

重力波天文学

ICRR Spring School 2022
Gravitational Wave Astronomy

秋澤涼介, 井ノ上慎一, 田中康太郎, 加藤辰明, 田耕健也, 前田佳凜

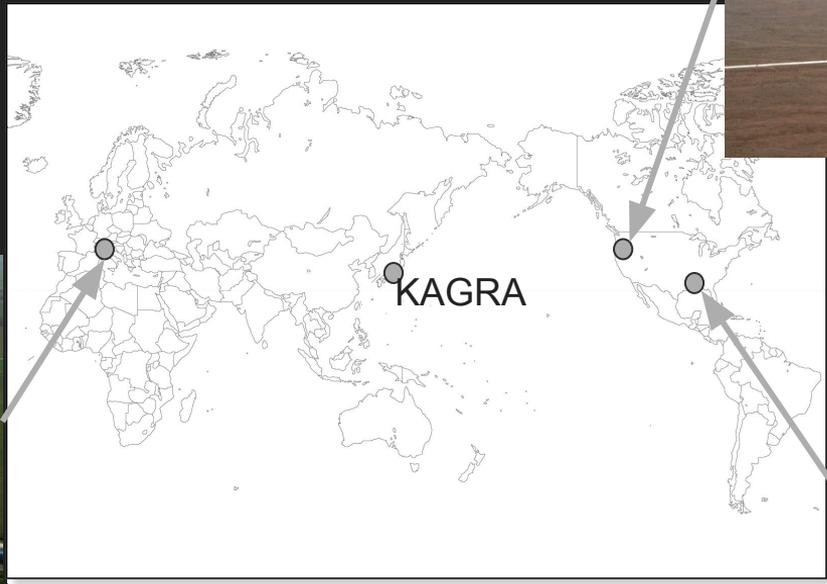
Supervisor: 内潟那美, 成川達也, 加藤鷹志, Eunsub Lee, 田越秀行

目次

1. 共通背景
2. QNM班
 - a. 目的
 - b. 原理
 - c. 結果
 - d. 考察
3. 離心率班
 - a. 目的
 - b. 方法
 - c. 結果
 - d. 考察

1. 全体背景:LIGO & Virgo

これまでに見つかっている重力波はおよそ90イベント



LIGO(Hanford)



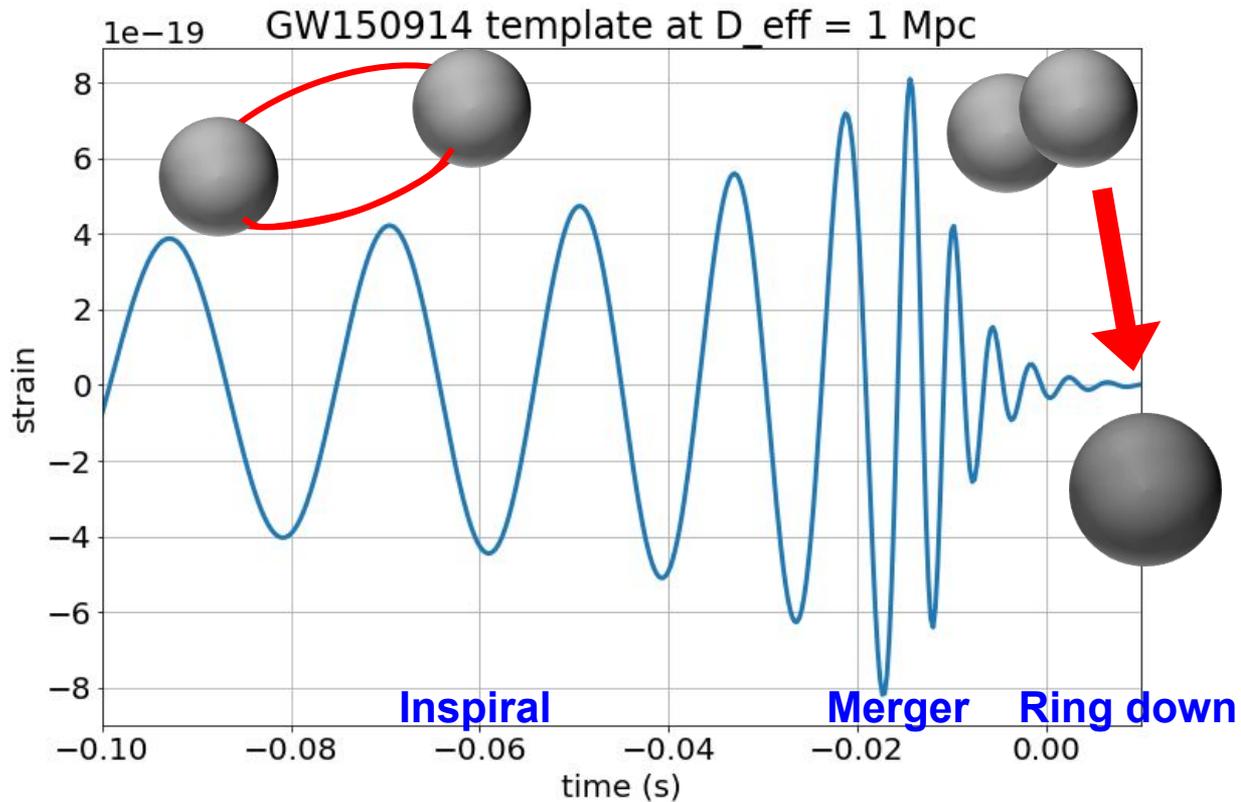
Virgo



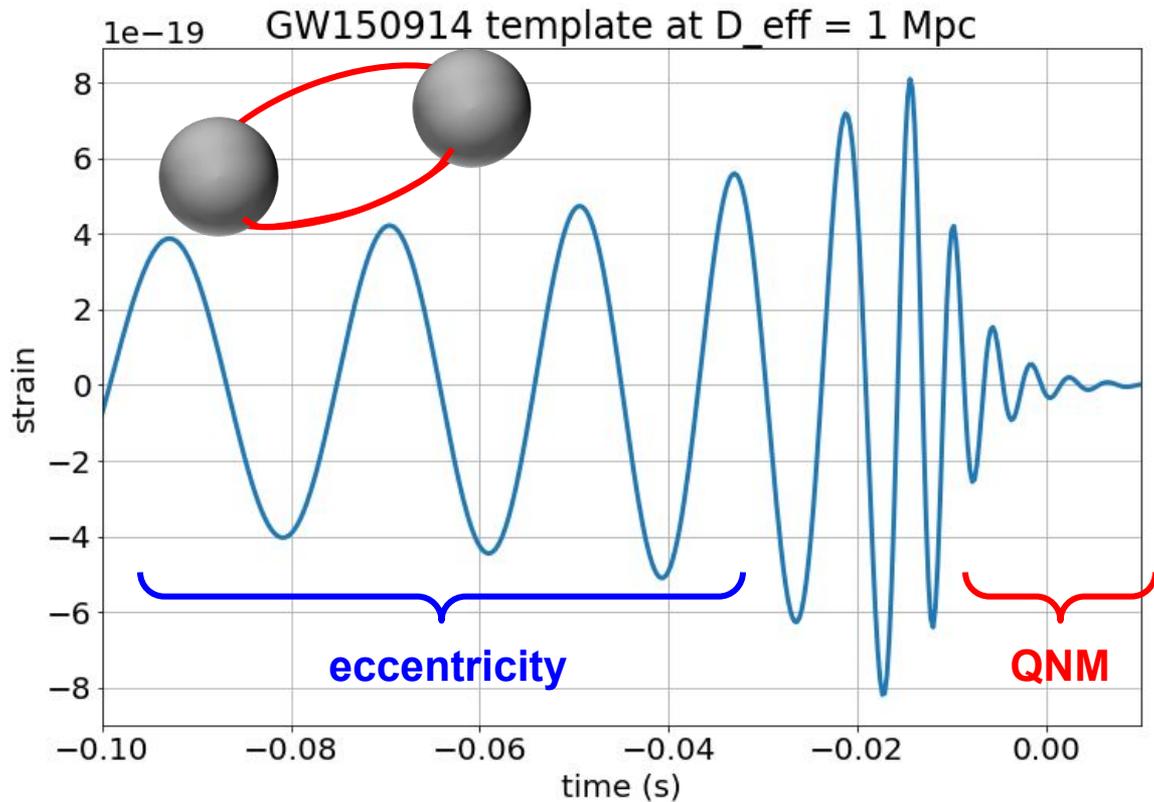
LIGO(Livingston)

<https://happylicac.net/sy-sekaitizu-s3.html>

1. 全体背景:コンパクト連星系合体の重力波信号



2. 全体背景:コンパクト連星系合体の重力波信号

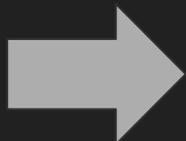


1. 背景・目的

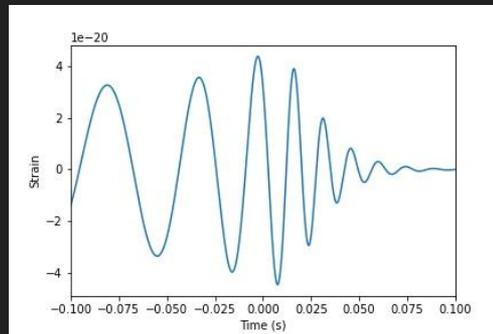
- 連星ブラックホール系の合体に伴う重力波信号を解析
- 合体後、ブラックホールは固有の振動モードで重力波を出す

= 準固有振動(QuasiNormal Modes: QNM)

- QNMの性質は、ブラックホール質量とスピンだけで決まる
振動数, 減衰率(, Quality factor)



QNMの観測から、ブラック
ホールのパラメータを決定で
きる



典型的な重力波波形。t = 0以降の減衰振動に近いRingdownがQNM⁶

1. 背景・目的

- QNMは様々なモード(l, m)からなる。

(2, 2)が優勢モード。高次になるほど振幅: 小 = 検出: 難

- 高次モード探索の意義

各モードからBH質量・スピンの求まる

→ 不一致は未知のコンパクト天体の存在や相対論の破れを示唆

1. 背景・目的

- 約90個あるイベントのうち, QNMを測定できているのは一部。
- Capano et al. [[arXiv:2105.05238](https://arxiv.org/abs/2105.05238)] は, GW190521で(3, 3)モードを検出したと主張したが, 意見が分かれている!
- 今回は, 各モードの振動数・減衰率は既知とする仮定の下で, Matched filter法を用いて
 - (2, 2)モードの存在を確認
 - 高次モード(3, 3)を探索

1. 背景・目的

- 解析の対象
 - GW190521 (2019年5月21日に観測されたBH連星系の合体による重力波)
LIGO(Hanford, Livingston), Virgoの3つのデータ
 - GW191109 (2019年11月9日に観測されたBH連星系の合体による重力波)
LIGO(Hanford, Livingston)の2つのデータ
- 合体後の質量が大きく, SN比が大きい, 解析の容易なイベントを選択

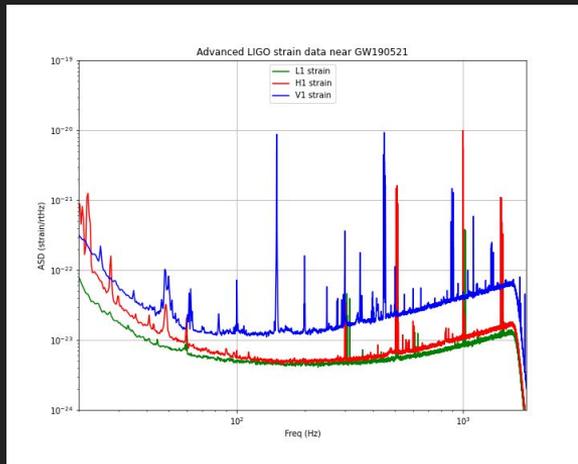
2. 原理: Matched Filter法

● 条件

- 重力波の候補のテンプレートが用意されている
- 信号のノイズ特性が事前に分かっている
- ノイズの乗った信号とテンプレートの「類似度」を計算したい

● Matched Filter法の強み

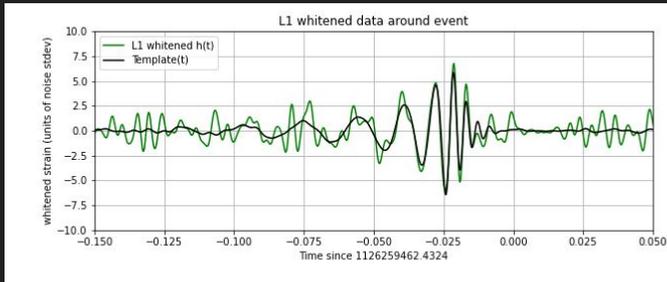
- 事前に分かっているテンプレートを有効活用できる
- 複数の検出器でテンプレートがマッチすることを確認できれば信号が重力波であると高い確率で言える



検出器のノイズ特性
光学系を懸下する装置の共振周波数や電源のノイズなどがピークとして現れる

2. 原理: Matched Filtering

- SNRスコアの計算
 - SNRが8以上であれば重力波が検出されたと判定する
 - バックグラウンドノイズを補正した信号の周波数 f 成分
 - テンプレートの周波数 f 成分 s_f^*



$$\frac{x_f}{S_{n,|f|}}$$

GW150914の波形

- 周波数空間で信号とテンプレートの類似を見ている！
 - SNRが最大になるように t_0 を選ぶ

$$\text{SNR}(t_0) := 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x_f \cdot s_f^*}{S_{n,|f|}} e^{2\pi i f t_0} df$$

2. 多重極放射

[Vishveshwara, Nature \(London\) 227, 936 \(1970\).](#)

- Ringdownフェーズは 減衰振動(準固有振動) で表せることが知られている
 - 時定数 τ と周波数 f が分かれば自作テンプレートを作成することができる
 - 次の h_{lm} をテンプレートとして Matched Filter法を適用する

$$h_{lm} \propto e^{-t/\tau_{lm}} e^{i(2\pi f_{lm} t + \phi_{lm})}$$

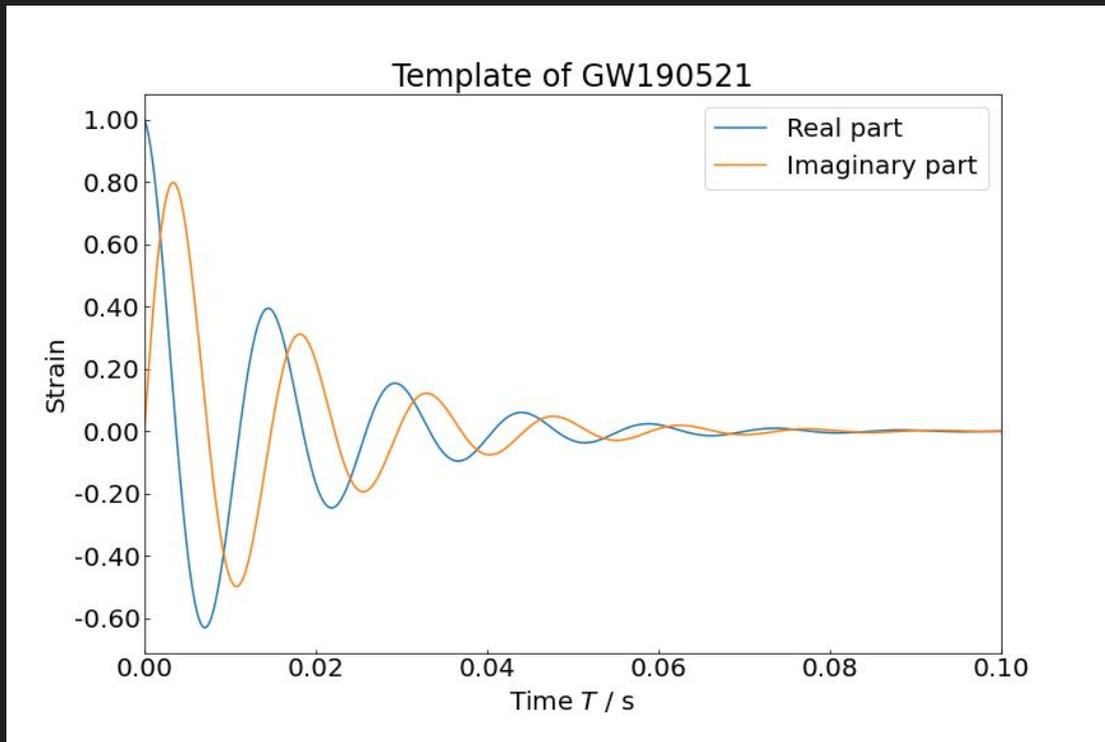
- LIGOの公開されている質量・スピンから τ_{lm} と f_{lm} が決定できる
 - GW191109で使用した物理量 [arXiv:1111.5819 \[gr-qc\]](#)

| モード | 質量 M [太陽質量] | スピン χ | 時定数 τ [s] | 周波数 f [Hz] |
|----------|---------------|------------|----------------------|--------------------|
| (2,2)モード | 135 | 0.61 | 7.8×10^{-3} | 1.19×10^2 |
| (3,3)モード | 135 | 0.61 | 7.6×10^{-3} | 1.90×10^2 |

3. 結果

3.1 GW190521について

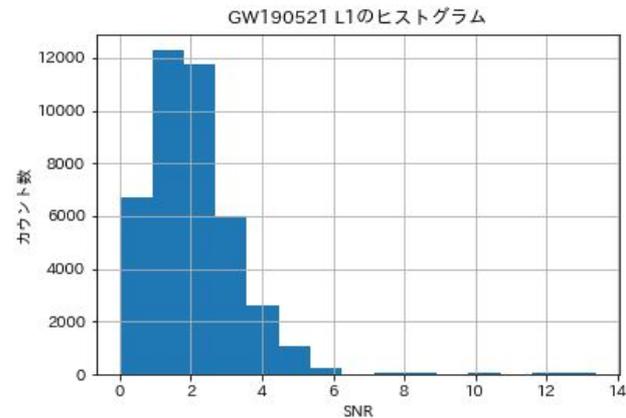
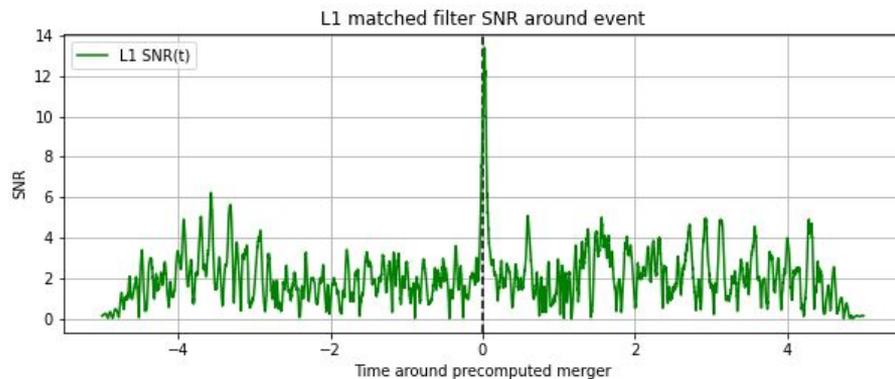
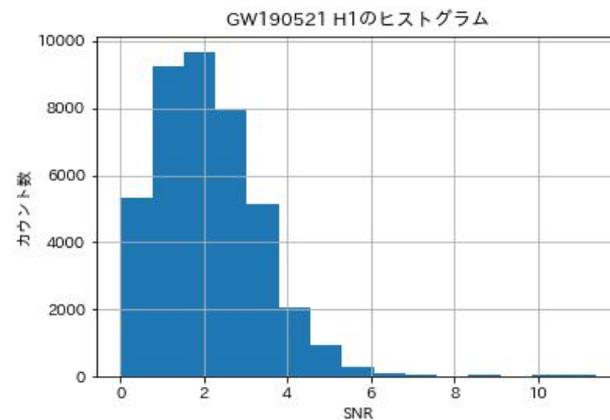
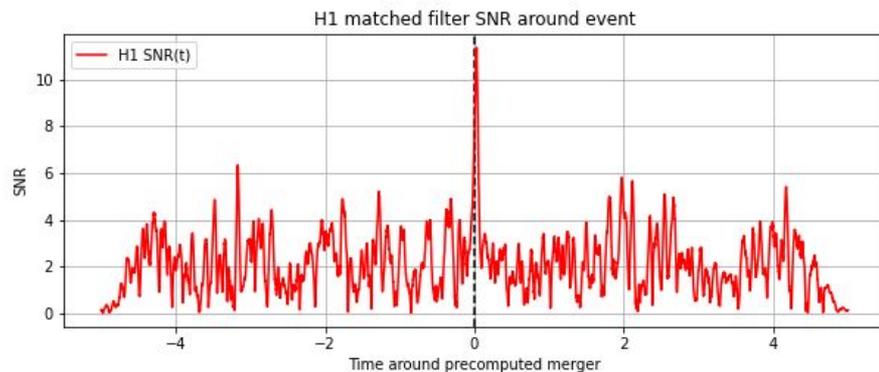
まずRing downの優勢モードの値 (f_{22}, τ_{22}) ~ (67.6 Hz, 0.016 s)を用いてRing downのテンプレート波形を計算した。



この計算したテンプレートを信号上ですらしていき、そのSNRを計算することでQNM優勢モード(2,2)を探索した。

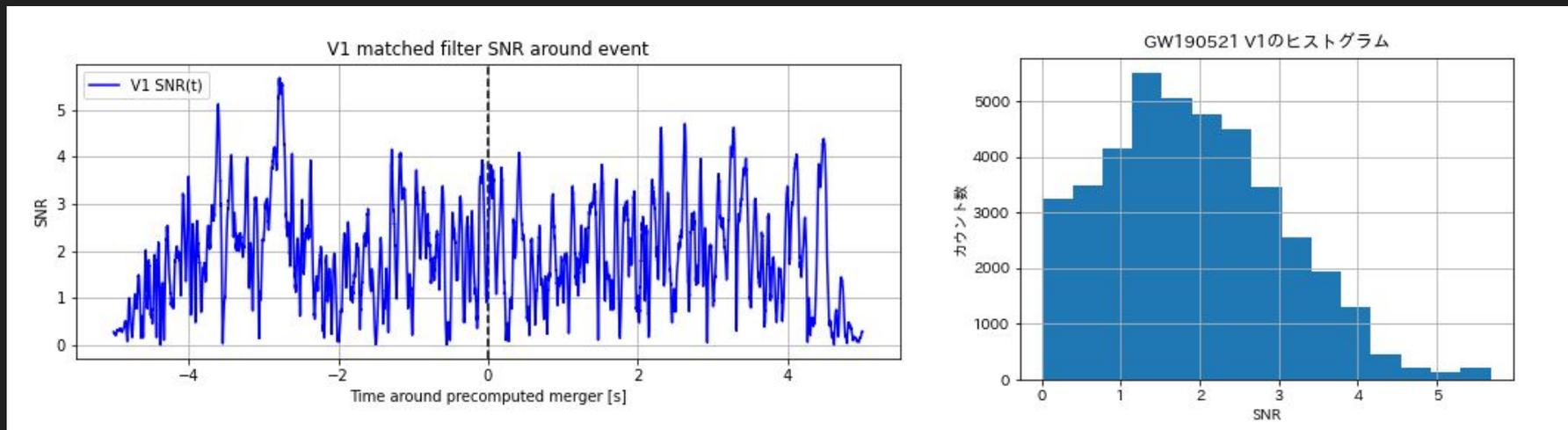
3. 結果

3.1 GW190521の優勢モード(2,2)探索



3. 結果

3.1 GW190521の優勢モード(2,2)探索



HanfordとLivingstonのデータからは、SNRに明らかなピーク部分が見つかった。

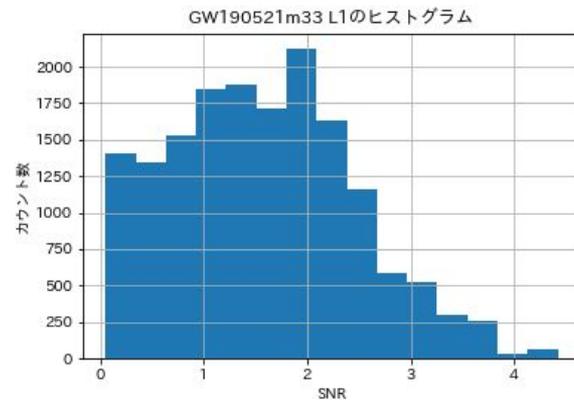
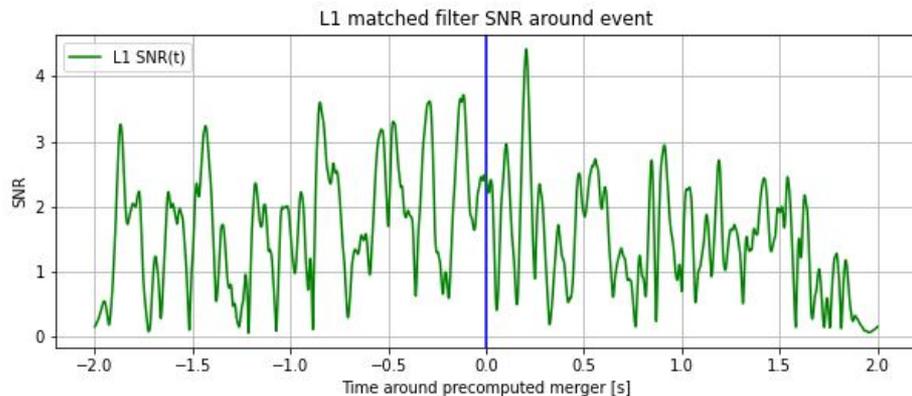
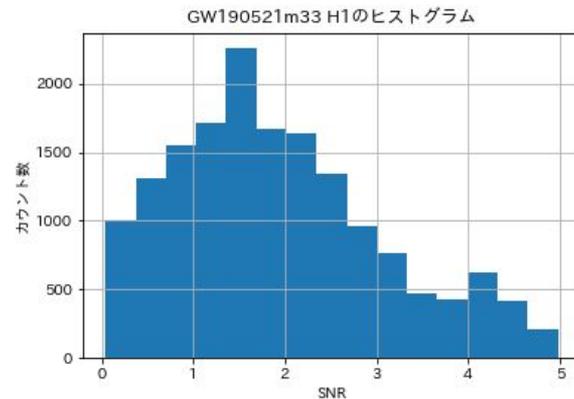
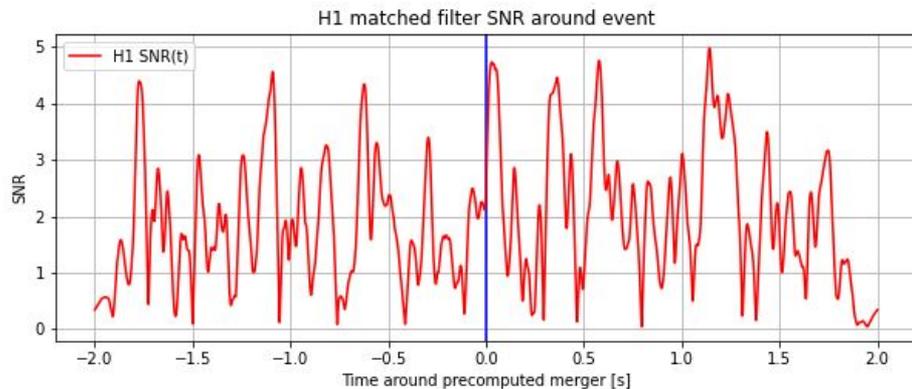
→優勢モード(2,2)ではノイズに対して信号が**有意である**。

一方でVirgoのデータでは優勢モードに対してもSNRのピークが立たない

→ノイズに対して信号が**有意でない**。

3. 結果

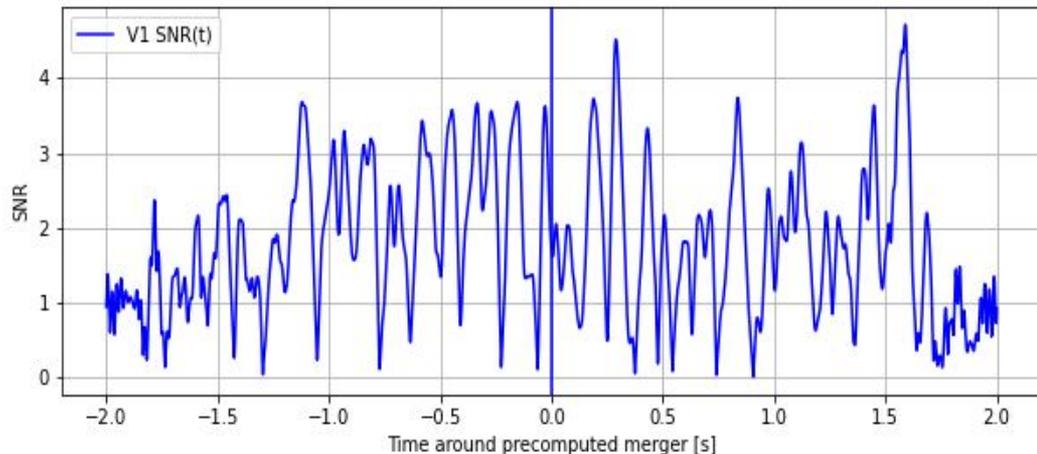
3.2 GW190521の高次モード(3,3)探索



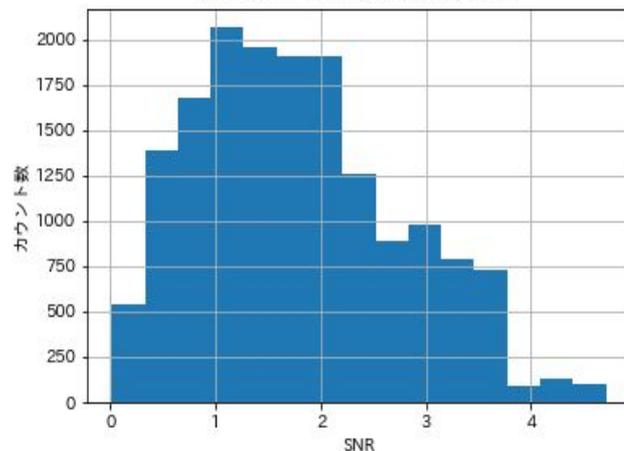
3. 結果

3.2 GW190521の高次モード(3,3)探索

V1 matched filter SNR around event



GW190521m33 V1のヒストグラム

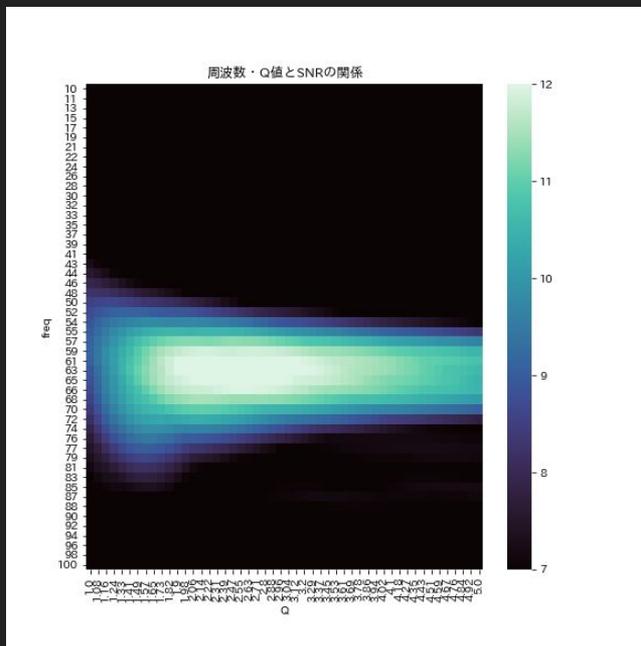


いずれのデータでも優勢モード(2,2)のSNRに比べて明らかなピークが立たない。

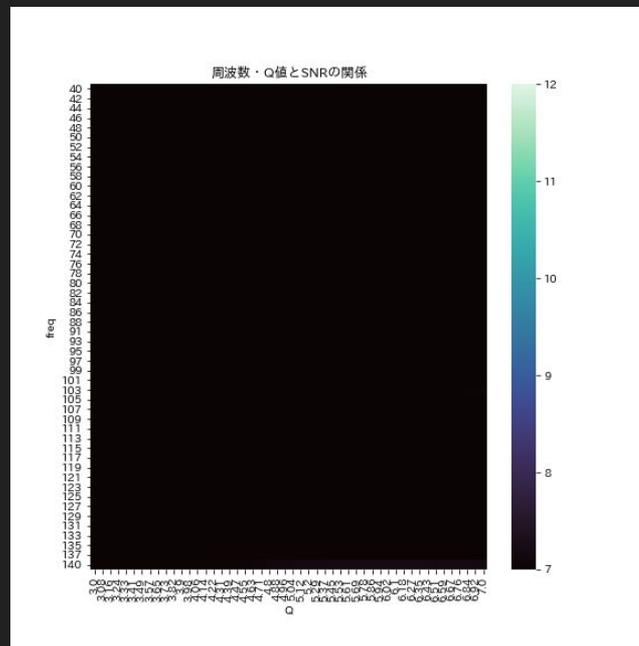
→これらの干渉計は高次モードの信号がノイズに対して**有意とは言えない**。

3. 結果 GW190521に関してパラメータの探索

- 自作テンプレートを用いてGW190521の信号をパラメータ Q , f を変えながら調べた



優勢モード(2,2)



高次モード(3,3): SNR > 7が全く見られない

3. 結果

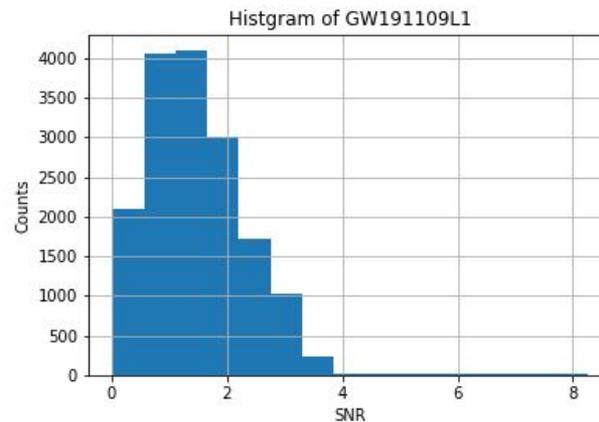
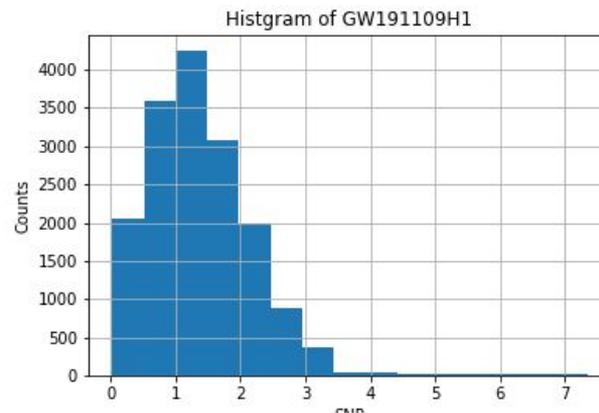
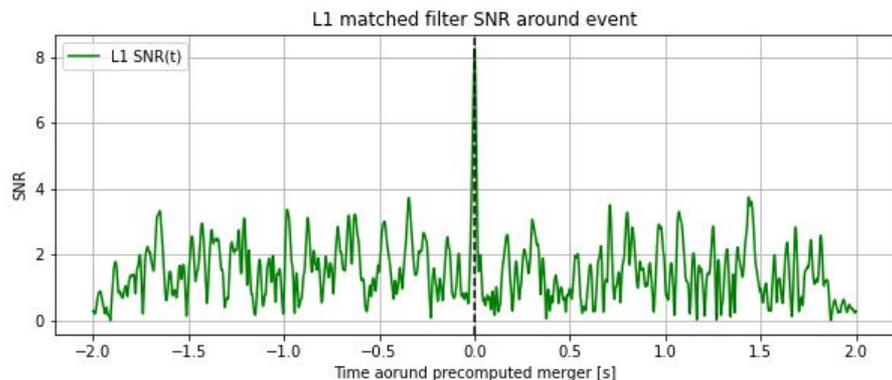
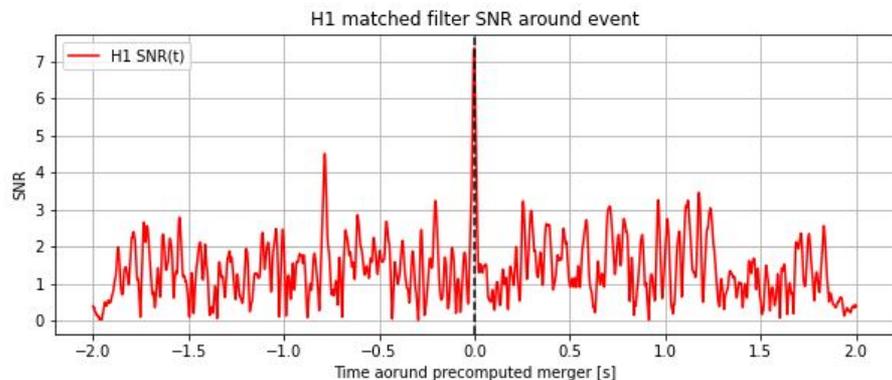
3.3 GW191109について

まずRing downの優勢モードの値 (f_{22}, τ_{22}) ~ (119 Hz, 0.007 s)を用いてRing downのテンプレート波形を計算した。

| モード | 質量 M [太陽質量] | スピン χ | 時定数 τ [s] | 周波数 f [Hz] |
|----------|---------------|------------|----------------------|--------------------|
| (2,2)モード | 135 | 0.61 | 7.8×10^{-3} | 1.19×10^2 |
| (3,3)モード | 135 | 0.61 | 7.6×10^{-3} | 1.90×10^2 |

3. 結果

3.3 GW191109の優勢モード(2,2)探索



3. 結果

3.3 GW191109の優勢モード(2,2)探索

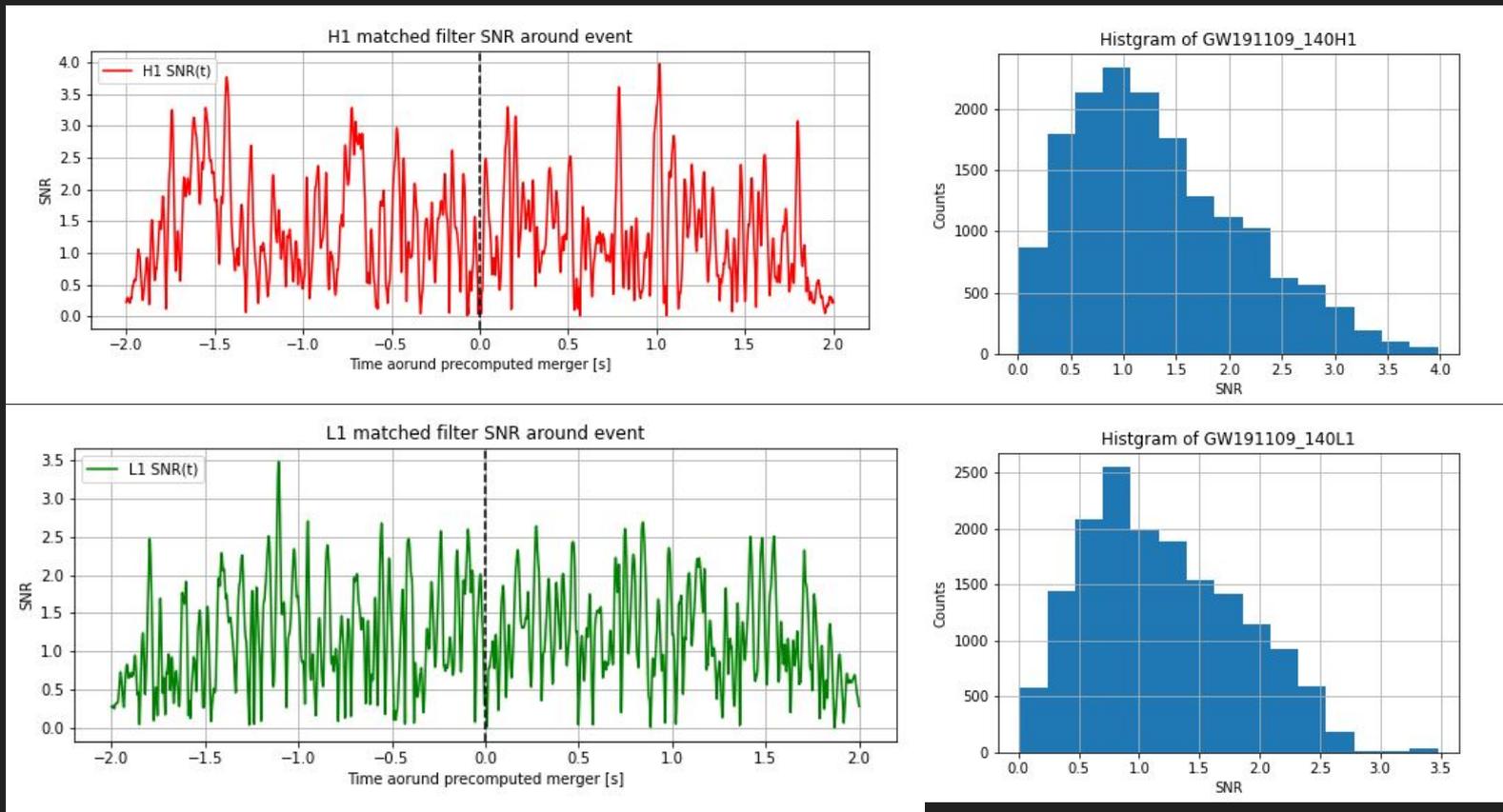
GW191109のイベントはVirgoのデータはない。

HanfordとLivingstonのデータからは、SNRに明らかなピーク部分が見つかった。

→優勢モード(2,2)はノイズに対して信号が有意であると結論できる。

3. 結果

3.3 GW191109の高次モード(3,3)探索



3. 結果

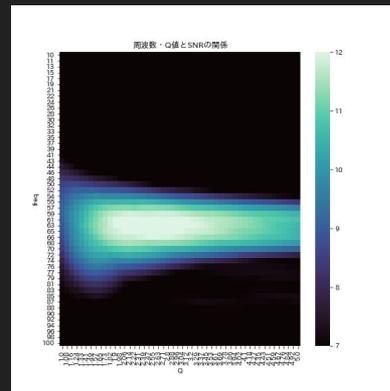
3.3 GW191109の優勢モード(3,3)探索

いずれのデータでも優勢モード(2,2)のSNRに比べて明らかなピークが立たない。

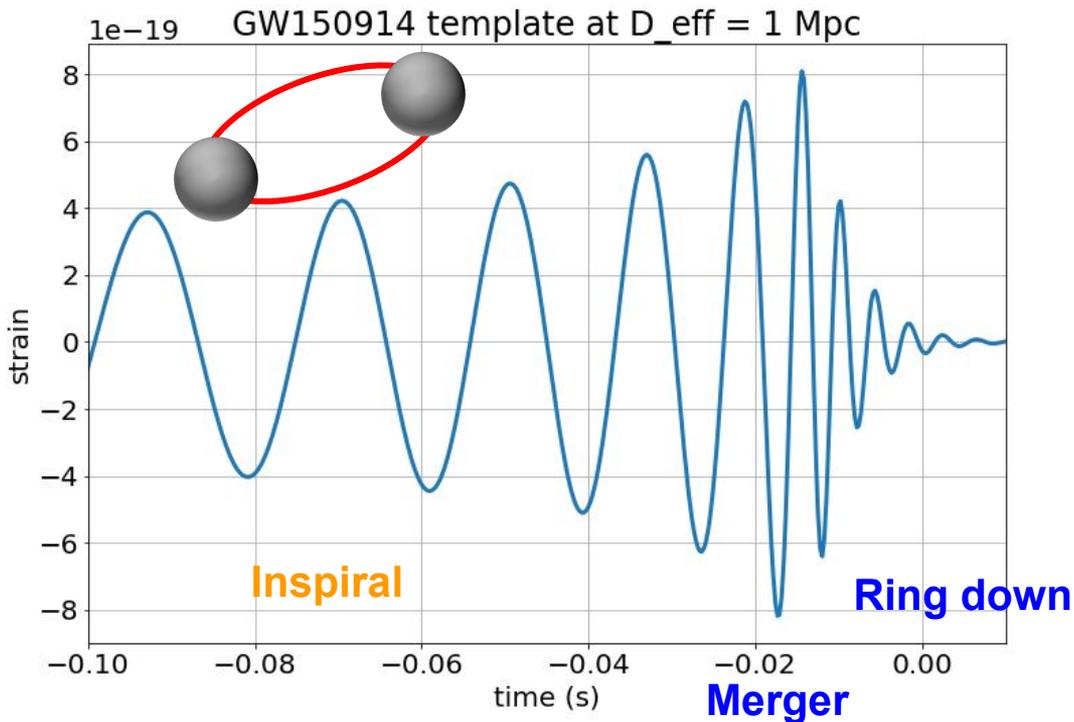
→これらの干渉計は高次モードの信号がノイズに対して有意とは言えない。

4. 考察

- 検知した重力波がどの程度確からしいか分からない
 - 雑音をガウスノイズであるとして、信号がないのに SNRが8を超える確率を評価してみる必要がある
 - 信号がある場合はヒストグラムの形が異なると考えられる
- (2, 2)モードでも、Q値(τ に関する値)
- については決定精度が低い
- (3, 3)モードでは、SNRが7を越える周波数・Q値が見つからなかった
→ 今回の手法では、高次モードを検出するには精度が不十分



連星ブラックホール合体信号の离心率の推定



1. 背景・目的

コンパクト連星系

- 中性子星(NS)-ブラックホール(BH)
- NS-NS
- BH-BH

重力波を放射

→ エネルギー・角運動量を失うことで軌道半径が小さくなり

かつ、円軌道に近付いていく

1. 背景・目的

コンパクト連星系の形成モデル

1. **孤立連星進化モデル**: もともと連星だった恒星がそれぞれコンパクト天体になる
軌道が縮まる時間スケール ≫ 円軌道に近づく時間スケール
→ 離心率の兆候はほぼ残らない
2. **力学的形成モデル**: それぞれ別にコンパクト天体となったものが連星になる
連星が形成されたときの軌道半径が小さい場合
→ 離心率の兆候が残ってもよい

離心率は形成モデルの妥当性を評価する指標となりうる

1. 背景・目的

離心率は形成モデルの妥当性を評価する指標となりうる



従来のLIGO-Virgoの重力波探索やパラメータ推定では
一般に離心率を仮定した理論波形モデルが用いられていない

離心率を考慮した波形モデルで重力波形データを解析し離心率の兆候を探る

2. 方法

解析に用いるもの

- GWOSC (<https://www.gw-openscience.org/>)
 - 観測データ、ソフトウェアを提供
- PyCBC (<https://pycbc.org>)
 - コンパクト連星の合体 (CBC)による重力波を探索・解析するための Pythonライブラリ

離心率を考慮した波形モデル

- TaylorF2Ecc (<https://arxiv.org/abs/1605.00304>)
 - 有効なのは $e \leq 0.1$
- EccentricFD (<https://arxiv.org/abs/1408.3406>)
 - 有効なのは $e \leq 0.4$ かつtotal mass ≤ 12 solar mass

2. 方法

尤度比検定を行う

$$\Lambda := \frac{\text{信号があるときデータ } x \text{ を得る確率}}{\text{信号がないときデータ } x \text{ を得る確率}}$$

↓ 雑音の定常性・ガウス性

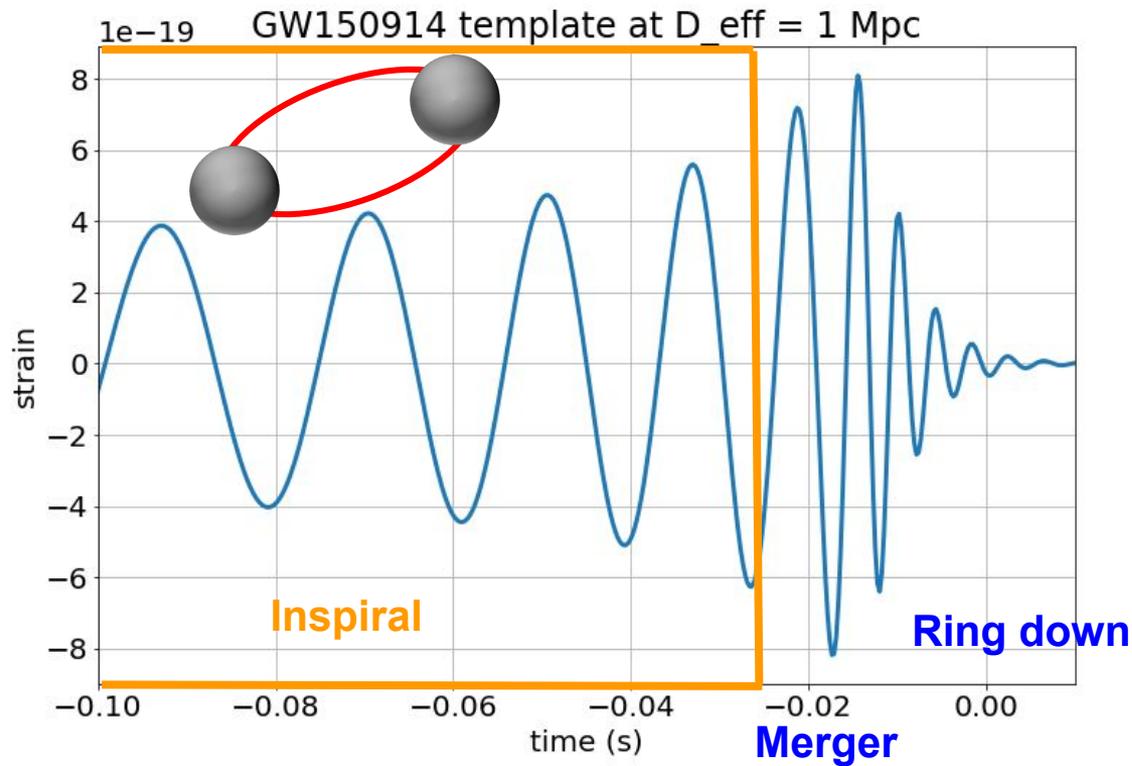
$$\ln \Lambda = (x, h_\theta) - \frac{1}{2} (h_\theta, h_\theta)$$

$$(x_1, x_2) := 4\text{Re} \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} df \frac{\tilde{x}_1(f) \tilde{x}_2^*(f)}{S_n(f)}$$

x : データ, h_θ : パラメータ θ でのモデル波形, S_n : 感度

2. 方法

Inspiralを切り取るため
fminとfmaxを設定



2. 方法

パラメータ

- スピン(=0)
- 連星の質量
- 地球からの距離
- 軌道傾斜角
- 赤経・赤緯
- 偏極角
- 時刻

→全て固定

- 離心率

→変化させる

2. 方法

イベント

質量が比較的小さいため、inspiral phaseの解析が可能

- **GW170608**
 - $m_1=12$ 太陽質量、 $m_2=7$ 太陽質量、 $D=340$ Mpc
 - <https://arxiv.org/abs/2002.05528>
- **GW190814**
 - $m_1=23.2$ 太陽質量、 $m_2=2.59$ 太陽質量、 $D=241$ Mpc
 - 今まで、離心率の解析はされていない

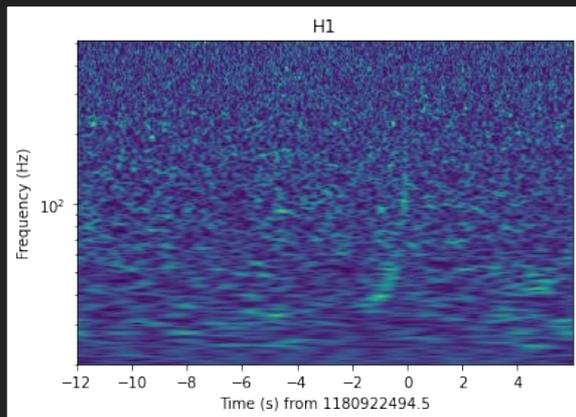
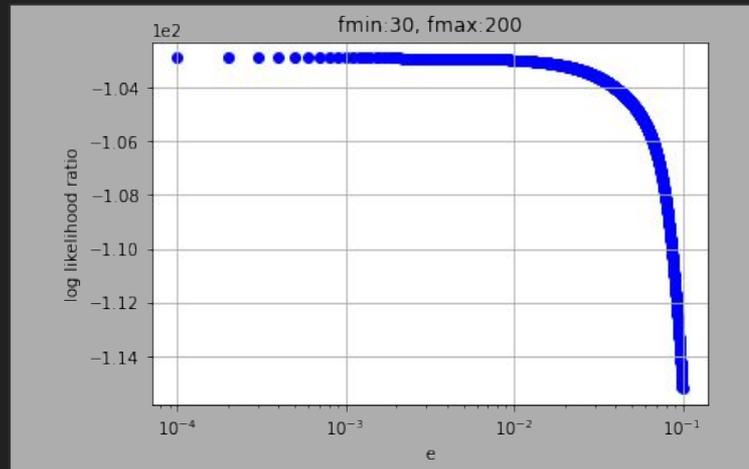
3. 結果: GW170608

$$m_1 \sim 12M_{\odot}$$

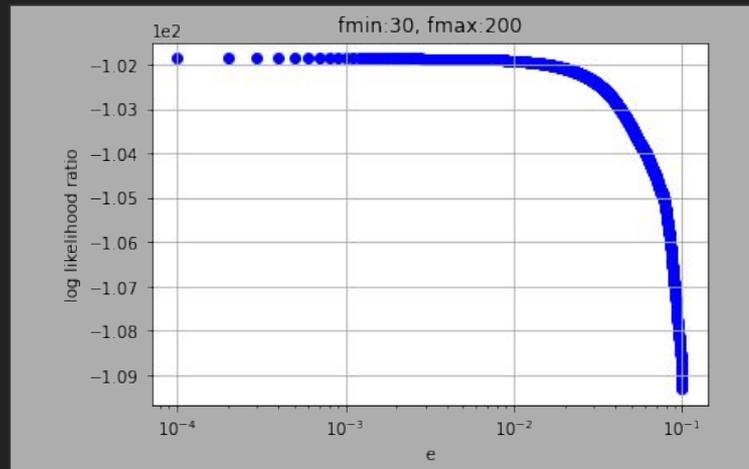
$$m_2 \sim 7M_{\odot}$$

$$D \sim 340 \text{ Mpc}$$

TaylorF2Ecc



EccentricFD



HanfordでのGW170608のスペクトログラム

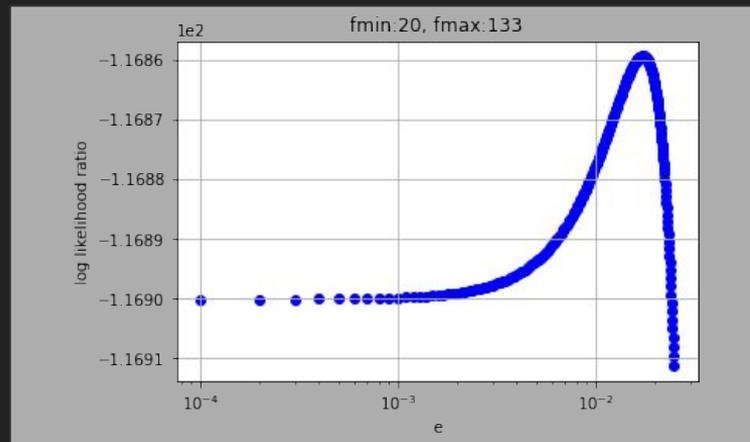
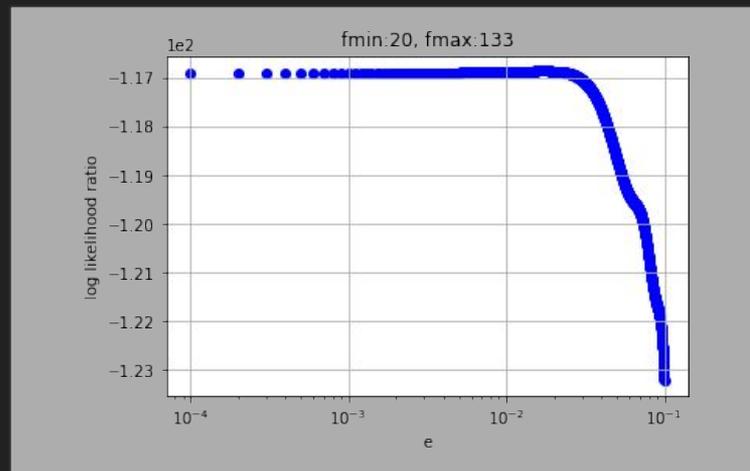
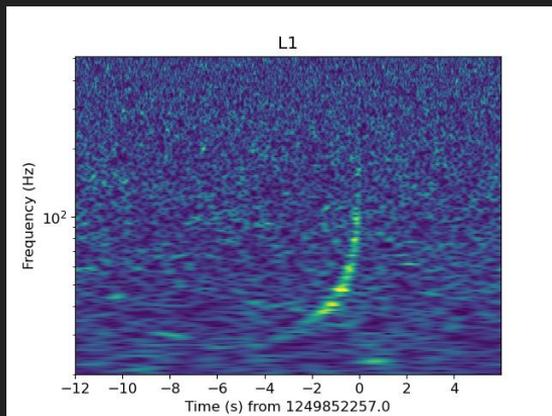
3. 結果: GW190814

$$m_1 \sim 23.2 M_{\odot}$$

$$m_2 \sim 2.59 M_{\odot}$$

$$D \sim 241 \text{ Mpc}$$

TaylorF2Ecc



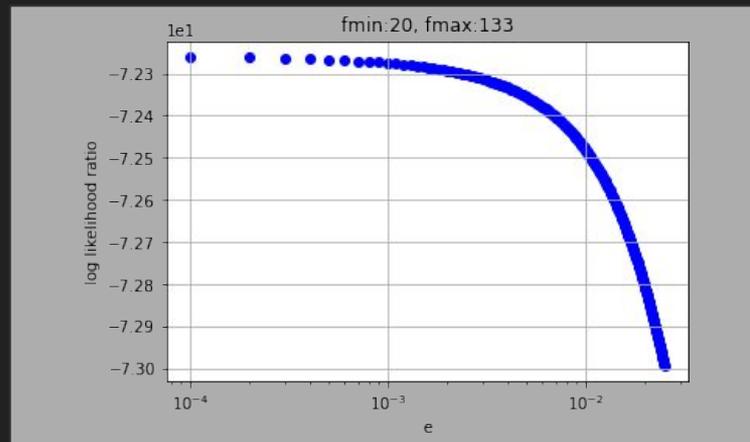
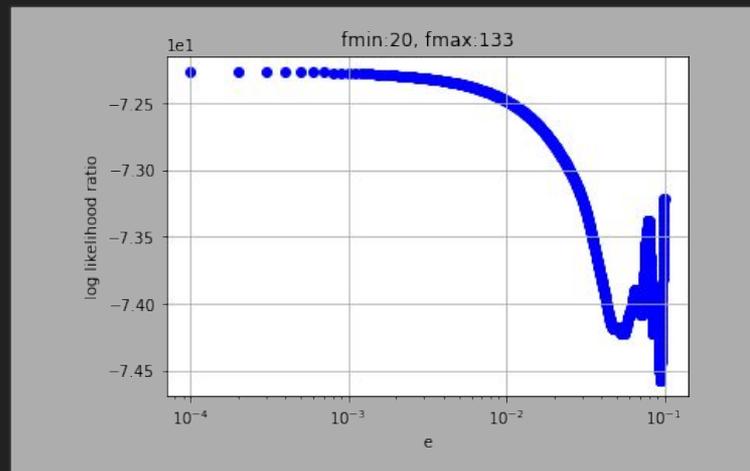
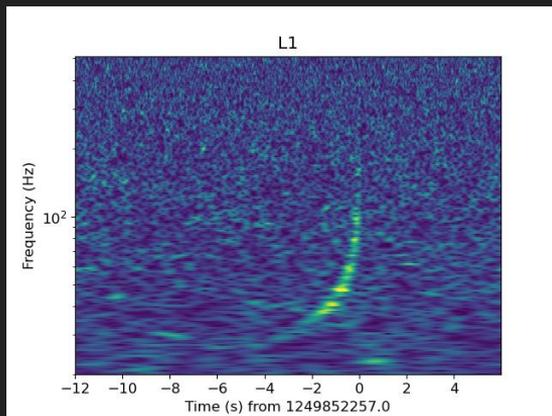
3. 結果: GW190814

$$m_1 \sim 23.2 M_{\odot}$$

$$m_2 \sim 2.59 M_{\odot}$$

$$D \sim 241 \text{ Mpc}$$

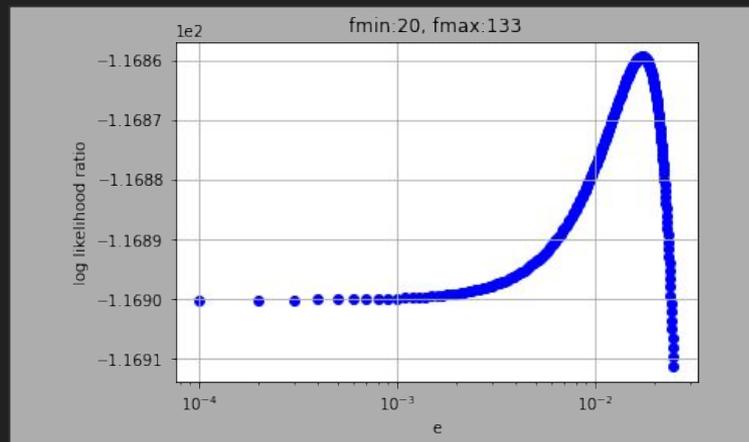
EccentricFD



LivingstonでのGW190814のスペクトログラム

3. 結果

- GW170608
 - TaylorF2Ecc、EccentricFDどちらも離心率の兆候は見られない
- GW190814
 - **TaylorF2Eccで離心率($e \approx 0.018$)の兆候を確認**
 - EccentricFDでは離心率の兆候は見られない



4. 考察

- 波形モデル
 - GW190814
 - TaylorF2ECCとEccentricFDで結果が異なる
 - EccentricFDの質量の適用範囲に問題がある可能性
 - より精密な波形モデルを構築して解析する必要
- 簡単のため、離心率以外のパラメータを固定していた
 - より多くのパラメータを動かしての解析が必要

まとめ

- QNM

- GW190521 & 191109

優勢モード(2,2)はLIGOでノイズよりも信号が有意

高次モード(3,3)はいずれも有意には見られず

- 離心率

- GW190814

TaylorF2Eccで離心率($e \approx 0.018$)の兆候を確認

- ご清聴ありがとうございました