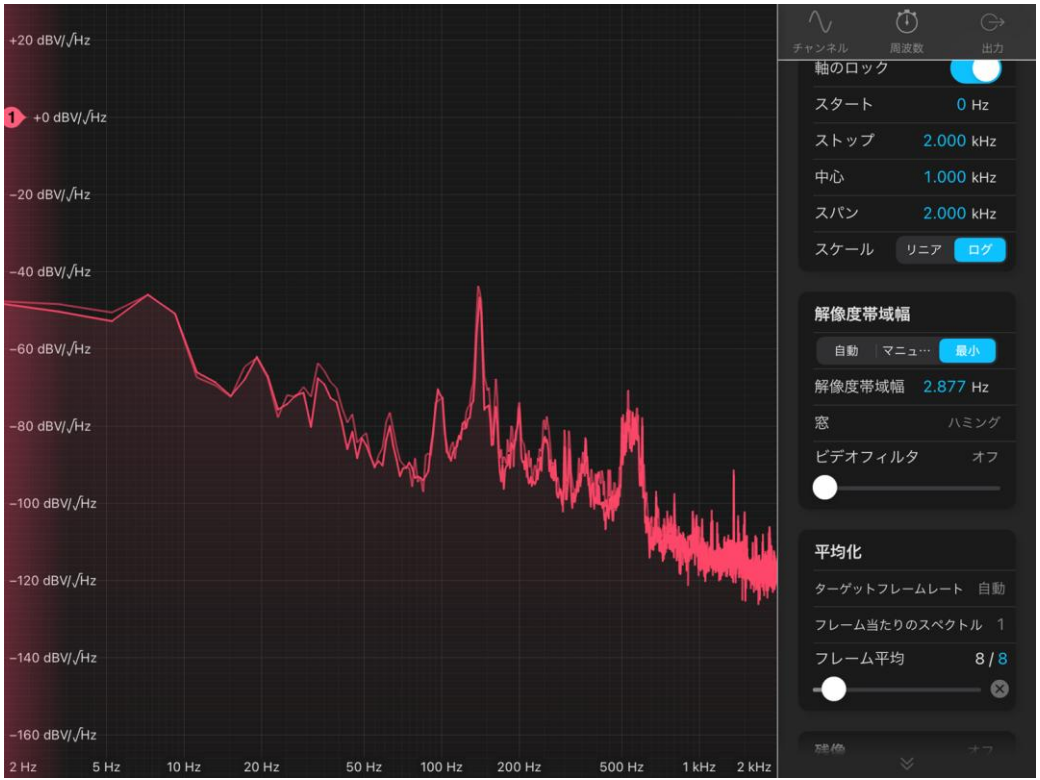
実験的に $T \to \infty$ の極限をとることはできない！

→ 周波数ごとのセグメントに分けて計算する(Welchの方法)

: 長時間平均をとる代わりに複数の分割で統計平均をとる

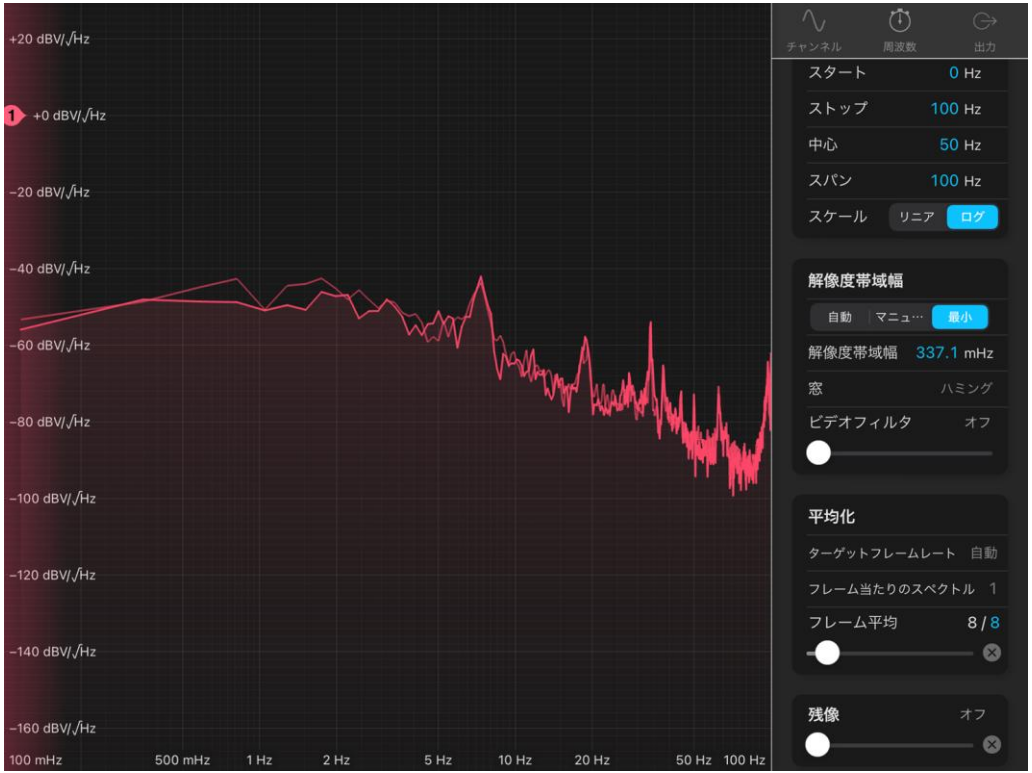
外来雑音の影響(injectionなし)

MokuSpectrumAnalyzerData_20260310_203909_Screenshot



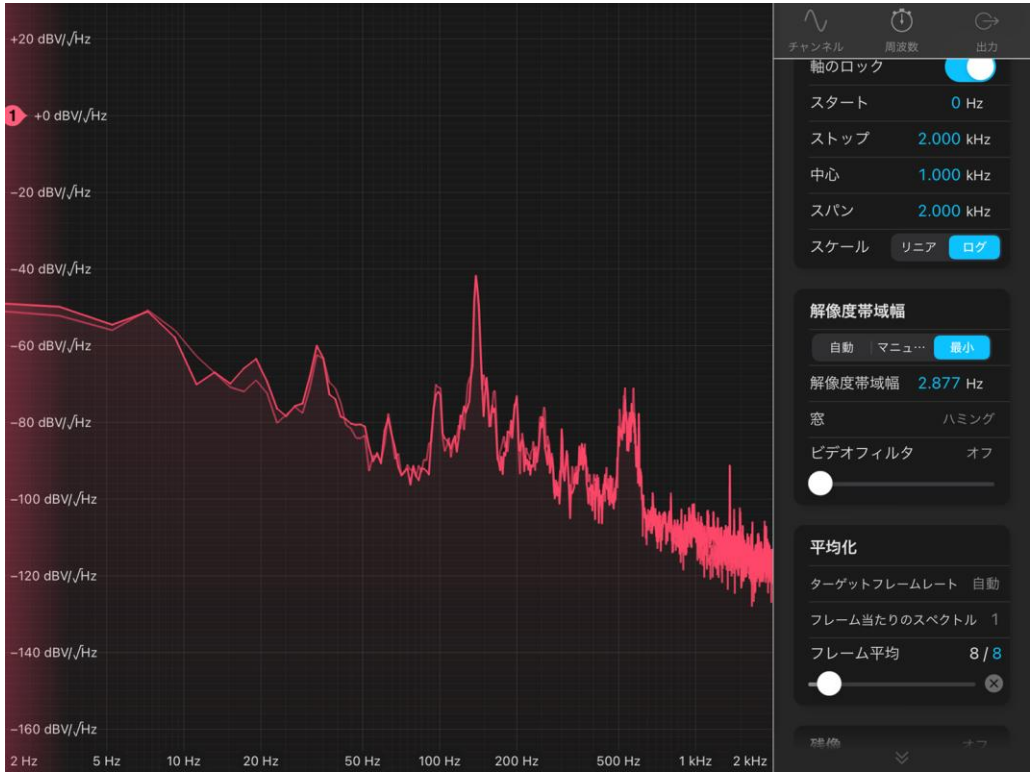
外来雑音の影響(injectionなし)

MokuSpectrumAnalyzerData_20260310_203712_Screenshot



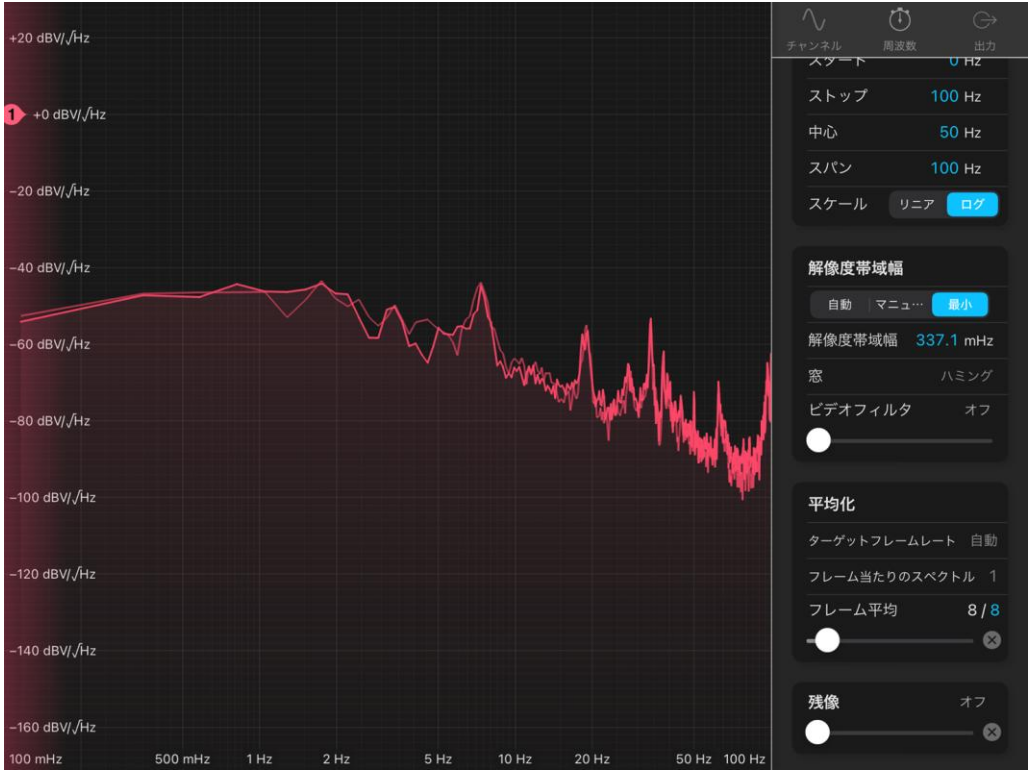
外来雑音の影響(injectionなし)

MokuSpectrumAnalyzerData_20260310_204331_Screenshot



外来雑音の影響(injectionなし)

MokuSpectrumAnalyzerData_20260310_204843_Screenshot

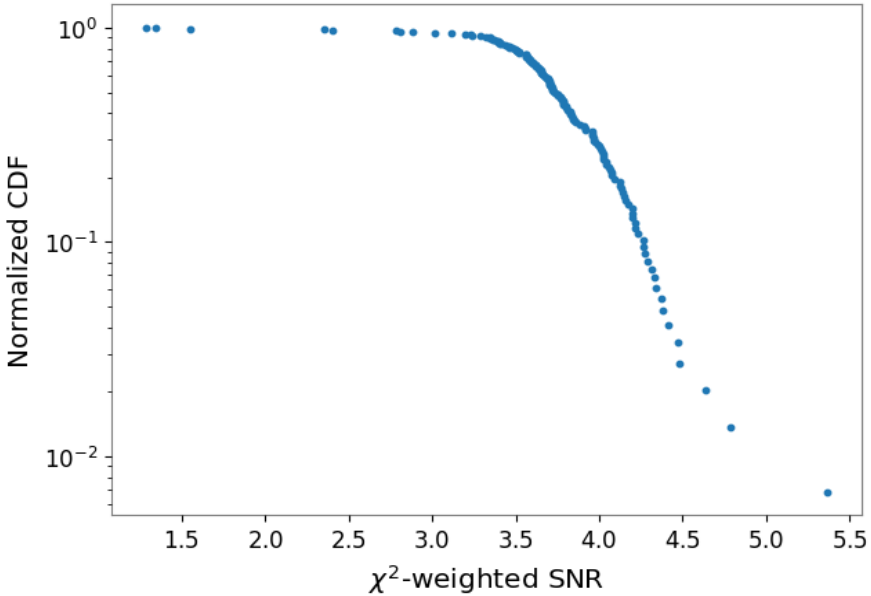


LIGOのテンプレート,オリジナルテンプレート(injectionなし)

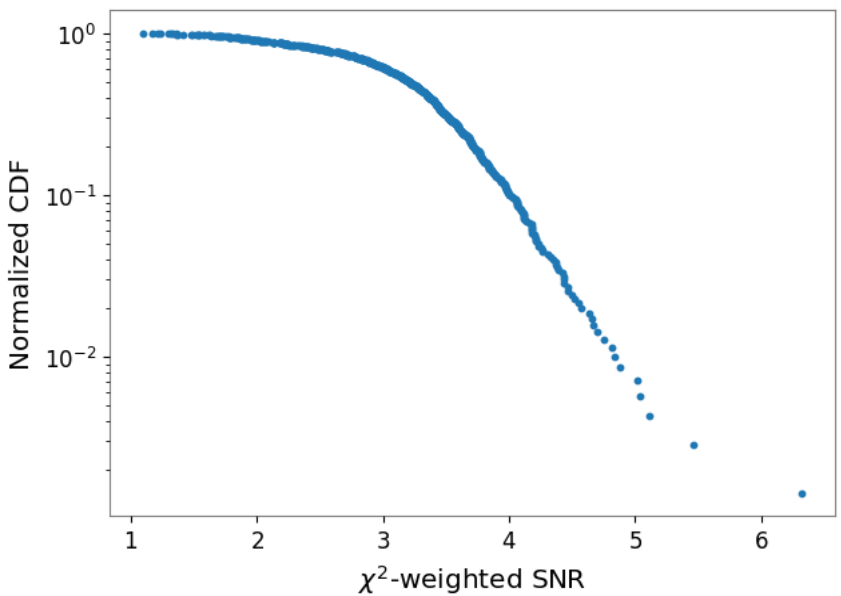
LIGOのテンプレート: リングダウン、（スピン）

オリジナルテンプレート: そのまま

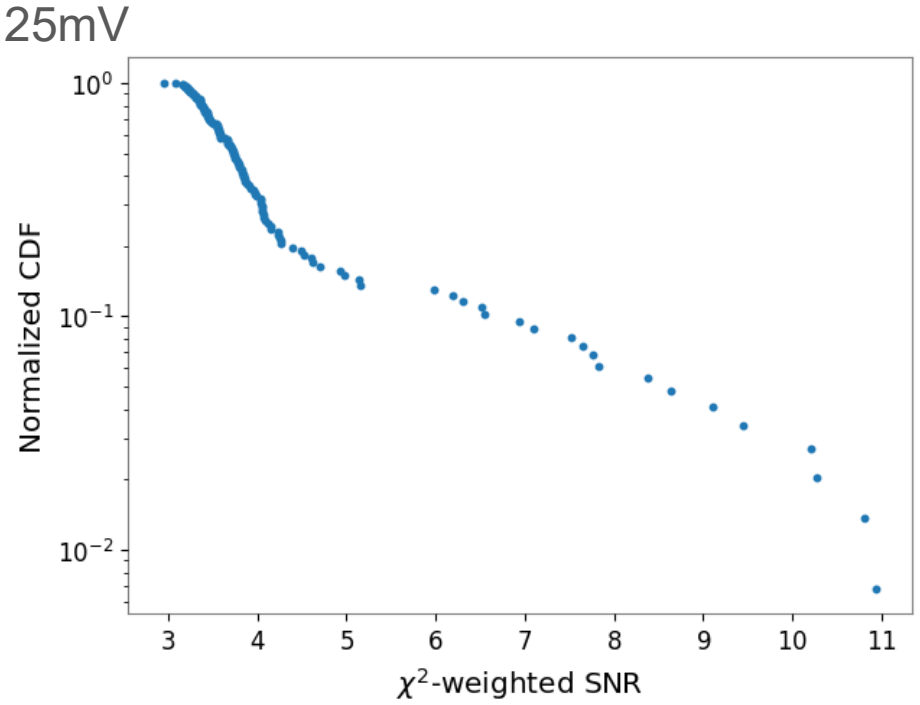
0mV



0mV 2

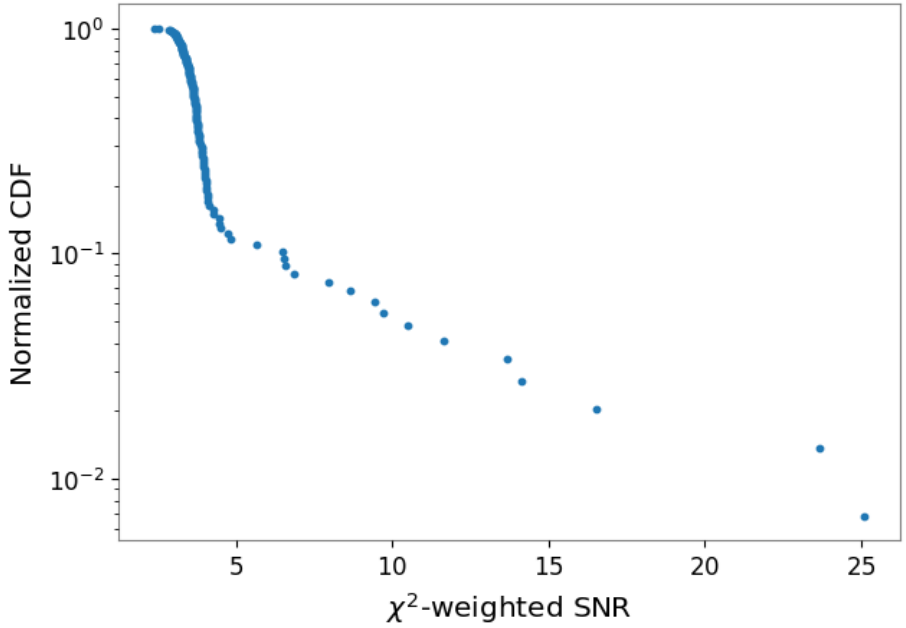


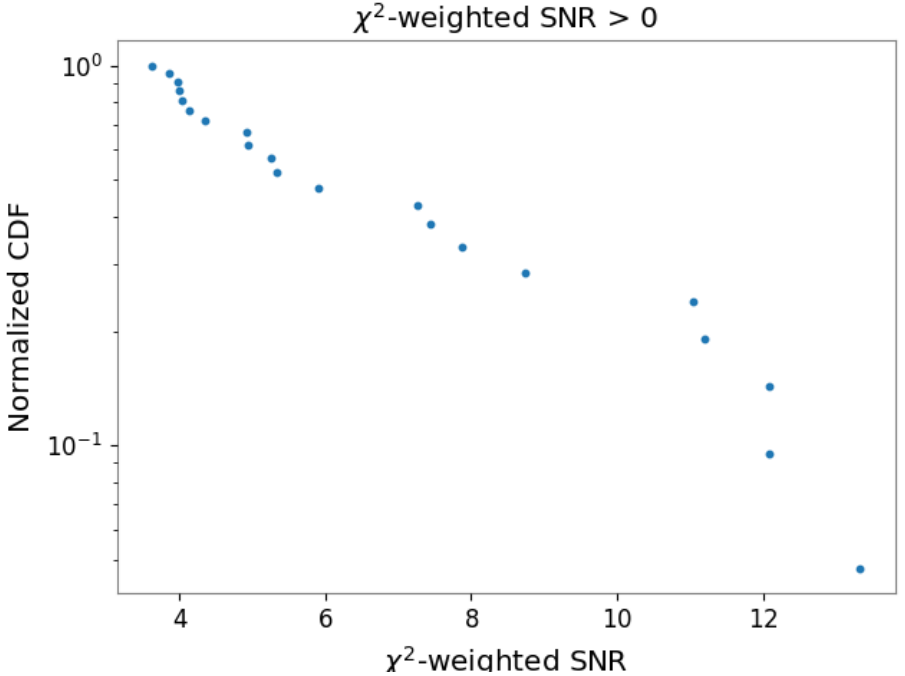
結果


25mV
Normalized CDF
10^0
10^{-1}
10^{-2}
3
4
5
6
7
8
9
10
11
χ^2-weighted SNR

結果

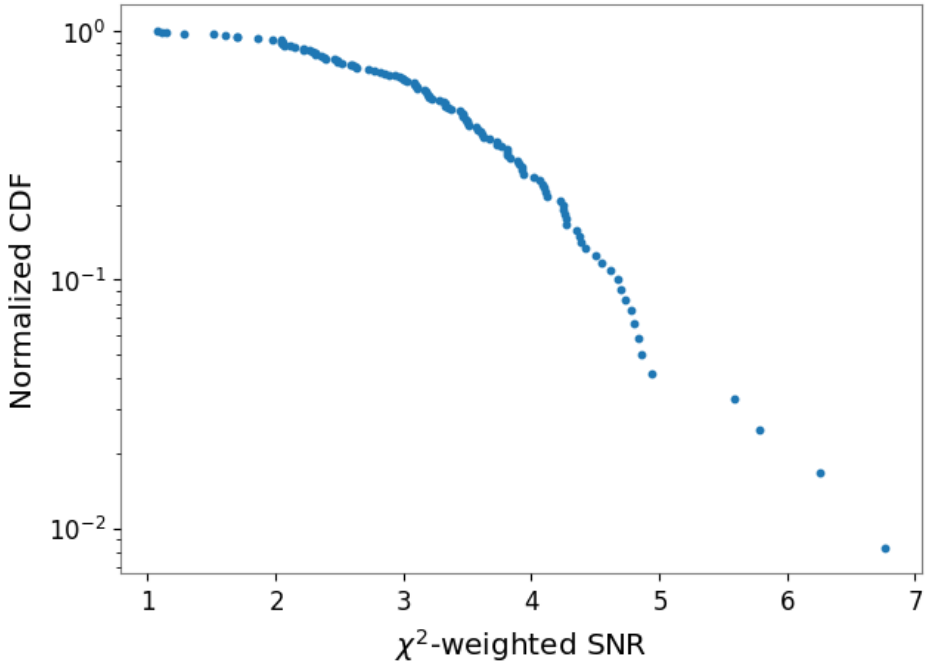
50mV

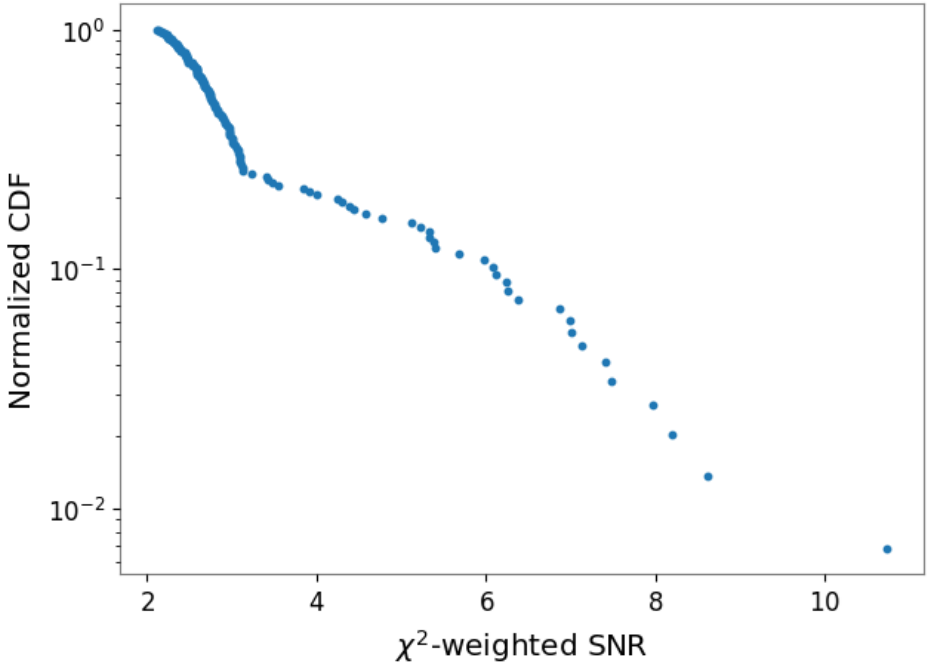

Normalized CDF
10^0
10^{-1}
10^{-2}
5
10
15
20
25
χ^2-weighted SNR


χ^2-weighted SNR > 0
Normalized CDF
10^0
10^{-1}
4
6
8
10
12
χ^2-weighted SNR

結果

100mV


Normalized CDF
10^0
10^{-1}
10^{-2}
1
2
3
4
5
6
7
χ^2-weighted SNR


Normalized CDF
10^0
10^{-1}
10^{-2}
2
4
6
8
10
χ^2-weighted SNR

観測可能距離

換算質量

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

チャープ質量

$$M_c = \left\{\frac{(m_1 m_2)^3}{m_1 + m_2}\right\}^{\frac{1}{5}}$$

チャープ質量の式から

$$m_1 + m_2 = \frac{m_1 {m_2}^3}{{M_c}^5}$$

観測可能距離 $\mathrm{d_H}$ は

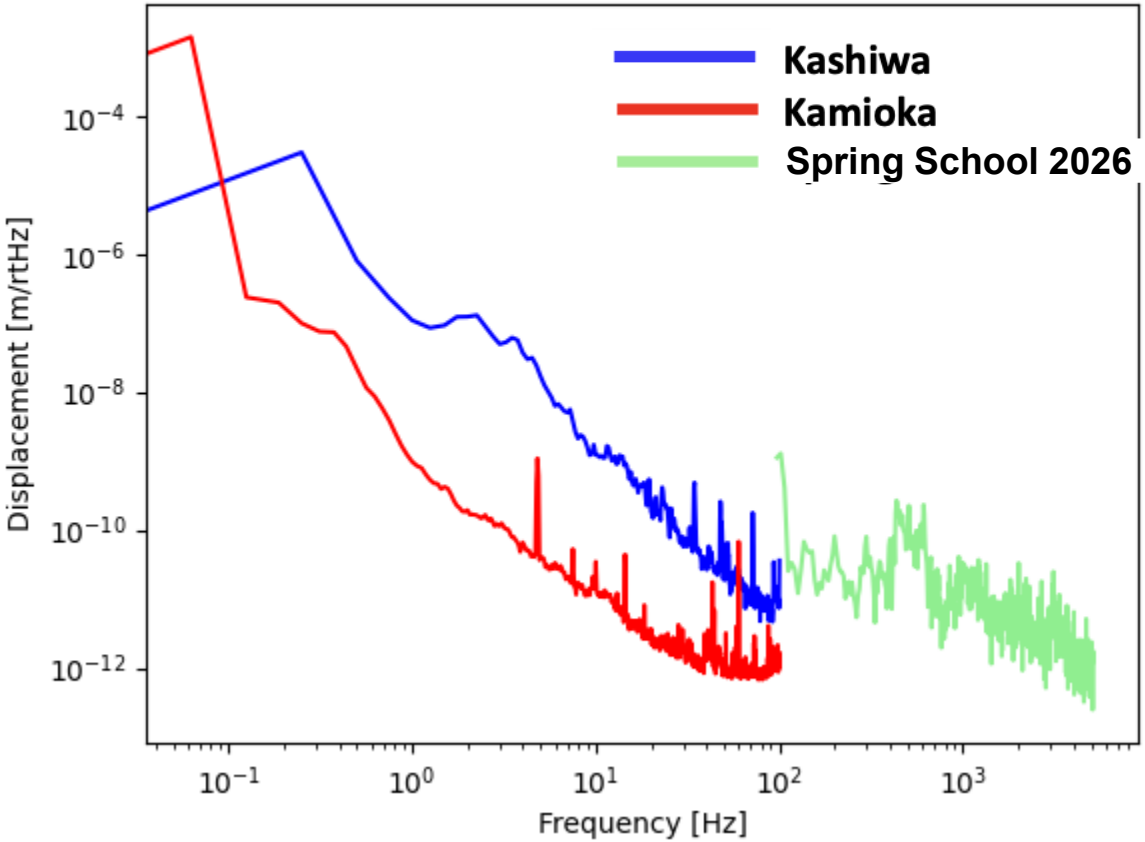
$$\mathrm{d_H} \propto {M_{total}}^{\frac{1}{3}} \cdot \mu^{\frac{1}{2}}$$

$$\mathrm{d_H} \propto {m_1 + m_2}^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

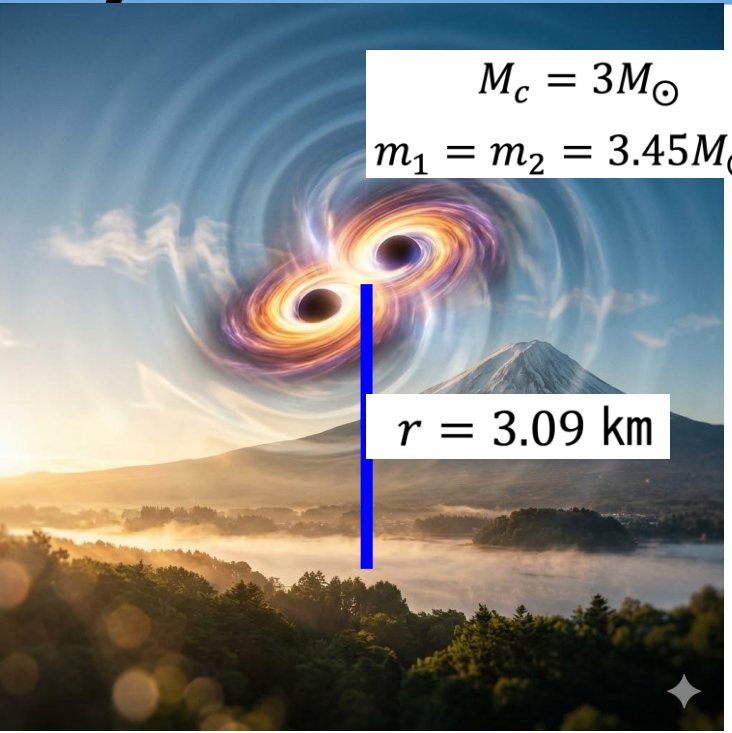
$$\mathrm{d_H} \propto (m_1 m_2)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{m_1 {m_2}^3}{{M_c}^5}\right)^{-\frac{1}{6}}$$

$$d_H \propto {M_c}^{\frac{5}{6}}$$

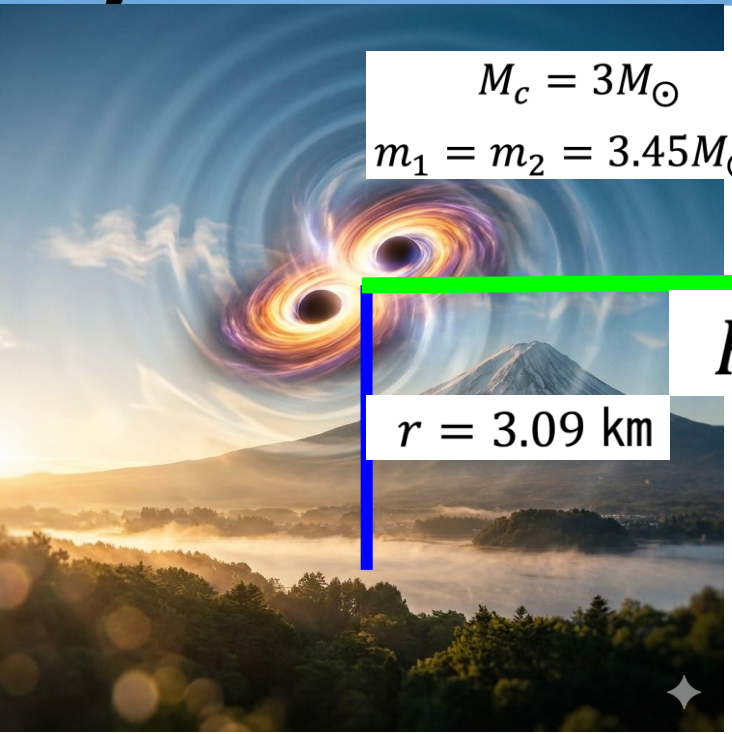
フィードバック制御中変位感度



injection の波形 実際には、、??



injection の波形 実際には、、??



$R_s = 10.0$ km

シュバルツシルト半径

干渉計の性能評価②

観測可能距離 dH は、干渉計の腕の長さに比例！！

$$\left[d_H \approx 72.5\,\mathrm{Mpc} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{M_\odot}\right)^{1/2} \left(\frac{1}{\rho}\right) \times \left[\int_{(f_1/\mathrm{Hz})}^{(f_2/\mathrm{Hz})} \left(\frac{f}{100\,\mathrm{Hz}}\right)^{-7/3} \left(\frac{10^{-46}\,\mathrm{Hz}^{-1}}{S(f)}\right) d\left(\frac{f}{\mathrm{Hz}}\right) \right]^{1/2} \right]$$

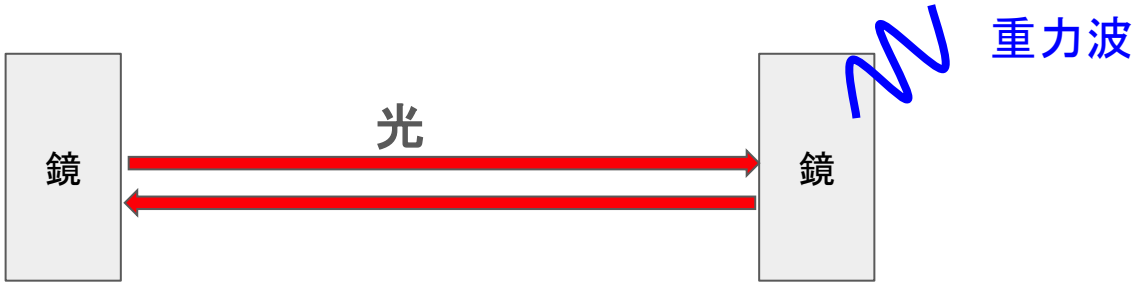
S(f)のなかにL^-2があって、Lはfに依存しないから積分の外に出る。なので½されて、Lに比例する。
nはゆがみの解像度？

考察

・ヒトが連星合体したとき、重力波は観測される？

・実際には、質量が小さすぎると高周波の重力波を発生する。光がアームを行き来する間に、重力波が鏡を何回も揺らしてしまう。

それによってミラーがずれて位相を打ち消しあい、干渉が起きにくくなってしまうので高周波を観測するには腕の長さを短くしなければならない。



$$d_H = 1\mathrm{m} \qquad S(f) \propto |L/\Delta L|$$