

宇宙・素粒子 Spring School 2019

重力波天文学

浅田喜久 大島由佳 霞綺花
小藤由太郎 杉森由佳子

目次

□簡易干渉計の実験

- 目的（杉森）
- 方法（杉森・大島）
- 結果（小藤）
- 考察（小藤）

□LIGOデータの解析

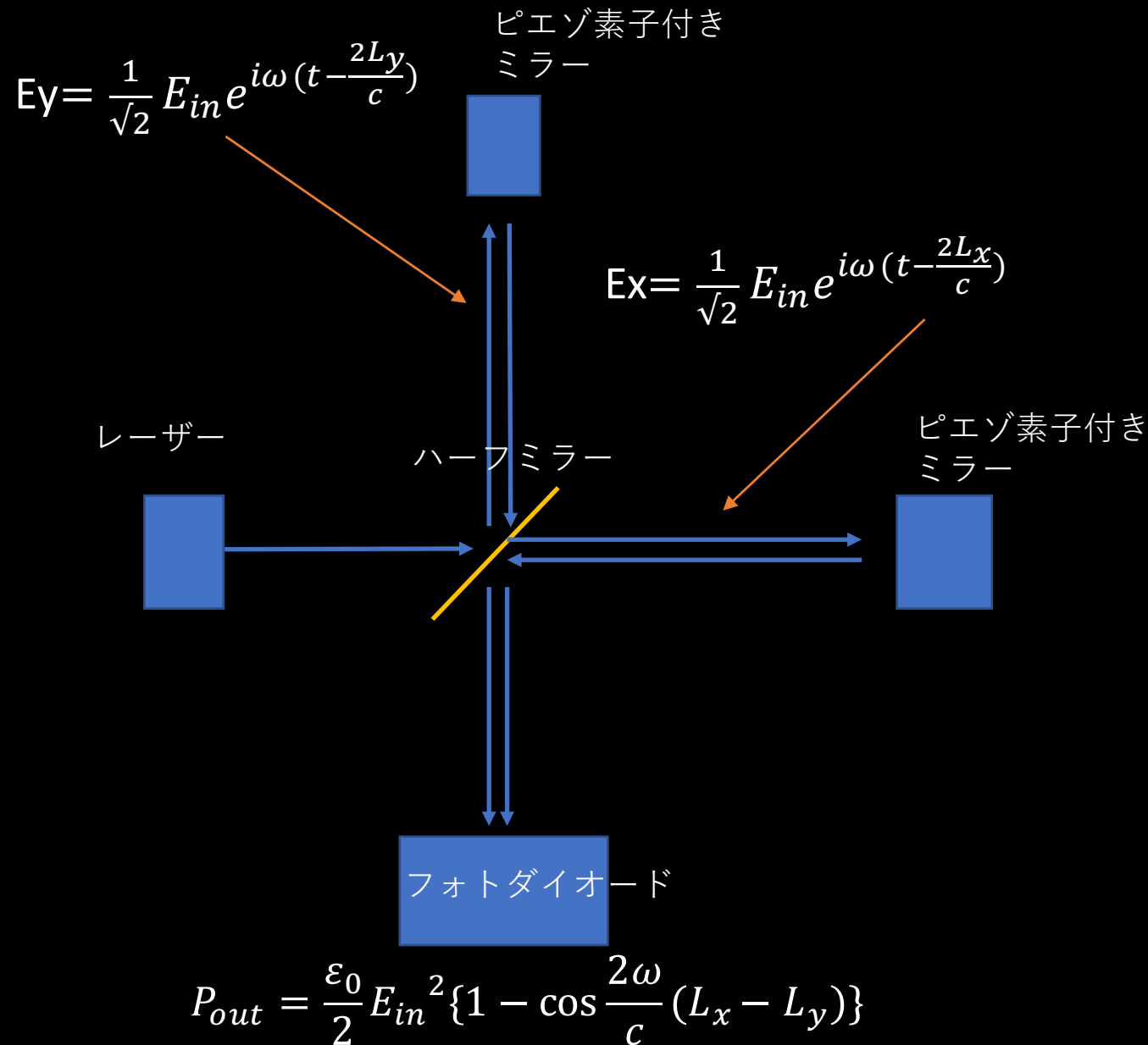
- 目的（大島）
- 方法（浅田）
- 結果（霞）
- 考察（霞）

簡易干渉計の実験

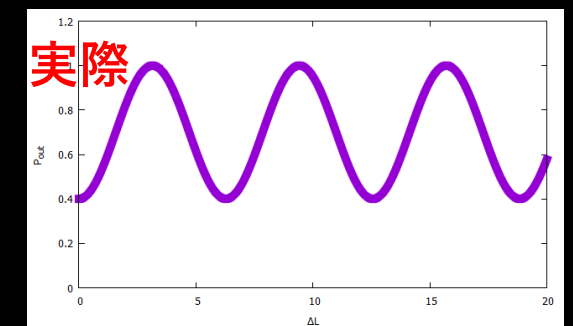
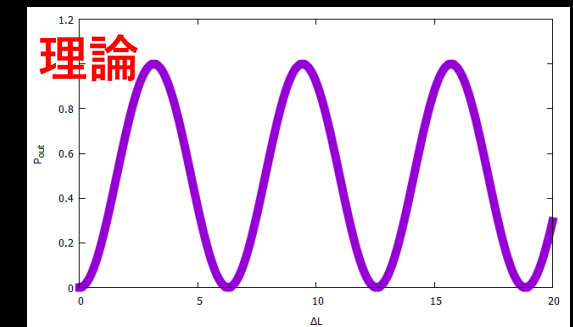
目的

簡易干渉計の精度の周波数依存性を調べる

方法：マイケルソン干渉計

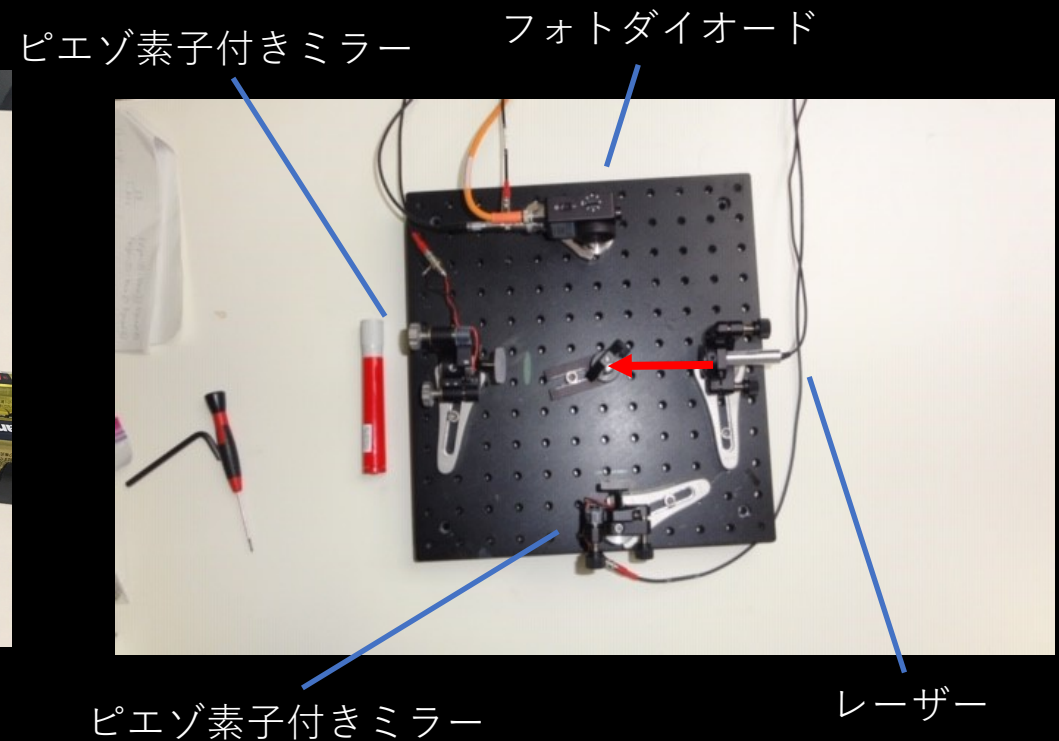
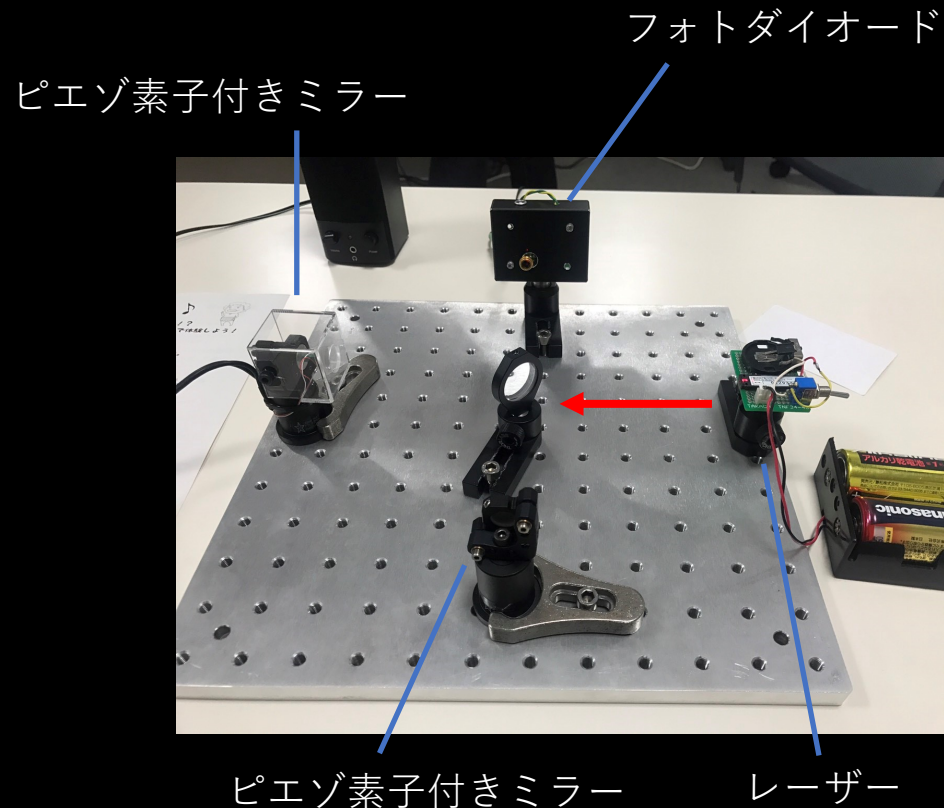


フォトダイオード
の出力電圧



ΔL

方法：マイケルソン干渉計

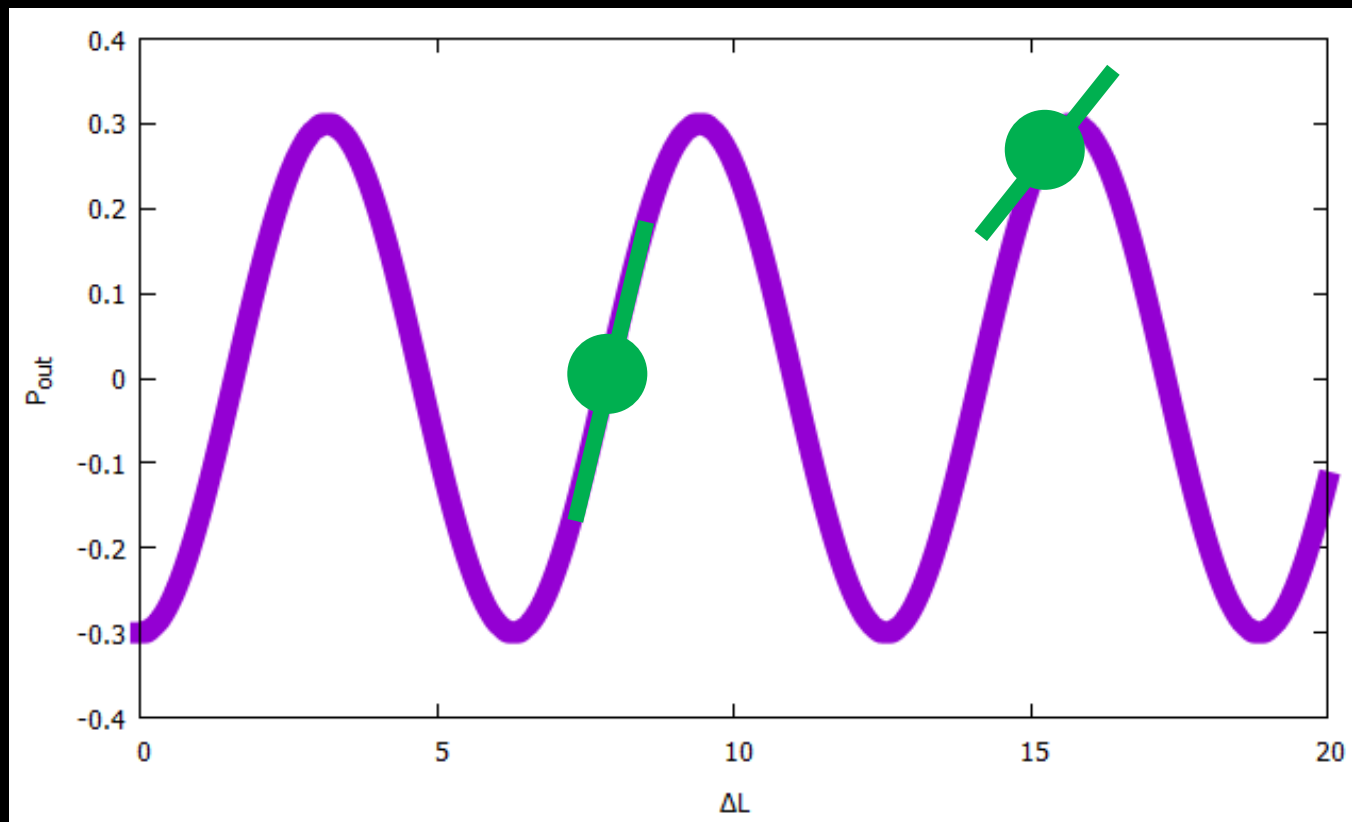


方法：フィードバック制御

δy (外乱) $\propto V$ の傾きがわかる位置でミラーを制御する

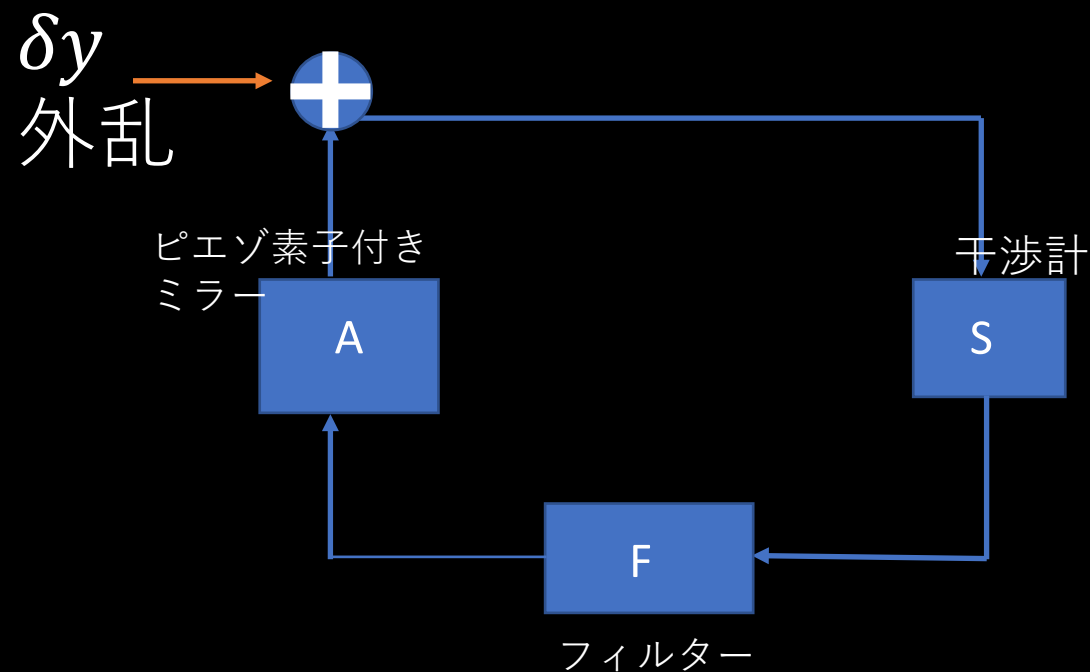
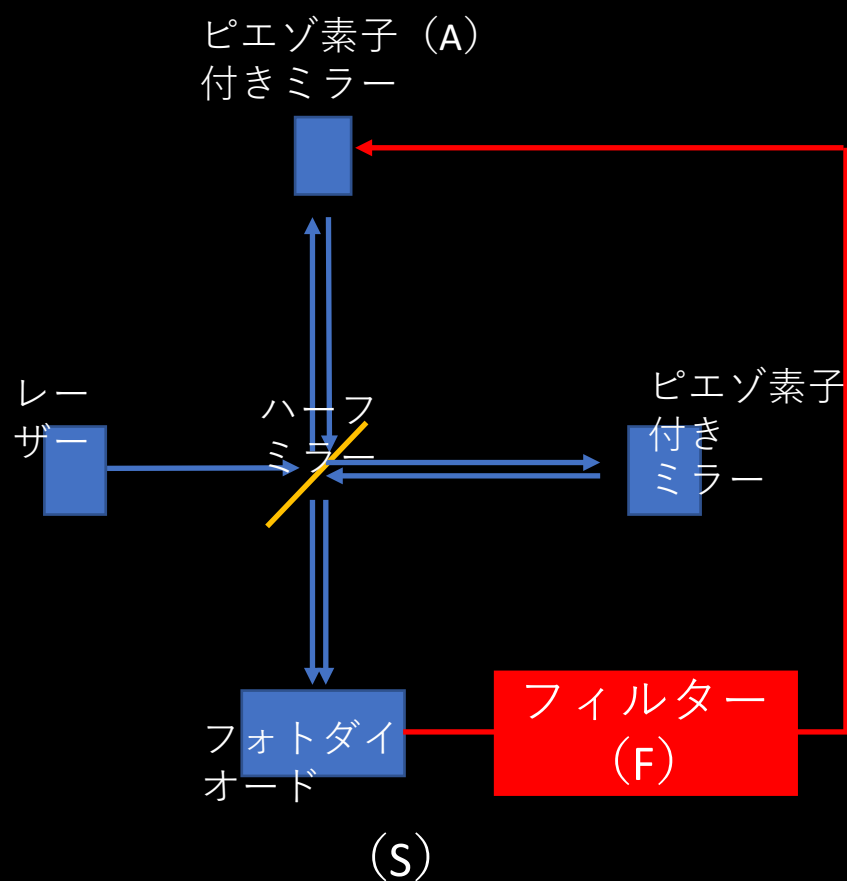
→ V を測れば δy がわかる

フォトダイオードの出力電圧



ΔL

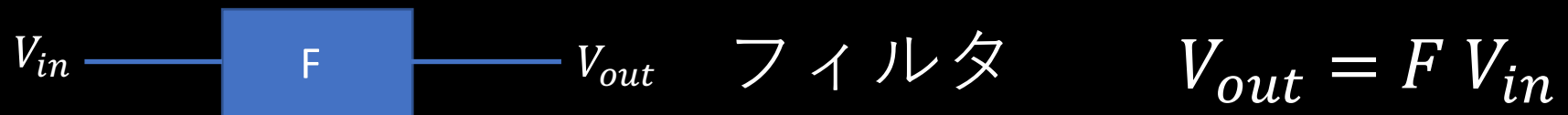
方法：フィードバック制御



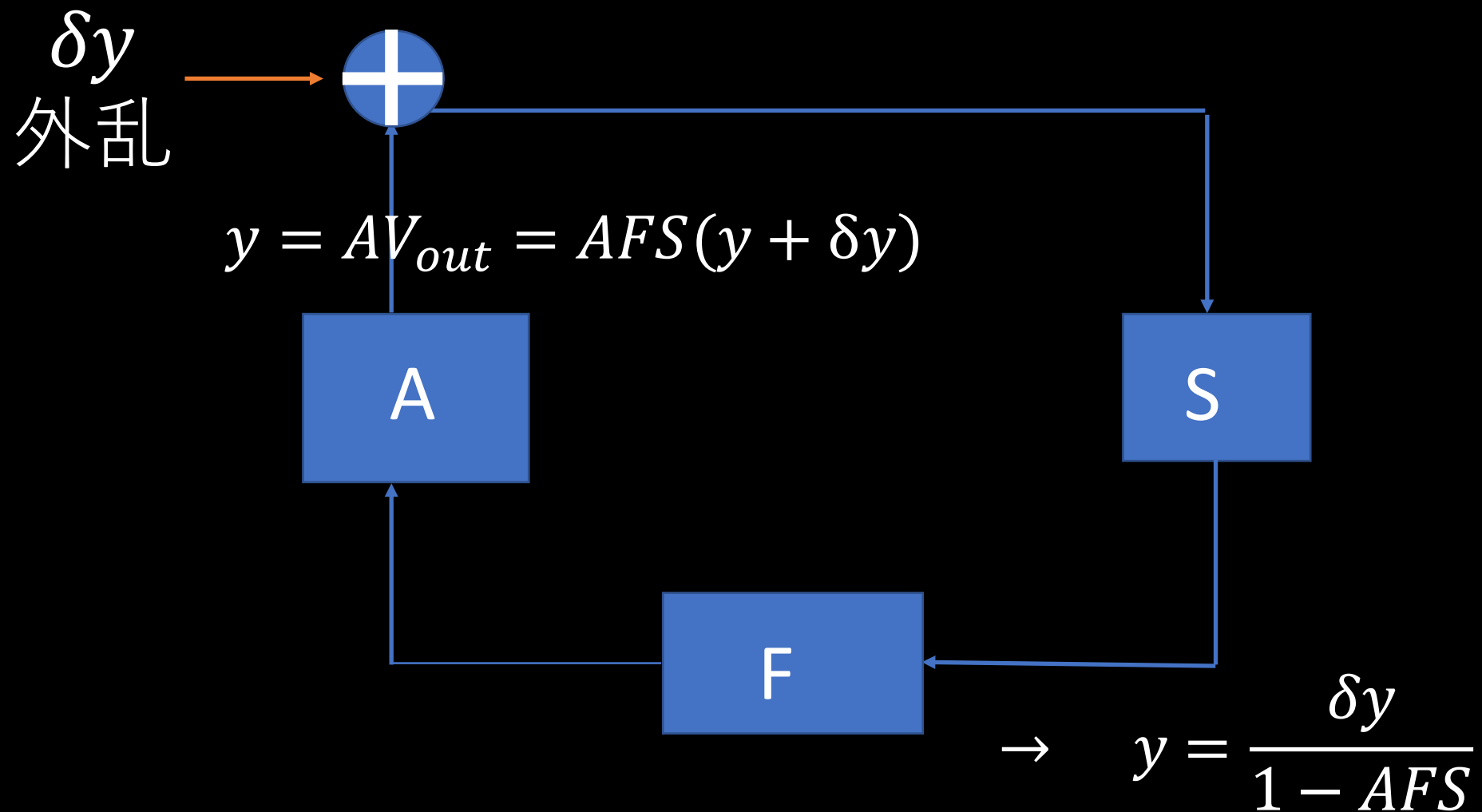
方法：フィードバック制御

入力

出力



方法：フィードバック制御

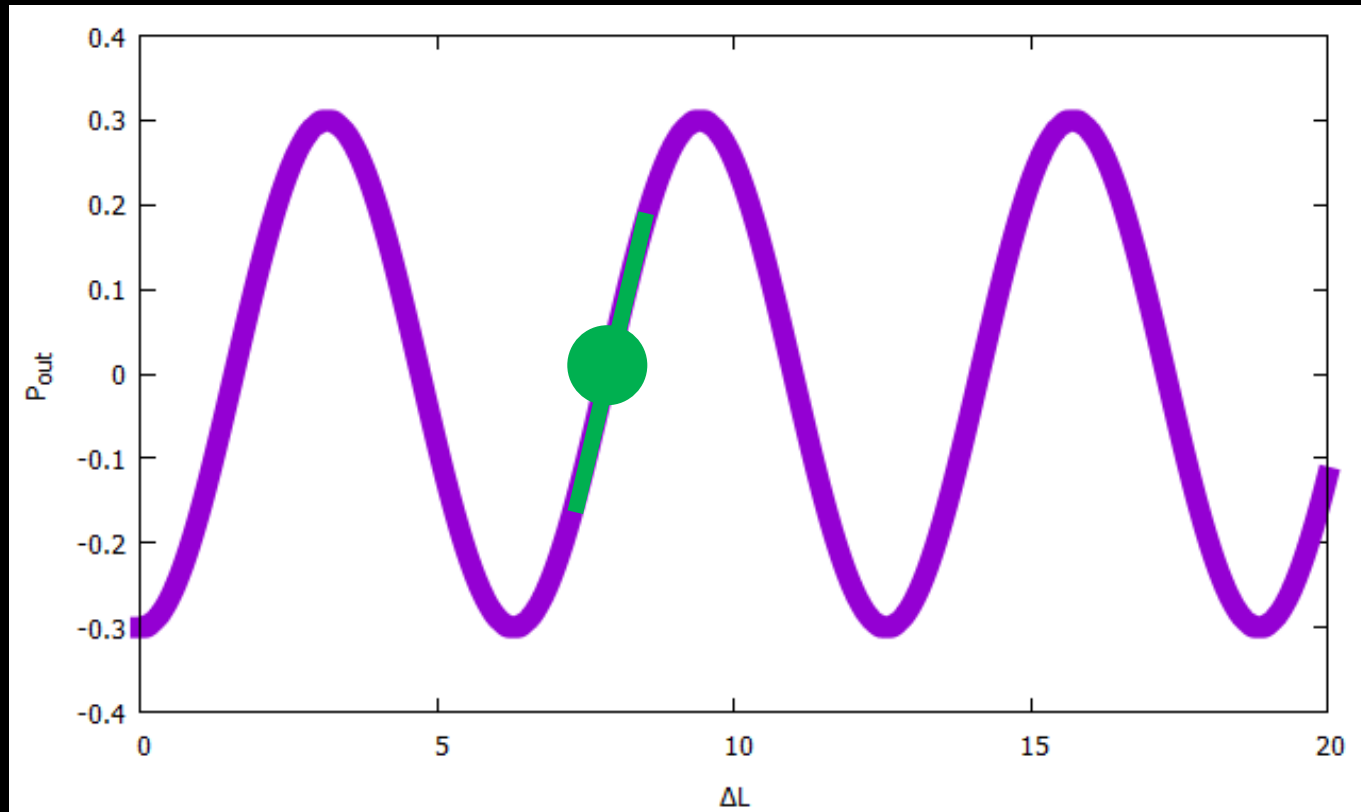


方法

$\delta y \propto V$ の傾きがわかるようにミラーを制御する
→ V を測れば δy がわかる

本当？
精度は？

既知の電圧を入れて δy_{true} と δy_{exp} を比べる

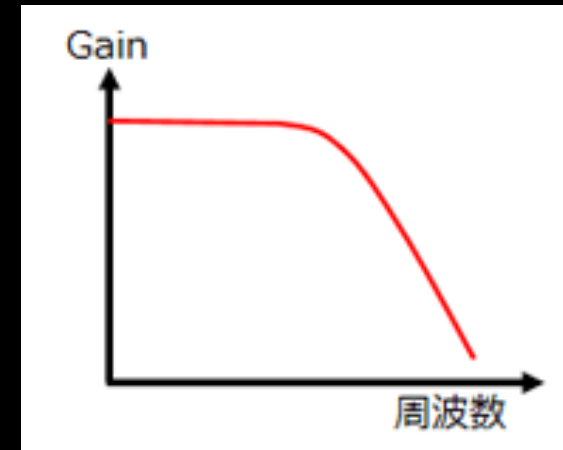
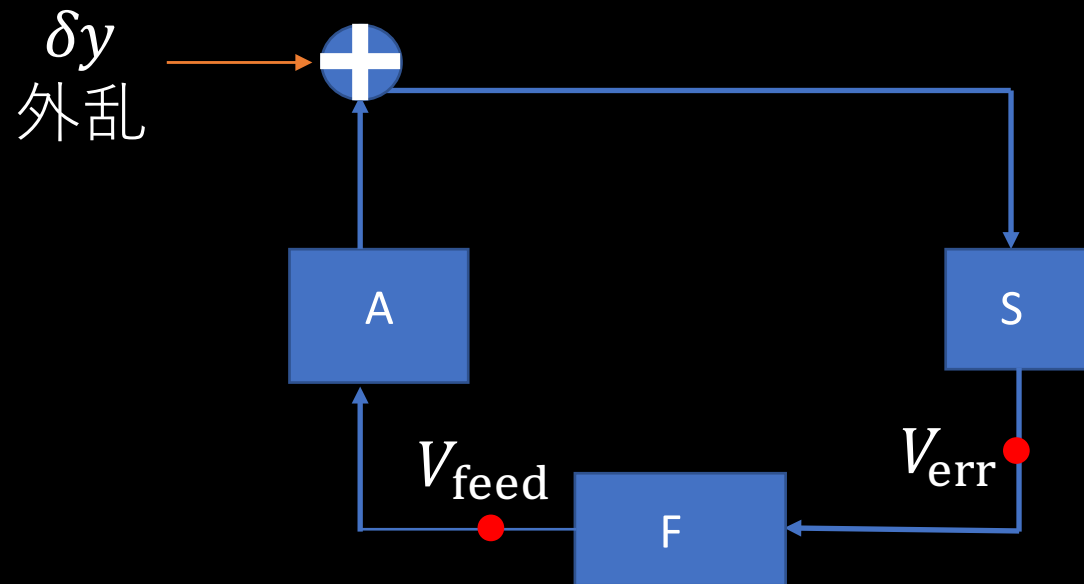


測定方法

- F はローパスフィルター

- $V_{\text{err}} = \frac{S}{1-AFS} \delta y_{\text{exp}}$

$$V_{\text{feed}} = \frac{FS}{1-AFS} \delta y_{\text{exp}}$$



<https://industrial.panasonic.com/jp/ss/technical/b4> より

低周波数	F 大	V_{err} 小	V_{feed} 大
高周波数	F 小	V_{err} 大	V_{feed} 小

測定方法

- $V_{\text{err}} = \frac{s}{1-AFS} \delta y_{\text{exp}} \rightarrow \delta y_{\text{exp}} = \frac{1-AFS}{s} V_{\text{err}}$
- $V_{\text{feed}} = \frac{FS}{1-AFS} \delta y_{\text{exp}} \rightarrow \delta y_{\text{exp}} = \frac{1-AFS}{FS} V_{\text{feed}}$
- $\delta y_{\text{true}} = (\text{ピエゾ素子に加えた電圧}) \times A$
= (ピエゾ素子が動いた真の長さ)
- A : 周波数依存性あり
- 低周波数 (1Hz) , 高周波数 (1 kHz) で測定

結果

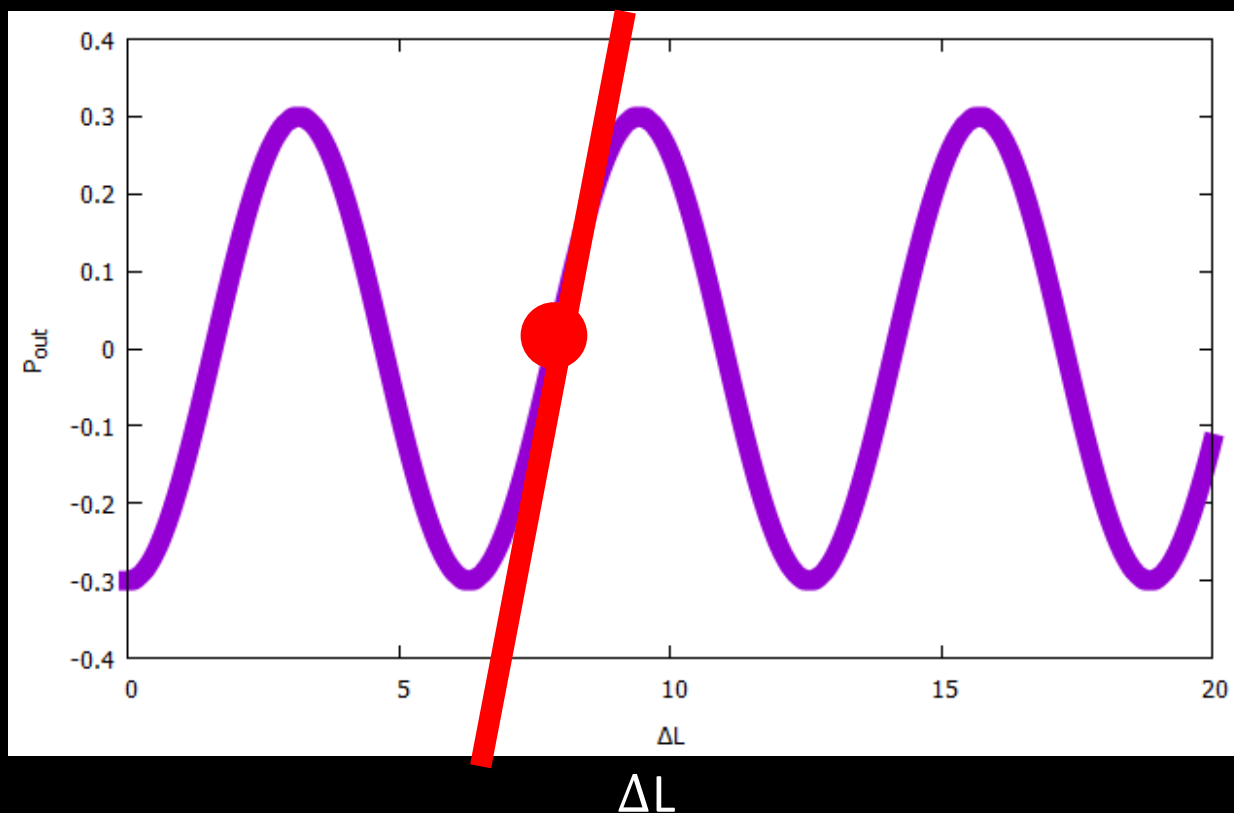
	$\delta y_{\text{true}} [10^{-8} \text{ m}]$	$\delta y_{\text{exp}} [10^{-8} \text{ m}]$
1 Hz	4.01 ± 0.26	4.18 ± 0.76
1 kHz	4.68 ± 0.58	1.41 ± 0.15

- 1 Hz のとき誤差の範囲で一致
- 1 kHz のとき誤差の範囲で不一致

考察：揺れと変位が比例しない

- $V_{\text{err}} = \frac{S}{1-AFS} \delta y$, $V_{\text{feed}} = \frac{FS}{1-AFS} \delta y$
- V_{err} が大きい時、傾きがずれる範囲まで含まれてしまう
- δy_{exp} の値は真の値よりも小さくなる

フォトダイオードの出力電圧



考察： V_{err} , V_{feed} が中くらい

- $V_{\text{err}} = \frac{S}{1-AFS} \delta y$, $V_{\text{feed}} = \frac{FS}{1-AFS} \delta y$
- F :大 $\rightarrow V_{\text{feed}} \sim \delta y$, F :小 $\rightarrow V_{\text{err}} \sim \delta y$
- 1 Hz のとき、 $F=66$ で F が十分に大きい。
- 1 kHz のとき、 $F \sim 0.1$, $1-AFS \sim 0.2$ で $V_{\text{err}} \gg V_{\text{feed}}$ が成り立っていなかった

低周波数	F 大	V_{err} 小	V_{feed} 大
高周波数	F 小	V_{err} 大	V_{feed} 小

結論

簡易干渉計の精度は

1 Hz のとき誤差の範囲で一致した。

1 kHz のとき誤差の範囲で一致しなかった。

LIGOデータの解析

動機

- 小質量ブラックホール連星の合体を見つけたい

- 観測で見つかっている
最小のブラックホールは $5M_{\odot}$

質量



https://www.ligo.caltech.edu/system/avm_image_sqls/binaries/101/jpg_original/Masses_of_Dead_Stars_LIGO_Virgo_default.jpg?1543862490 より

- 宇宙誕生直後にできた
原始ブラックホールである可能性がある

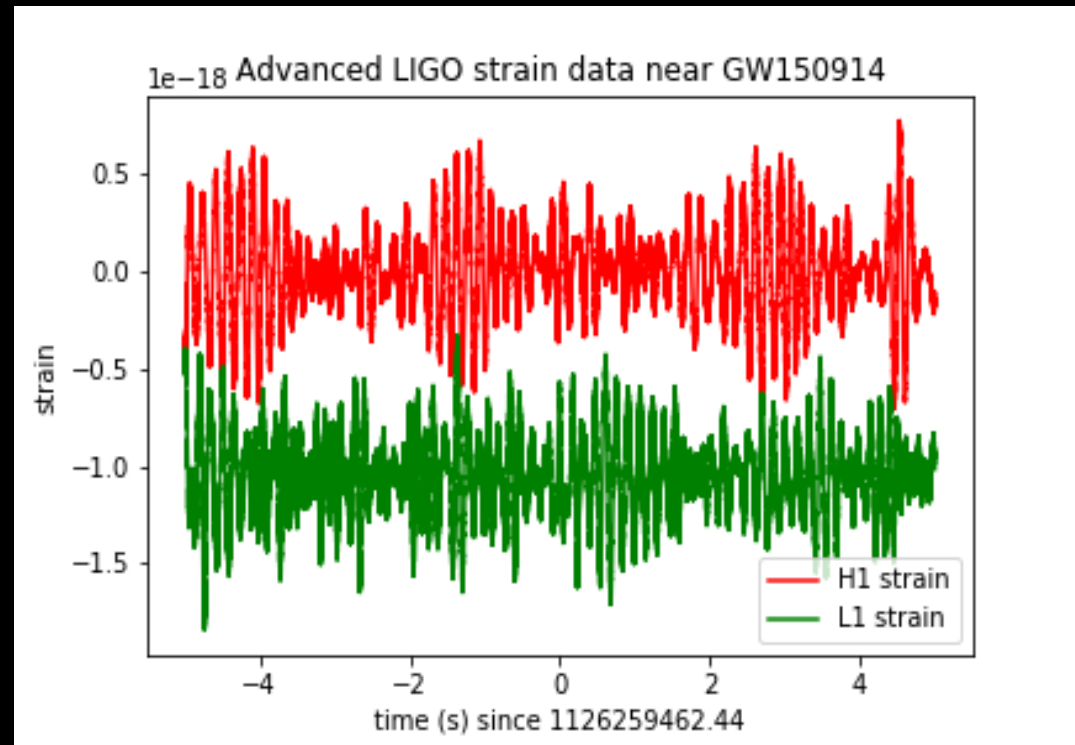
目的

小質量ブラックホール連星の合体による重力波
を発見する

Matched Filter法

得られるデータ $x(t)$ はノイズ $n(t)$ と信号 $h(t)$ の和
この信号がどのような重力波によるものなのか
を探索する

GW150914の観測データ
赤:Hanford 緑:Livingston



- 次で定義される ρ を考える

$$\rho = (\tilde{x}, \hat{s}) \equiv 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{x}(f) \hat{s}^*(f)}{S_n(|f|)} df$$

$S_n(|f|)$: ノイズの片側パワースペクトル密度

$\hat{s}(f)$: テンプレート (規格化理論波形)

- データ $x(t)$ に重力波信号 $s(t)$ が含まれる時のみ、この値は大きくなる (Matched Filter)
 - $s(t)$ のパラメータを変化させて、この ρ が大きくなるような $s(t)$ を探索すれば良い

- テンプレート $s(t)$ に対して基準時刻 t_0 を導入

$$s(t; t_0) \equiv s'(t - t_0)$$

- この時 ρ は

$$(\tilde{x}, \hat{s}) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{x}(f) \hat{s}^*(f; t_0 = 0)}{S_n(|f|)} e^{2\pi i f t_0} \mathrm{d}f$$

と計算される。

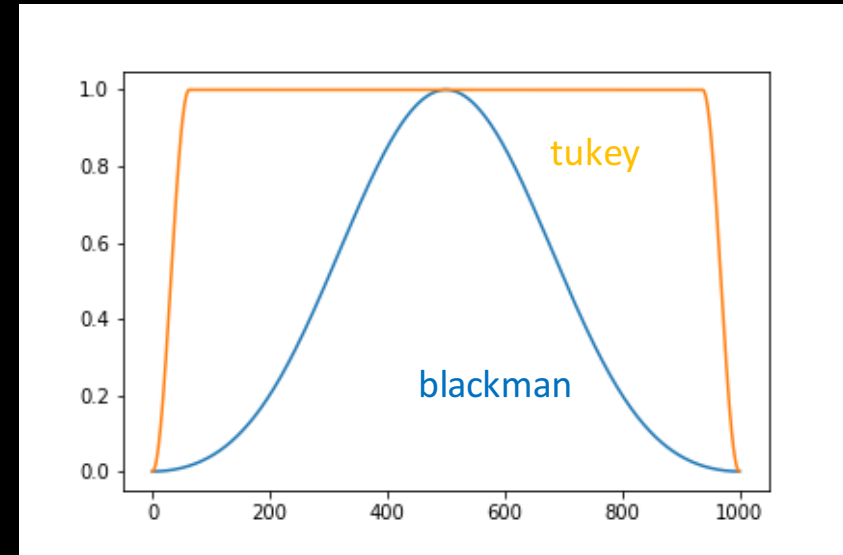
➤ 高速フーリエ変換(FFT)によって計算できる

window関数の必要性

- 有限時間の観測データに対してFFT
 - 周期性が必要
 - window関数を導入

- 利点
 - 両端での不連続性を回避
- 注意点
 - 両端付近に含まれる情報が失われる

window関数の例

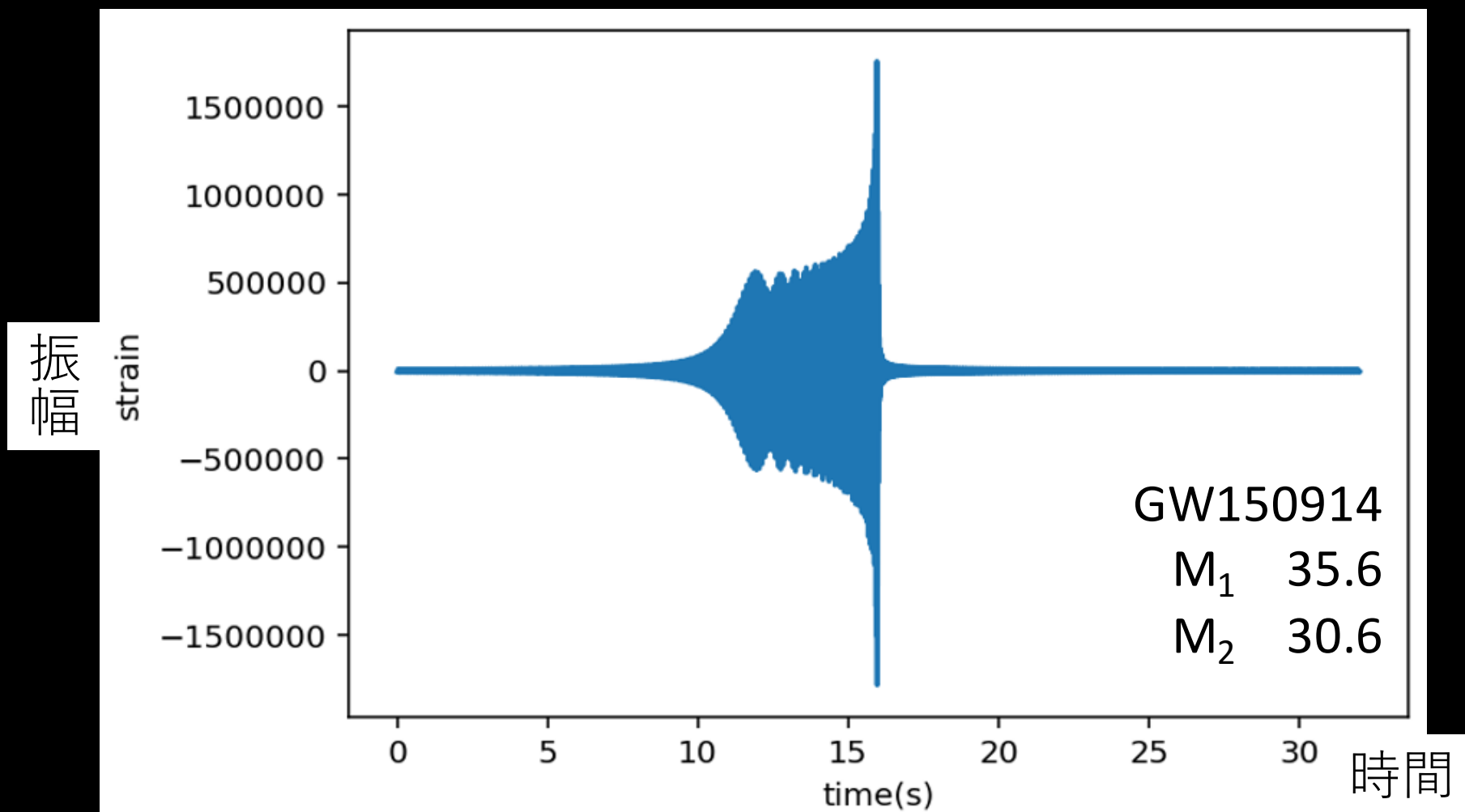


探索方法

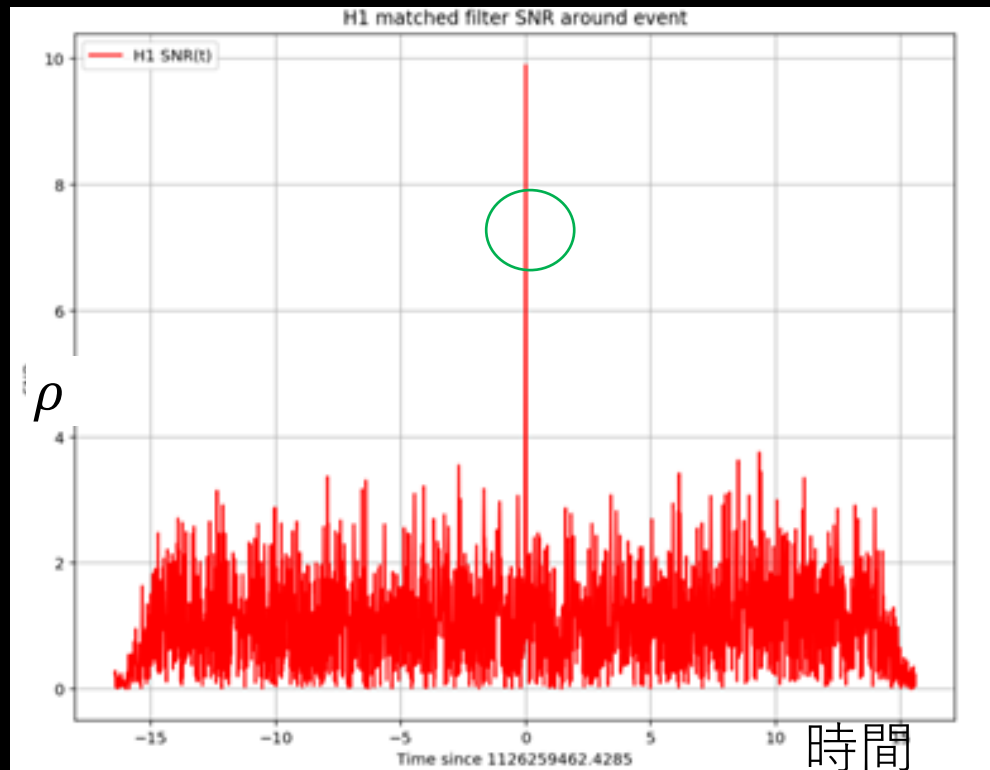
- LIGOが一般に公開しているMatched Filter法のプログラムコードを改良
 - テンプレート関数 $s(t)$ についてパラメーターを任意に設定できるように
- 一般に公開されている重力波望遠鏡の観測データに対して、低質量($\lesssim 1M_{\odot}$)領域で重力波イベントを探索する

結果：自作テンプレート

- 用いたテンプレートの波形



結果：自作テンプレート



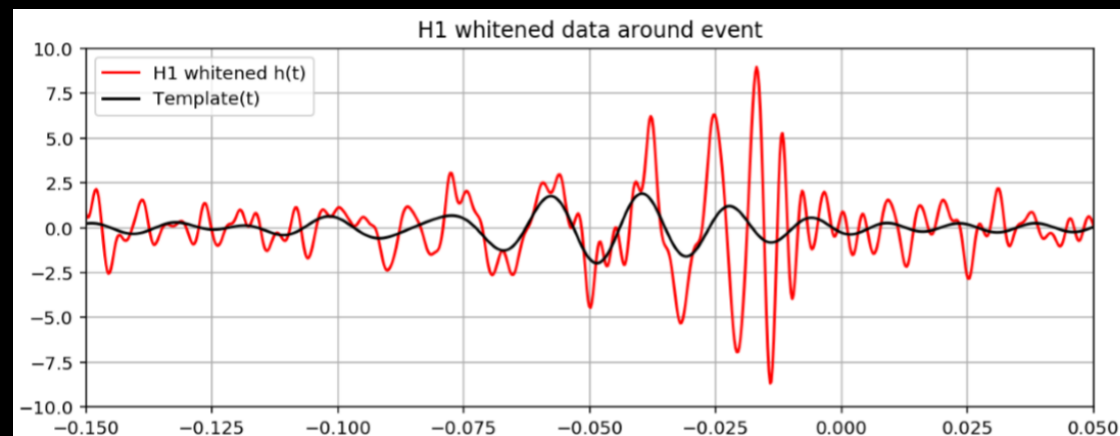
GW150914

M_1 35.6

M_2 30.6

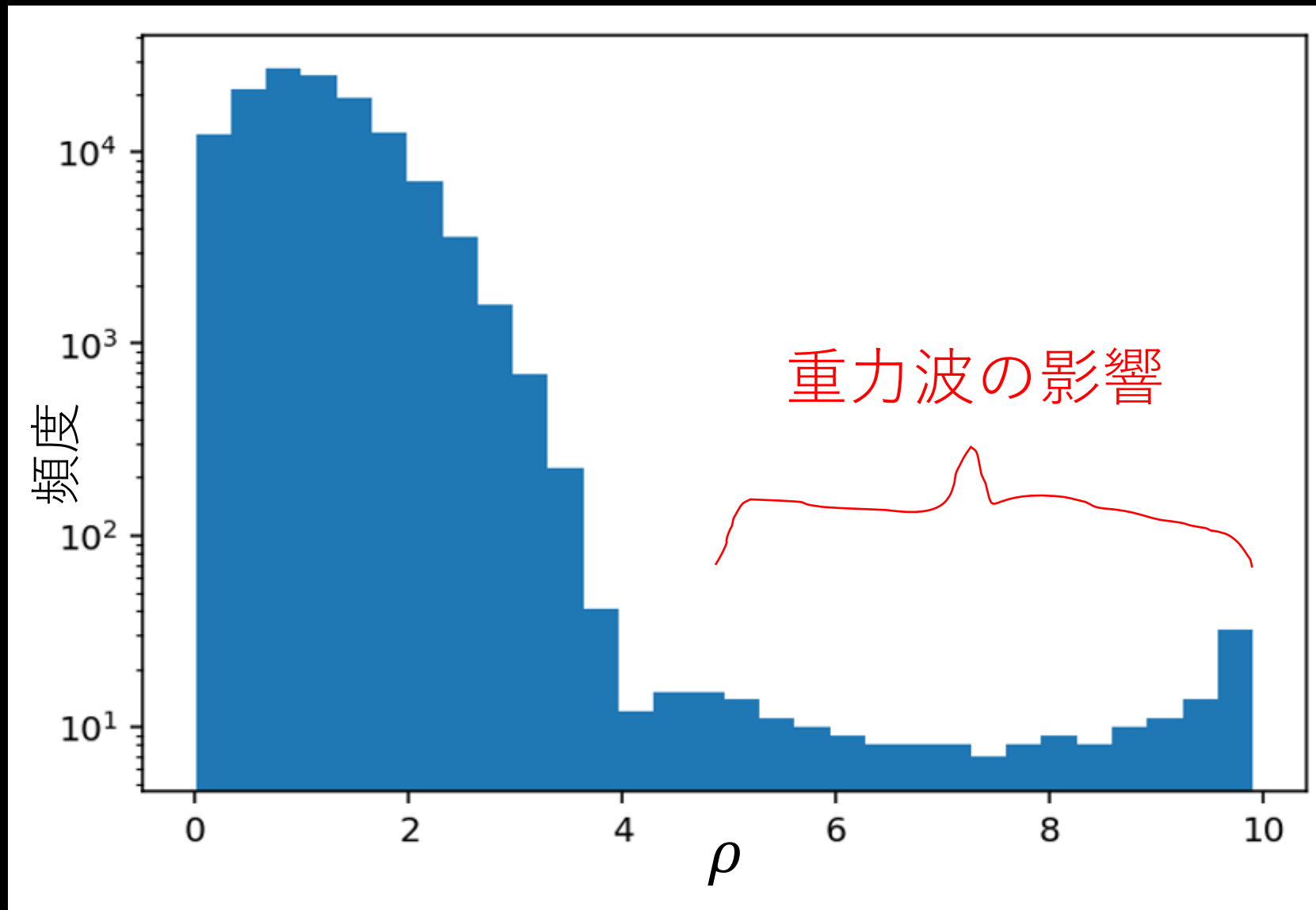
時間 2015年9月14日

振幅



時間

結果： ρ の頻度分布



結果：小質量での探索

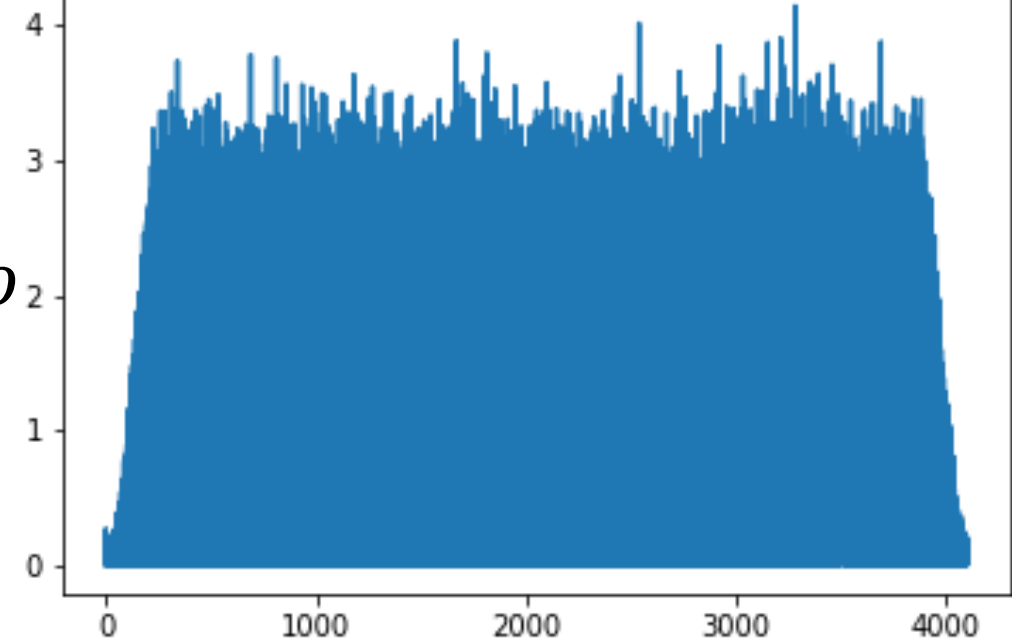
- GW150914で, m_1, m_2 を $0.1 M_\odot$ 刻みで,
 $0.5 \sim 1.0 M_\odot$ の範囲で変化させ, 重力波を探索

時間 4096 秒

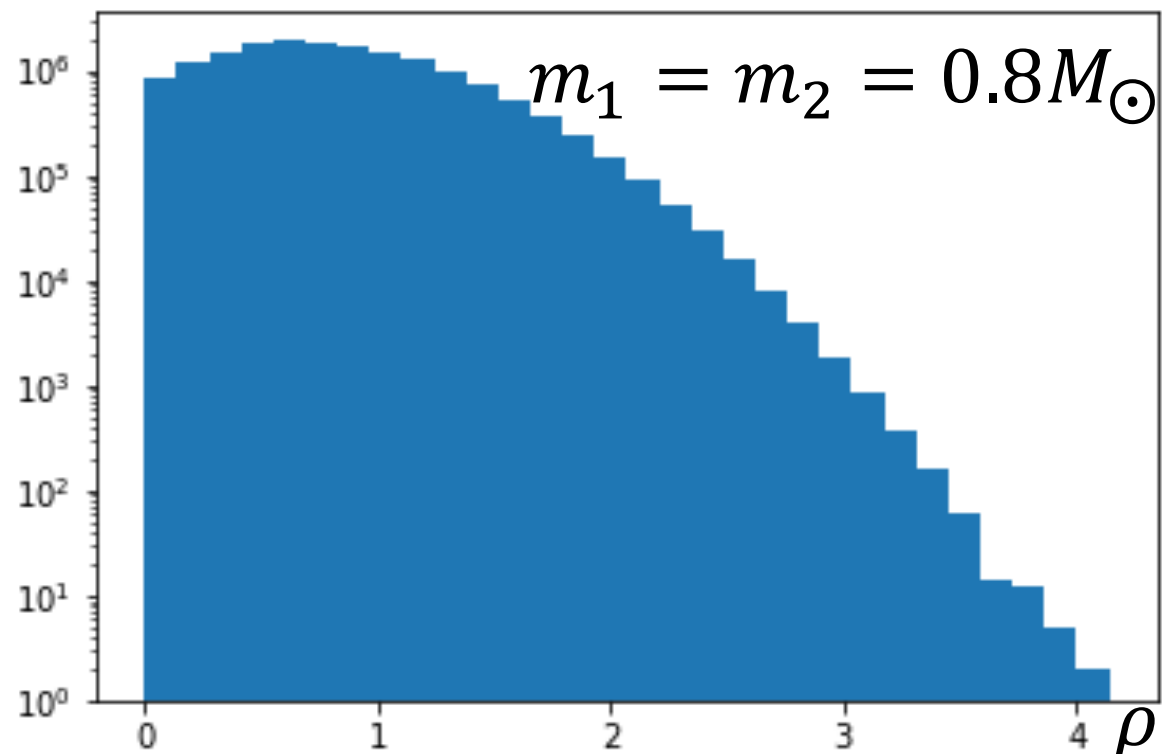
サンプリングレート 4096

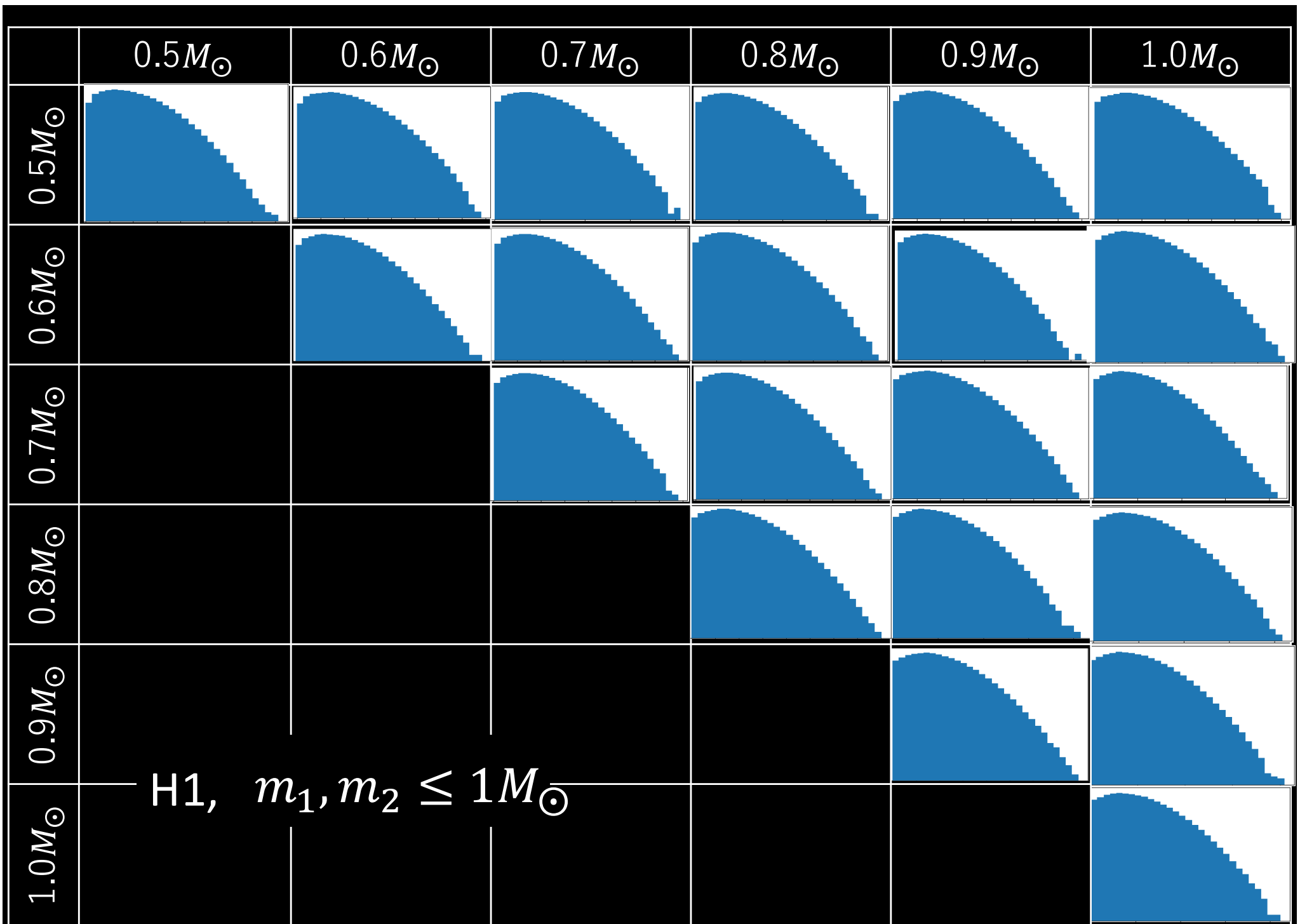
頻度

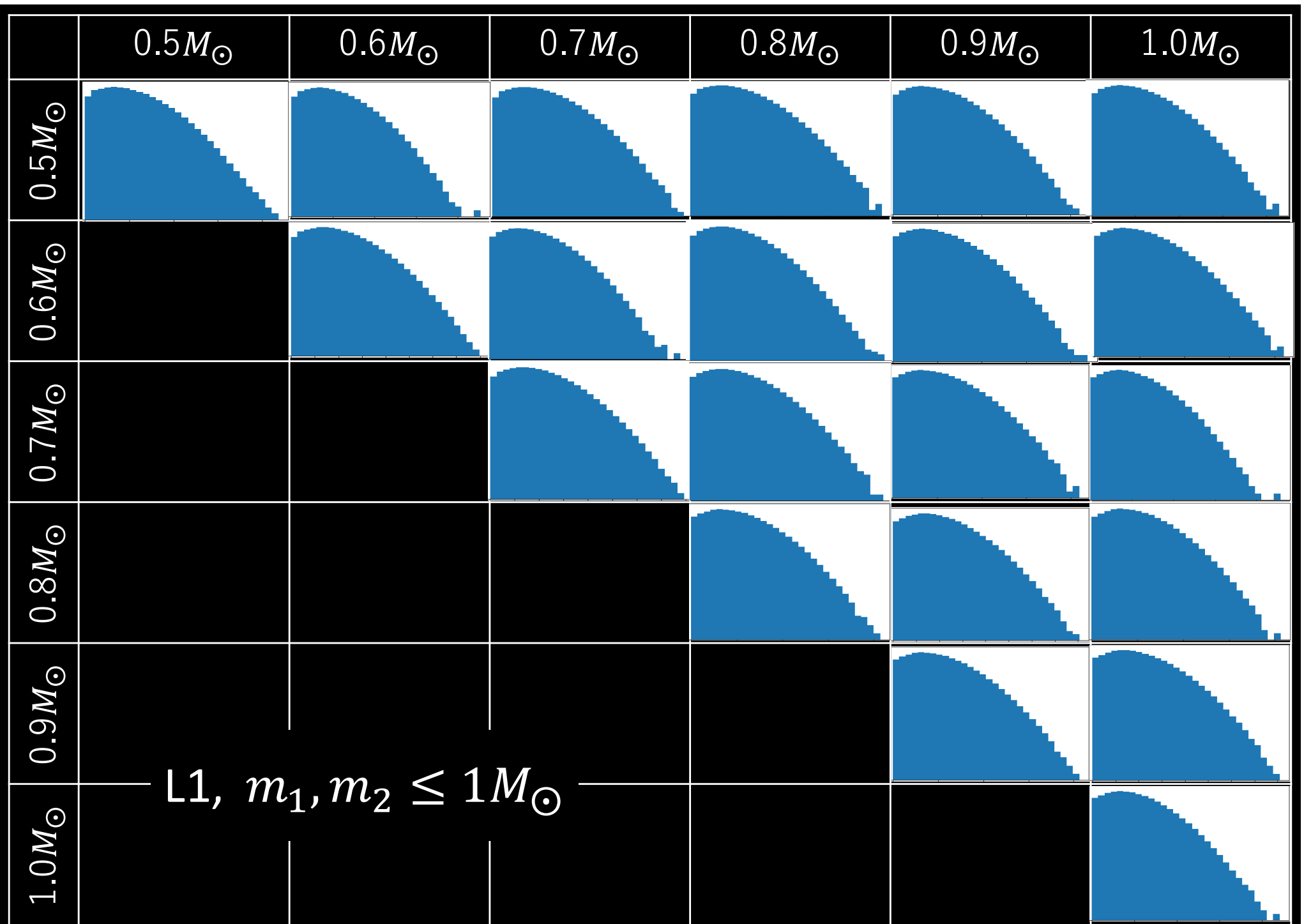
ρ



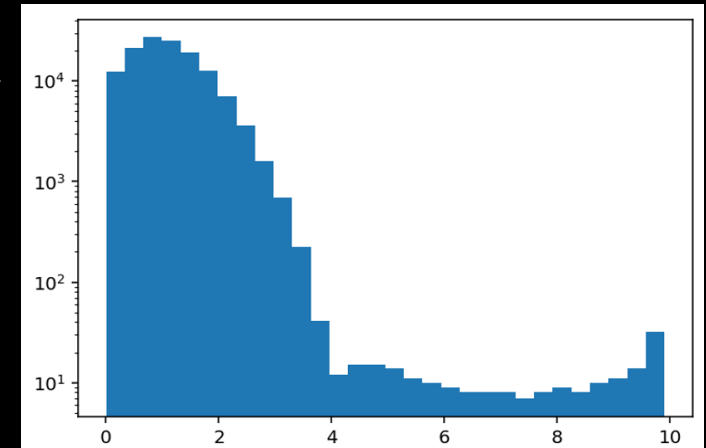
時間



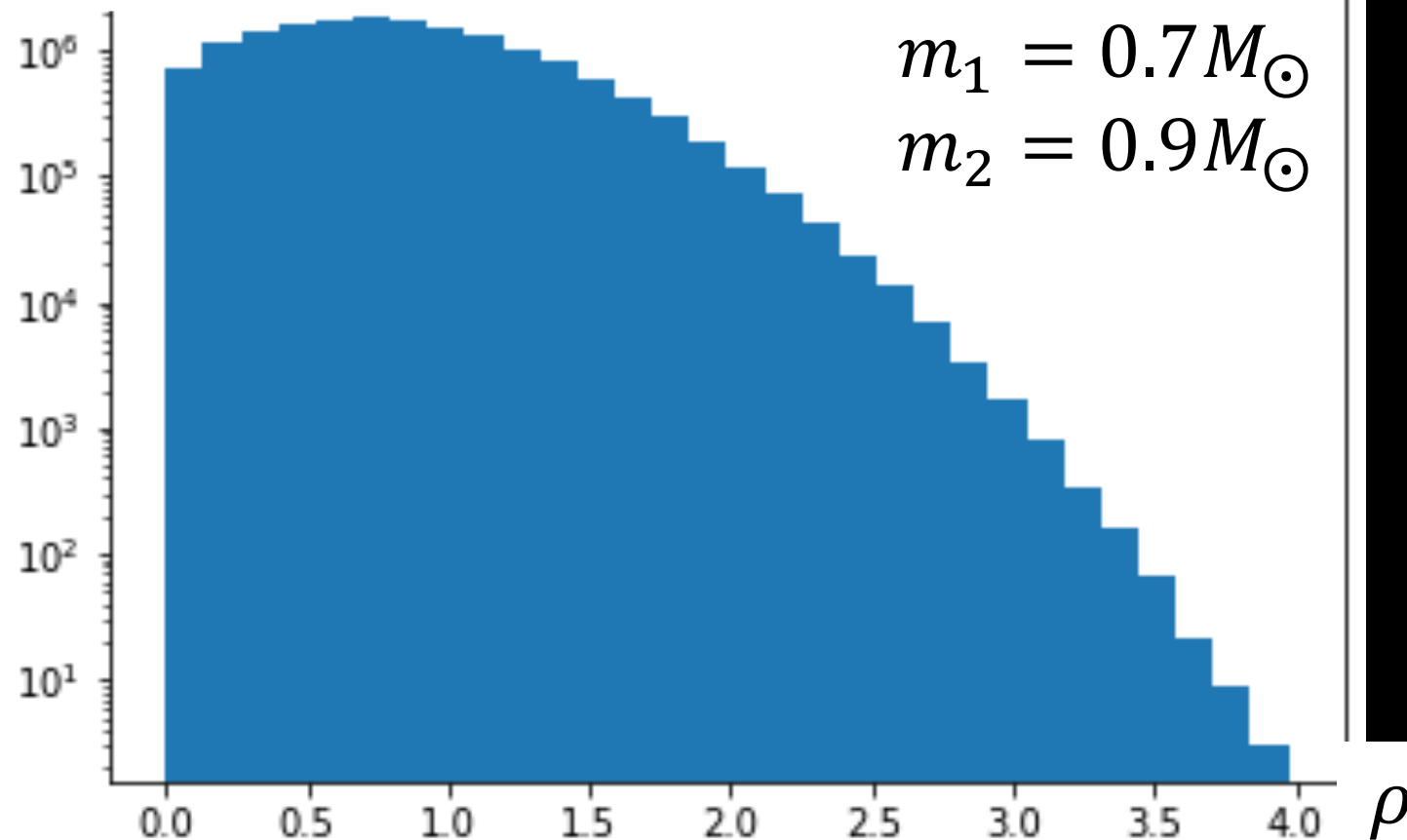




考察:小質量での探索



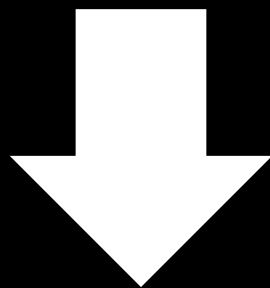
頻度



↑
探索に成功
した場合の
例

結論：小質量での探索

- m_1, m_2 が $0.5 \sim 1.0 M_{\odot}$ の範囲の低質量では、MatchedFilter法の結果、重力波と思われるものが含まれるグラフは得られなかった。



- GW150914のデータは、質量領域 $0.5 \sim 1.0 M_{\odot}$ で有意な重力波が含まれていない

まとめ

□簡易干渉計の実験

- 簡易干渉計をフィードバック制御できた。
- 精度は、高周波数では良くないが、低周波数では良かった。

□LIGOデータの解析

- Matched Filter法により、自作のテンプレートで重力波を検出できた
- 小質量ブラックホール連星の合体による有意な重力波は見つからなかった

ご清聴ありがとうございました。

Special thanks to

田越先生 大橋先生

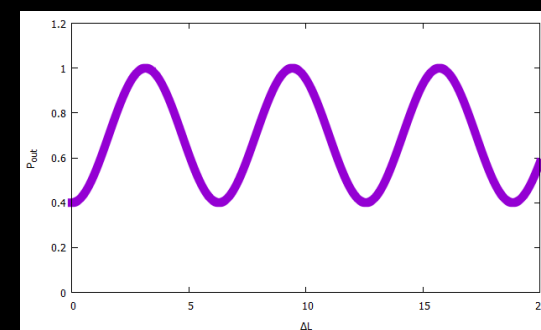
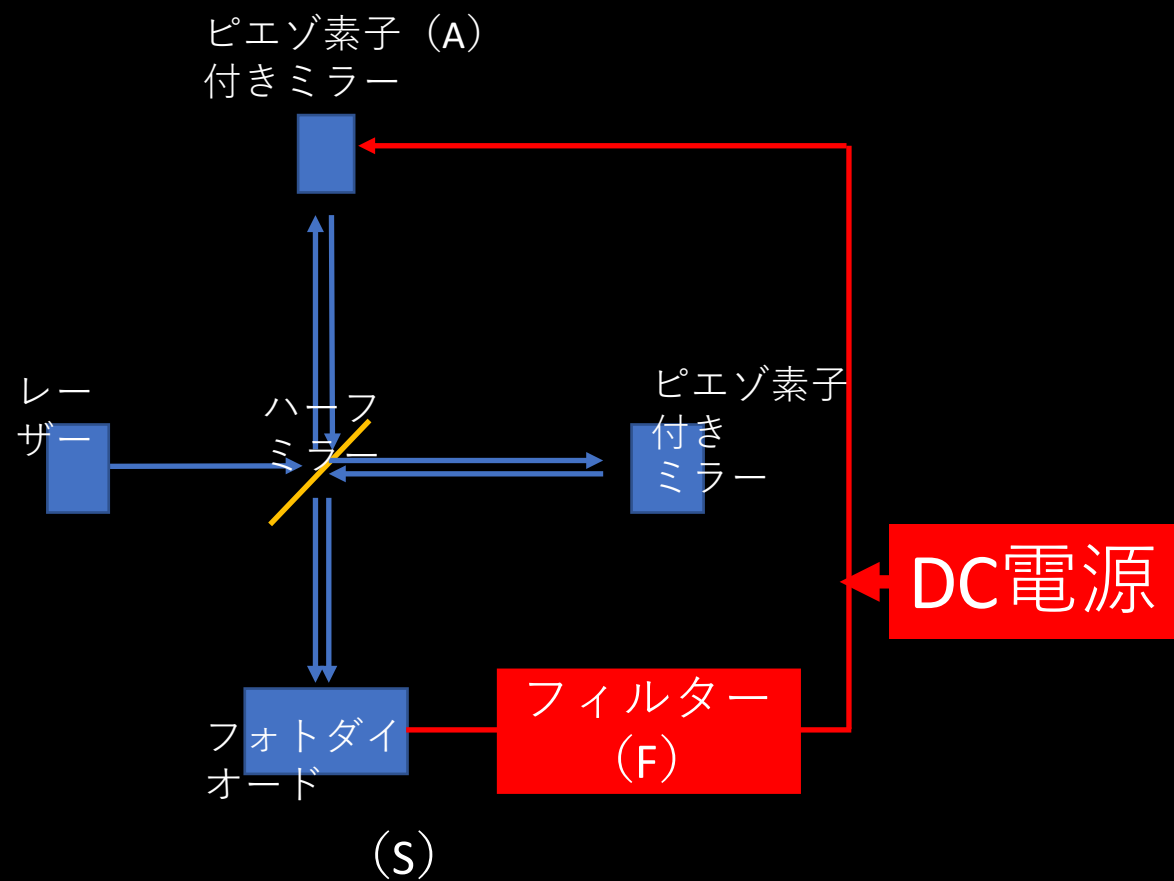
牛場さん 譲原さん

長谷川さん 山本さん

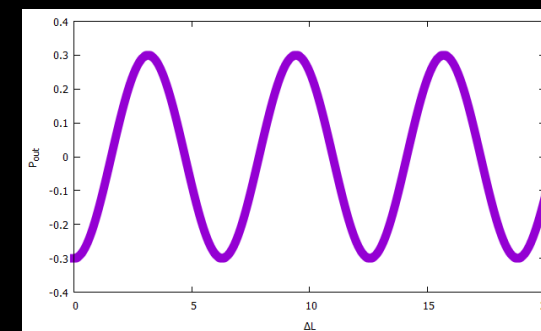
Albert Einstein →



質問用



↓ DC電源



質問用

$1M_{\odot}$ より小さい連星の重力波が見つかったら

- 中性子星とブラックホールを重力波の波形から見分けることはできない
- 中性子星？ 理論的に $1.2\sim 2.0M_{\odot}$
 - 中性子星ではないだろう
 - 小質量ブラックホールの可能性が大きい

質問用

- ρ の表式は尤度比検定法より導かれるが、ノイズに対して平均が0のガウス分布と(弱)定常性を仮定する

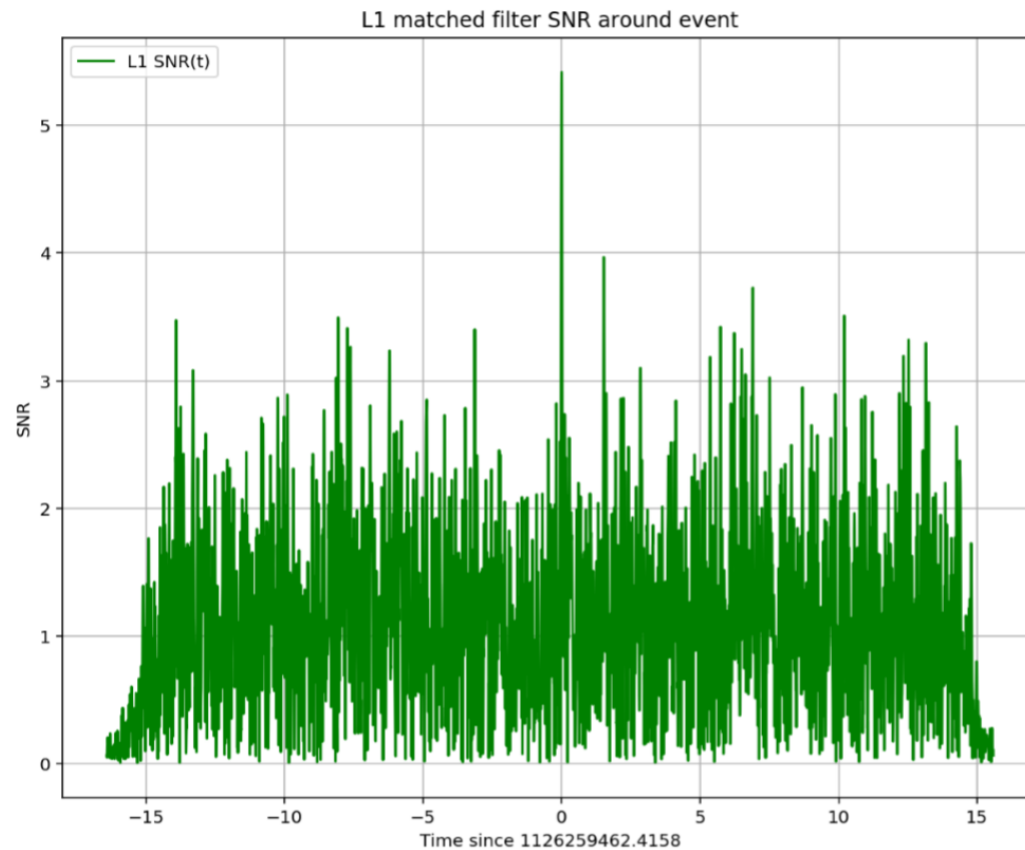
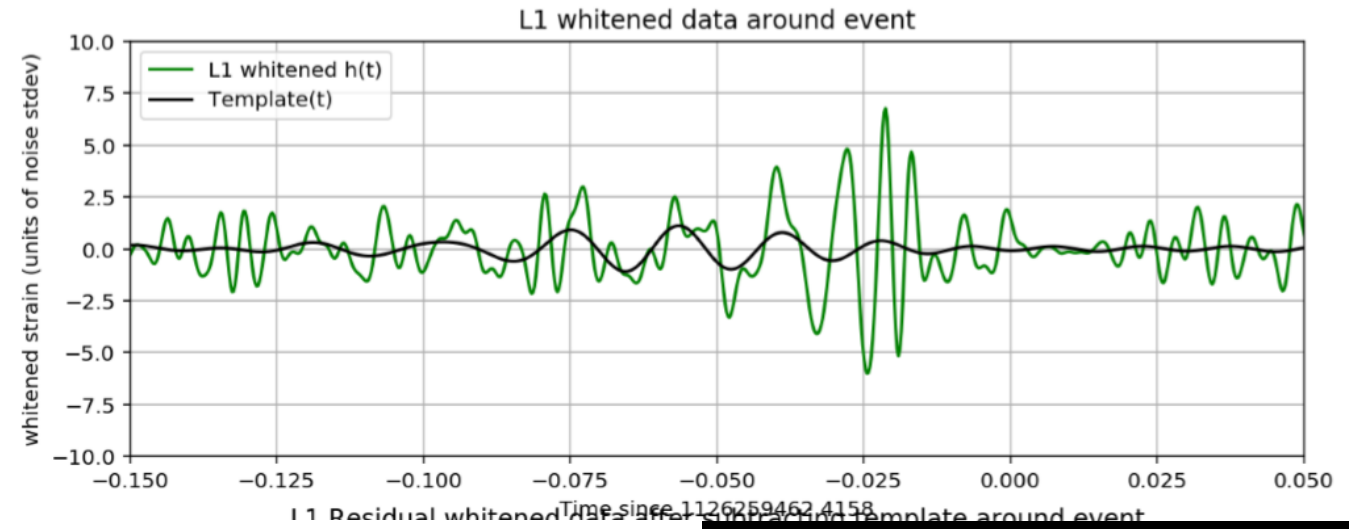
- 尤度比 $\Lambda = \frac{\text{Probability to obtain } x \text{ with signal}}{\text{Probability to obtain } x \text{ without signal}}$

- $x(t)$ の定常性とは、自己相関関数

$$C(t, \tau) \equiv \langle x(t)x(t + \tau) \rangle$$

が τ のみに依存すること。

質問用



質問用

