

高エネルギー現象で探る宇宙の多様性」 V
@ICRR 2025 Oct. 20-21

パルサー磁気圏の加速効率 と パルサー星雲への新しい攻略法

Acceleration efficiency of the pulsar magnetosphere
and
a new project to unravel the pulsar wind nebula

Shinpei Shibata

ICRR Univ. Tokyo

Tohoku bunkyo Univ.

Yamagata Univ.

先に、今ハマっている
pulsar wind nebula
から

銀河系内宇宙線源の謎

$\sim 10^{15}$ eV

PeVatron

$\alpha = 2.7$

Knee

transition from galactic to extra-galactic components

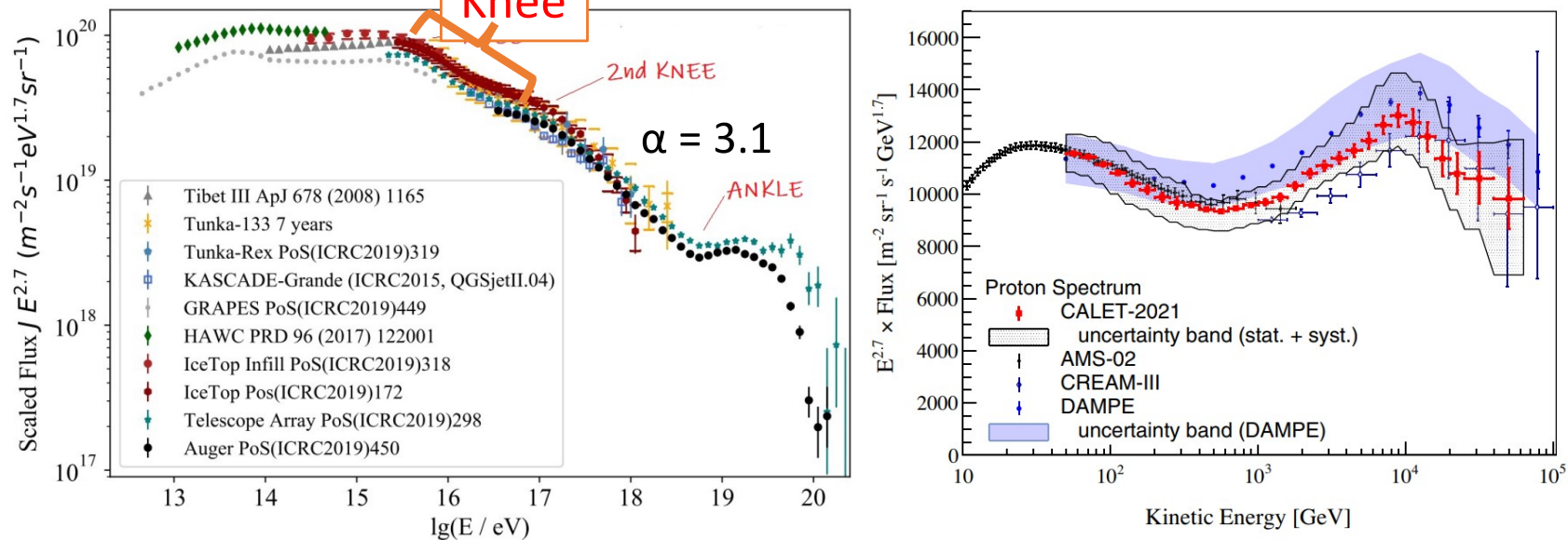


Figure 1. Left: energy spectrum of HE CRs obtained from air-shower measurements (Figure from [6]). Right: proton spectrum measured by CALET, where the not “pure” PL behavior of the CR spectrum before the knee is evident (Figure from [9]).

Cardillo, M. & Giuliani, A. 2023, Applied Sciences, The LHAASO PeVatron bright sky: what we learned, 13, 11, 6433. doi:10.3390/app13116433

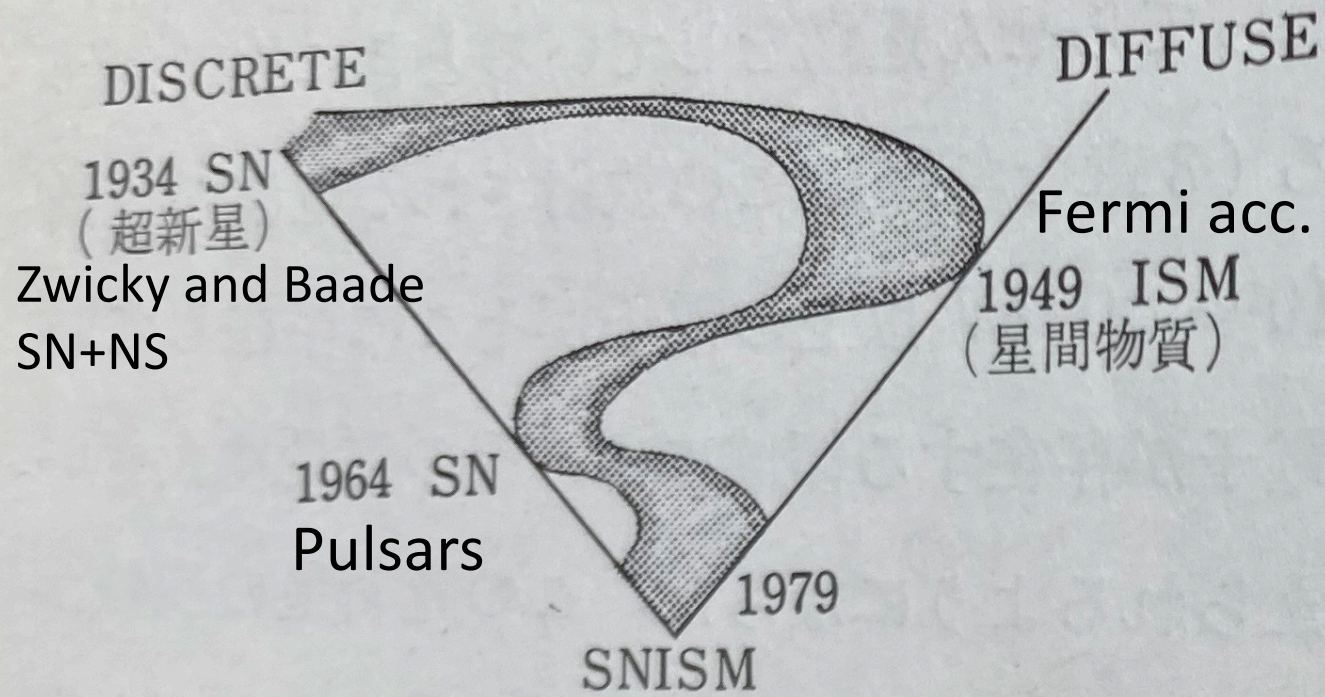


図 4.3.13 宇宙線の起源に関するモデルの歴史的変遷²³⁾

after Lingenfelter 1979

里学

田村井 稔純朋
編 集

Cosmic Ray Astrophysics

朝倉書店

Large High Altitude Air Shower Observatory (LHAASO) がPWNの典型であるCrab Nebula からPeV のガンマ線を検出したことに端を発する。LHAASOは中国四川省に建設された宇宙ガンマ線観測装置で、2019年から観測を開始している。主力観測装置であるWCDA（水チェレンコフ検出器）およびKM2A（空気シャワーアレイ）は広い視野と天候に左右されない運用を特徴とし、数10TeV以上のガンマ線に対しで世界最高感度を誇る。

The First LHAASO Catalog of Gamma-Ray Sources

Cao, Z., Aharonian, F., An, Q., et al. 2024, *ApJS*, 271, 1, 25. doi:10.3847/1538-4365/acfd29

48sources ($>4\sigma$, $>100\text{TeV}$)

天の川はPeV sourceに溢れている。

THE ASTROPHYSICAL JOURNAL SUPPLEMENT SERIES, 271:25 (26pp), 2024 March

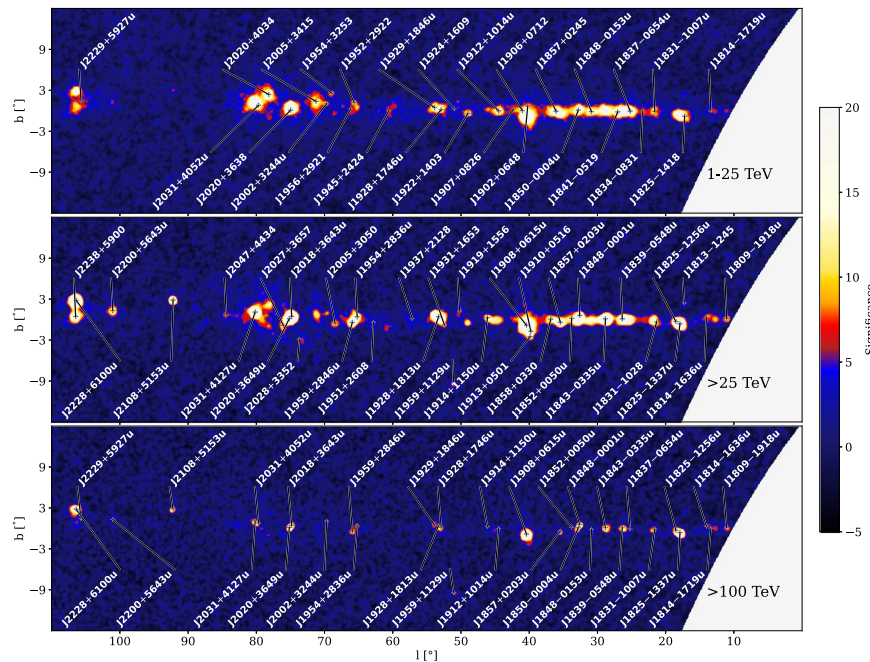


Figure 8. LHAASO significance map within the region $10^\circ \leq l \leq 115^\circ$, $|b| \leq 12^\circ$. Top panel: WCDA ($1\text{ TeV} < E < 25\text{ TeV}$) significance map. Middle panel: KM2A ($E > 25\text{ TeV}$) significance map. Bottom panel: KM2A ($E > 100\text{ TeV}$) significance map. In this figure and in the following figure, the LHAASO sources for which the WCDA component has higher significance are represented by gray crosses and white labels. The LHAASO sources for which the KM2A component has higher significance are plotted in the middle panel. Meanwhile, UHE sources are shown again in the bottom panel.

THE ASTROPHYSICAL JOURNAL SUPPLEMENT SERIES, 271:25 (26pp), 2024 March

Cao et al.

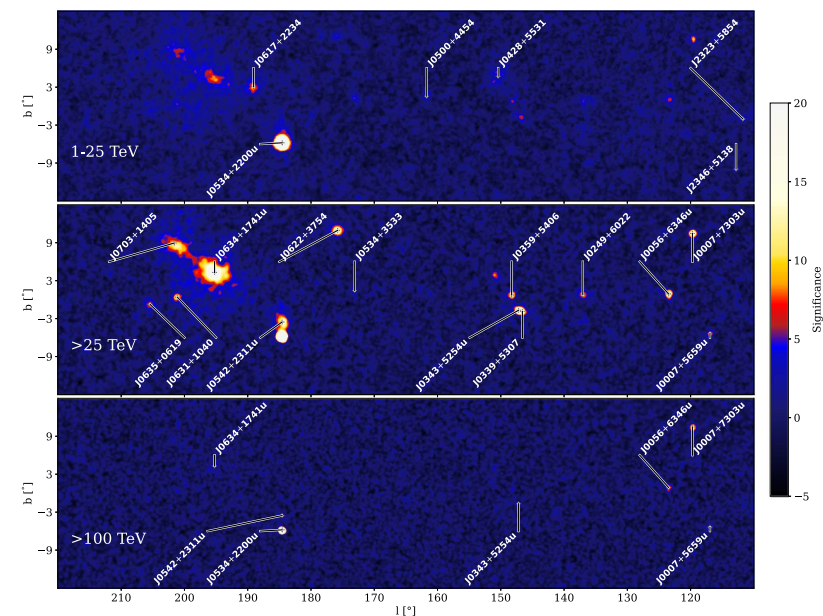


Figure 9. LHAASO significance map within region $115^\circ \leq l \leq 220^\circ$, $|b| \leq 12^\circ$. Top panel: WCDA ($1\text{ TeV} < E < 25\text{ TeV}$) significance map. Middle panel: KM2A ($E > 25\text{ TeV}$) significance map. Bottom panel: KM2A ($E > 100\text{ TeV}$) significance map.

銀河系内宇宙線源の謎

$\sim 10^{15}$ eV

PeVatron

合わせ技？

SNR (?)

Pulsar Wind Nebula (PWNe)

Massive star cluster (MSCs)

microquasars

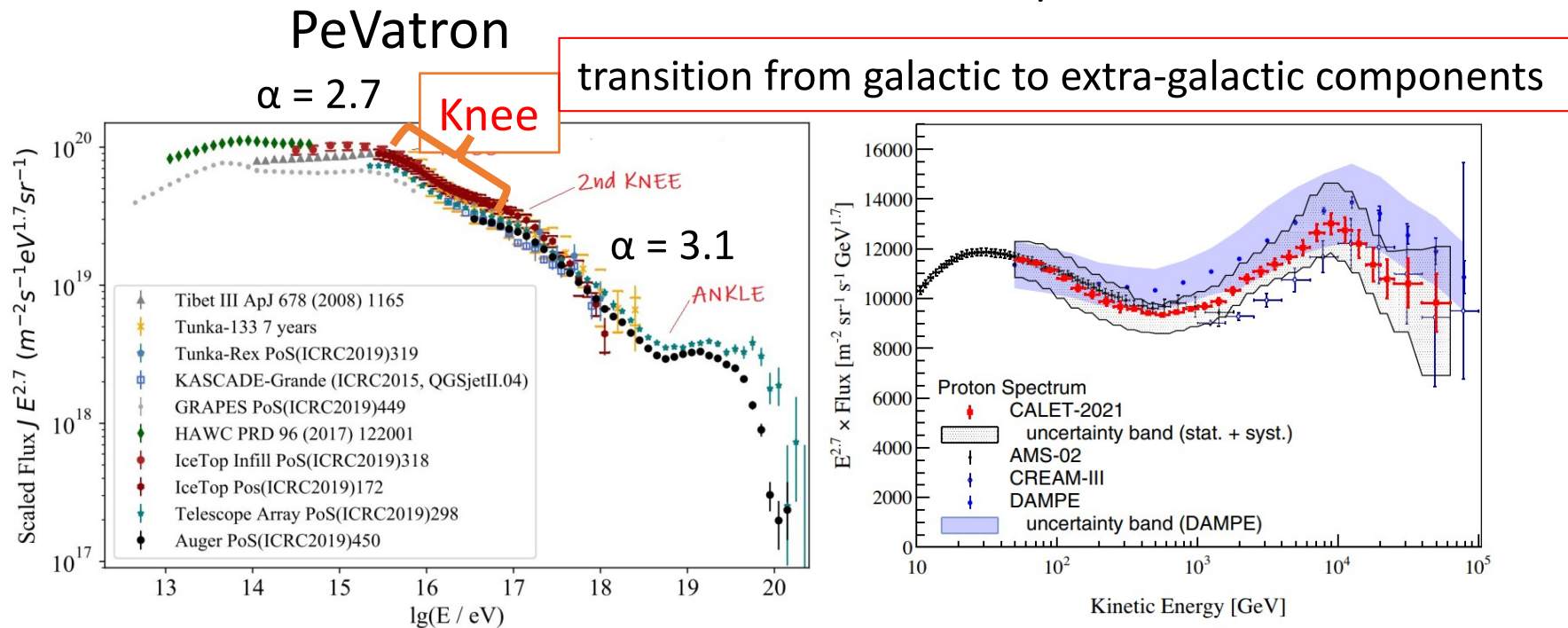


Figure 1. Left: energy spectrum of HE CRs obtained from air-shower measurements (Figure from [6]). Right: proton spectrum measured by CALET, where the not “pure” PL behavior of the CR spectrum before the knee is evident (Figure from [9]).

Cardillo, M. & Giuliani, A. 2023, Applied Sciences, The LHAASO PeVatron bright sky: what we learned, 13, 11, 6433. doi:10.3390/app13116433

PWN: 潜在能力はある

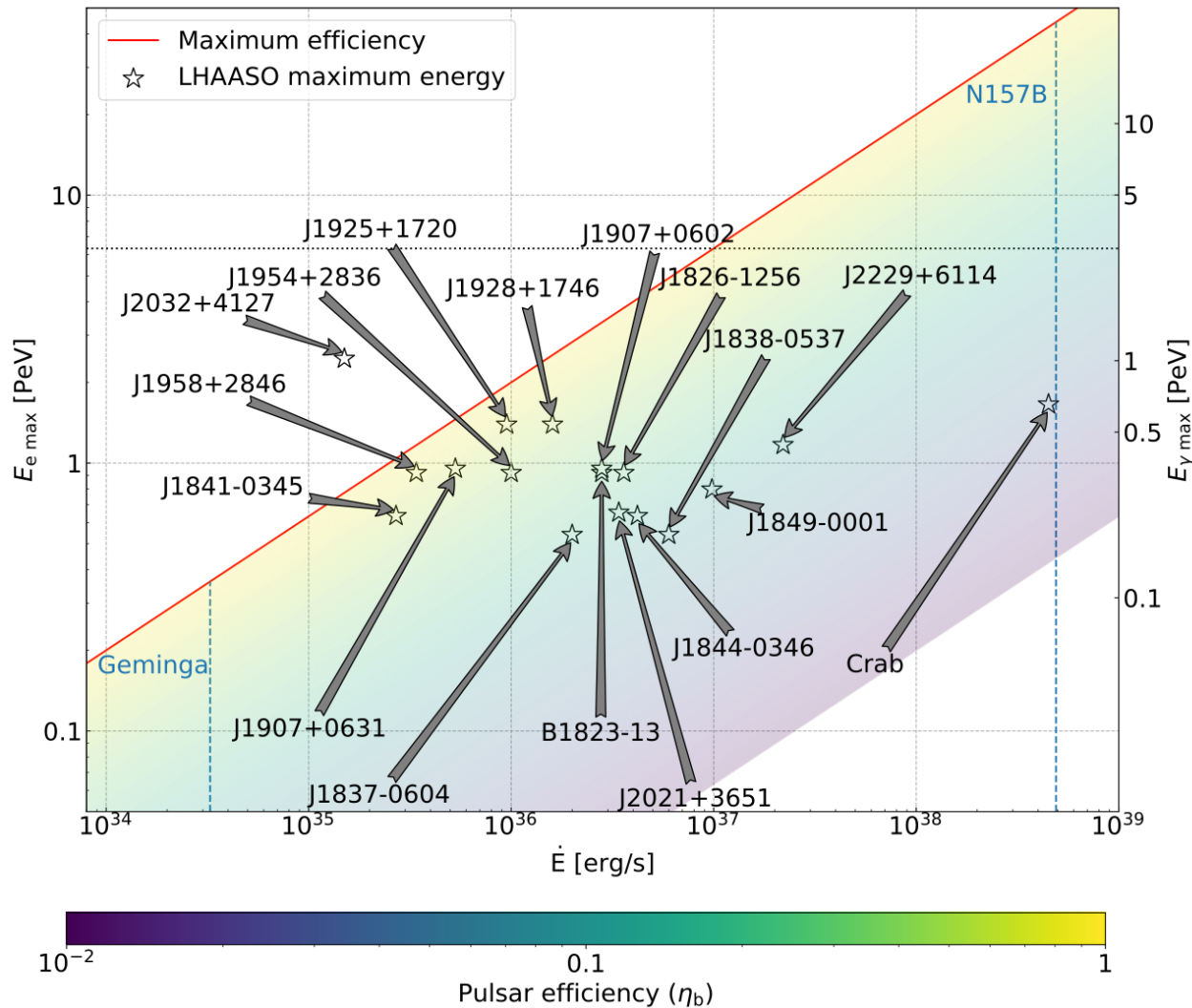


Figure 5. The LHAASO candidate PeVatron with a PWN as a potential TeV candidate in the PWN parameter space, according to the model in [26]. All the sources could be PWN, without violating PWN physics, apart from LHAASO J2032+4127, which is likely associated with the Cygnus Cocoon [Figure from [26]].

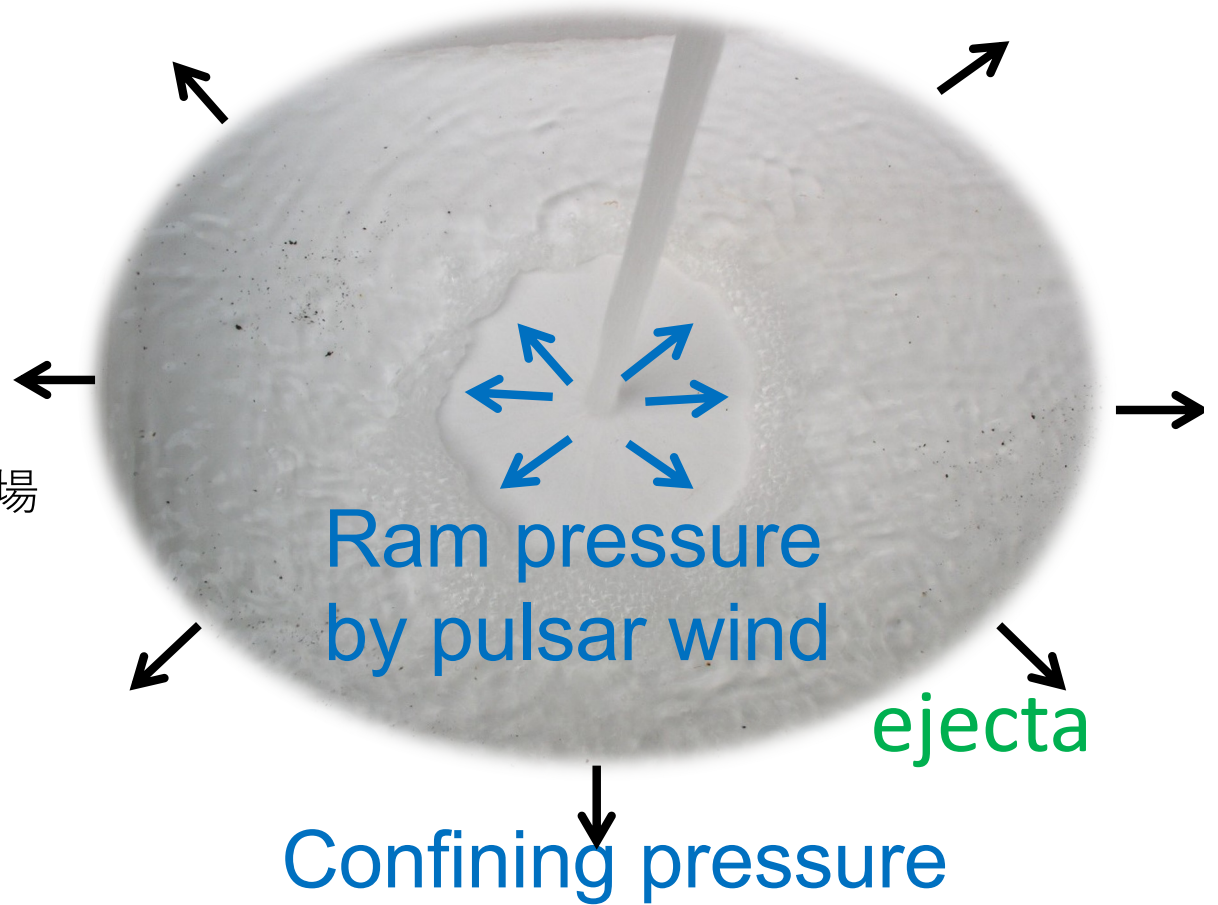
Crab Nebula で PeV
gamma が受かったが

PWN で何が起きているかは
実はよくわかっていない

ここからが始まり

KC model と σ 問題

単純に pw termination shock |
post-shock flow (subsonic) |
contact disc. まで
を nebula とするモデルとした場
合の帰結



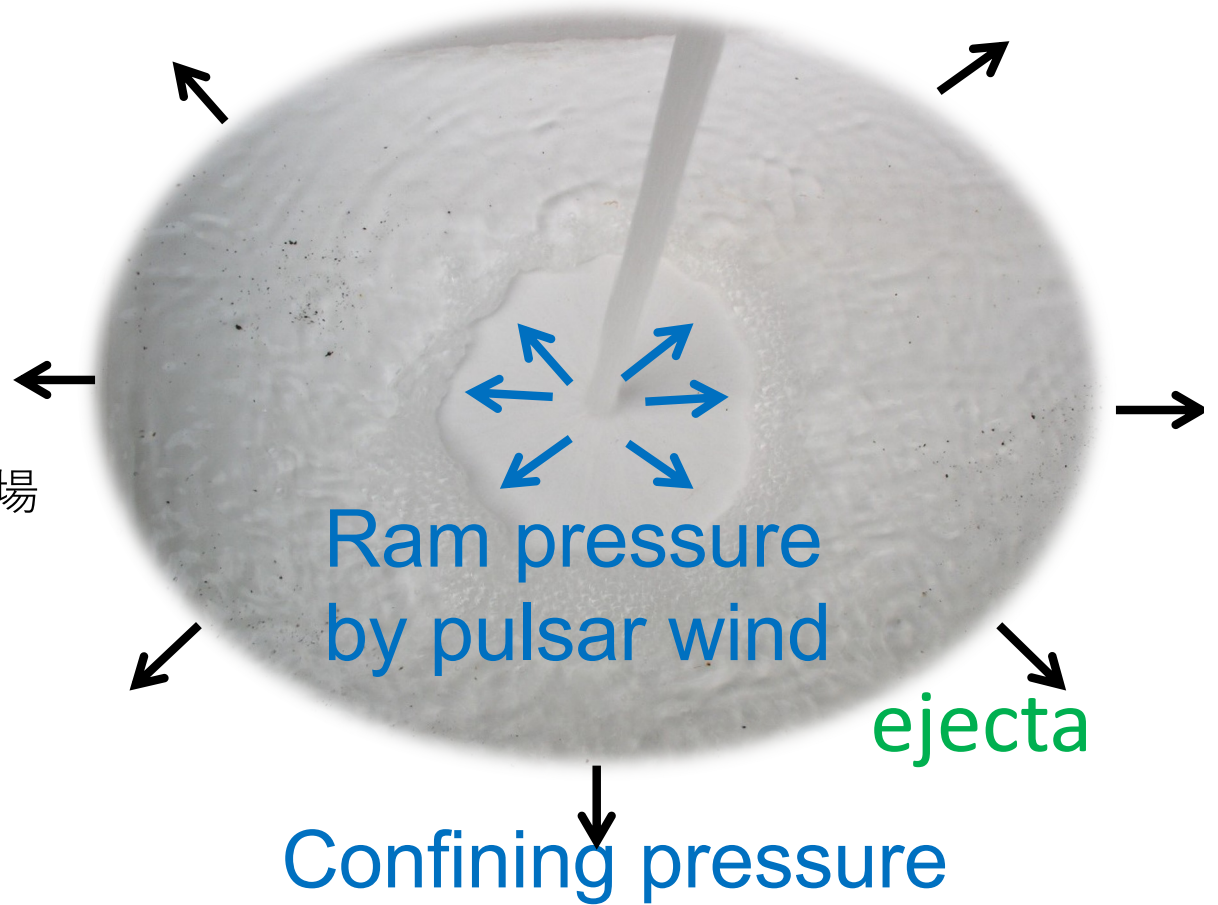
shock position

$$L_{sd} = \mathfrak{S} \Omega \dot{\Omega} \approx L_w = 4\pi r_{sh}^2 c P_{ext}$$

$$r_{sh} = \left(\frac{L_w}{4\pi c P_{ext}} \right)^{1/2} \sim 0.16 \text{pc} \left(\frac{L_w}{4.5 \times 10^{38} \text{erg/sec}} \right)^{1/2} \left(\frac{P_{ext}}{5 \times 10^{-9} \text{dyn/cm}^2} \right)^{-1/2}$$

KC model と σ 問題

単純に pw termination shock |
post-shock flow (subsonic) |
contact disc. まで
を nebula とするモデルとした場
合の帰結



Energy flow

$$L_w = L_{syn} + P_{ext} \dot{V} = L_{syn} + P_{ext} \left(\frac{4\pi}{3} r_N^2 v_N \right)$$

$$P_{ext} \dot{V} = 1.2 \times 10^{38} \left(\frac{P_{ext}}{5 \times 10^{-9} \text{dyn/cm}^2} \right) \left(\frac{v_N}{2000 \text{km/s}} \right) \left(\frac{r_N}{3 \text{arcmin at 2 kpc}} \right)^2$$

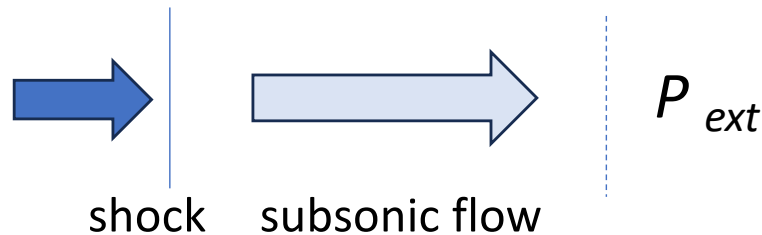
$$L_{sp} = 4.5 \times 10^{38} \text{erg/s}$$

1.75pc

Pulsar wind の性質で post-shock flow の性質が変わる という主張



$$\begin{aligned} L_w &= 4\pi r_{sh}^2 c \left(\gamma_w n_1 m c^2 + \frac{B_1^2}{4\pi} \right) \\ &= 4\pi r_{sh}^2 c \gamma_w n_1 m c^2 (1 + \sigma) \end{aligned}$$



kinetic dominant の場合

$$\sigma = \frac{B_1^2 / 4\pi}{\gamma_w n_1 m c^2}$$

$nkT \propto n = \text{const.}$, 連続の式 $nvr^2 = \text{const.}$ から、 $v \propto 1/r^2$ になる。
磁束保存から、 $rvB_\phi = \text{const.}$ で、 $B_\phi \propto r$

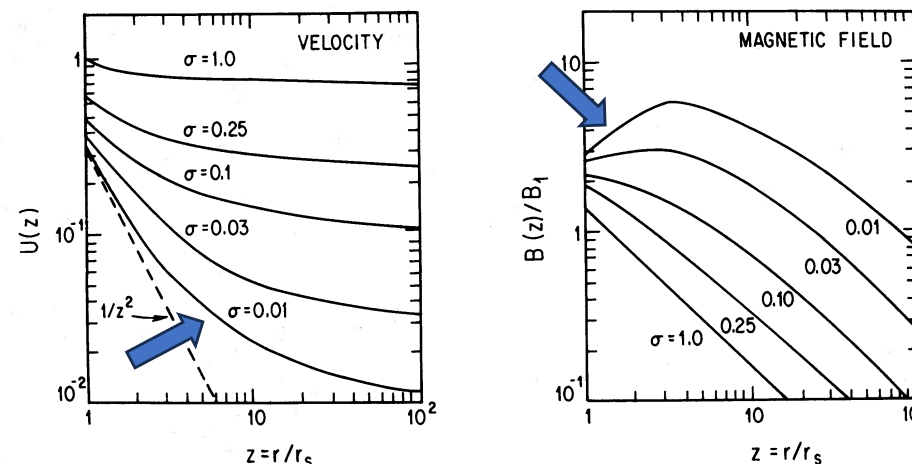


FIG. 3.—Postshock speed and magnetic field. The left-hand graph plots the four velocity, and the right-hand graph, the magnetic field normalized to its upstream strength, against $z = r/r_s$, for values of σ in the range 10^{-2} to 1 . The values at $z = 1$ emerge from solutions of the Rankine-Hugoniot relations. High- σ flows have u

KC model と σ 問題

$$\sigma = \frac{B_1^2/4\pi}{\gamma_w n_1 m c^2} \approx \frac{B_1^2/4\pi}{\gamma_N n_N m c^2} \approx \frac{B_1^2/4\pi}{2B_{eq}^2/4\pi}$$

$$c r_{sh}^2 n_1 = v_N r_N^2 n_N, \text{ with } n_2 = 3n_1 \approx n_N$$

$$r_{sh} c B_1 = r_N v_N B_{eq},$$

$$\frac{r_N}{r_{sh}} = \frac{1}{\sqrt{18\sigma}}, \quad \frac{v_N}{c} = 6\sigma$$

$v_N = 2000 \text{ km/s}$ だと $\sigma = 1.1 \times 10^{-3}$ になる。

観測される膨張速度から σ は 10^{-3} 程度と推定される。

ついでに、nebula size は $\sim 10 r_{sh}$



KC model と σ 問題

EM dominant の場合

$$v_N \approx c, rvB_\varphi = \text{const.}, B_\varphi \propto 1/r \quad vr^2n = \text{const.} \quad n \propto 1/r^2$$

EM dominant は維持されたまま、force-free 磁場で $v_N \approx c$ で高速の膨張をする。

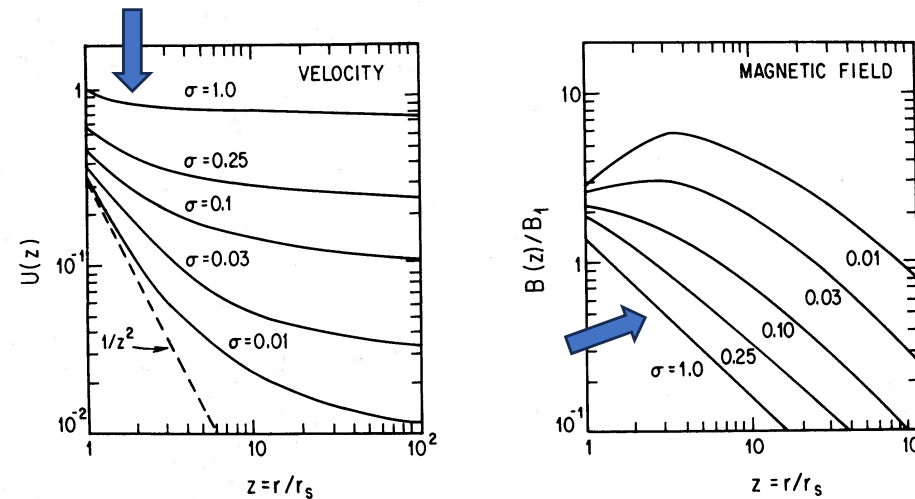
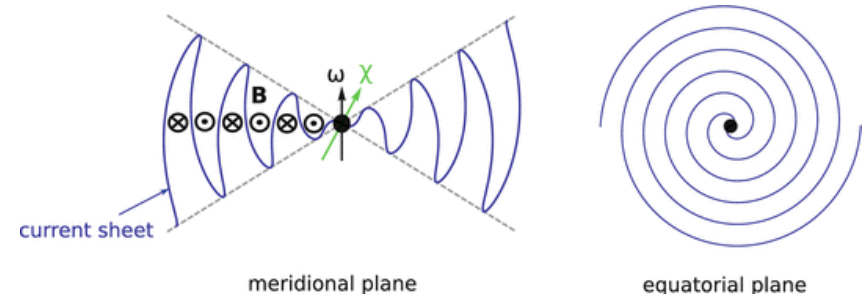


FIG. 3.—Postshock speed and magnetic field. The left-hand graph plots the four velocity, and the right-hand graph, the magnetic field normalized to its upstream strength, against $z = r/r_s$, for values of σ in the range 10^{-2} to 1. The values at $z = 1$ emerge from solutions of the Rankine-Hugoniot relations. High- σ flows have u nearly constant and the magnetic field nearly proportional to $1/r$. Low- σ flows have a quasi-hydrodynamic region within $\bar{z} \lesssim (3\sigma)^{-1/2}$; beyond $\bar{z}$, the spatial dependencies of u and B/B_1 resemble those of the highly magnetized large σ -flows.

KC model と σ 問題

flow に関する議論

- nebula は confine されて数千 km/s で膨張している (観測事実)
- post shock flow は減速している。
- nebula flow が何事もなく subsonic flow なら $\sigma \approx 10^{-3}$
- nebula flow では上記で想定されていないことが起こっている：
wind は EM dominant で shock および post-shock flow で散逸
 - striped wind なので、赤道周辺で磁場の消滅が起こっていて加速・過熱が起こる
 - nebula flow で磁気乱流が起こる
 - 緯度方向の構造を考えないといけない：赤道付近の流れ、中緯度の流れ (斜め衝撃波) ジェットの形成。



nebula 放射の問題

3D MHD simulation (Porth et al. 2014 など) による検討では、
(乱流が起こっているが) nebula flow とシンクロトロン光
度を両立できるモデルはまだない。(Amato 2024)

$$L_{syn} = \left(\frac{4}{3} \sigma_T c \gamma_N^2 \frac{B_{eq}^2}{8\pi} n_N \right) \left(\frac{4\pi r_N^3}{3} \right)$$

$$\frac{L_{syn}}{L_w} = \frac{2}{81\sigma} \frac{\gamma_w \sigma_T r_N (B_{eq}^2/8\pi)}{mc^2}$$



$$B_{eq}^2/8\pi = P_{ext}/2$$

$$\frac{L_{syn}}{L_w} = 7.0 \times 10^{-4} \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\gamma_w}{10^6} \right) \left(\frac{r_N}{1 \text{ pc}} \right) \left(\frac{P_{ext}}{5 \times 10^{-9} \text{ dyn/cm}^2} \right)$$

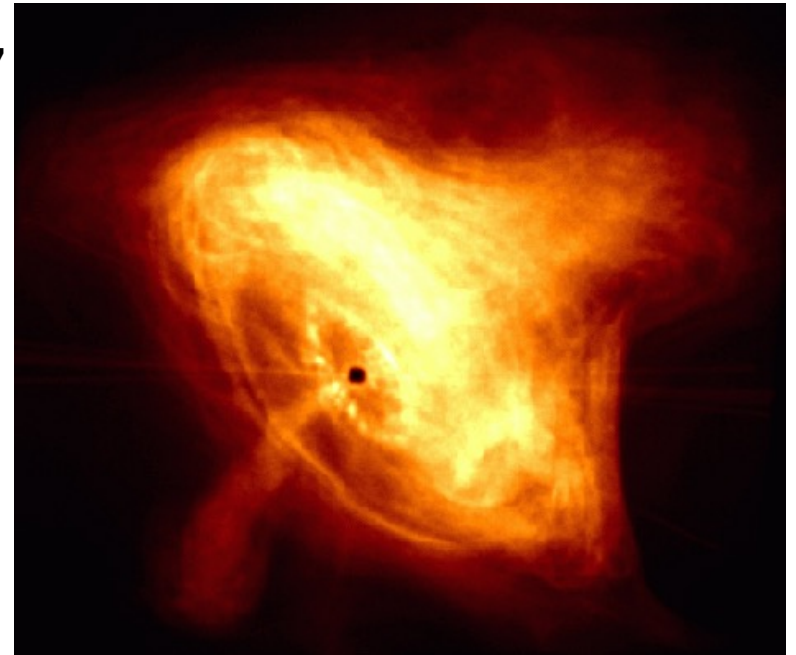
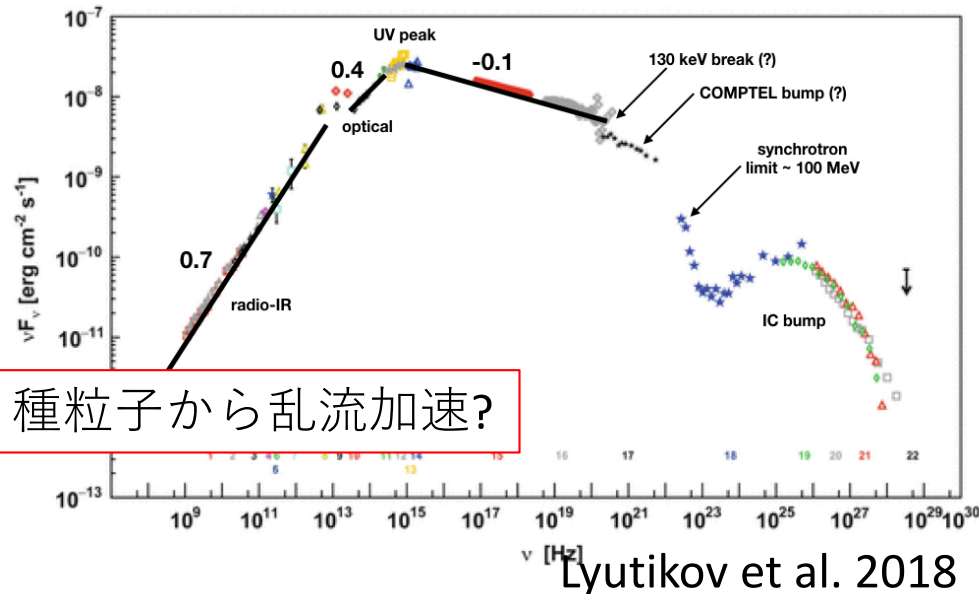
$\sigma = 10^{-3}$ でちょうどいい。 KC第二論文

光り方に関する議論

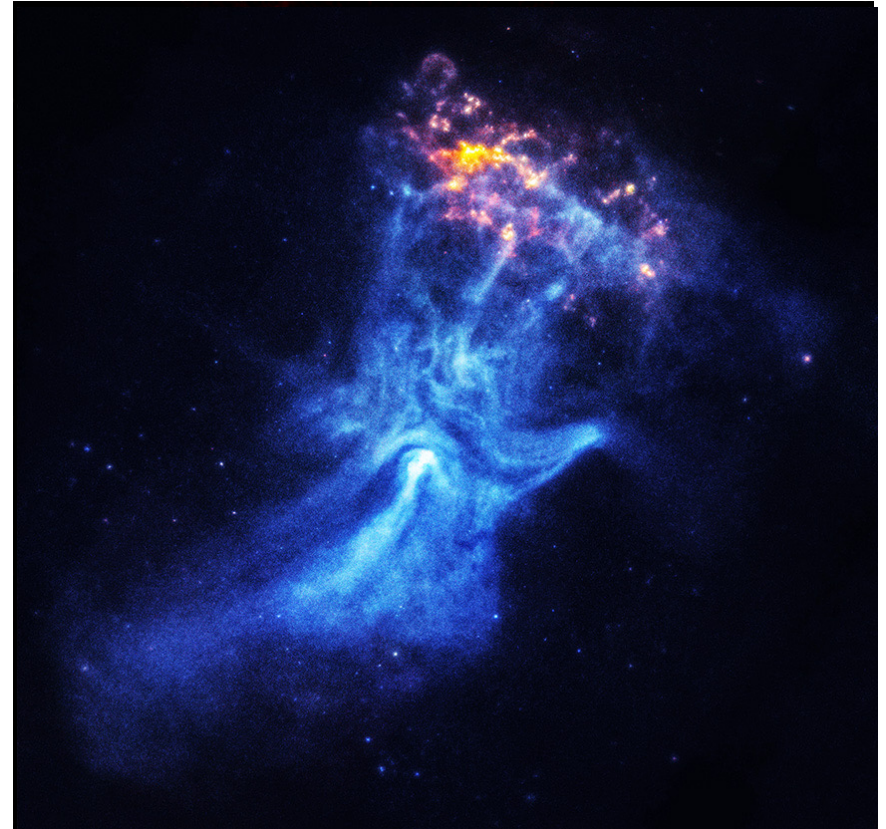
- 散逸のない subsonic flow では σ が小さいほど nebula は明るく、 $\sigma = 10^{-3}$ 程度で観測と合う。
- EM dominant wind だとすると、termination shock / post shock flow で熱化が起きている必要がある。
EM dominant flow のままだと光らない
- 実際には緯度依存性があり、赤道付近でリング構造、極付近で jet の構造があり、しかも、赤道付近では inner ring と outer ring の二重構造を示す。
- 電波で光っている成分は別にある。

Tanaka, S.~J. & Asano, K. 2017, *apj*, 841, 2, 78.

Tanaka, S.~J. & Ishizaki, W. 2024, *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2024, 5,



電波放射粒子がないところもある



Complex Filaments Aligned with the Directions of the Nebula's Magnetic Field
(Credit: X-ray: NASA/CXC/Univ. of Hong Kong/S. Zhang et al.; Radio: ATNF/CSIRO/ATCA;
H-alpha: UK STFC/Royal Observatory Edinburgh; Image Processing: NASA/CXC/SAO/N.
Wolk)

散逸のないnebula flow

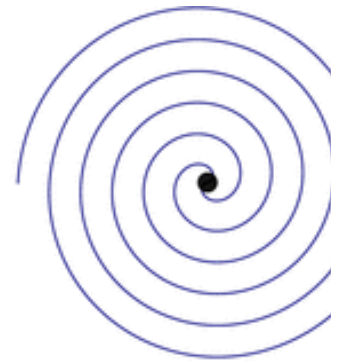
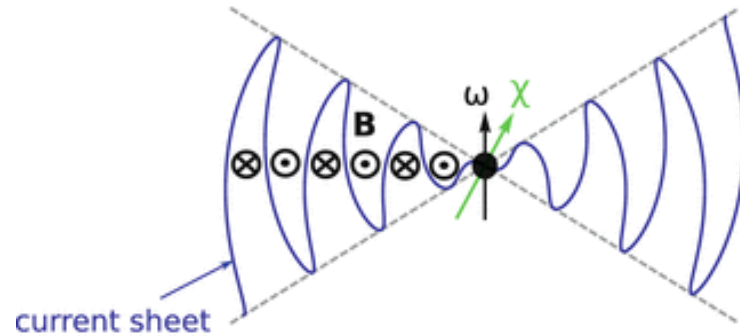


磁場の散逸、乱流？



かもしれない

赤道付近のstriped wind は必ず熱化する。



EMdominant wind の wind Lorentz factor

meridional plane

equatorial plane

$$\gamma = (eB_L R_L / m_e c^2)^{1/3} = 4 \times 10^3 \text{ for Crab}$$

$$\frac{\gamma m c^2}{e B_N} = \frac{7 \times 10^9}{B_{1\text{mG}}} \text{ cm} > 2\pi R_L = 1.0 \times 10^9 \text{ cm for Crab}$$

散逸のないnebula flow



磁場の散逸、乱流？



かもしれない

乱流も起こっている

Shibata et al. 2003, Nakamura et al. 2007 で60%の乱流状態を指摘

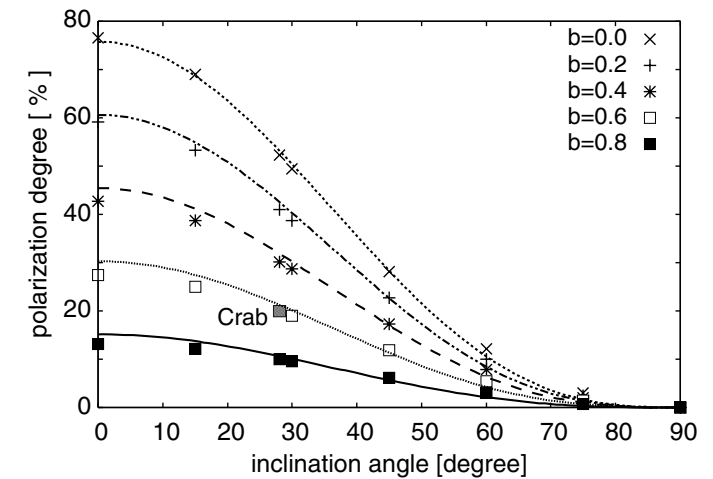
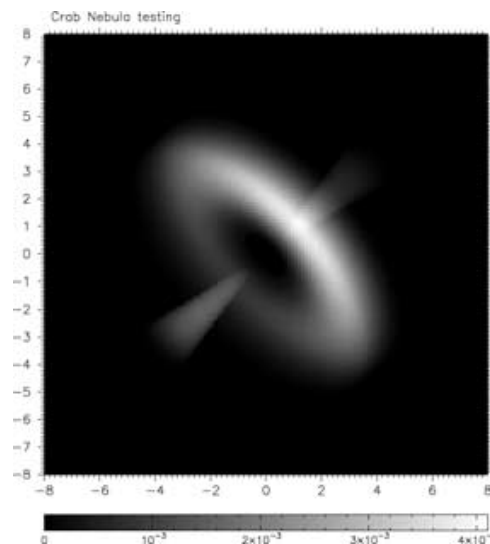
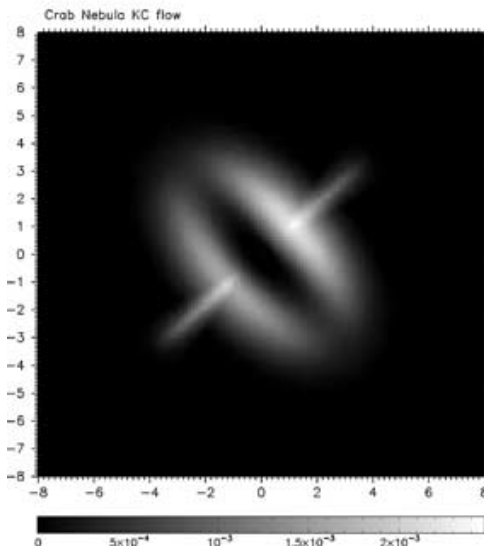
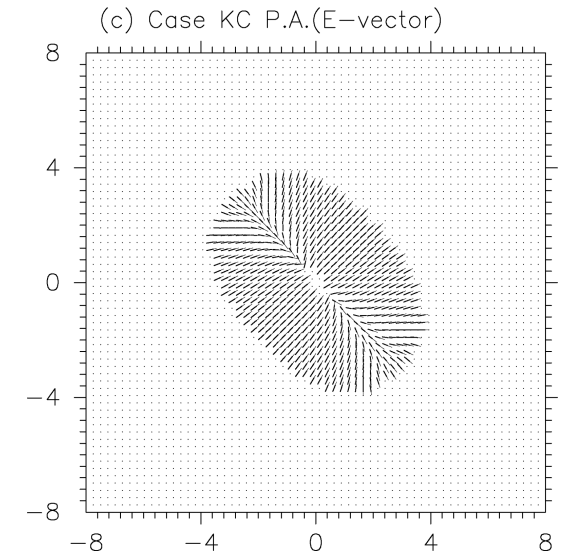


Figure 3. Polarization of the entire nebula as a function of the inclination angle i between the axis of the disc and the line of sight for $b = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6$ and 0.8 . The empirical curves $\bar{P} = 75.8(1 - b)(\cos i)^{2.84}$ are overlaid.

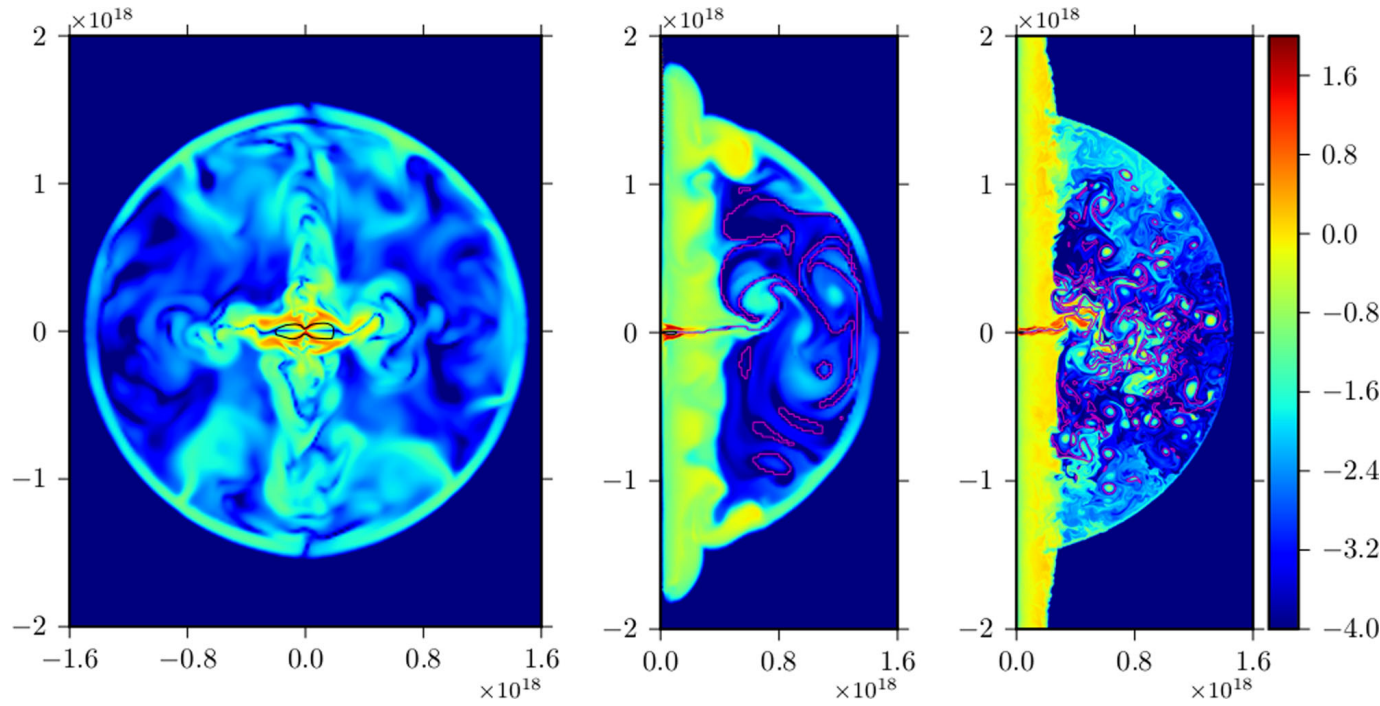


Figure 8. Magnetic dissipation regions in 3D and 2D simulations. The images show the distribution of $\log_{10}e_m/e_t$ for the models with $\alpha = 45^\circ$ and $\sigma_0 = 1$ at $t = 70$ yr. From left to right: the yz slice for the run B3D, the data for B2D and B2Dhr (the B2Dhr run has eight times higher resolution inside the nebula compared to B2D). The magenta line in plots for the 2D runs shows the locus of points where the magnetic flux changes its sign and the black contour shows the termination shock. In the 2D cases, a strong polar jet develops, which is shielded from the rest of nebula by its backflow.

Table 1. Overview of simulations. Designation 2D* means 2D axisymmetric simulations with enforced equatorial symmetry, where only the Northern hemisphere is simulated and the condition $[B_\phi] = 2B_\phi$ is imposed at the equator. Designation 2D** is the same as 2D* but with the boundary condition $[B_\phi] = 0$. The column labelled Δx shows the resolution in the post-shock nebula flow in the units of 10^{16} cm.

ID	α	σ_0	Dim.	Δx	$\bar{\sigma}$	$\bar{\sigma}_s$	t_{end}
A3D	45°	0.01	3D	1.95	0.0021	0.0063	106
B3D	45°	1	3D	1.95	0.12	0.22	74
B3Dhr	45°	1	3D	0.89	0.12	0.22	54
C3D	45°	3	3D	1.95	0.19	0.31	74
D3D	10°	3	3D	1.95	1.47	2.38	54
A2D	45°	0.01	2D	1.95	0.0021	0.0063	848
B2D	45°	1	2D	1.95	0.12	0.22	800
C2D	45°	3	2D	1.95	0.19	0.31	138
D2D	10°	3	2D	1.95	1.47	2.38	63
B2Dhr	45°	1	2D	0.98	0.12	0.22	121
B2Dvhr	45°	1	2D	0.49	0.12	0.22	106
B2Dhr	45°	1	2D	0.24	0.12	0.22	74
B2Dvhr	45°	1	2D	0.12	0.12	0.22	32
B2Deq	45°	1	2D*	1.95	0.12	0.22	112
B2Dhreq	45°	1	2D*	0.98	0.12	0.22	106
B2Dvhrq	45°	1	2D*	0.49	0.12	0.22	74
B2DhreqS	45°	1	2D**	0.98	0.12	0.22	106

Three-dimensional magnetohydrodynamic simulations of the Crab nebula

Porth, O., Komissarov, S.~S., & Keppens, R. 2014, MNRAS, 438, 278

<http://adsabs.harvard.edu/abs/2014MNRAS.438..278P>

乱流化によって EM dominant wind でも衝撃波
下流で flow の減速がおこる (Tanaka et al. 2022)

$$L_w = 4\pi r_{sh}^2 c \left(\gamma_w n_1 m c^2 + \frac{B_1^2}{4\pi} \right)$$



$$\frac{d}{dt} \left[r^2 \gamma u \left(w + \bar{b}^2 + \frac{2}{3} (\delta B)^2 \right) \right] = -r^2 \gamma \frac{\Lambda_{rad}}{c}$$

パラメータ τ_{conv} の時間スケールでトロイダル磁場が乱流化するモデル
 $-\nabla(\delta b)^2$ で減速、減速すると密度が上がり、磁場、
プラズマ等分配の方向に向い nebula は光ってくれる

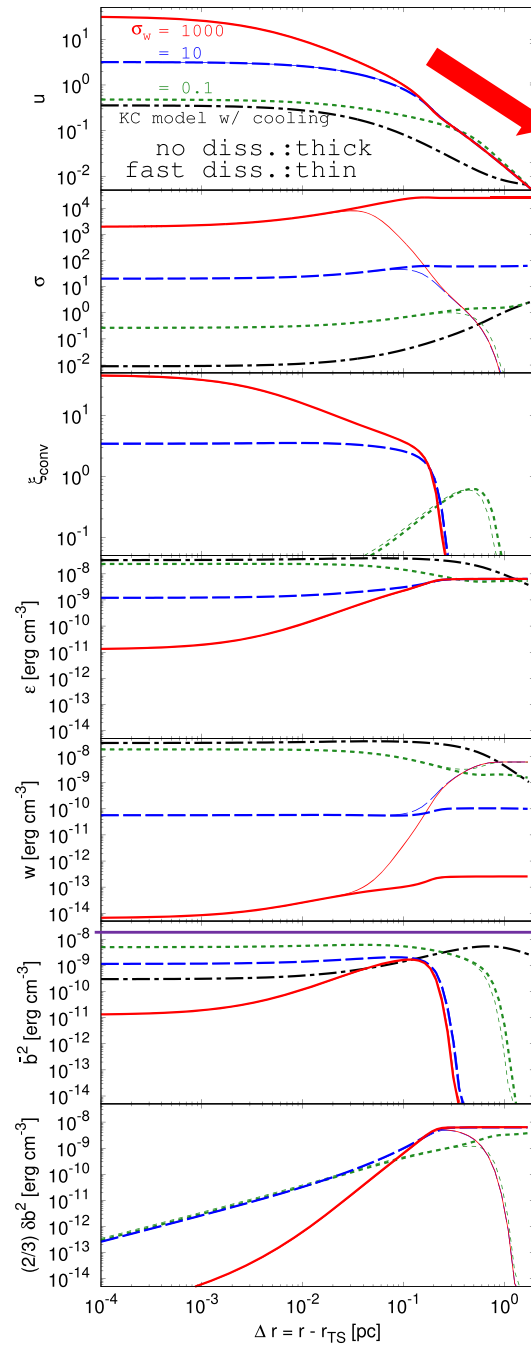


Figure 1. The nebular flow profiles that satisfy $v_{\text{PWN}} = 1500 \text{ km s}^{-1}$ are plotted. The horizontal axis is the distance from the termination shock $\Delta r = r - r_{\text{TS}}$. The adopted parameters are summarized in Table 1. τ_{diss} is 10 yr for the thin and ∞ for the thick lines, and σ_w is 10^3 (red solid lines), 10 (blue dashed lines), and 0.1 (green dotted lines). For reference, KC model with the cooling effect is plotted in the black dot-dashed line.

high σ でも減速

外圧レベル

Table 1. Summary of the parameters and the boundary values for Figs 1–4.

σ_w	κ_w	$r_{\text{TS}}(\text{pc})$	$\tau_{\text{diss}}(\text{yr})$	$\tau_{\text{conv}}(\text{yr})$	$t_{\text{adv}}(\text{kyr})$	η_{syn}
Fig. 1						
10^3	10^4	0.1	10	0.228	0.434	0.0260
10	–	–	10	0.308	0.433	0.0259
0.1	–	–	10	6.51	0.435	0.0370
10^3	–	–	∞	0.223	0.435	$< 10^{-3}$
10	–	–	∞	0.301	0.434	$< 10^{-3}$
0.1	–	–	∞	7.56	0.404	0.167
Fig. 2						
10^3	10^4	0.1	100	0.264	0.397	0.184
10	10^4	–	–	0.357	0.397	0.184
0.1	10^4	–	–	7.72	0.407	0.185
10^3	10^2	–	–	0.544	0.209	0.704
10	10^2	–	–	0.752	0.209	0.705
0.1	10^2	–	–	14.0	0.230	0.775

明るさ

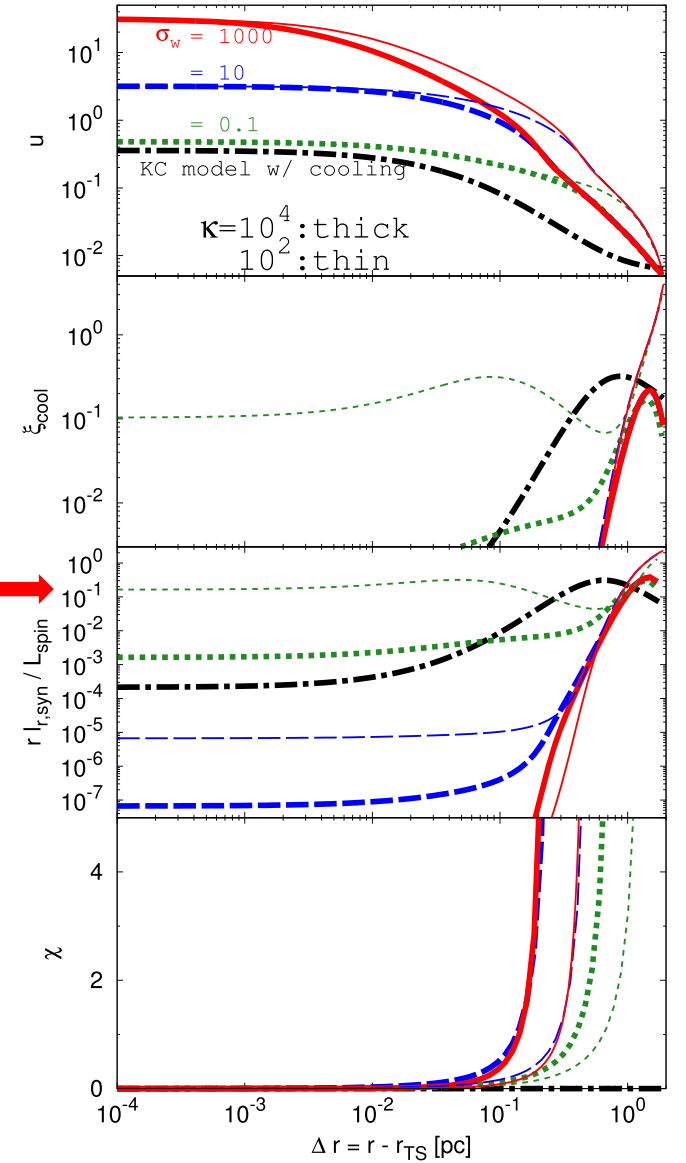


Figure 2. The resultant flow profiles as a function of Δr . Adopted parameters are summarized in Table 1 and combinations of (σ_w, κ_w) are different for each line, where the thin and thick lines are $\kappa_w = 10^2$ and 10^4 , respectively.

課題：

τ_{conv} は一定で固定➡

乱流の発生機構をいれて、乱流発生の依存性を入れる

プラズマの乱流 δv も入れる。

距離 緯度 の依存性も観測と合わせたい 二重リング、jetなど

例えば、outer ring の南北コントラストからは $v \sim 0.2c$ くらい(doppler boostとして)

inner ring では doppler boost が見えない

inner ring はclumpy

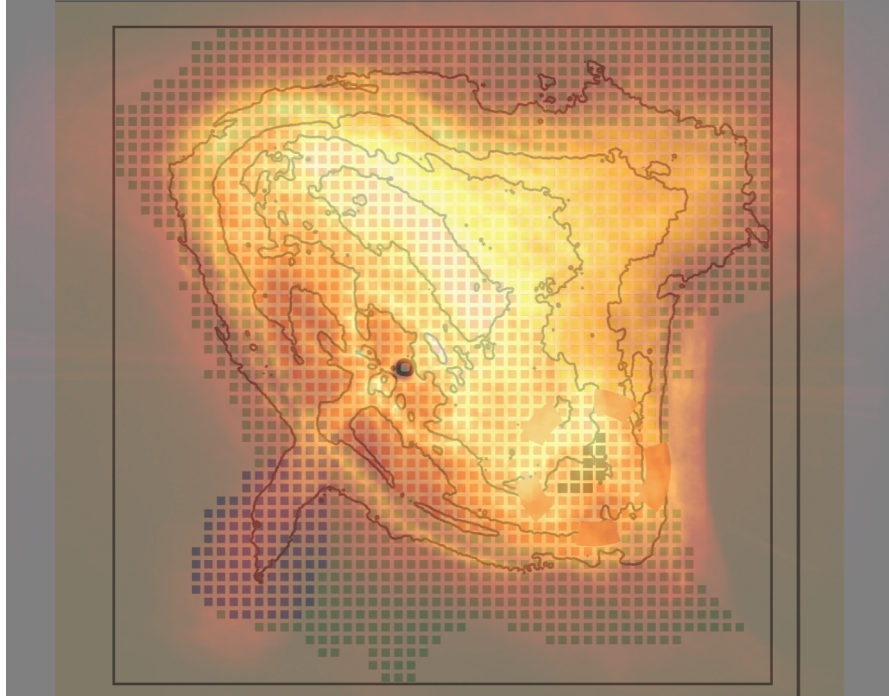
など



だんだん細かくなっていく

A New Project!

理論的モデルを作って観測と比較するのは限界? ➡ 観測を虚心坦懐に見て、何が言えるかを探す現象論的モデルもやってみる価値があるのでは。



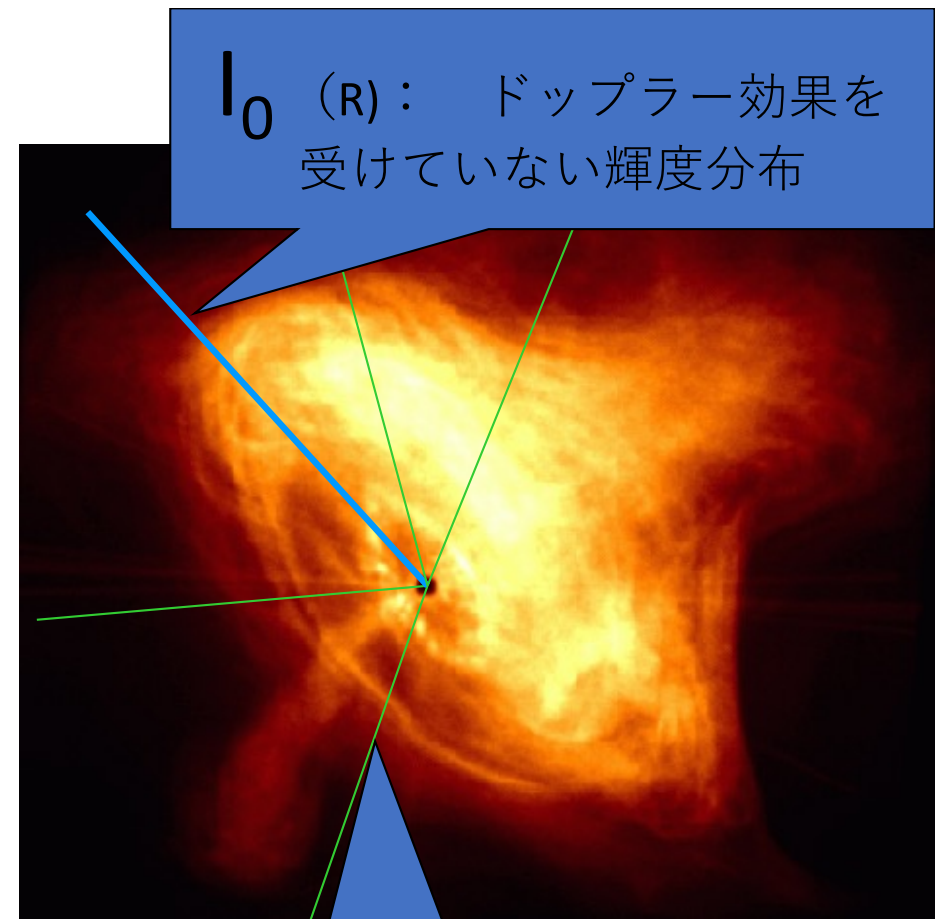
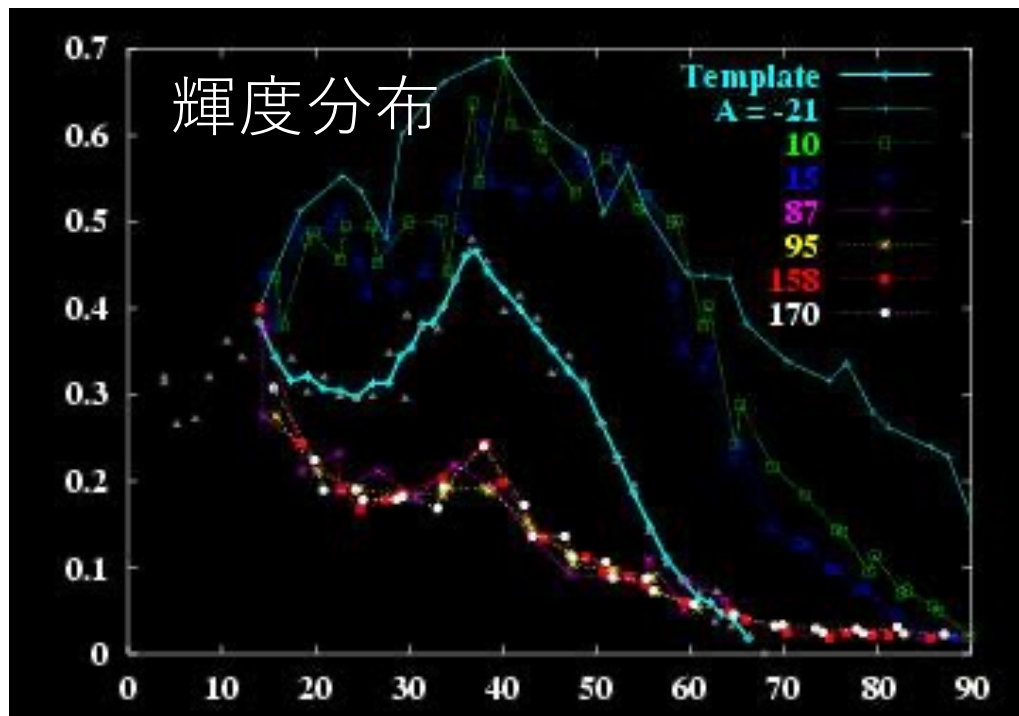
empirical に
"The Crab Nebula" model
を作ってみよう！

きっかけ、
nebula flow speed の謎

15年くらい前、、、

速度場の導出方法

- 軸対称のディスクを仮定
- 北西側が明るく、南東側が暗いのは Doppler Boost に因ると仮定

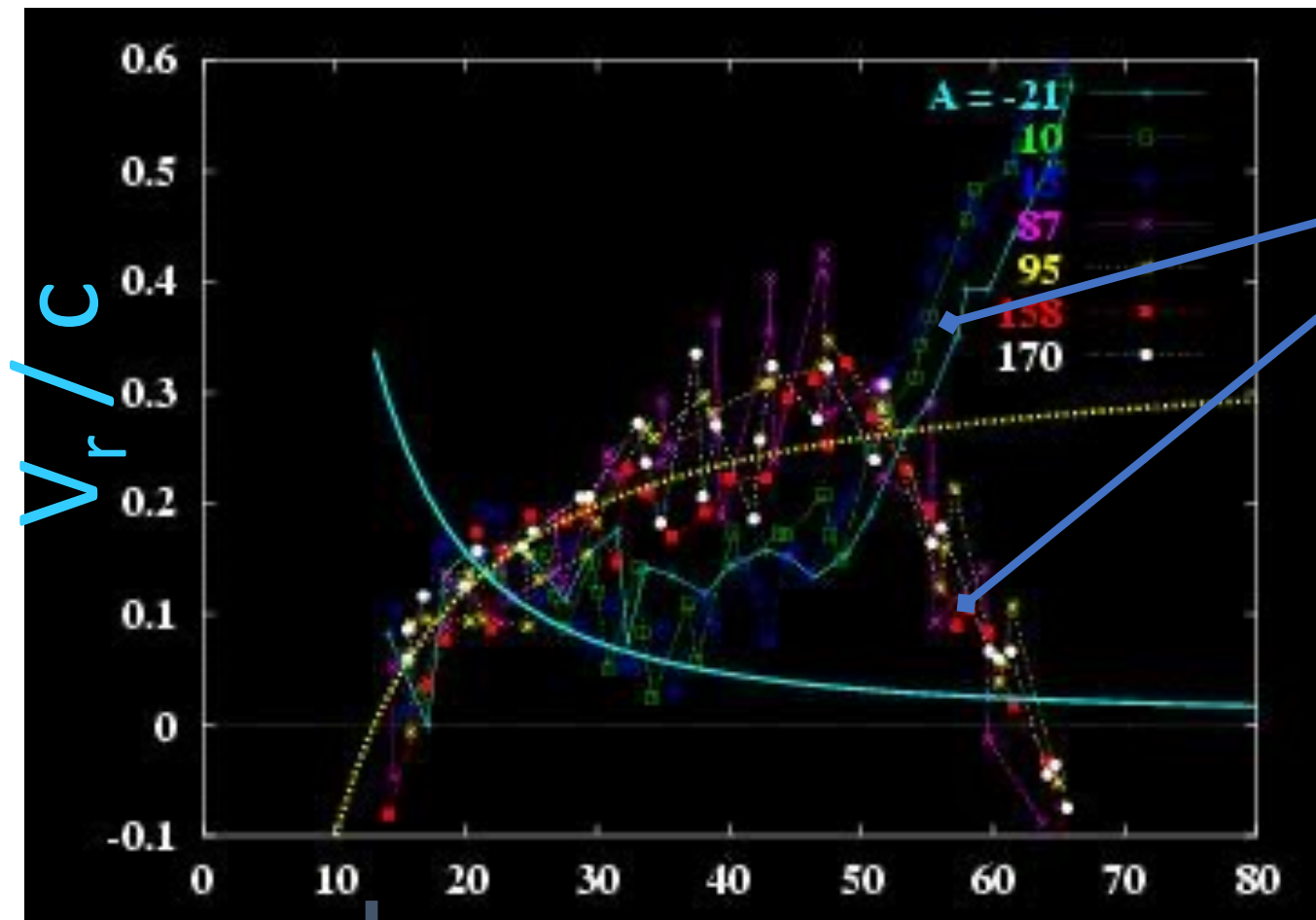


I (R): 任意の方向の輝度分布

$$\beta_{//} = 1 - (I_0 / I)^{1/(3+\alpha)}$$

結果(Chandra data)

nebula flow は加速している → 全く新しいシナリオ？

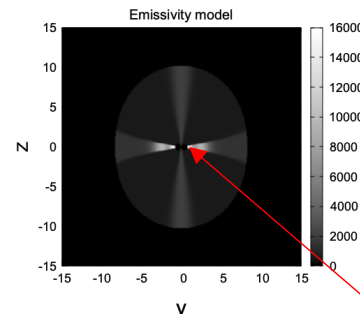
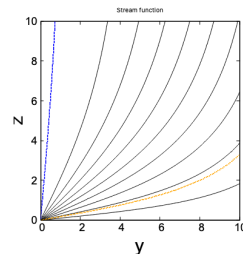
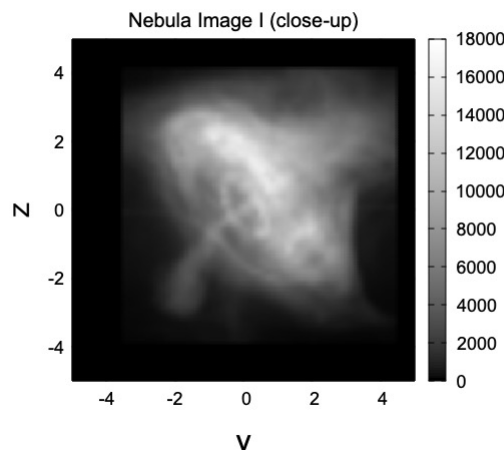
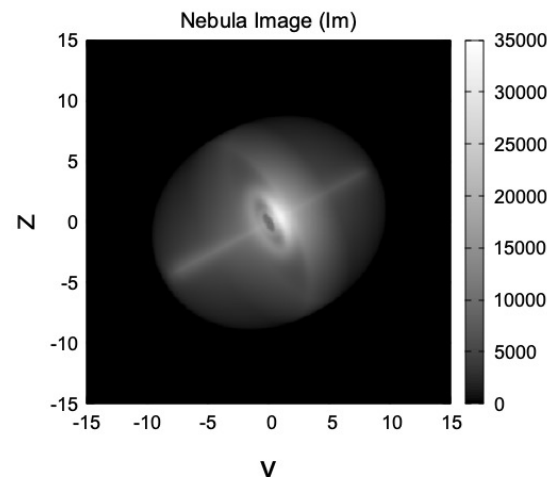
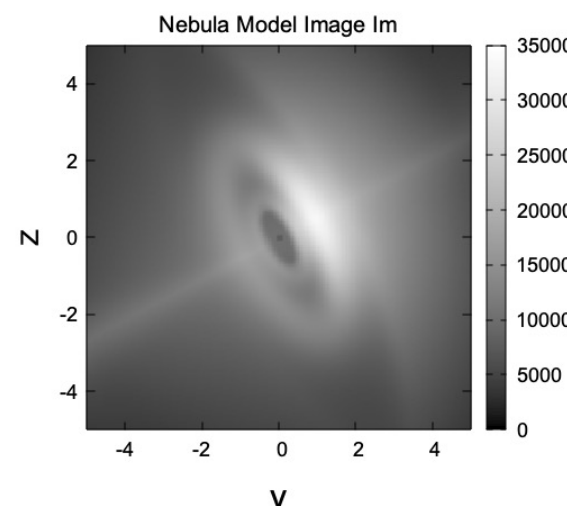


NE-SW不一致

- スタンダードモデル (Kennel and Coroniti $\sigma=0.003$) であわな

軸対象のvolume emissivity + velocity field model を Chandra Image から作る(第一近似) はかなりできる。

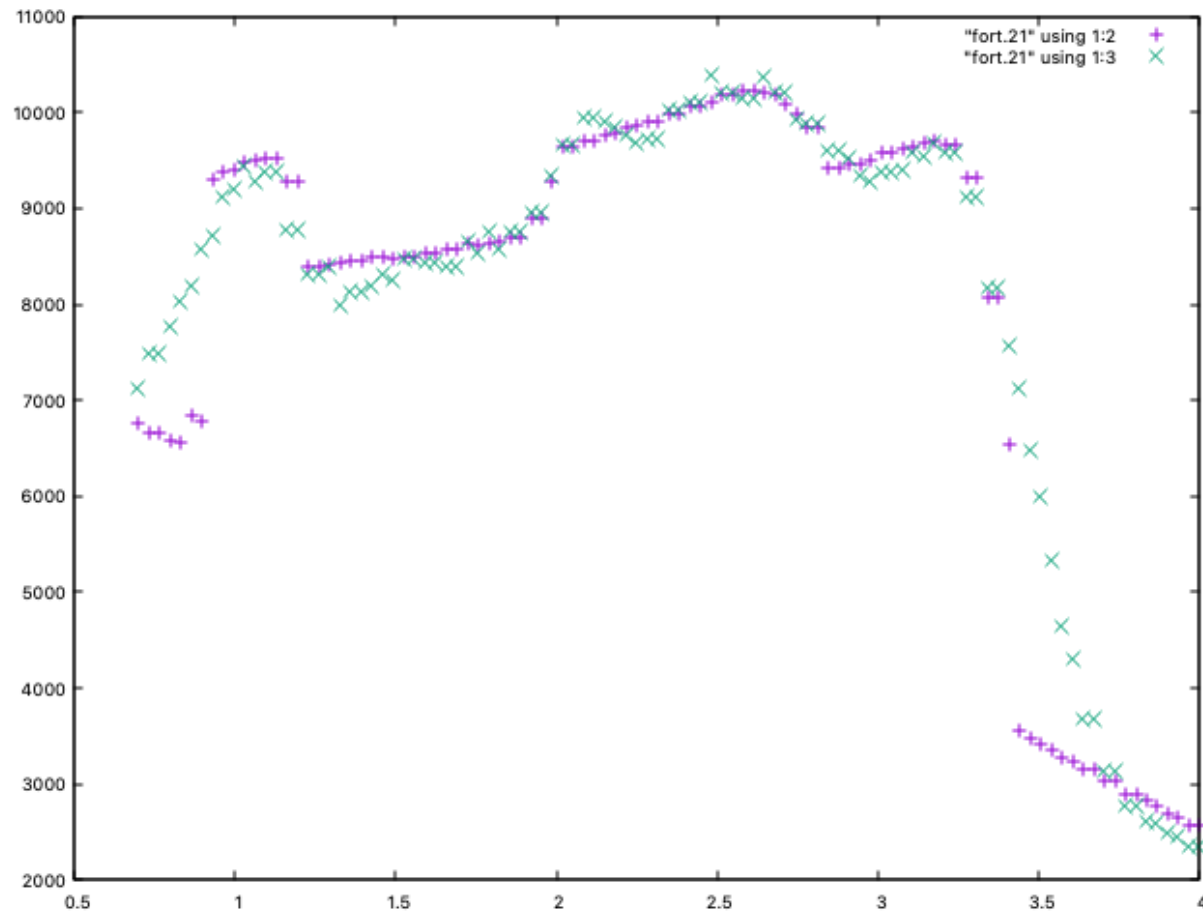
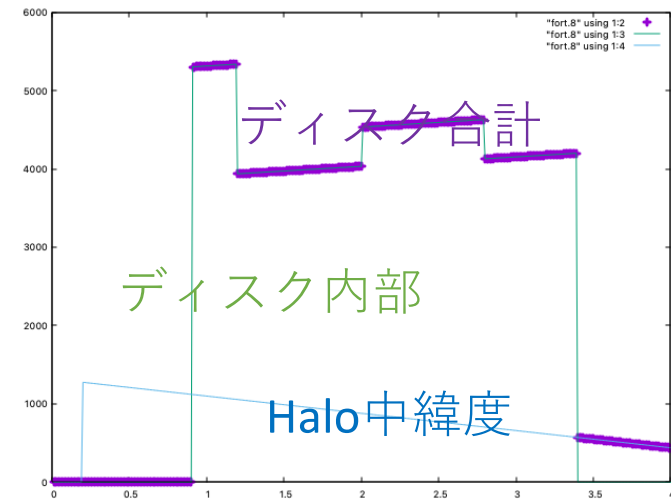
傘の出し方はいろいろある：偏光が有用だろう



```
## Nebula Geometry
rneq 8.3 nebula_outer_boundary_at_equator 42|
rnpol 10.2 nebula_outer_boundary_at_poles
rsheq 0.8 shock_position_at_equator
rshpol 0.10 shock_position_at_poles
psiddeg 80.0 disc_boundary_in_colatitude
psijdeg 5.0 jet_boundary_in_colatitude
rp 15.0 stagnation_radius_of_the_stream_function
## flow speed model for disc, intermediate, and jet
## disc middle jet
v_shock 0.10 0.30 0.20
v_infty 0.30 0.30 0.05
v_delta 2.0 2.0 2.0
## density parameters
xn1 1.0 preshock_density_at_the_equator
xn2 1.0 preshock_density_at_the_equator
rref 1.0 reference_distance_for_preshock_density
pn 3.0 power_index_for_particle_energy_dist.
## emissivity parameters
j_disc0 1400.0 disc_emissivity_base_line
j_in_ring 33000.0 inner_ring_emissivity
j_out_ring 12000.0 outer_ring_emissivity
j_med0 500.0 emissivity_of_the_intermediate_region
j_jet0 3000.0 jet_emissivity
r_in 1.0 inner_ring_radius
r_out1 1.8 inner_radius_of_the_outer_ring
r_out2 3.0 outer_radius_of_the_outer_ring
del_region 0.010 transition_thickness_among_the_regions
del_in_ring 0.3 half_width_of_the_inner_ring
del_out_ring 0.4 skin_thickness_of_the_outer_ring
## magnetic field
ftf 0.4 fraction_of_the_turbulent_field
```

視線方向

$j_{\text{disc0}} = 3900$ ディスク内部の一様成分
 $j_{\text{disc1}} = 300$ ディスク内部での微増成分
 $j_{\text{halo0}} = 1100$ ハローの一様成分
 $r_2 = 3.4$ ディスクの外半径(cut-off)
 $j_{\text{inring}} = 140$ Inner Ring 加算 $1.0 < r < 1.2$
 $j_{\text{outring}} = 50$ Outer Ring 加算 $2.0 < r < 2.8$



長軸方向の再現
 これをもとに
 doppler boostを
 入れた全方位の
 fitting で速度場
 が決められる

偏光マップ計算もできる

さて、こういった作戦が取れるか？

使えるデータ

empirical に

"The Crab Nebula" model

を作ってみようへの

協力者募集

- Chandra images は nebula flow の理解に最適だろう。
- spatially resolved spectrum は cooling と加速の診断につかえる。Chandra NuSTAR
- IC (TeV) は空間分解は無理だけど平均磁場は抑えられる。
- 偏光度map は乱流磁場の割合を与える、偏光方向は平均磁場の方向
- 軸対象のような簡単なモデルに対する補正手段：
 - optical filament (3D position can be known by doppler shift);
 - 異常な消偏光：消偏光の非軸対象成分 (filament, bay etc);
 - 構造へのヒント (optical & X-ray)(discs, jets, wisps, knots, bay etc);
- 理論的補助
 - 軸対象;
 - flow patterns (shocks, discs, jets, turbulent);
 - 保存則を満たす(number, momentum, energy)

- Chandra images は nebula flow の理解に最適だろう。
- spatially resolved spectrum は cooling と加速の診断につかえる。Chandra NuSTAR

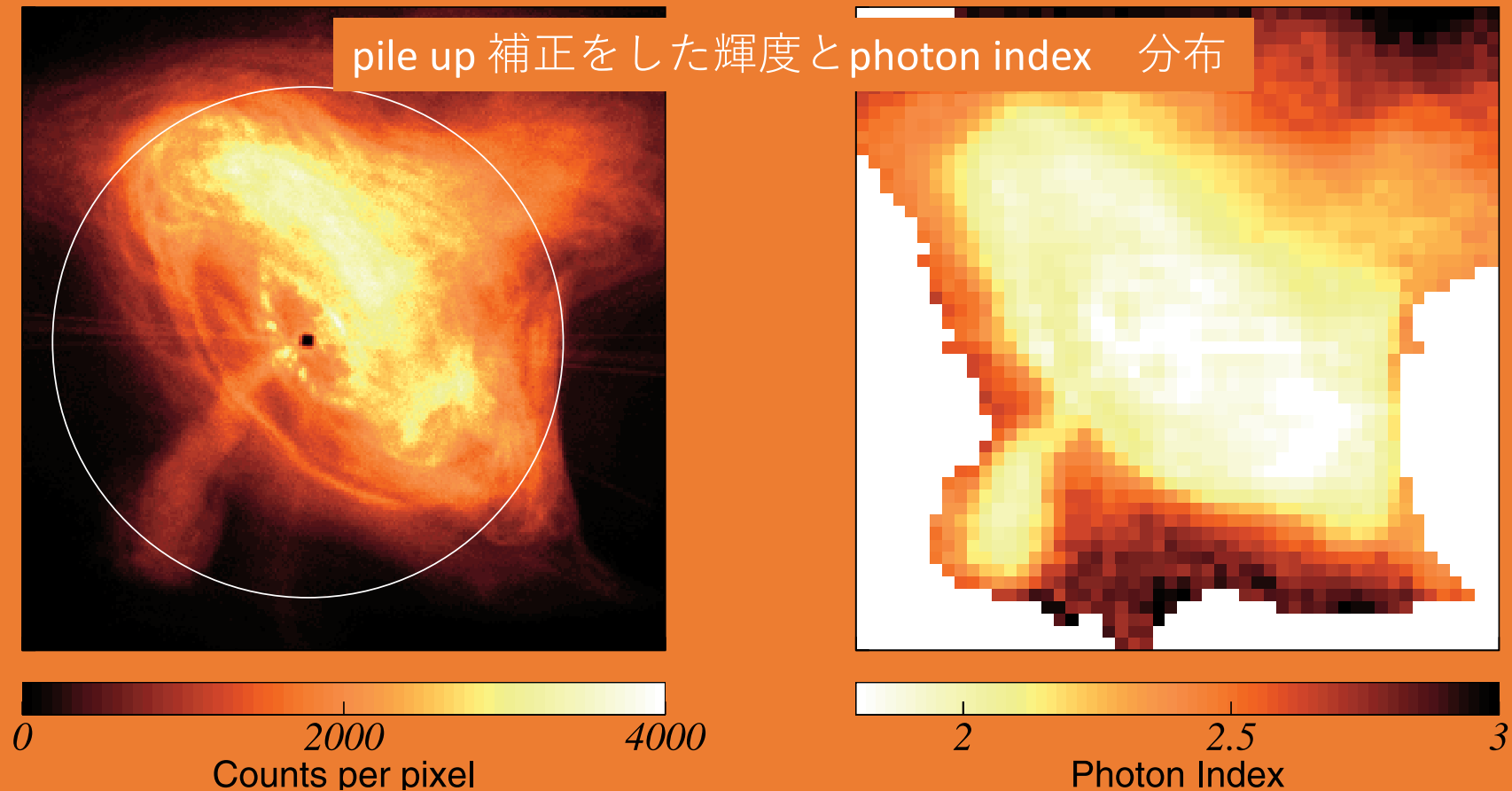


FIG. 1.—*Left:* Chandra ACIS-S combined image of the 2nd–8th observations. The center of the white circle ($R = 50''$) is located at the pulsar position. The “hole” at the pulsar position is caused by severe event pileup resulting in the rejection of most events at this position. Narrow lines through the pulsar are instrumental artifacts due to trailing events. *Right:* Photon index map of the Crab Nebula after correction for pileup effects. White regions around the eastern, western, and southern edges were excluded from analysis because of the dominance of trailing events and scattered photons. The pulsar position is also white, since no photon index could be derived there because of severe pileup.

- Chandra images は nebula flow の理解に最適だろう。
- spatially resolved spectrum は cooling と加速の診断につかえる。Chandra NuSTAR

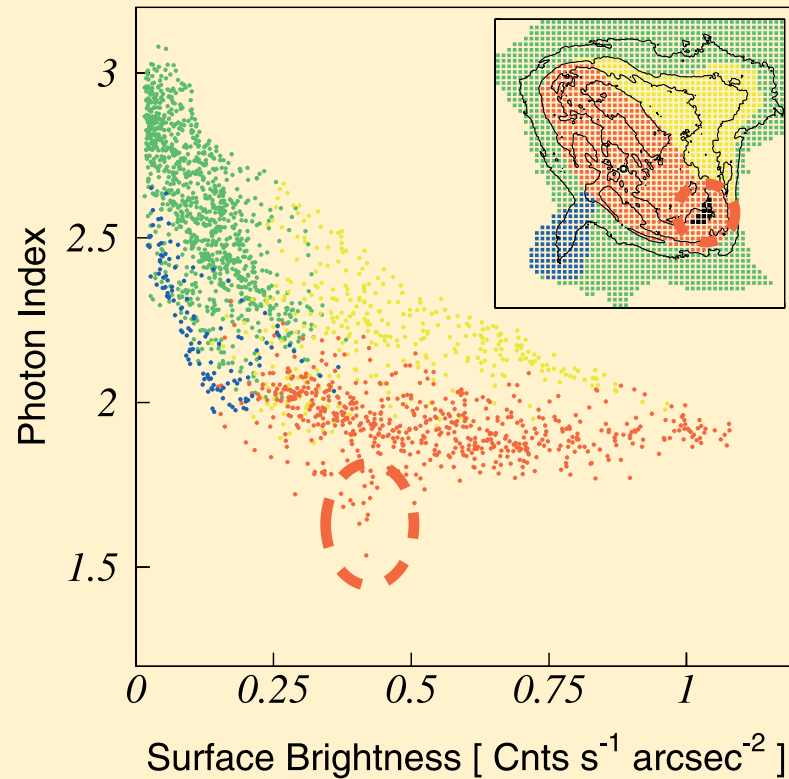


FIG. 3.—Plot of photon index against surface brightness, as Fig. 2 (right). The data points of the torus, the jet, the umbrella-shaped northwest region, and the faint peripheral region are color-coded as red, blue, yellow, and green, respectively. The inset shows the definitions of the four regions. The black contours represent surface brightness. The red dashed circle encloses data points with unusually small photon index compared to others (see § 4.3). The corresponding positions in the nebula are shown in black in the inset, also enclosed by a red dashed circle.

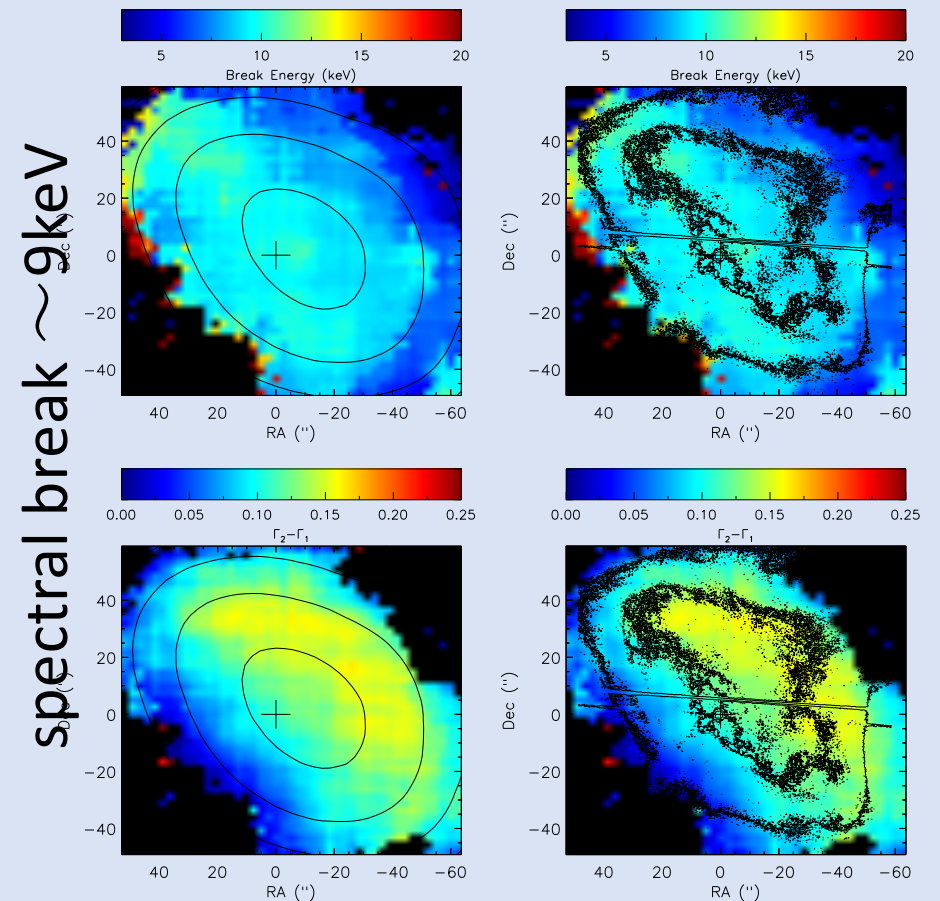


Figure 7. Plots showing the break energy and $\Delta\Gamma$ map of $\Gamma_2-\Gamma_1$ for FPMB during pulse off. Left panel contours are the *NuSTAR* intensity levels and the cross the pulsar location. Right panel contours are from *Chandra*.

Madsen, K.~K., Reynolds, S.,
Harrison, F., et al. ¥ 2015, ¥apj,
801, 66

Mori, K., Burrows, D.~N., Hester, J.~J., et al. ¥ 2004, ¥apj, 609, 186

- Chandra images は nebula flow の理解に最適だろう。
- spatially resolved spectrum は cooling と加速の診断につかえる。Chandra NuSTAR

■ IC (TeV) は空間分解は無理だけど平均磁場は抑えられる。

- 偏光度map は乱流磁場
磁場の方向

- 軸対象のような簡単な

- optical filament
shift);
- 異常な消偏光
bay etc);
- 構造へのヒン
knots, bay etc);

- 理論的補助

- 軸対象;
- flow patterns (sh
- 保存則を満た

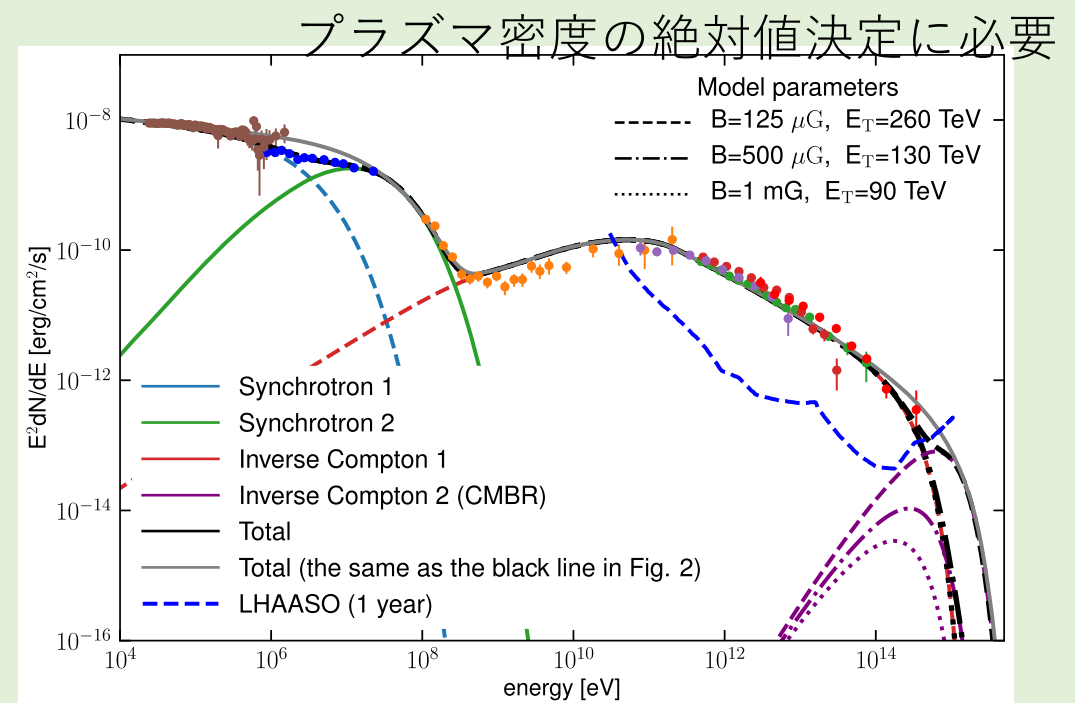


Figure 4. Computed synchrotron and IC emission components produced by two populations of electrons: a power law with an exponential cut-off energy distribution in the $B = 125 \mu\text{G}$ magnetic field, and a relativistic Maxwellian in the $B = 125, 500$ and $1000 \mu\text{G}$ fields. For the origins of the data points shown, see Figs 1 and 2.

- Chandra images は nebula flow の理解に最適だろう。
- spatially resolved spectrum は cooling と加速の診断につかえる。Chandra NuSTAR
- IC (TeV) は空間分解は無理だけど平均磁場は抑えられる。
- 偏光度map は乱流磁場の割合を与える、偏光方向は平均磁場の方向

- 軸対象のような簡単なモデル

- optical filament (3 shift);
- 異常な消偏光 : bay etc);
- 構造へのヒント (knots, bay etc);

- 理論的補助

- 軸対象;
- flow patterns (shown)
- 保存則を満たす

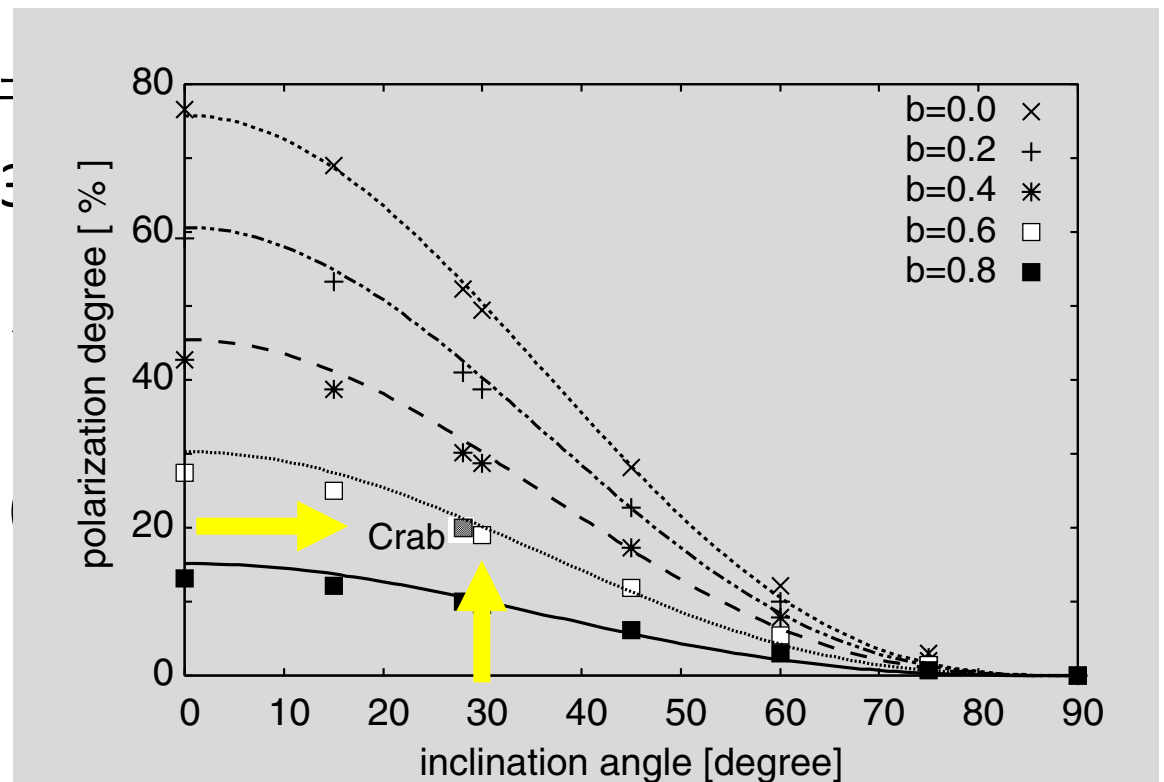


Figure 3. Polarization of the entire nebula as a function of the inclination angle i between the axis of the disc and the line of sight for $b = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6$ and 0.8 . The empirical curves $\bar{P} = 75.8(1 - b)(\cos i)^{2.84}$ are overlaid.

- Chandra images は nebula flow の理解に最適だろう。
- spatially resolved spectrum は cooling と加速の診断につかえる。Chandra NuSTAR
- IC (TeV) は空間分解は無理だけど平均磁場は抑えられる。
- 偏光度map は乱流磁場の割合を与える、偏光方向は平均磁場の方向

- 軸対象のよう

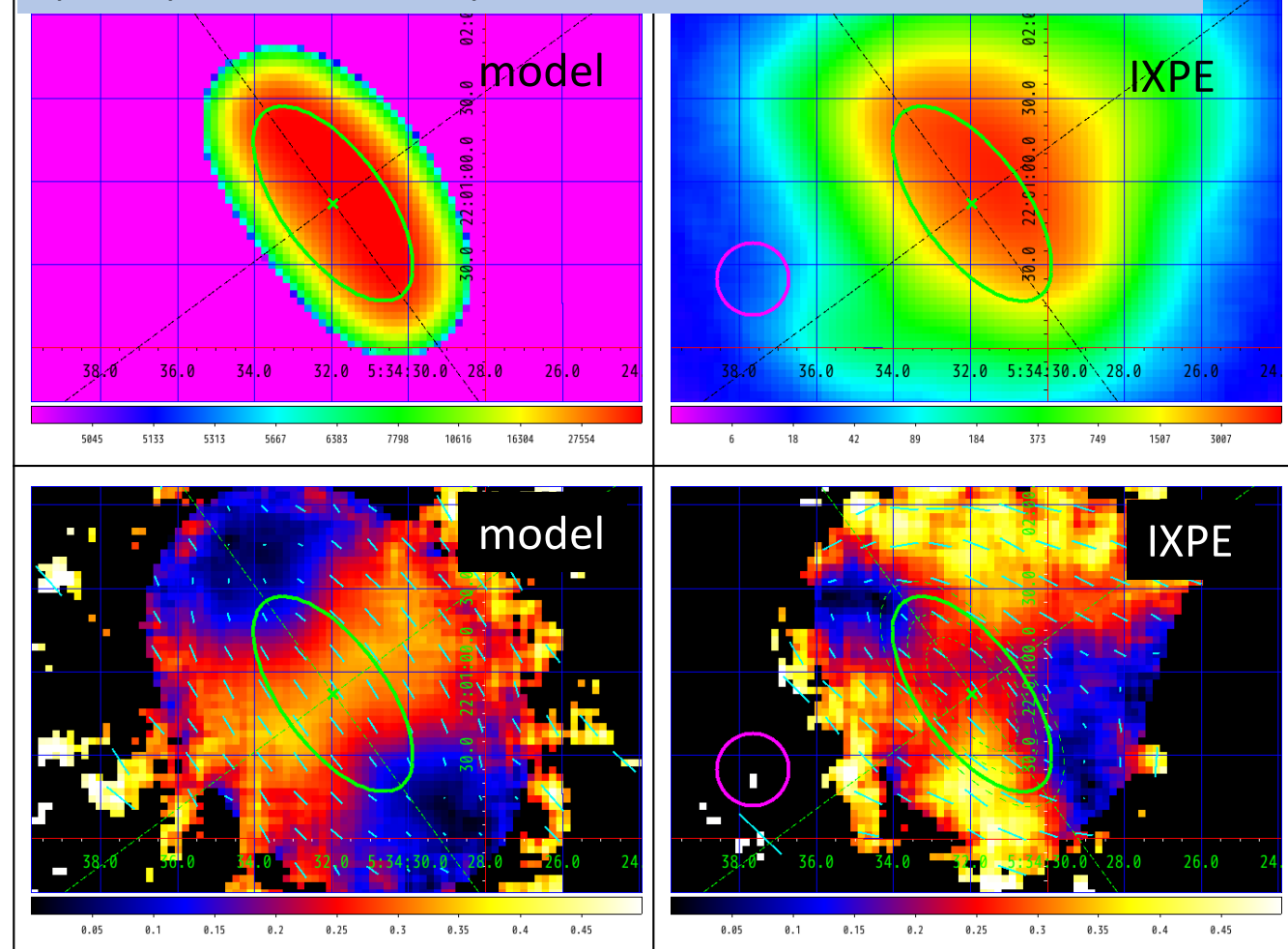
- optical shift);
- 異常な bay etc);
- 構造へ

knots, bay e

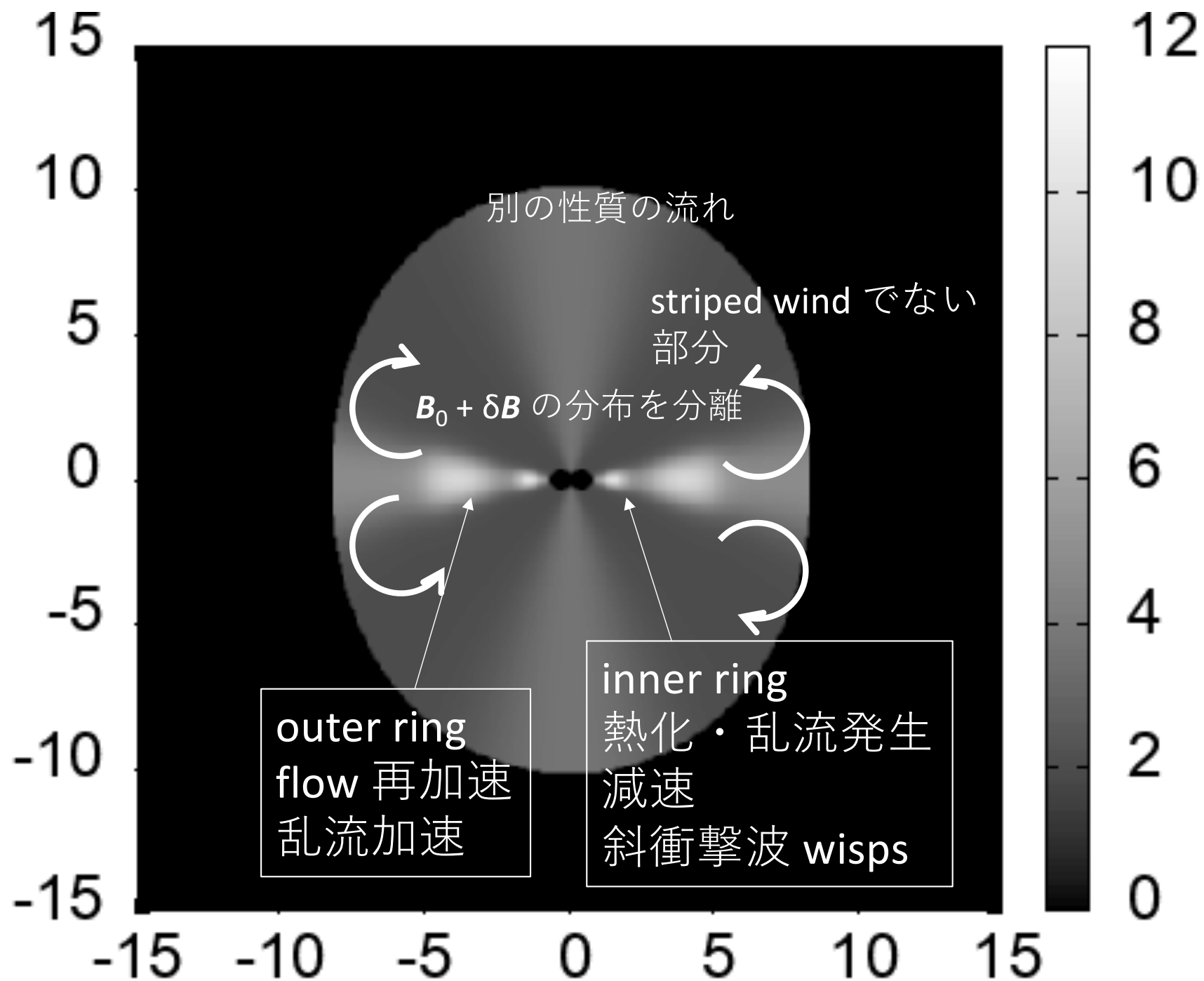
- 理論的補助

- 軸対象
- flow pa
- 保存則

spatially revolved data by IXPE and a model (Mizuno et al. 2023)



- Chandra images は nebula flow の理解に最適だろう。
- spatially resolved spectrum は cooling と加速の診断につかえる。Chandra NuSTAR
- IC (TeV) は空間分解は無理だけど平均磁場は抑えられる。
- 偏光度map は乱流磁場の割合を与える、偏光方向は平均磁場の方向
- 軸対象のような簡単なモデルに対する補正手段：
 - optical filament (3D position can be known by doppler shift);
 - 異常な消偏光：消偏光の非軸対象成分 (filament, bay etc);
 - 構造へのヒント (optical & X-ray)(discs, jets, wisps, knots, bay etc);
- 理論的補助
 - 軸対象;
 - flow speed map, volume emissivity から density & magnetic field $\mathbf{B}_0 + \delta\mathbf{B}$ の分布を分離);
 - 保存則を満たす(number, momentum, energy)



軸対象を使えない部分の事前の検討

- フィラメントによる乱れ
- Bay の構造
- 対象軸の捩れ

非軸対象との戦い

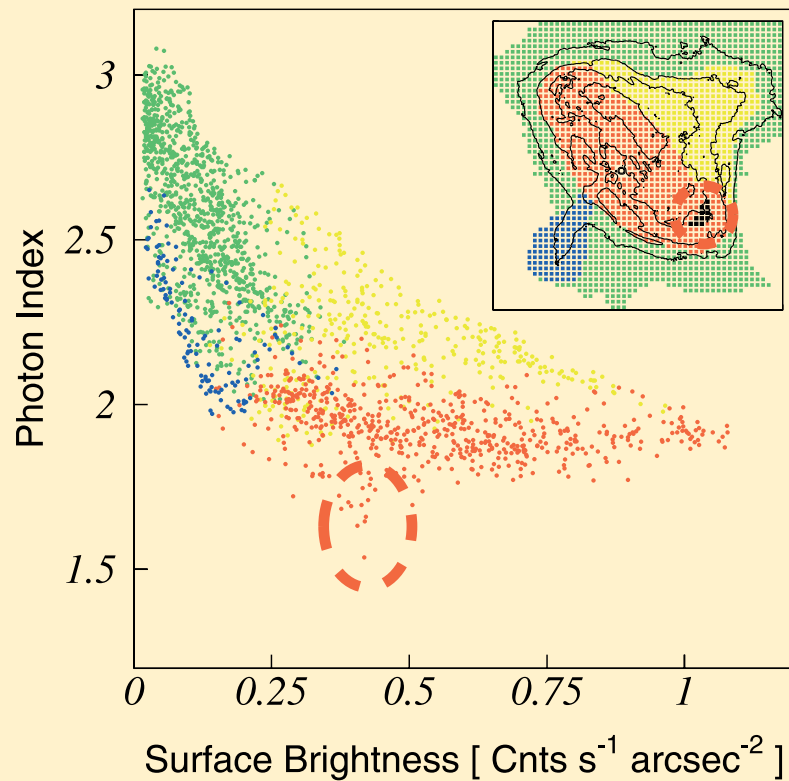


FIG. 3.—Plot of photon index against surface brightness, as Fig. 2 (*right*). The data points of the torus, the jet, the umbrella-shaped northwest region, and the faint peripheral region are color-coded as red, blue, yellow, and green, respectively. The inset shows the definitions of the four regions. The black contours represent surface brightness. The red dashed circle encloses data points with unusually small photon index compared to others (see § 4.3). The corresponding positions in the nebula are shown in black in the inset, also enclosed by a red dashed circle.

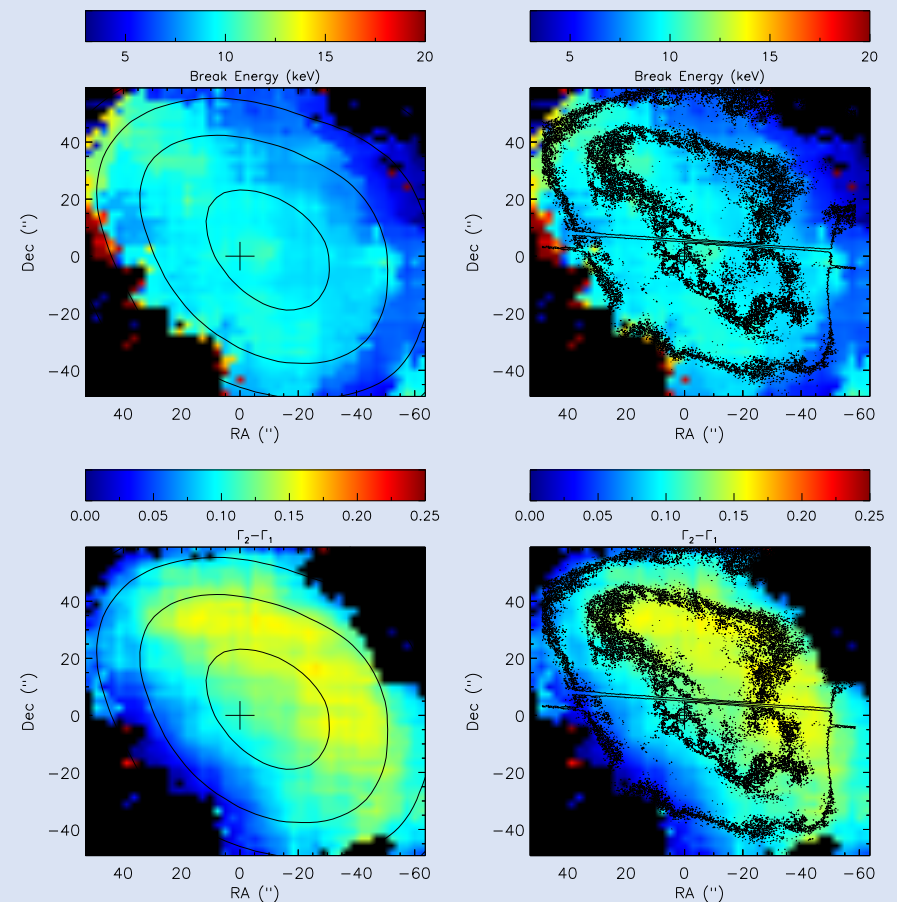
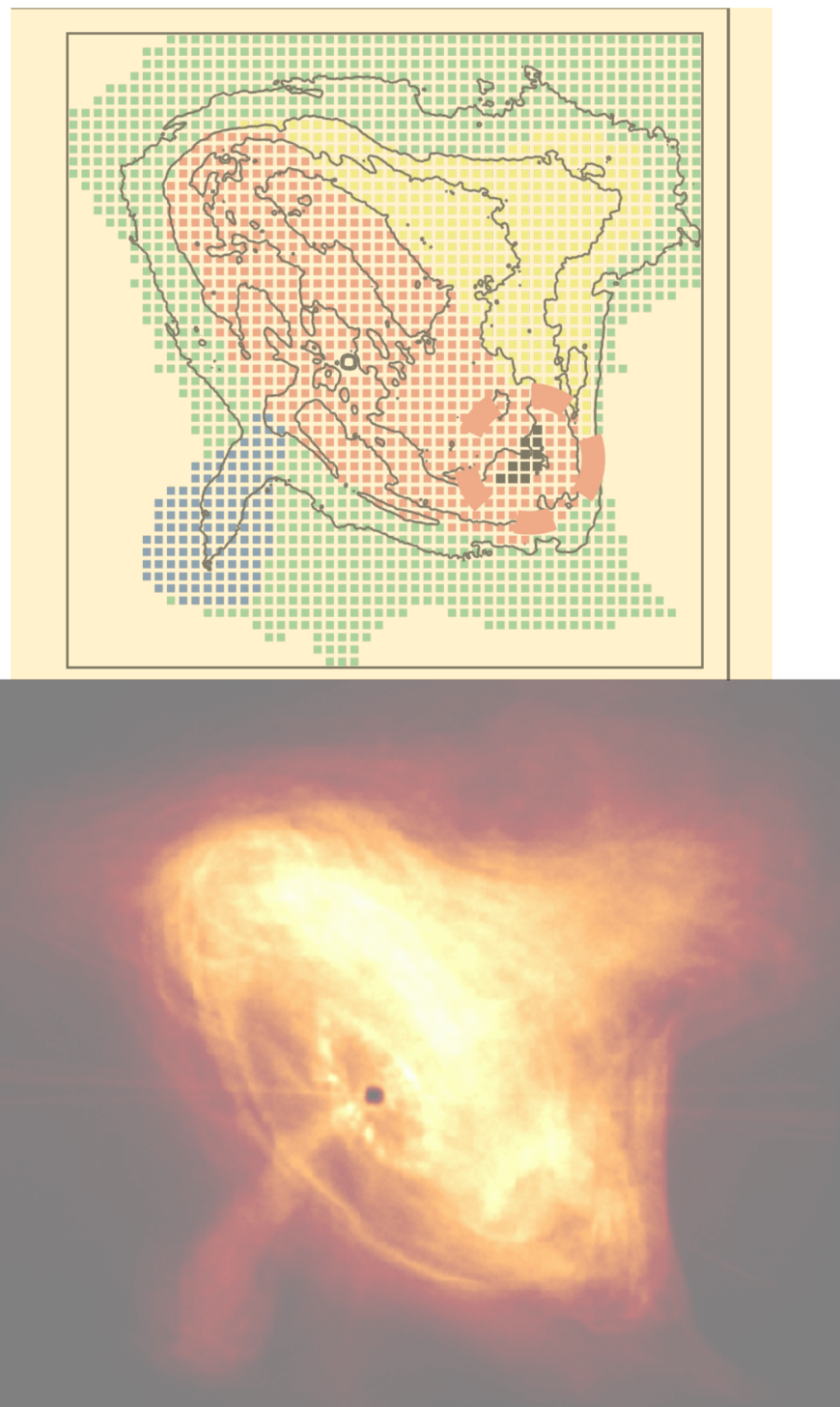
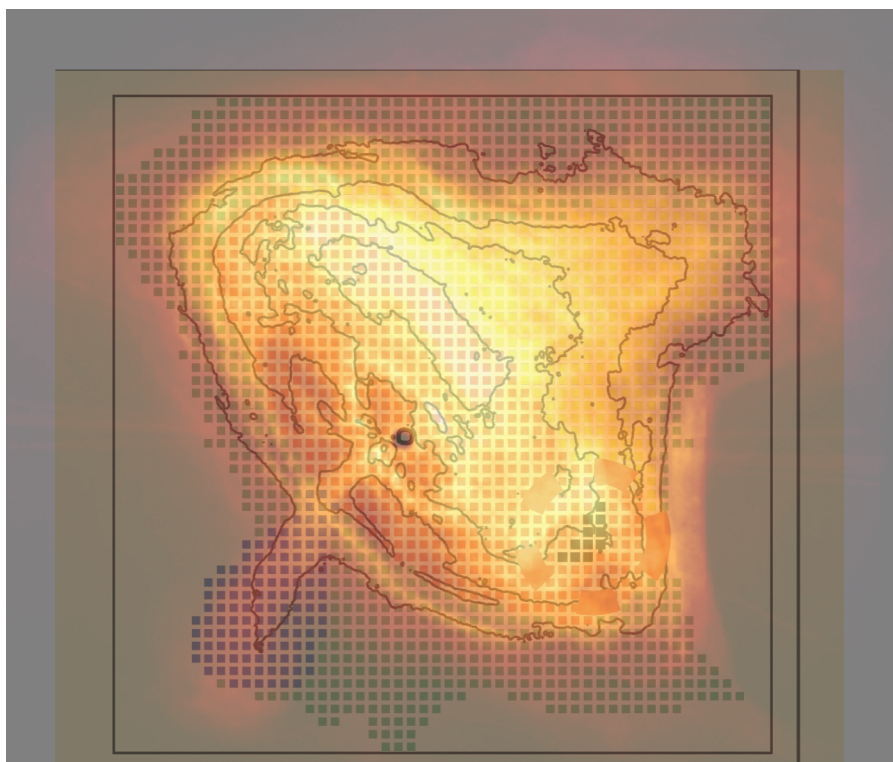


Figure 7. Plots showing the break energy and $\Delta\Gamma$ map of $\Gamma_2-\Gamma_1$ for FPMB during pulse off. Left panel contours are the *NuSTAR* intensity levels and the cross the pulsar location. Right panel contours are from *Chandra*.

Madsen, K.~K., Reynolds, S.,
Harrison, F., et al. 2015, *ApJ*,
801, 66

Mori, K., Burrows, D.~N., Hester, J.~J., et al. 2004, *ApJ*, 609, 186



Optical observation でも同様

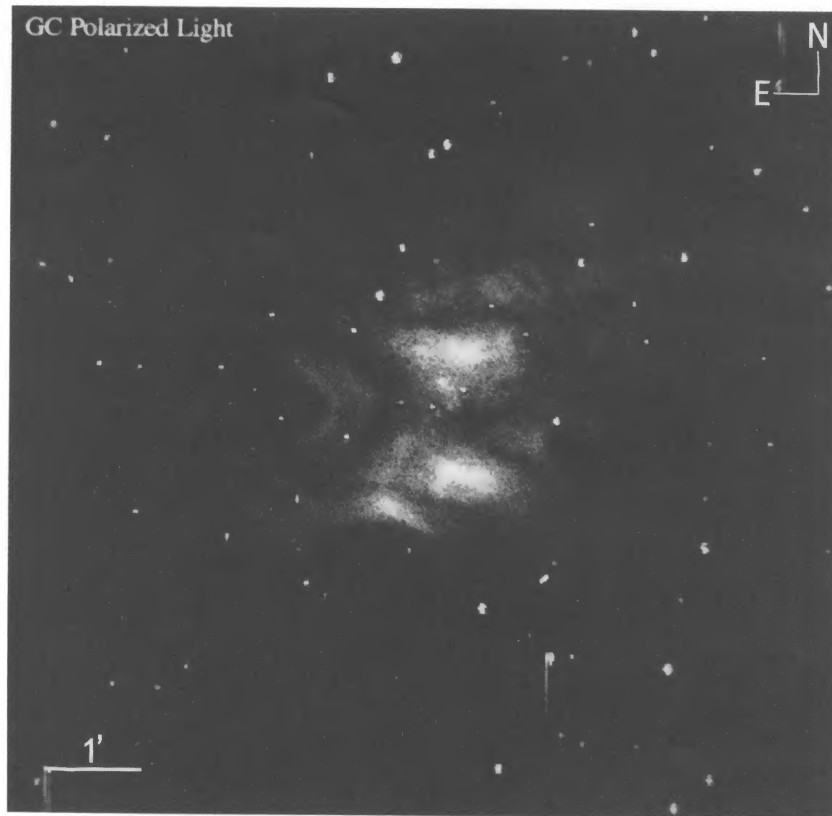


FIG. 4.—Reconstruction of totally polarized light. Hour-glass structure evident along with well-known arch structure to left. Scalloping at the edges of Synchrotron Nebula is evident. If the nebula was not contained, one would expect the areas between the concave “scallopings” to be open-ended. However obvious that the emission is bounded, reinforcing the idea that the nebula is contained.

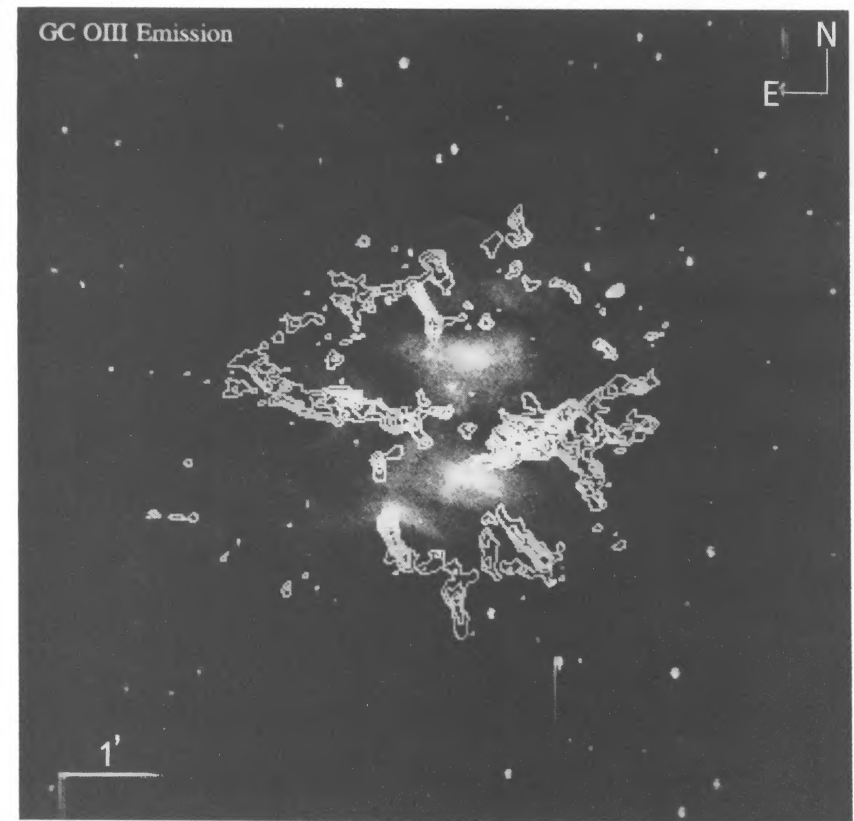
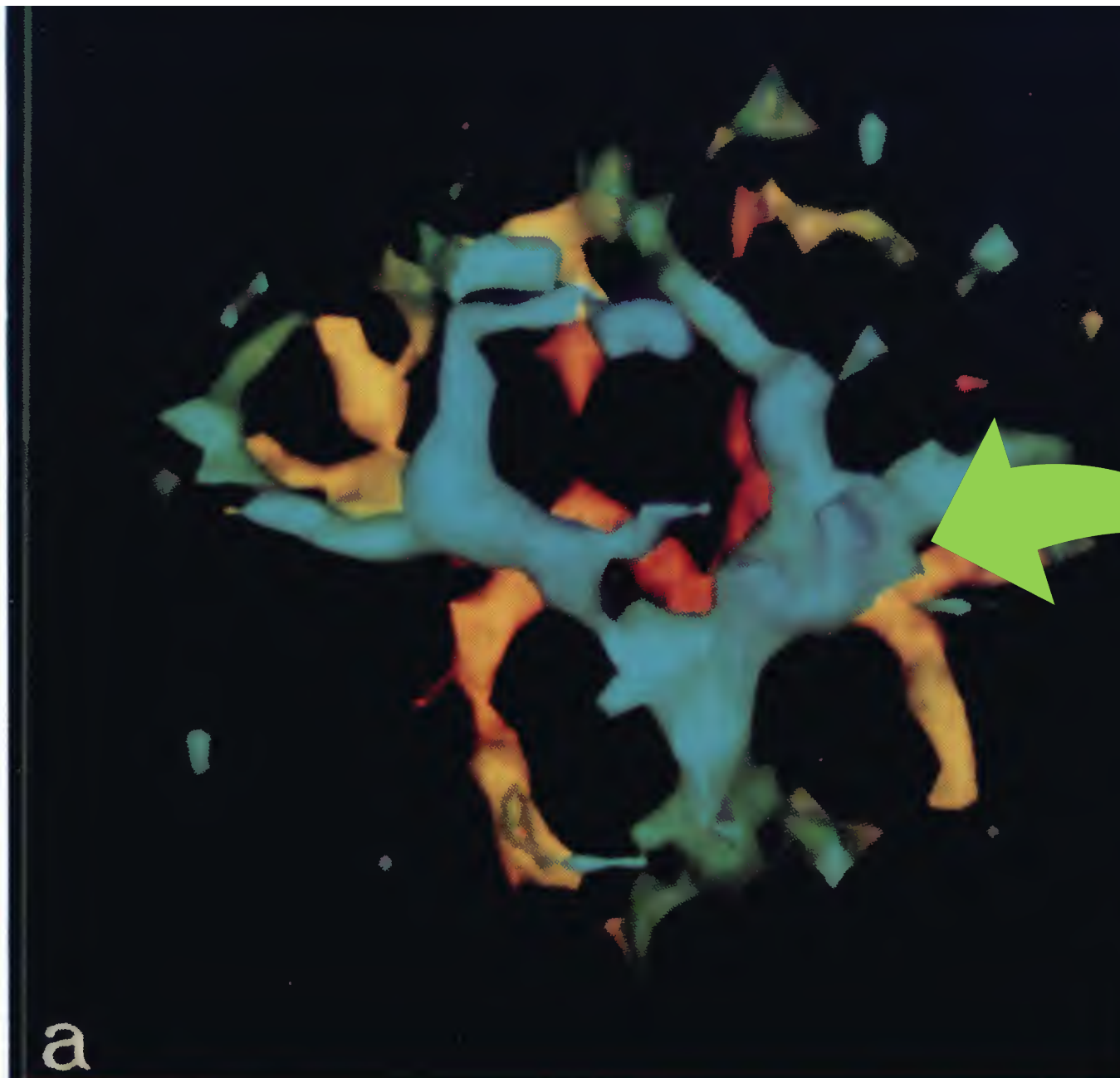


FIG. 10.—Overlay of [O III] filaments contours onto the totally polarized light image of the Crab nebula

MICHEL, SCOWEN, DUFOUR, & HESTER (see 368, 466)

Michel, F.-C., Scowen, P.-A., Dufour, R.-J., et al. 1991, *ApJ*, 368, 463.



偏光度が
落ちた
ところと
filamentの
場所が
一致

手前
blue shift
したfilament

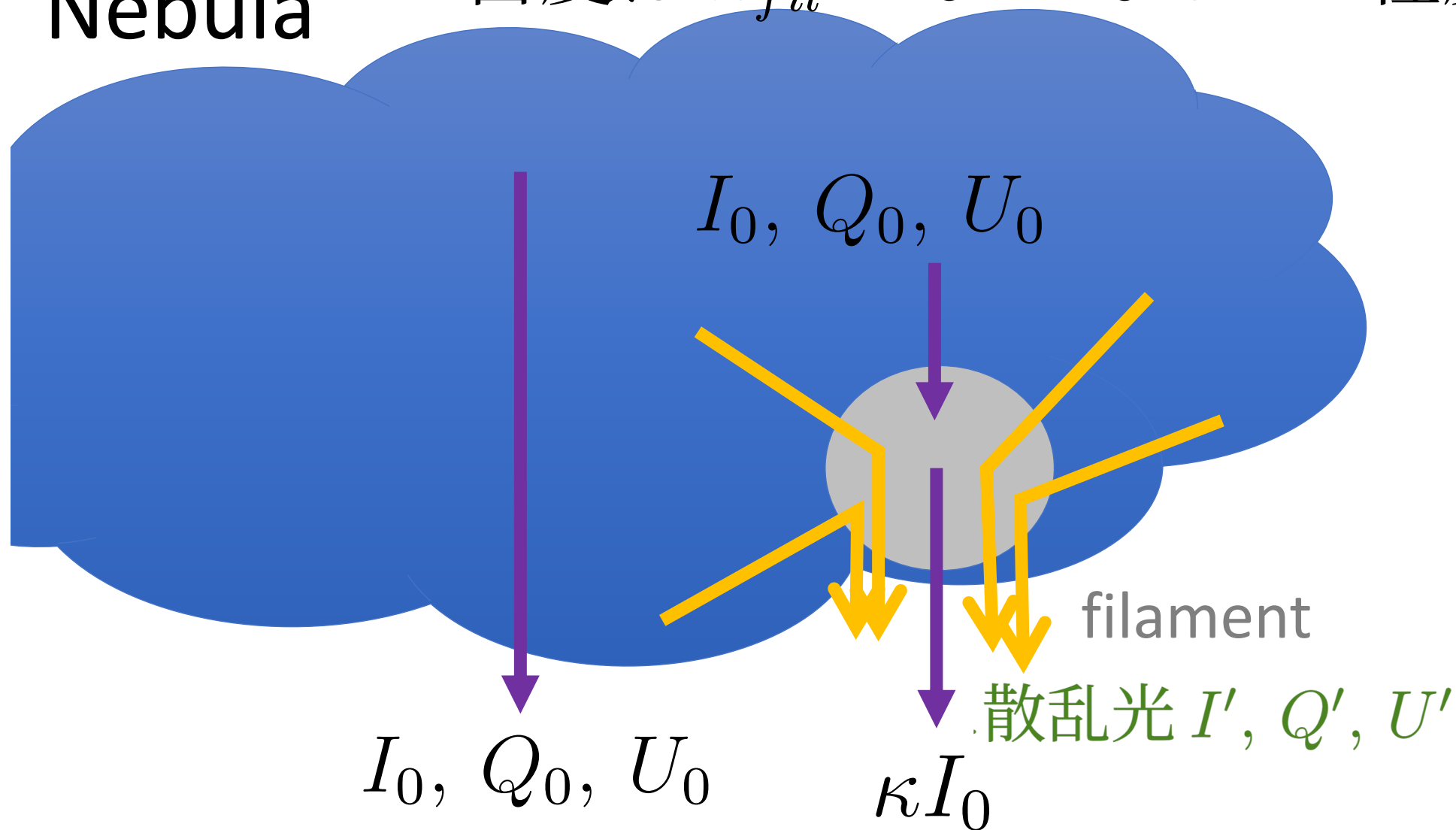
a

Three-Dimensional Fabry-Perot Imaging Spectroscopy of the Crab Nebula, Cassiopeia A, and Nova GK Persei
<https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1995AJ....109.2635L/abstract>
bibitem[Lawrence et al.(1995)]{1995AJ....109.2635L} Lawrence, S.~S., MacAlpine, G.~M., Uomoto, A., et al.¥ 1995, ¥aj, 109, 2635. doi:10.1086/117477

吸収量は $N_{\text{H}} \sim 7 \times 10^{20} \text{cm}^{-2}$.

密度は $n_{\text{fil}} \sim 5 \times 10^3 \text{cm}^{-3}$ 程度

Nebula



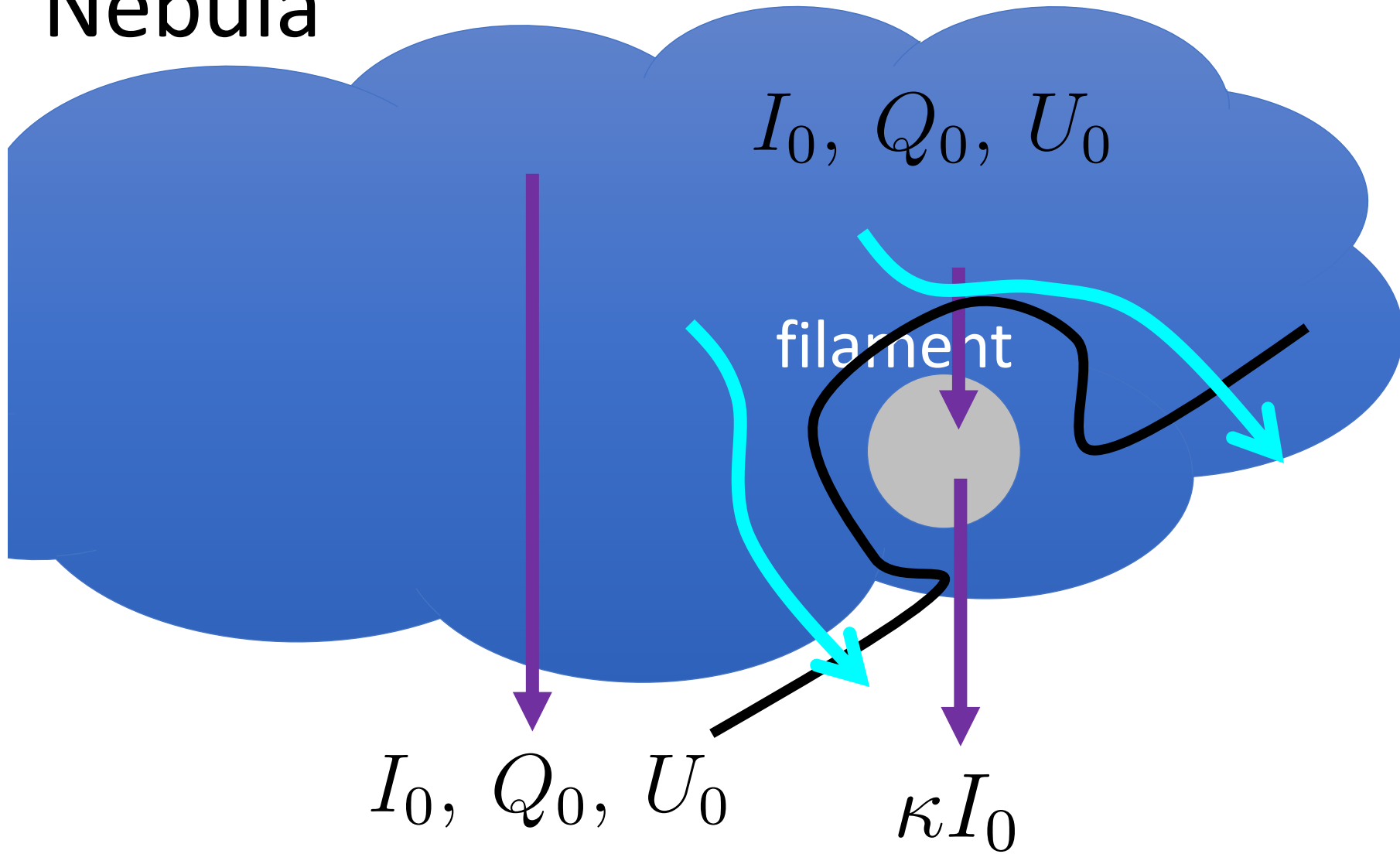
Nebula

I_0, Q_0, U_0

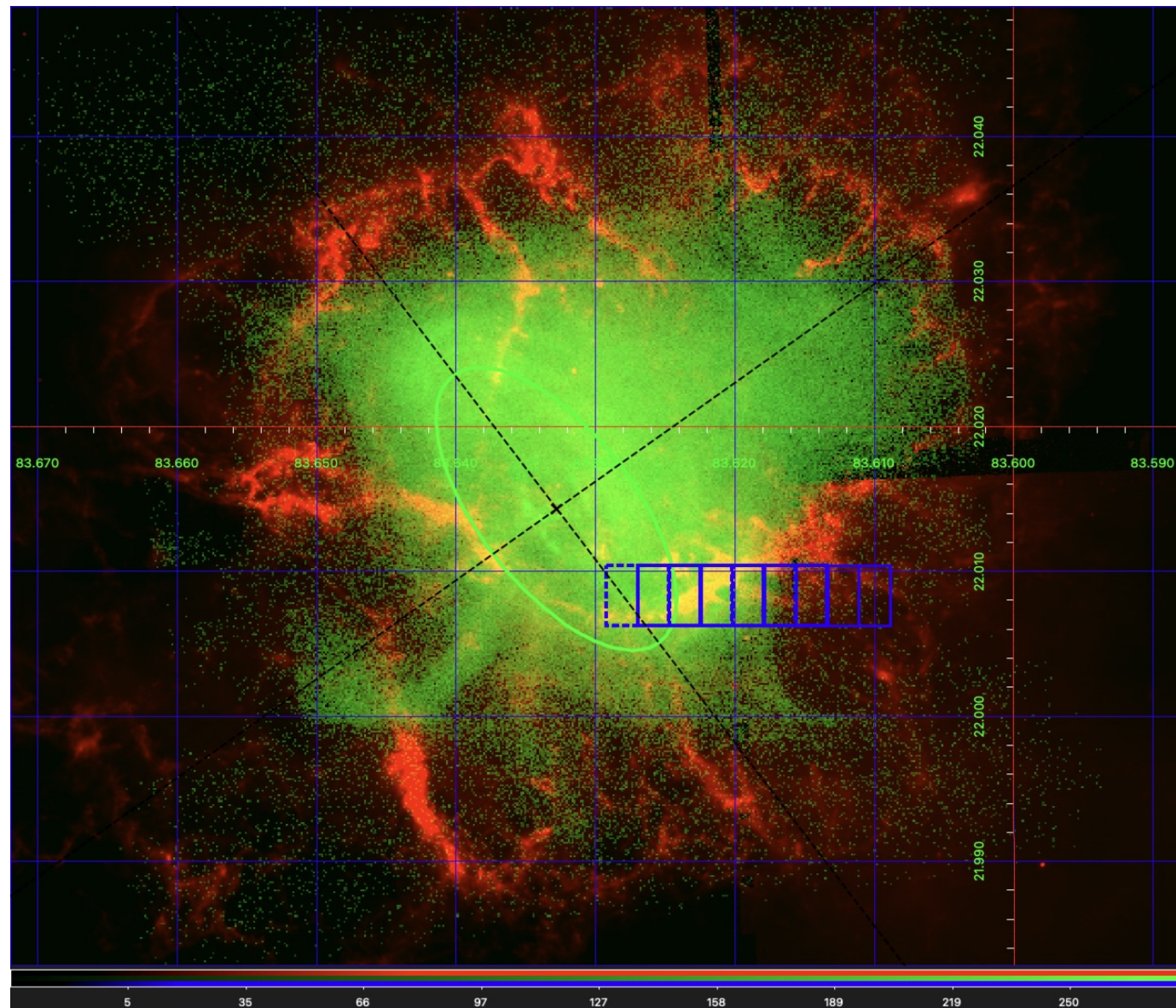
filament

I_0, Q_0, U_0

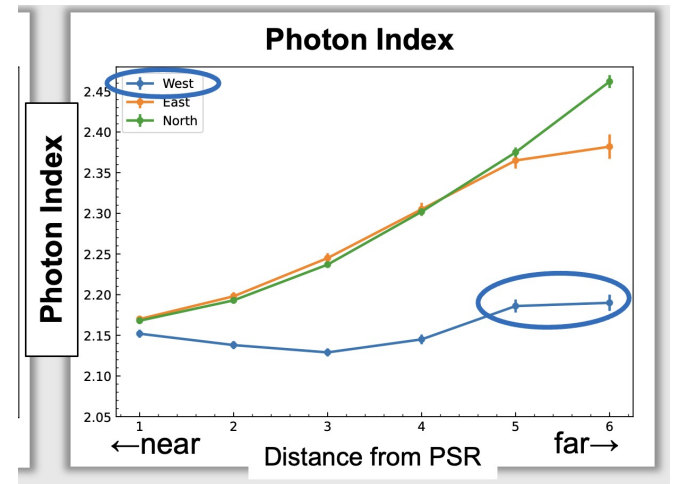
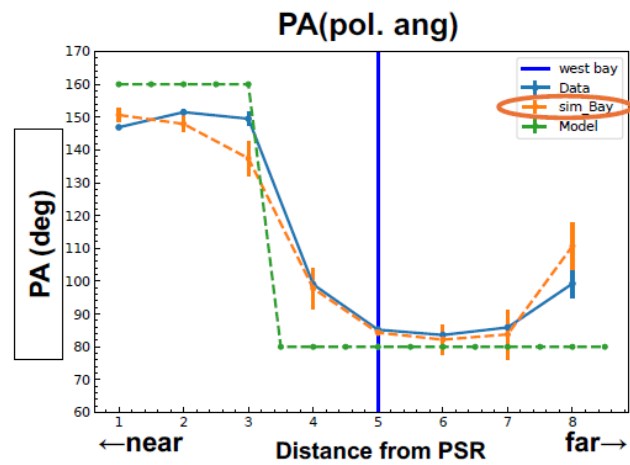
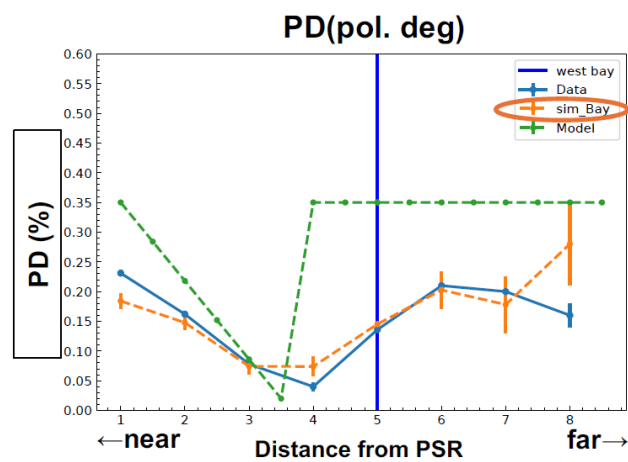
κI_0



Goya et al. in preparation



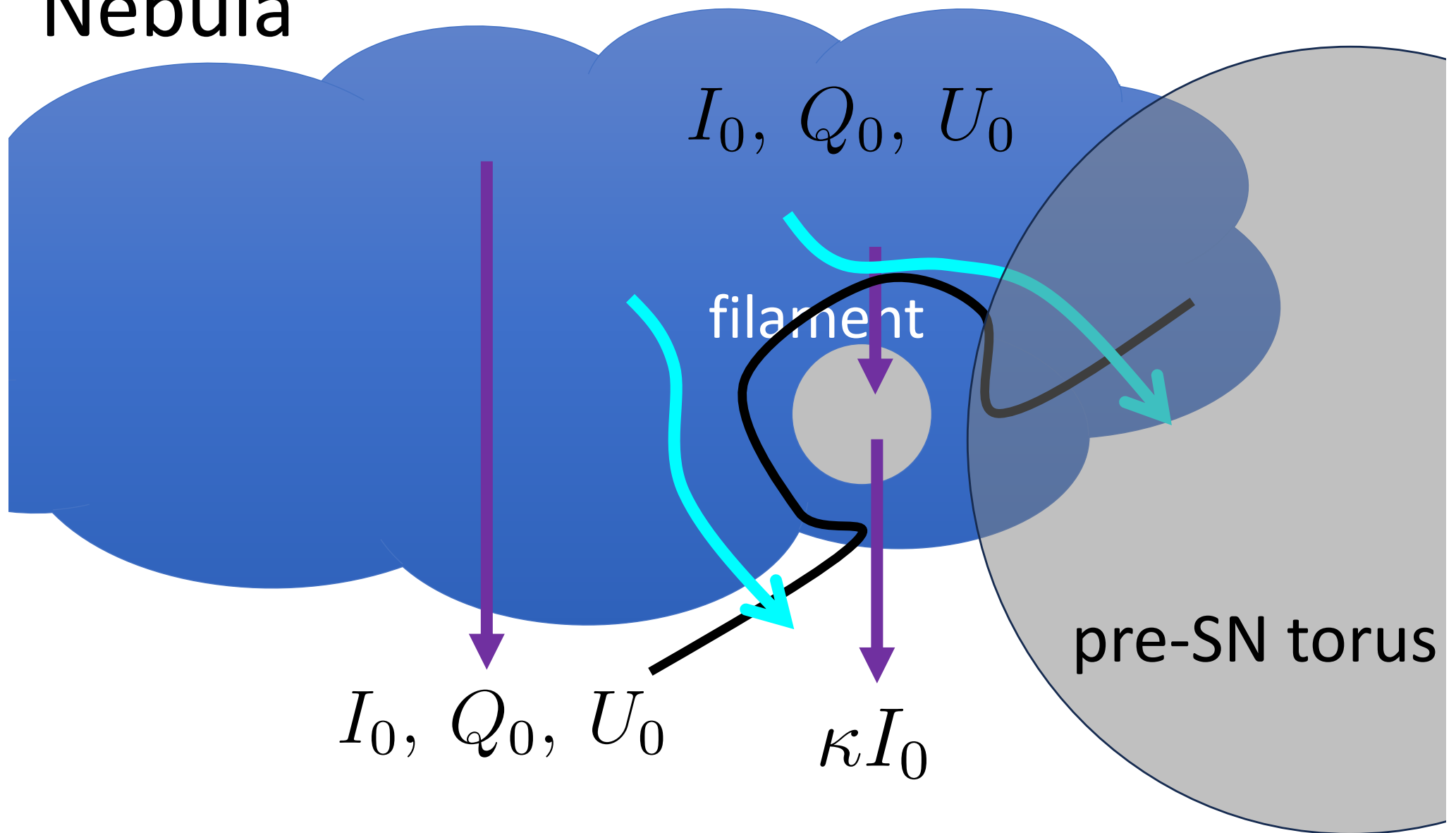
after Goya (Hirosihima Univ.)



乱流が大きい
outer ring

乱流が小さい
bay 領域
～pre SN torusを迂回したながれ

Nebula



Smith, N.¥ 2013, ¥mnras, 434, 1, 102.
doi:10.1093/mnras/stt1004

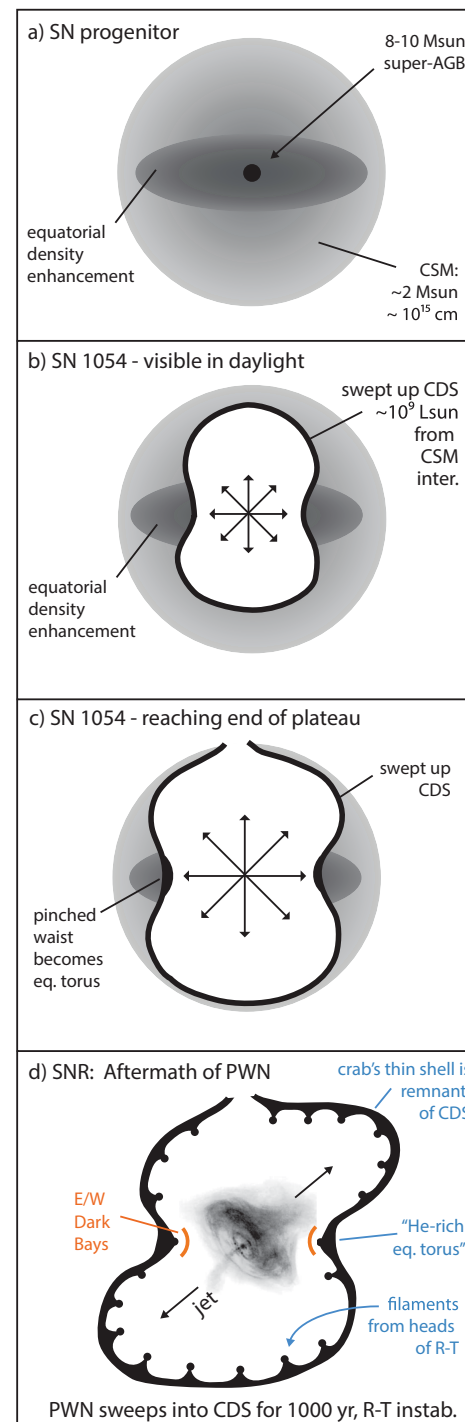
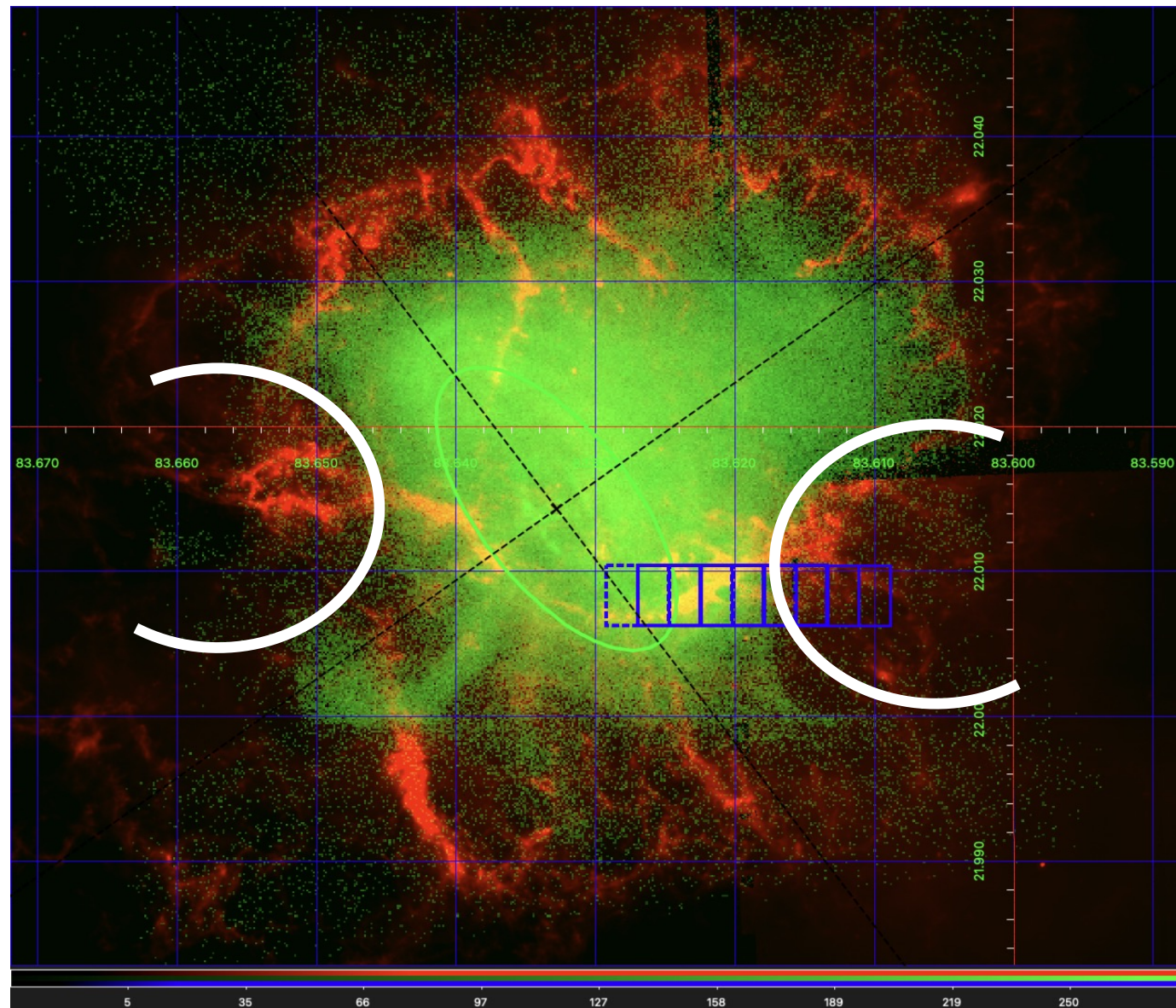


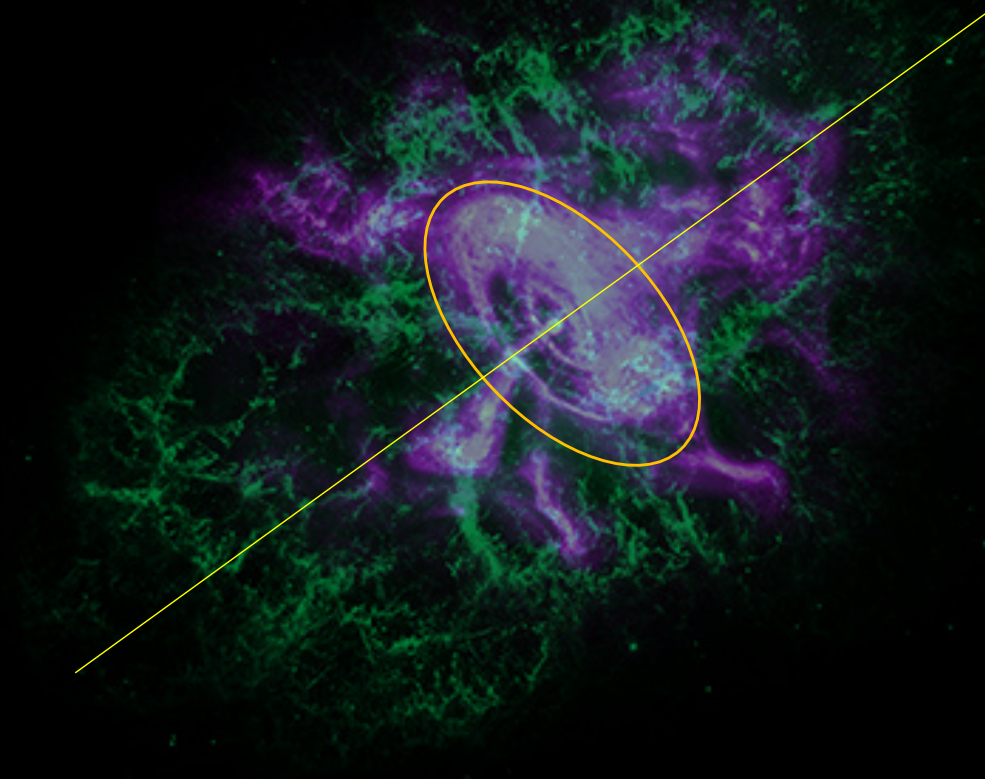
Figure 4. Sketch of a possible sequence of events. See the text in Section 3.4.

Goya et al. in preparation



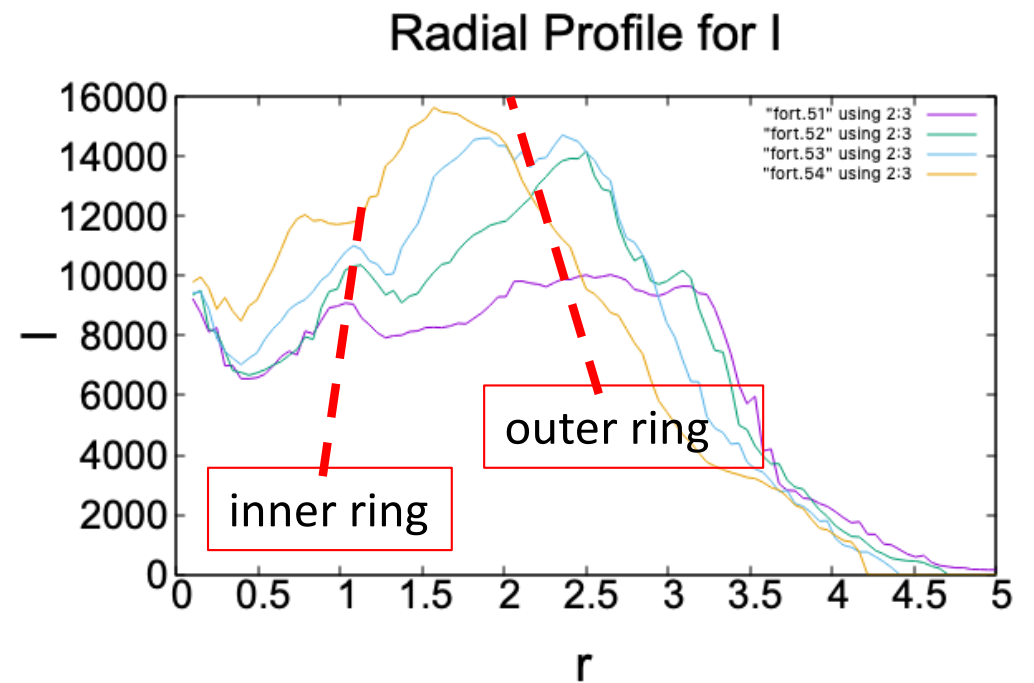
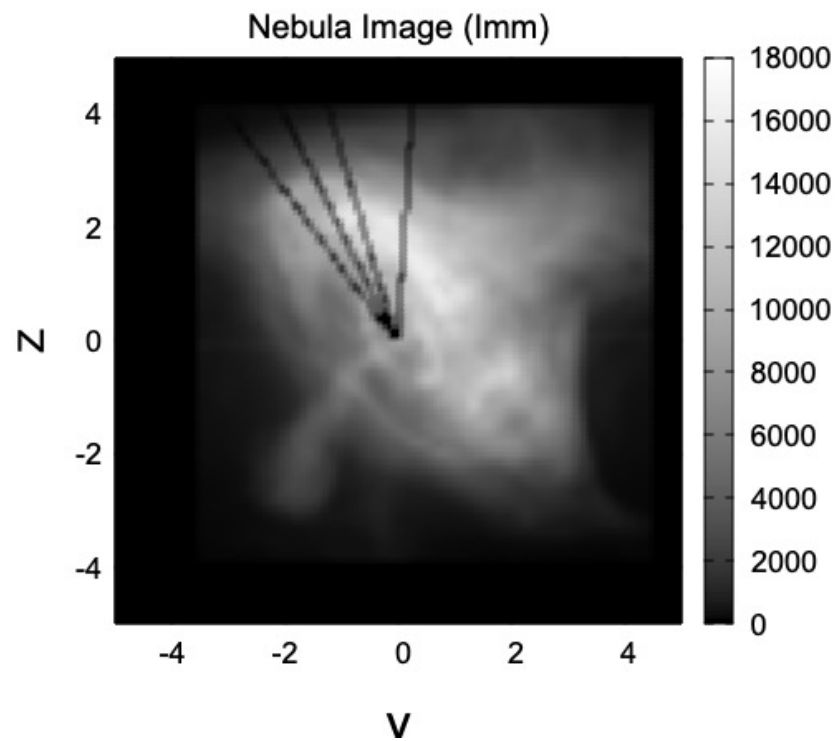
after Goya (Hirosihima Univ.)

X-ray
Opt,



Ng & Romani (2004)
inner 124.0
outer 126.31
(counter clockwise)

Ng. and Romani 2004 のfitting $\phi=53.69$ (inner ring)で実半径に変換してみると



- ◆ off-disc spaceの方が偏光度が高い
- ◆ jets は消偏光

その他重要なポイント

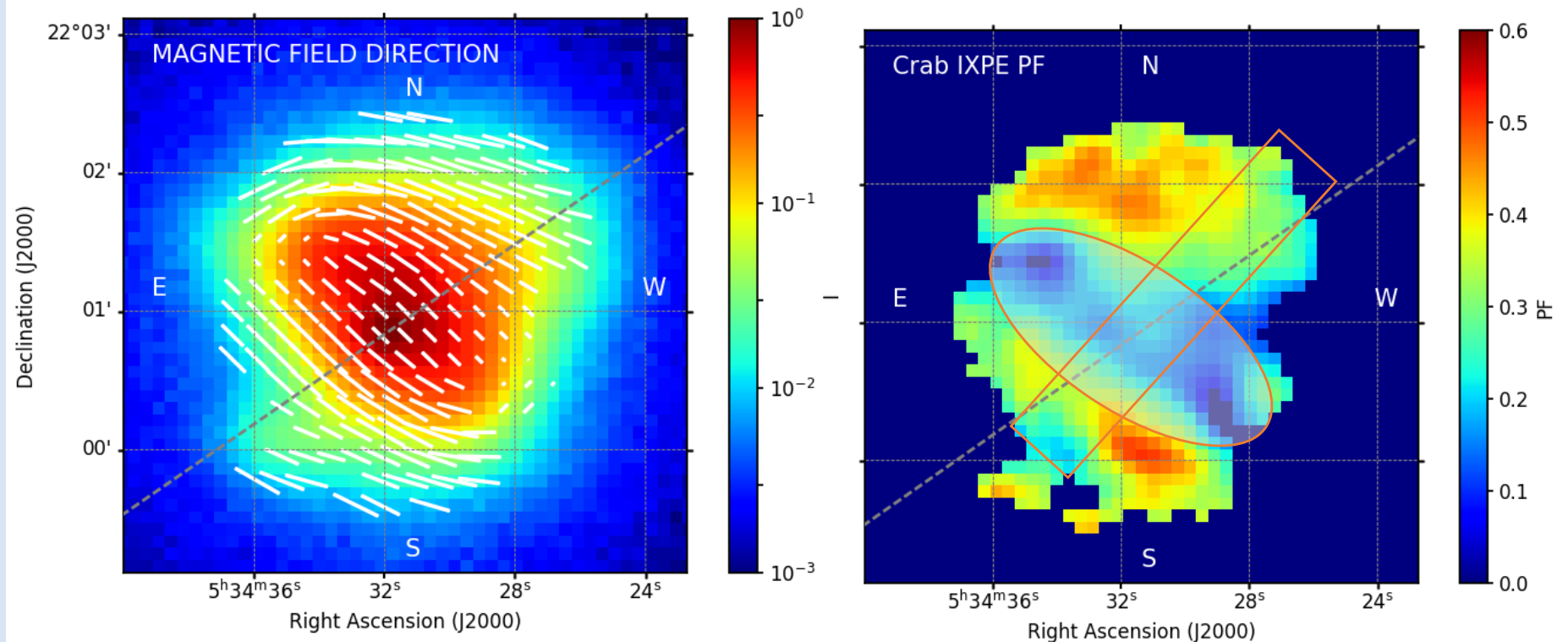
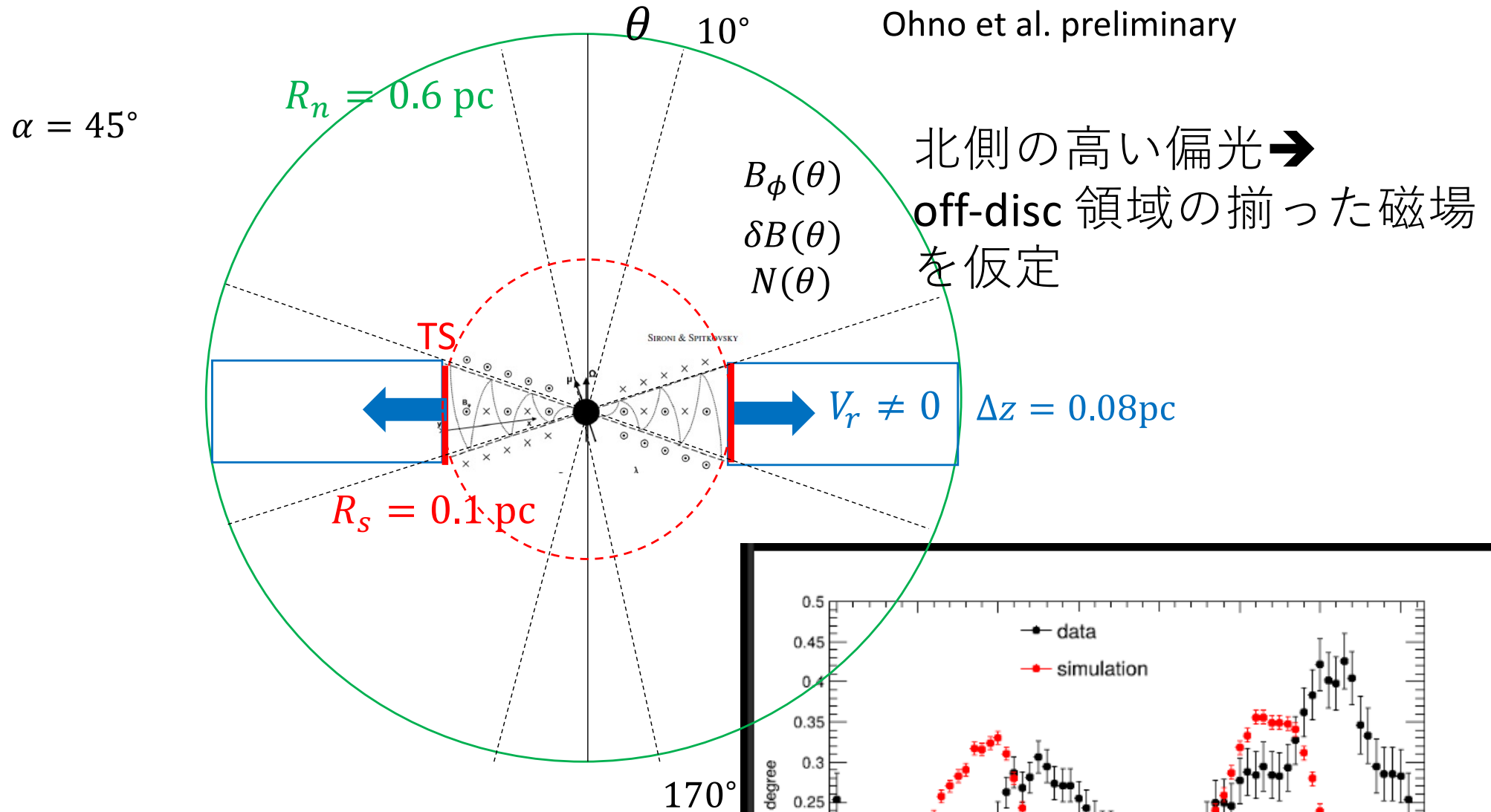
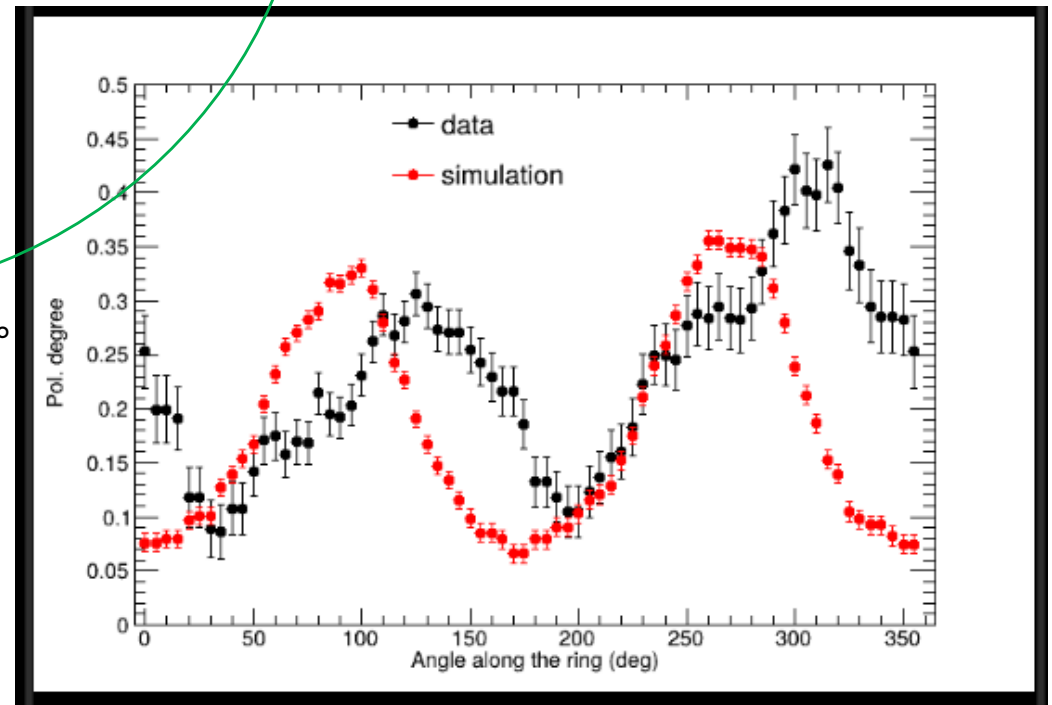


Figure 4: Polarised Structure of the Crab nebula. Left panel: Total intensity map of the Crab PWN+PSR complex in the [2-8] keV energy band, overlaid with the reconstructed polarisation direction (magnetic field). Right panel: map of the polarised fraction (PD/100) cut above 5σ confidence level. The gray dashed line is the nebular axis inferred from X-ray intensity maps (30). Overlaid are the Sky directions for ease of reference.

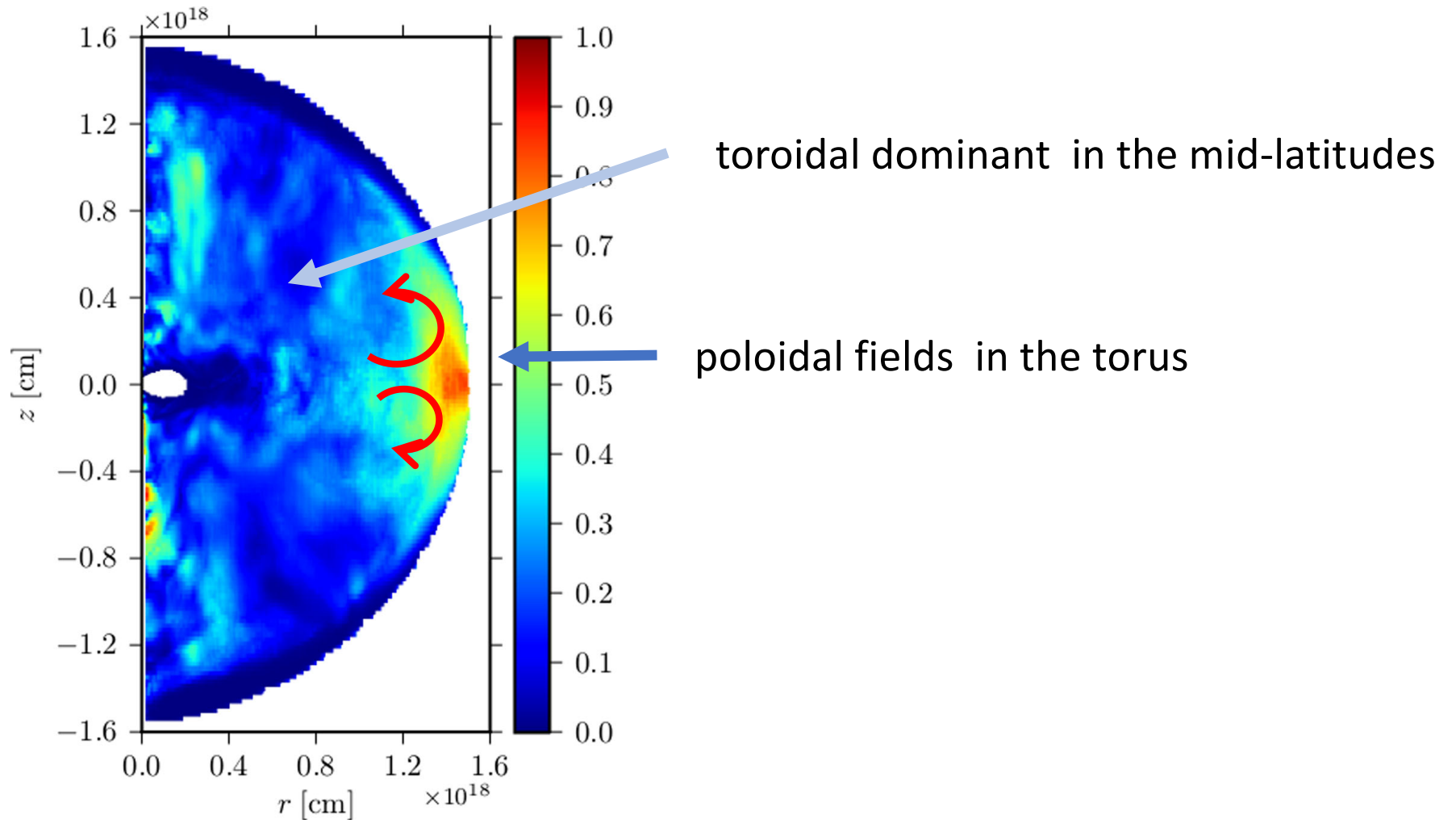
Ohno et al. preliminary



トーラスに沿って一周した
偏光度



$$\bar{\alpha} = \langle B_p^2 / B^2 \rangle_\phi \text{ map}$$



my image of Crab Nebul

H

J

D

F

H

折れ曲がった磁力線

my image of Crab Nebul

H

J

D

F

H

T

折れ曲がった磁力線

my image of Crab Nebul

H

J

D

F

H

折れ曲がった磁力線

[illegible]

モデルの幾何要素

Disc flow

jets

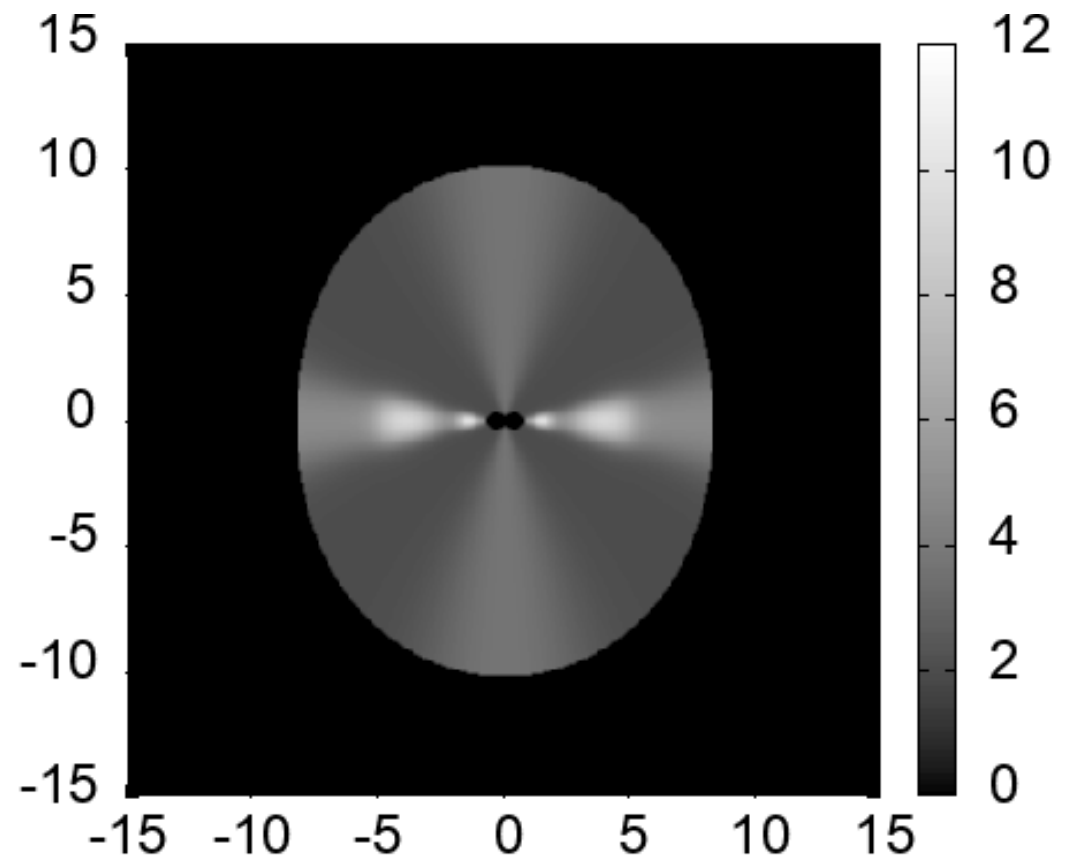
middle latitude flow

+ 補正

filaments

Bays(Post SN torus)

あるいは
先入観なしで
volume emissivity のモデルを
構築？



empirical model の筋書き

もっともらしい仮定

軸対象 + 補正(filament, bay etc)
流線

あとは観測データのみで決定

密度分布、速度場 ← 輝度分布、ドップラーブースト
 ← 連続の式
 ← 磁場のguess

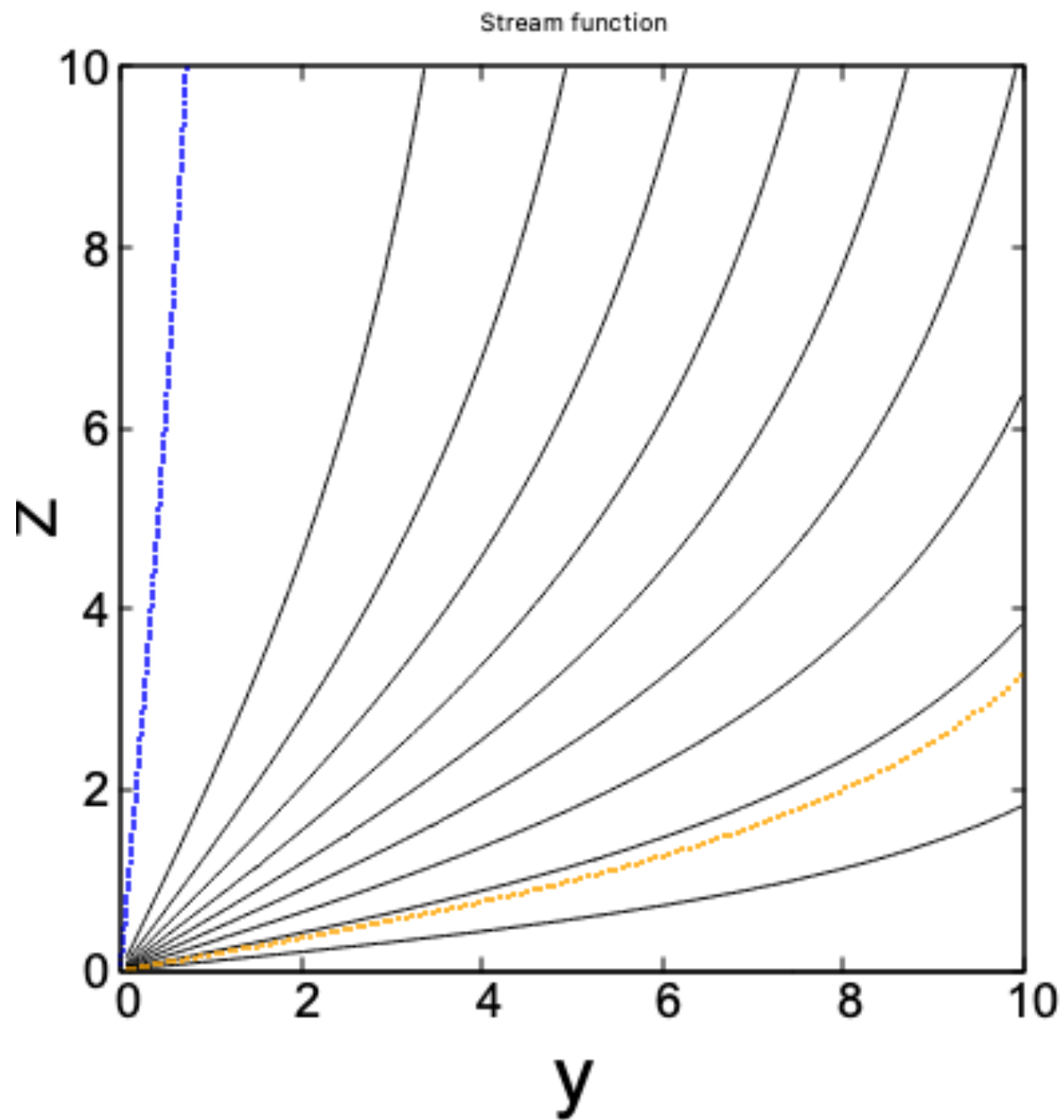
磁場分布 = 揃った磁場成分/乱流成分 ← 偏光度
 ← IC

δf で係数を estimate

↑

運動量保存(乱流成分入り)
エネルギー保存(乱流成分入り)
magnetic flux 保存 + dissipation

$$\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}_\varphi) = \nabla \times \left(\frac{c^2}{4\pi\sigma} \nabla \times \mathbf{B}_\varphi \right)$$



disc surface
jet surface

平均流に対する流線
+
 δV (乱流がある)

empirical model の筋書き

もっともらしい仮定

軸対象 + 補正(filament, bay etc)
流線

あとは観測データのみで決定

密度分布、速度場 ← 輝度分布、ドップラーブースト
 ← 連続の式
 ← 磁場のguess

磁場分布 = 揃った磁場成分/乱流成分 ← 偏光度
 ← IC

δf で係数を estimate

↑

運動量保存(乱流成分入り)
エネルギー保存(乱流成分入り)
magnetic flux 保存 + dissipation

$$\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}_\varphi) = \nabla \times \left(\frac{c^2}{4\pi\sigma} \nabla \times \mathbf{B}_\varphi \right)$$

まとめ

- Crab Nebula の理論的モデルは色々試された(先行研究多数)。しかし、謎も多くすっきりしない。理論の想像力を超えた何かがあるかもしれない。
- 観測が蓄積され、特にシンクロトロン放射の偏光マップが得られるようになったところで、観測量だけで Crab Nebula Model を作れないか考えた。
- 軸対象性(ただし、非軸対象成分の補正を加える)を仮定し、最低限満たすべき保存則を課すことで、観測量から nebula flow の密度、速度、磁場(平均磁場と乱流磁場を分離した磁場) の分布を決定できることを示す。
- 参加者募集。

パルサー磁気圏の粒子加速効率の問題

高速に自転する(Ω)強く磁化した(B_d) 中性子星

$$\mu = B_d R_*^3 / 2$$

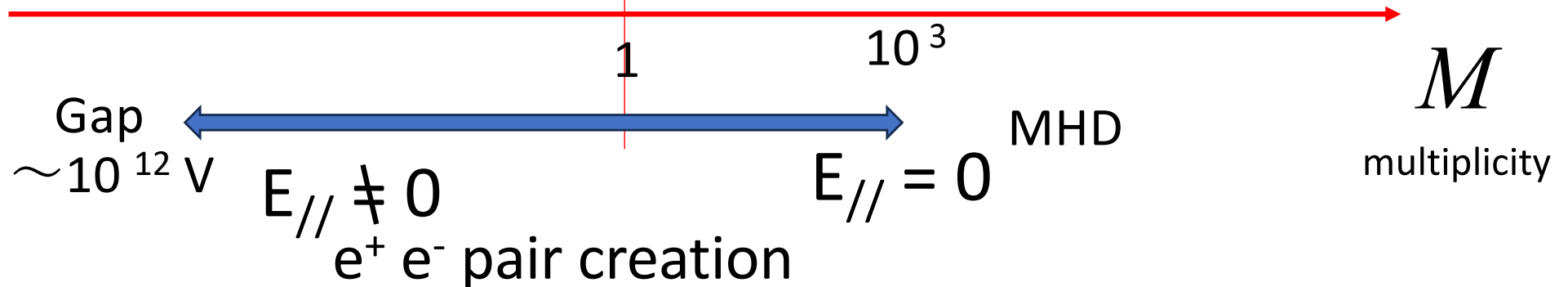
$$L_{sd} \sim \mu^2 \Omega^4 / c^3$$

のfraction

$$V_{emf} \sim \mu \Omega^2 / c^2$$

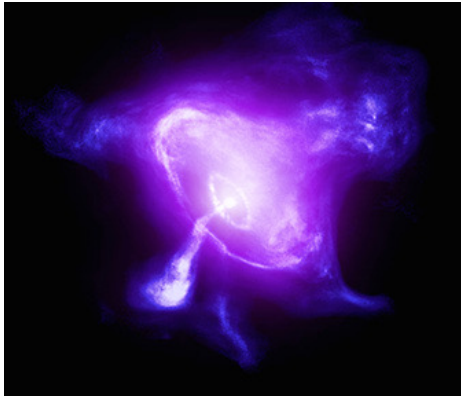
$$n_{gj} = \Omega B_d / 2 \pi c e$$

Goldreich-Julian density

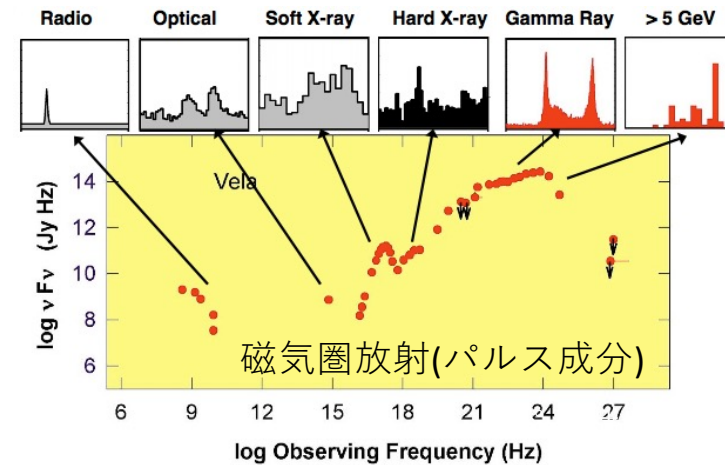


パルサーによる粒子加速には二つの顔がある

回転駆動型パルサーは高速自
転する磁石で、電波からガン
マまで広域で光っている。



https://chandra.harvard.edu/press/23_releases/crabx_864.jpg



加速には二つの顔がある

- 電磁誘導でプラズマを振り回して→遠心力加速

プラズマ密度が高い場合

全領域で電磁流体力学
が使える状態と仮定

$$n_{gj} = \Omega B / 2 \pi c e$$

Goldreich-Julian density

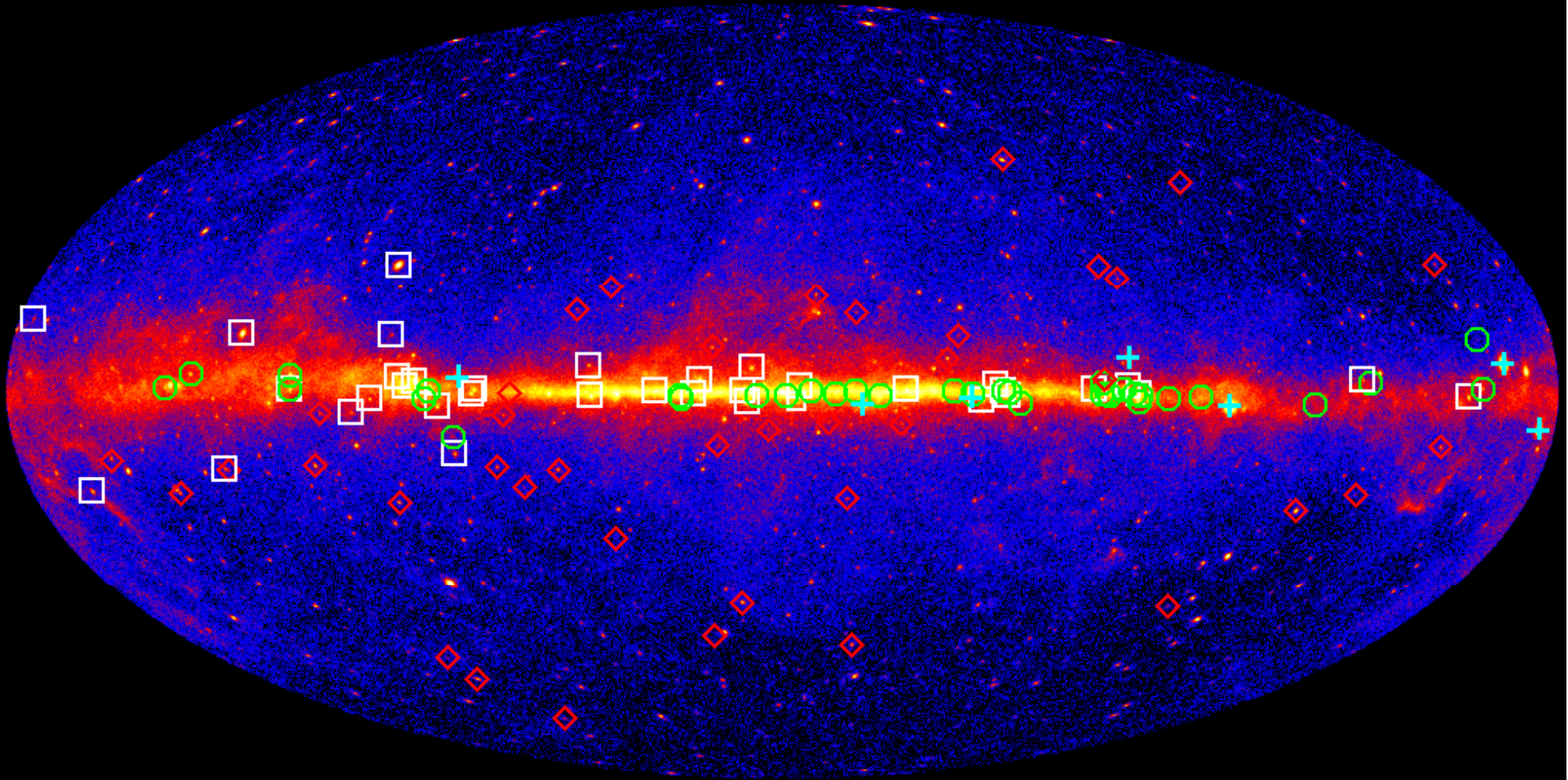
- 起電力を使って→沿磁力線電場E// 加速

プラズマ密度が低い場合

定電圧放電

117 gamma-ray pulsars!

Guillemot IAU Symp 2012 Beijing



41 young radio- and X-ray-selected (green circles, cyan crosses)

36 young gamma-selected (white squares)

40 radio-selected MSPs (red diamonds)

粒子加速機構の理解のために、X線、ガンマ線への変換効率がひとつのポイント。

$$(\eta_\gamma = L_\gamma/L_{\text{rot}}, \eta_x = L_x/L_{\text{rot}})$$

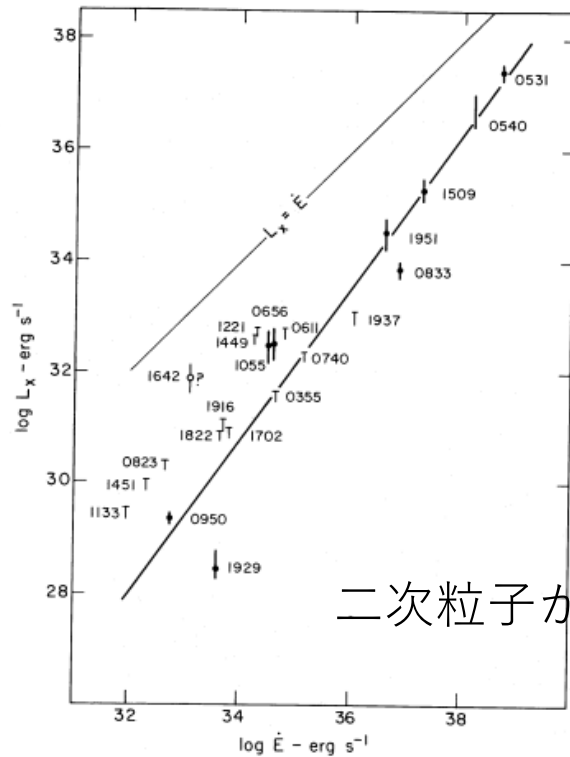
ここで、

$$L_{\text{rot}} = I \Omega \Omega$$

は回転による光度

$L_x - L_{\text{rot}}$ 相関

SEWARD AND WANG



二次粒子から

$L_\gamma - L_{\text{rot}}$ 相関

THE ASTROPHYSICAL JOURNAL SUPPLEMENT SERIES, 208:17 (59pp), 2013 October

ABDO ET AL.

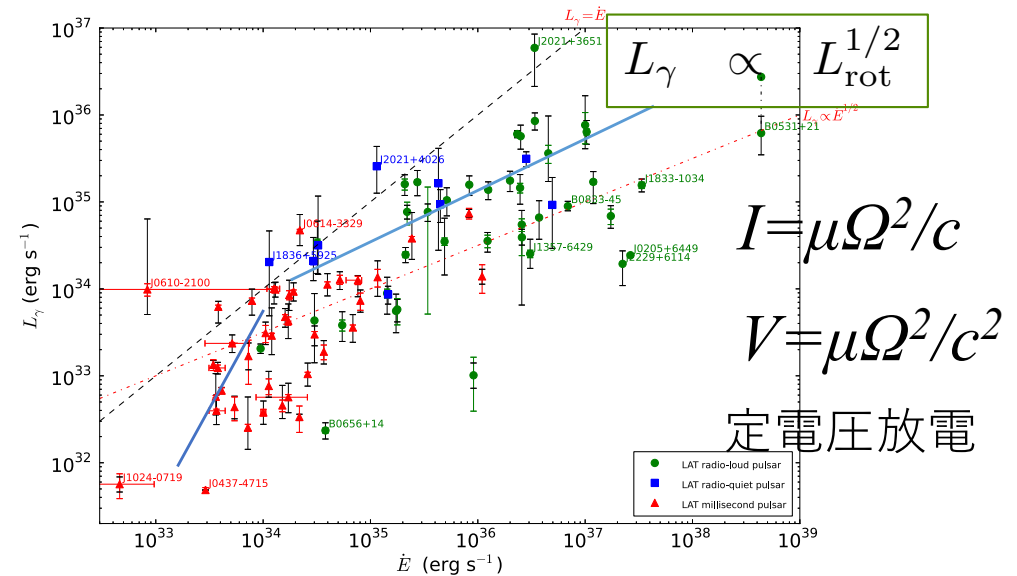
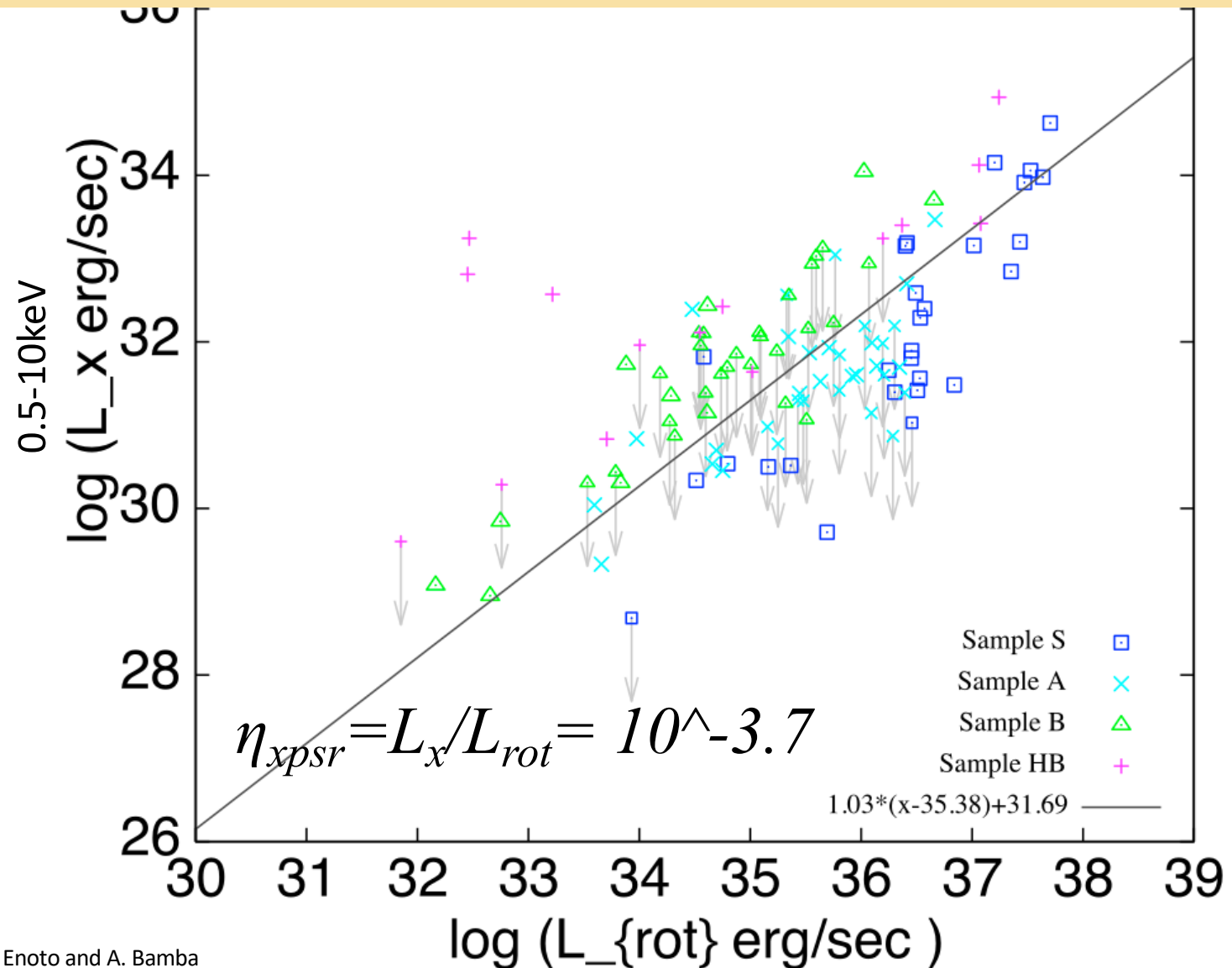


Figure 9. Gamma-ray luminosity $L_\gamma = 4\pi f_\Omega d^2 G_{100}$ in the 0.1 to 100 GeV energy band vs. spindown power $\dot{E}$. The vertical error bars from the statistical uncertainty on the energy flux G_{100} are colored in the online journal. The vertical error bars due to the distance uncertainties are black, and generally larger. Doppler corrections (Section 4.3) have been applied to MSPs with known proper motions, leading to visible horizontal error bars in some cases. The upper diagonal line indicates 100% conversion of spindown power into gamma-ray flux: for pulsars above this line, the distance d may be smaller, and/or the assumed beam correction $f_\Omega \equiv 1$ is wrong. The lower diagonal line indicates the heuristic luminosity $L_\gamma^h = \sqrt{10^{33} \dot{E}} \text{ erg s}^{-1}$, to guide the eye. The upper of the two Crab points, at far right, includes the X-ray energy flux (see Section 9.1). The markers are the same as in Figure 1.

(A color version of this figure is available in the online journal.)

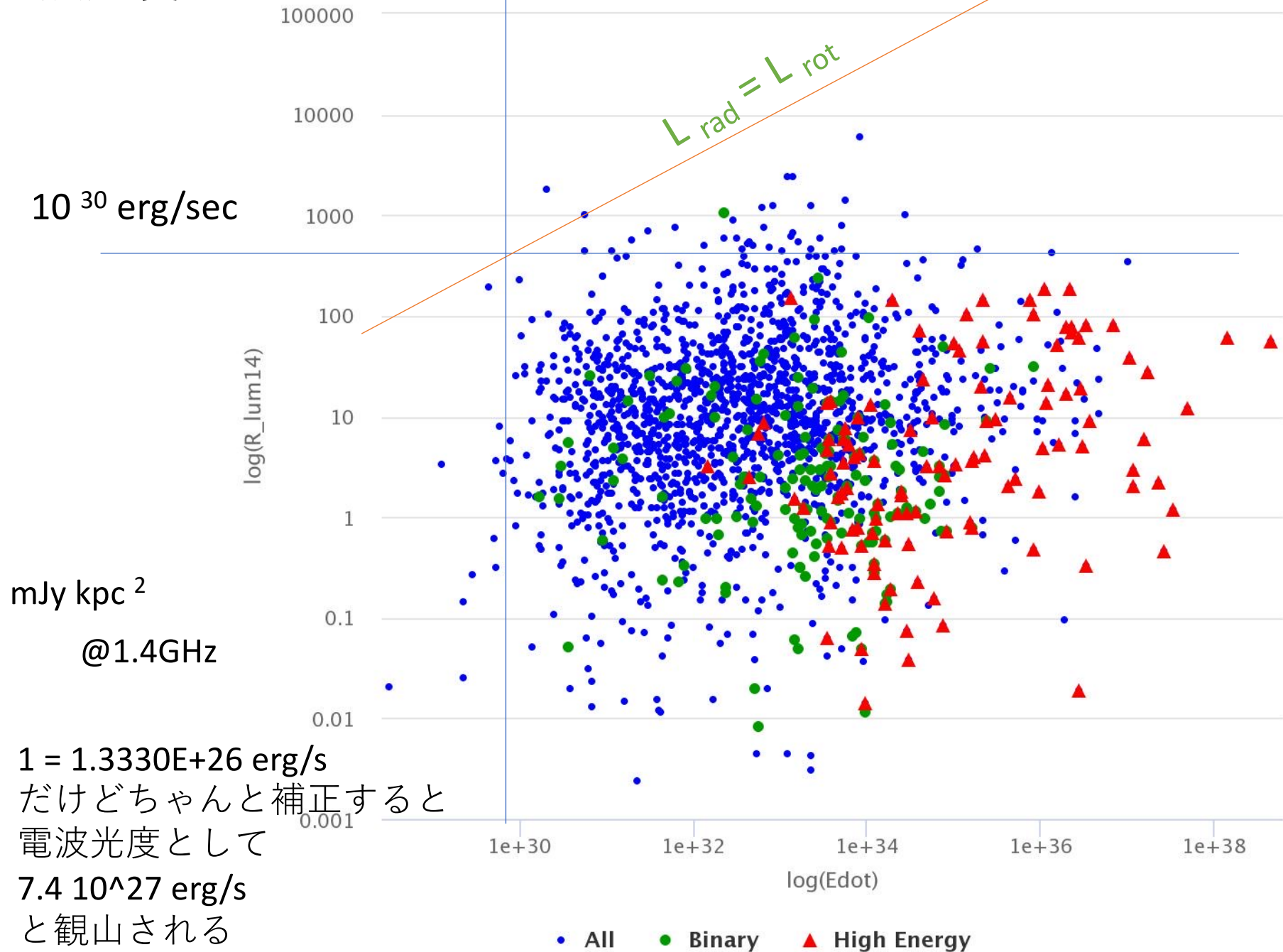
- 隠されていた相関 $\log L_x = c \log L_{rot} + d$ が掘り起こせた。
- scatter の確率分布が求まった。

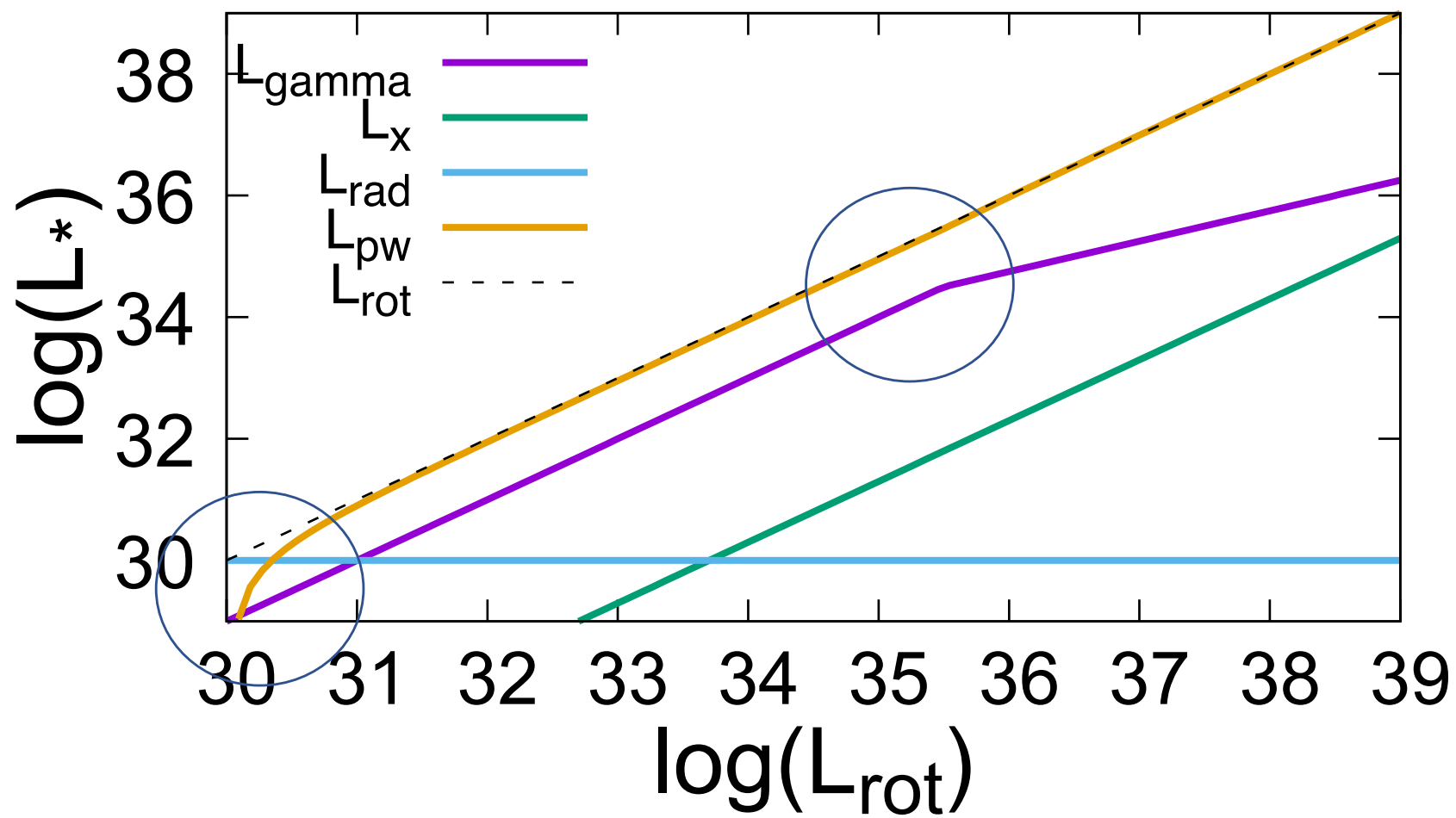


電波光度

PSRCAT plot (Catalogue v1.64)

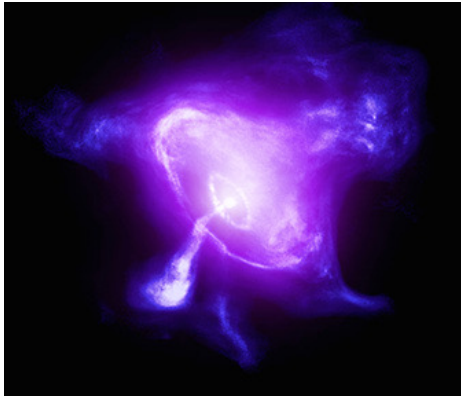
Source: <http://www.atnf.csiro.au/research/pulsar/psrcat>



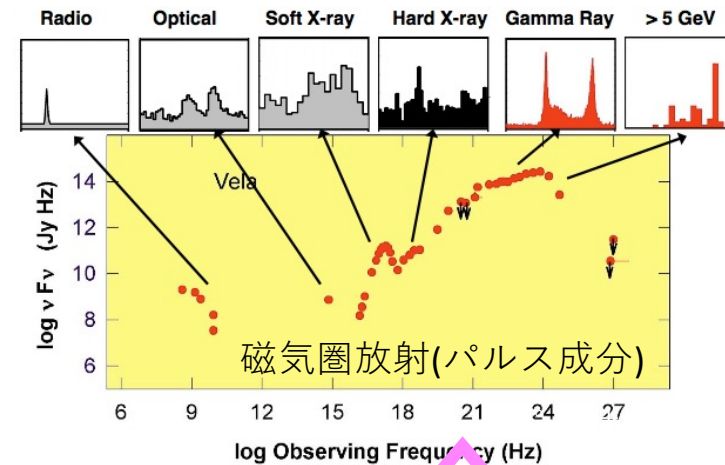


パルサーによる粒子加速には二つの顔がある

回転駆動型パルサーは高速自
転する磁石で、電波からガン
マまで広域で光っている。



https://chandra.harvard.edu/press/23_releases/crabx_864.jpg



加速には二つの顔がある

- 電磁誘導でプラズマを振り回して→遠心力加速

プラズマ密度が高い場合

全領域で電磁流体力学
が使える状態と仮定

こちらに挑戦

- 起電力を使って→沿磁力線電場E// 加速

プラズマ密度が低い場合

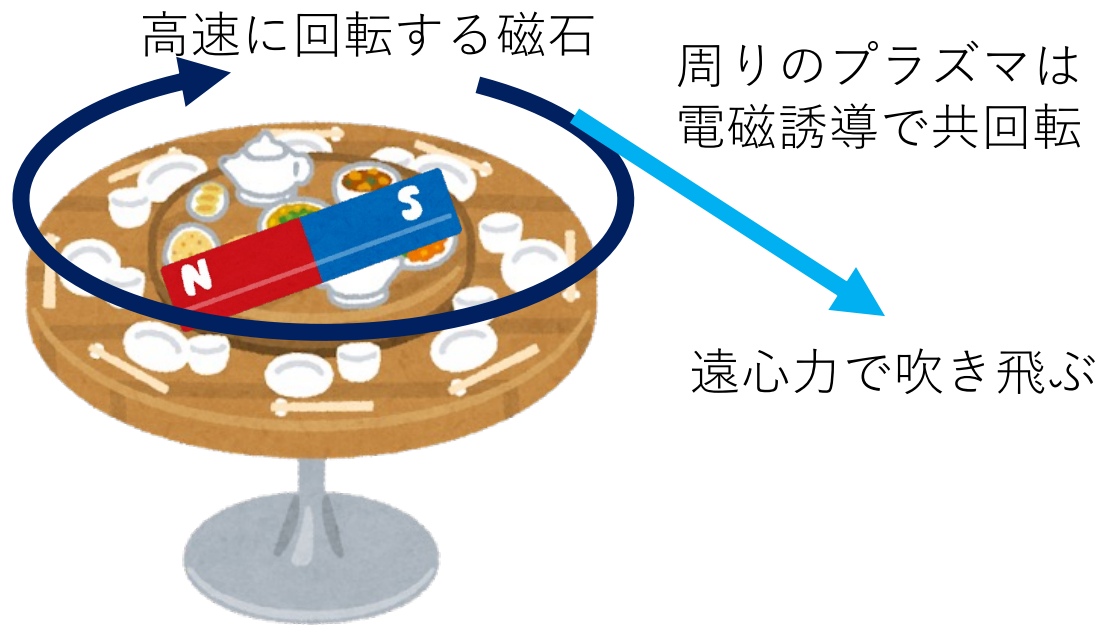
定電圧放電

$$n_{gj} = \Omega B / 2 \pi c e$$

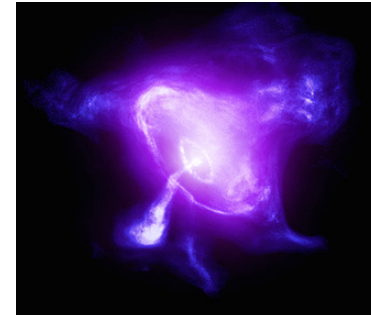
Goldreich-Julian density

遠心力加速というアイデア

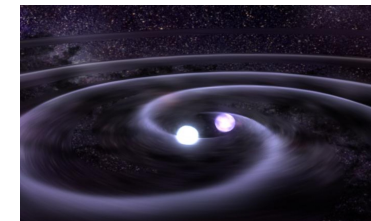
～とても期待されたアイデア～



候補となる現象



回転駆動型パルサー



中性子星合体



AGN
Kerr BH or 降着円盤

遠心力加速問題

パルサー発見後、非常に熱心に研究された。(e.g. Michel 1969; Goldreich and Julian 1970; Li and Melrose 1994; Begelman and Li 1994; Takahashi and Shibata 1998,... AGN jet のコンテンツでも注目された)

磁場構造(GS eq.)と流れを一緒に解くのはとても難しい

- 磁力線に沿った流れを解くと→遠心力加速は起こらない (Poynting energy dominant wind になる)
- jet のcollimationがあれば、加速が起こる
相対論的jetはcollimateしない
- Crab Nebulaの KCモデルでは加速している : kinetic energy dominant wind を主張 : σ 問題

RMHD simulation でもわからない

open field line の流れでは遠心力加速は起こらないのは正しい

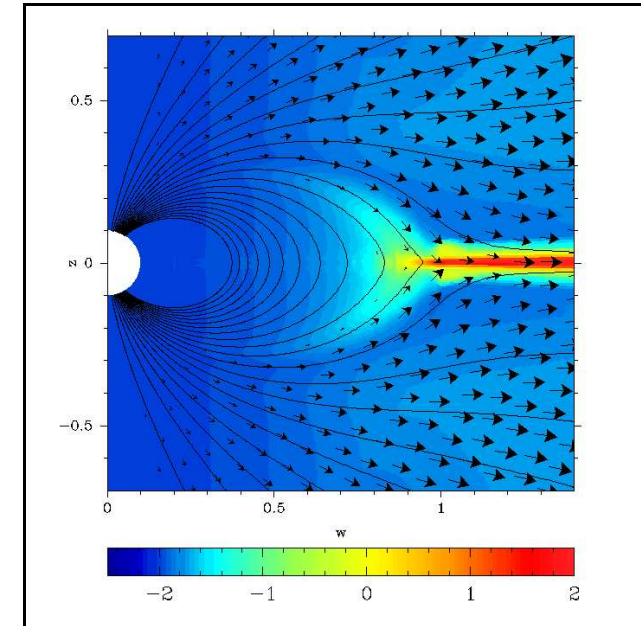
磁場が弱くなる Y-point , equatorial current sheet 近傍では遠心力加速が起こるようだ。

この領域は数値計算上いろいろな問題を起こす場所ではっきりしない。
加速の効率も決まらない。

→ RMHDのアプローチは放置状態

では、Particle simulationでは (PIC simulation)

磁力線と速度場、
流体のエネルギー/電磁場のエネルギーの図



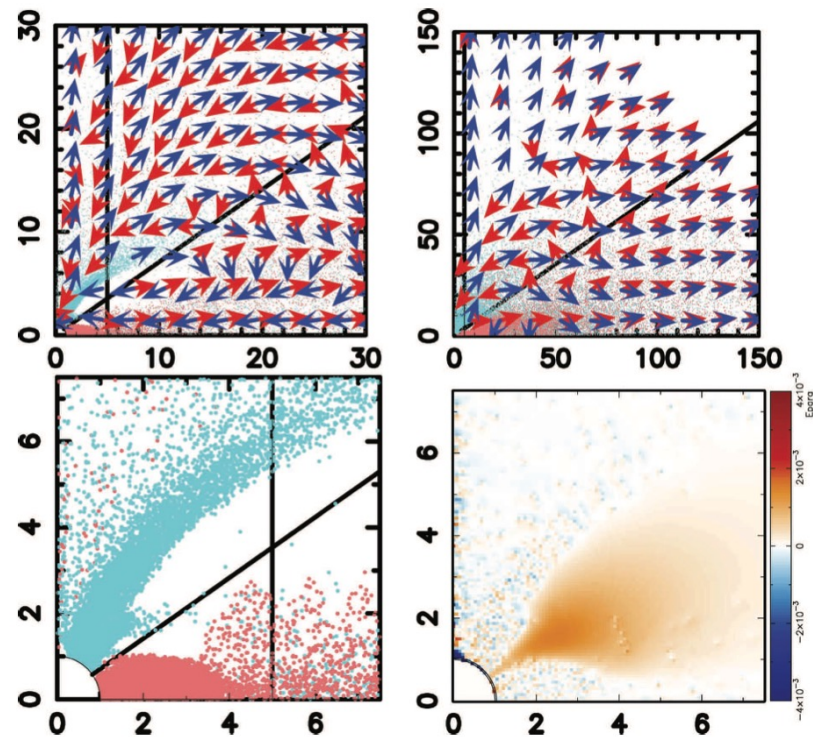
Komisarov 2006

遠心力加速が起こる場所がある。
E>B の扱いが問題 (sRMHD simulationで結果が出ない)

PICで磁気圏全体をsimulation ?

Wada, T. & Shibata, S. 2007, *mnras*, 376, 1460. doi:10.1111/j.1365-2966.2007.11440.x

その後、雨後の筈のように盛んになった。



Wada and Shibata, 2007)

PIC simulation の例

Hu, R. & Beloborodov, A. 2022, *ApJ*, 939, 42.
doi:10.3847/1538-4357/ac961d

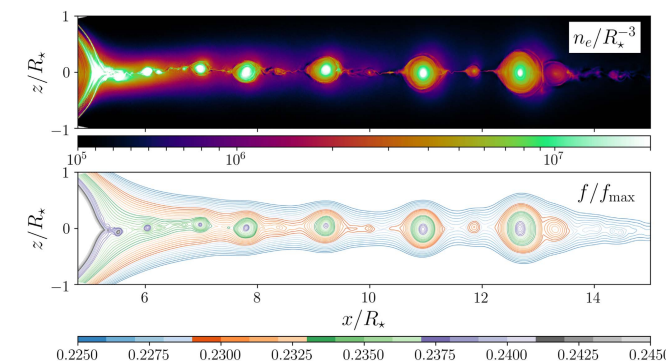
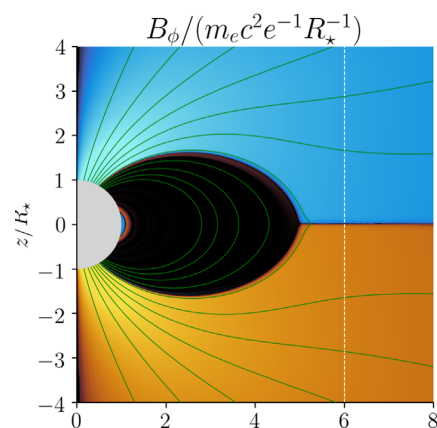


Figure 13. Plasmoids formed by magnetic reconnection in the equatorial outflow. The snapshot was taken at $t = 213.2 R_*/c$, at the end of the simulation. Top: electron density n_e . Bottom: contours of the normalized magnetic flux function $f/f_{\max}$.

ejection of plasmoids

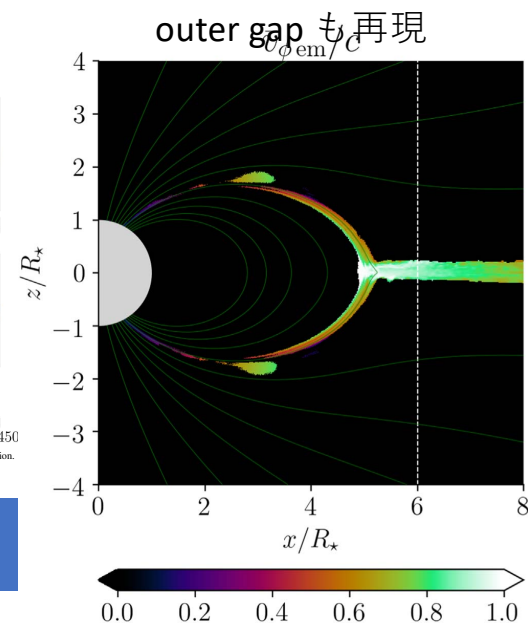


Figure 12. Average ϕ velocity of an emitted photon.

PICsimulation は author ごとに条件が異なるためいろいろな現象が起きて、はっきりしたことが何かなかったという状況ではない。**Y-point** 近傍で、プラズモイドの放出が広くみられたがなぜプラズモイドが出るか説明できない。

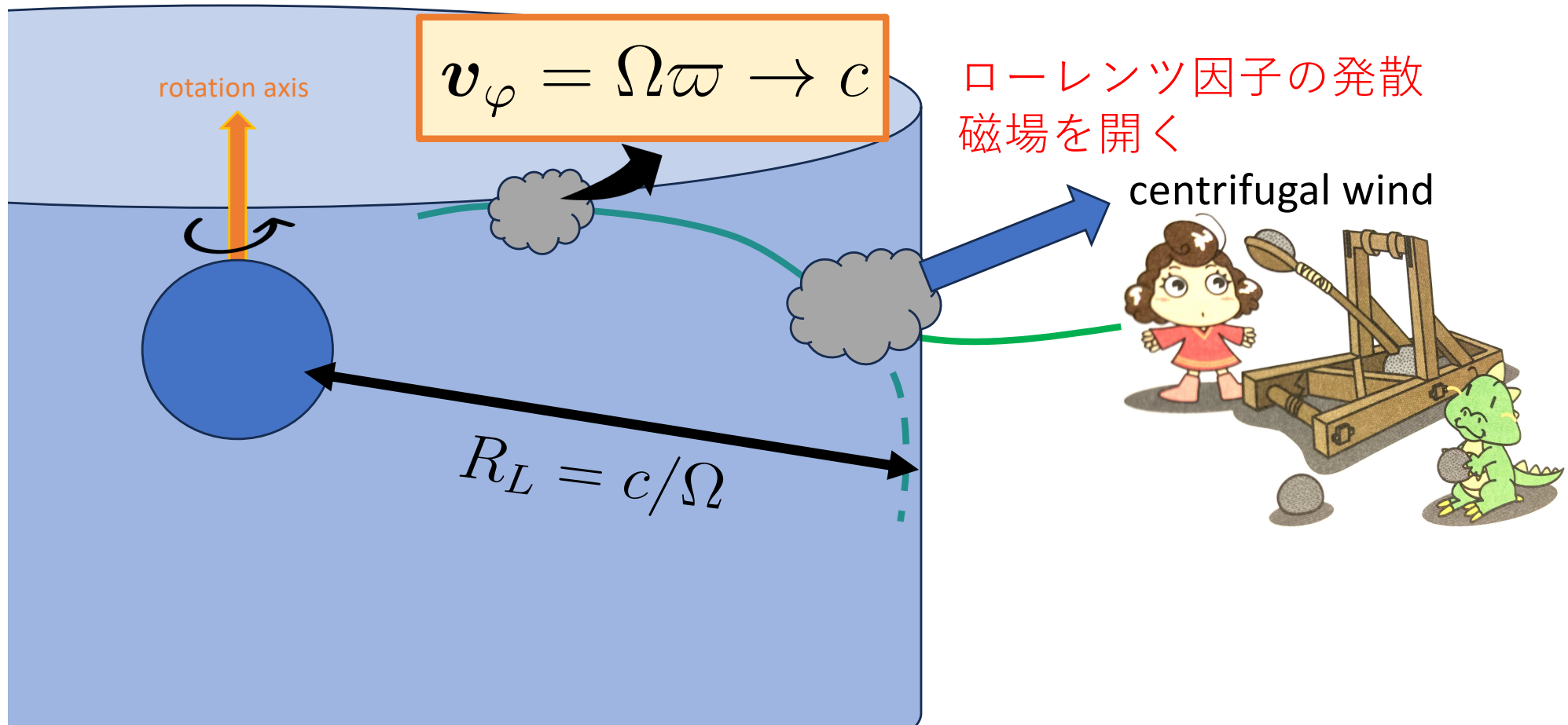
遠心力加速はプラズマ密度が高い場合：プラズマ生成過程とも関わり複雑

結局、遠心力加速は起こるのか？

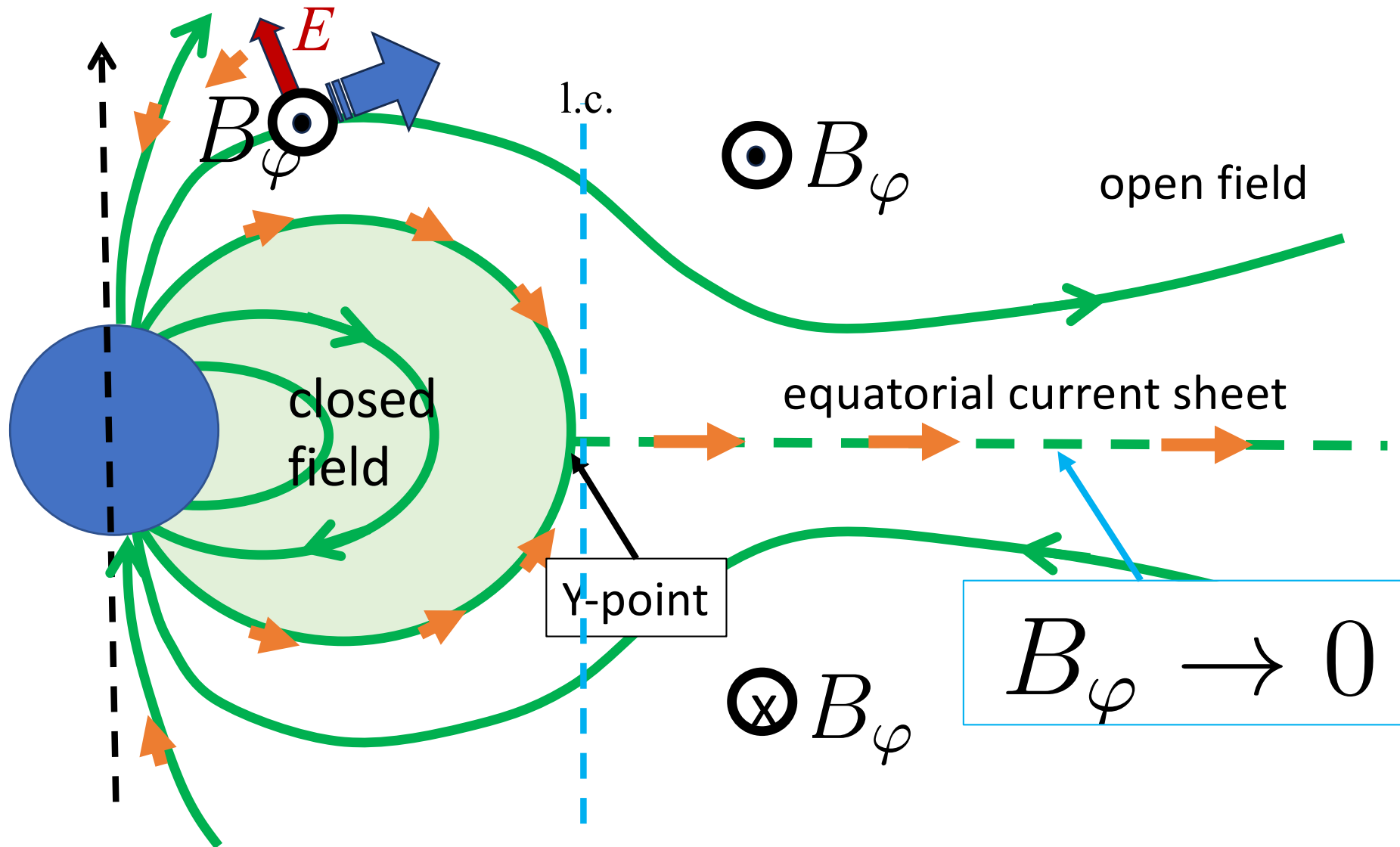
軸対象定常 ideal MHD
解いてみよう

遠心力加速とは？

- 電磁誘導で磁気圏プラズマは星と共回転する。
(プラズマ密度が高い時は ideal-MHD で良いだろう)



遠心力風を持つ磁気圏の大体の構造



相対論的MHD方程式の構造

軸対称定常の場合

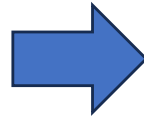
運動方程式

質量保存

cold 近似

ideal-MHD

Maxwell eq.s



field-aligned equations

(代数方程式)

磁力線に沿った保存則と iso-rotation law

trans-field equation

(GS方程式)

poloidal 磁場を決める方程式

stream function ψ に関する2階の偏微分方程式

Note: poloidal current function

$$I = \varpi B_{\varphi}$$

I =一定の線が poloidal current の流線になる

相対論的電磁流体力学(flat space)

粒子数保存: $N_{,\alpha}^{\alpha} = 0$

断熱の式: $D(pn'^{-\Gamma}) = 0$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = 0$$

$$\left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \boldsymbol{\beta} \cdot \nabla \right) (pn'^{-\Gamma}) = 0$$

運動方程式: $T_{\text{gas},\beta}^{\alpha\beta} = F^{\alpha\beta} j_{\beta}/c$ あるいは、 $T_{,\beta}^{\alpha\beta} = 0$

$n' = n/\gamma$ は proper density。

Maxwell eqs.

$$n \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \boldsymbol{\beta} \cdot \nabla \right) (\mu\gamma\boldsymbol{\beta}) = -\nabla p + q\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{B}$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{B} - \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho_e$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0,$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$$

μ はエンタルピー:

$$\mu = mc^2 \left(1 + \frac{\Gamma}{\Gamma - 1} \frac{p}{mc^2 n'} \right) \rightarrow \text{cold 近似}$$

$\Gamma = (d \ln p / d \ln n')$ は相対論的気体では 4/3

ideal-MHD:

$$\mathbf{E} + \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{B} = 0$$

generalized Ohm's Law

$$\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \frac{1}{\sigma} (\mathbf{j} - \rho_e \mathbf{v}) + \frac{1}{en} \left[\frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla p_e \right]$$

field-aligned equations

$$\begin{aligned} N\kappa &= g(\psi) = \text{const.} \quad \text{質量保存} && \text{continuity} \\ \mathbf{v}_p = \kappa \mathbf{B}_p, \quad \kappa &= \frac{v_p}{B_p} = \text{定義} \\ m\gamma\varpi v_\varphi - \frac{I}{4\pi g(\psi)} &= \ell(\psi) = \text{const.} \quad \text{角運動量保存} && \text{angular momentum} \\ mc^2\gamma - \frac{\Omega(\psi)I}{4\pi g(\psi)} &= \epsilon(\psi) = \text{const.} \quad \text{エネルギー保存} && \text{energy} \\ (1 - (v_\varphi^2 + v_p^2)/c^2)^{-1/2} &= \gamma \quad \text{定義} \\ \Omega(\psi)\varpi + \kappa I/\varpi &= v_\varphi \text{ iso-rotation} \end{aligned}$$

GS eq. to be solved

以上総合して trans-field equation は

$$\begin{aligned}
 & - \left[1 - \frac{\Omega^2 \varpi^2}{c^2} \left(1 + \frac{u_p}{\sigma} \right) \right] \left(\frac{4\pi\varpi}{c} j_\varphi \right) + \nabla \left[\frac{\Omega^2 \varpi^2}{c^2} \left(1 + \frac{u_p}{\sigma} \right) \right] \cdot \nabla \psi \\
 & - \frac{\Omega^2 \varpi^2}{c^2} \left[(\ln \Omega)' + \frac{u_p}{\sigma} (\ln g)' \right] |\nabla \psi|^2 + 4\pi\varpi^2 \eta = 0
 \end{aligned} \tag{4.19.77}$$

ここで、

$$-\frac{4\pi\varpi}{c} j_\varphi = \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial \varpi^2} - \frac{1}{\varpi} \frac{\partial}{\partial \varpi} \right) \psi \tag{4.19.78}$$

が principal part である。 $\Omega(\psi)$ と $g(\psi)$ は ψ のみの関数で、プライムは ψ に関する微分である。

$$\begin{aligned}
 & \left[-\frac{gI}{\varpi^2} \ell' + N\epsilon^{*'} + N \left(\ell + \frac{I}{4\pi g} \right) \Omega' + \frac{gI^2}{4\pi\varpi^2} \left(\frac{1}{g} \right)' \right] \nabla \psi \\
 & \equiv \eta \nabla \psi
 \end{aligned}$$

force-free “pulsar equation” if the inertial terms are omitted.

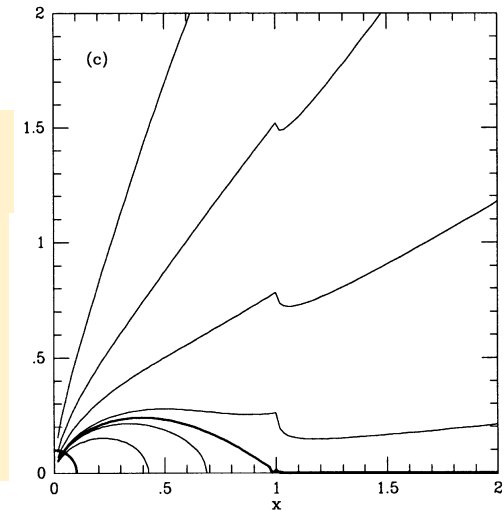
trans-field equation

pulsar equation (force-free model)

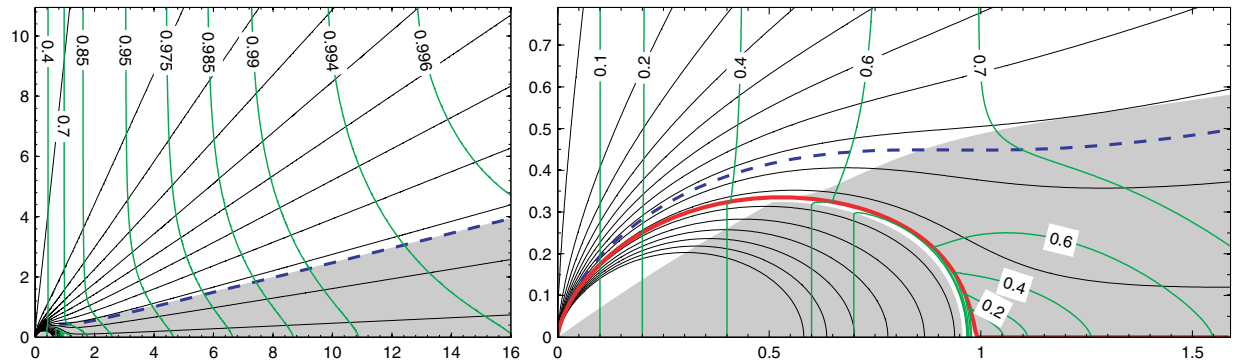
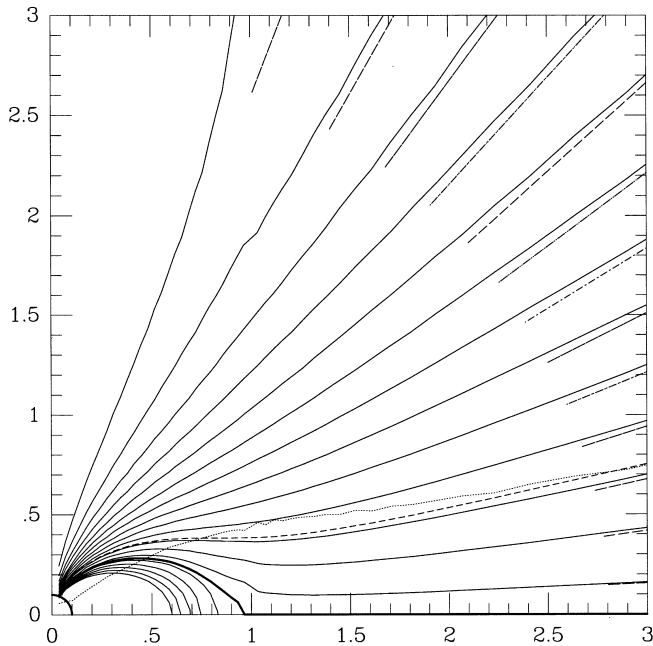
$$I = \varpi B_\varphi$$

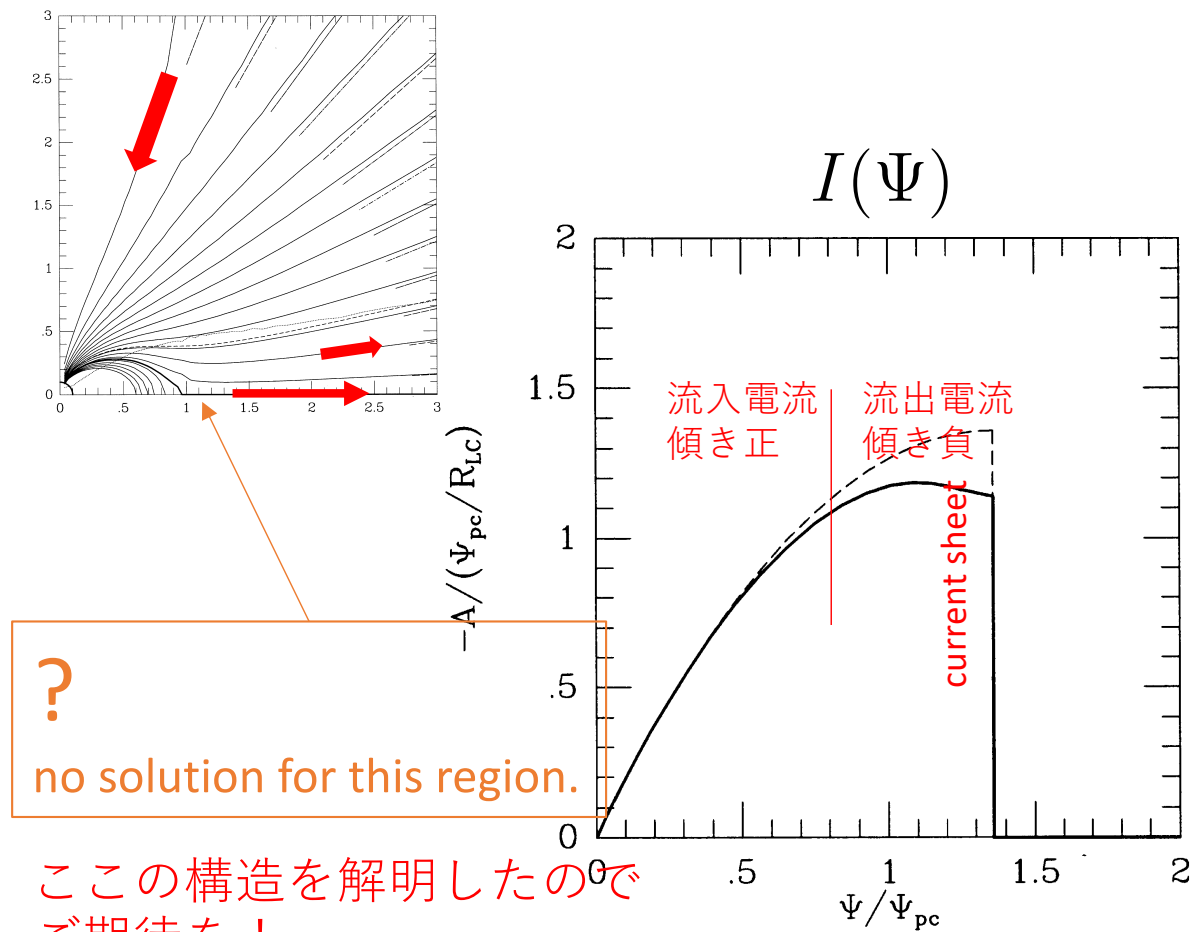
is determined so that the
poloidal field lines are
smooth across the
Alfvén critical surface.

Contopoulos, I., Kazanas, D., &
Fendt, C. 1999, *ApJ*, 511, 351



Timokhin, A. & N. 2006, *MNRAS*,
368, 1055





この構造を解明したので
ご期待を！

Contopoulos, I., Kazanas, D., &
Fendt, C. 1999, *ApJ*, 511, 351

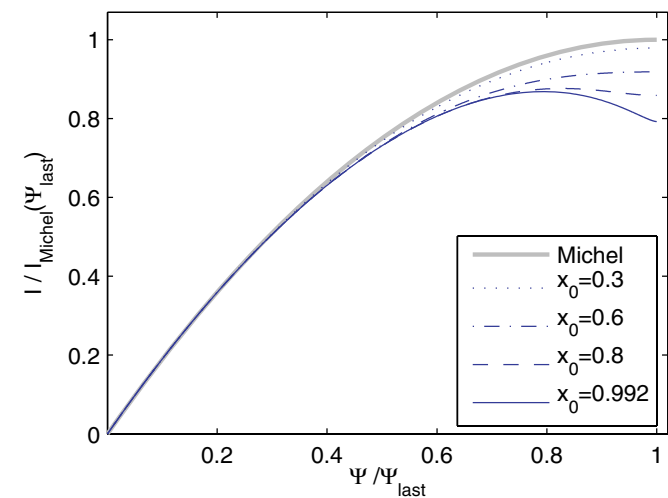
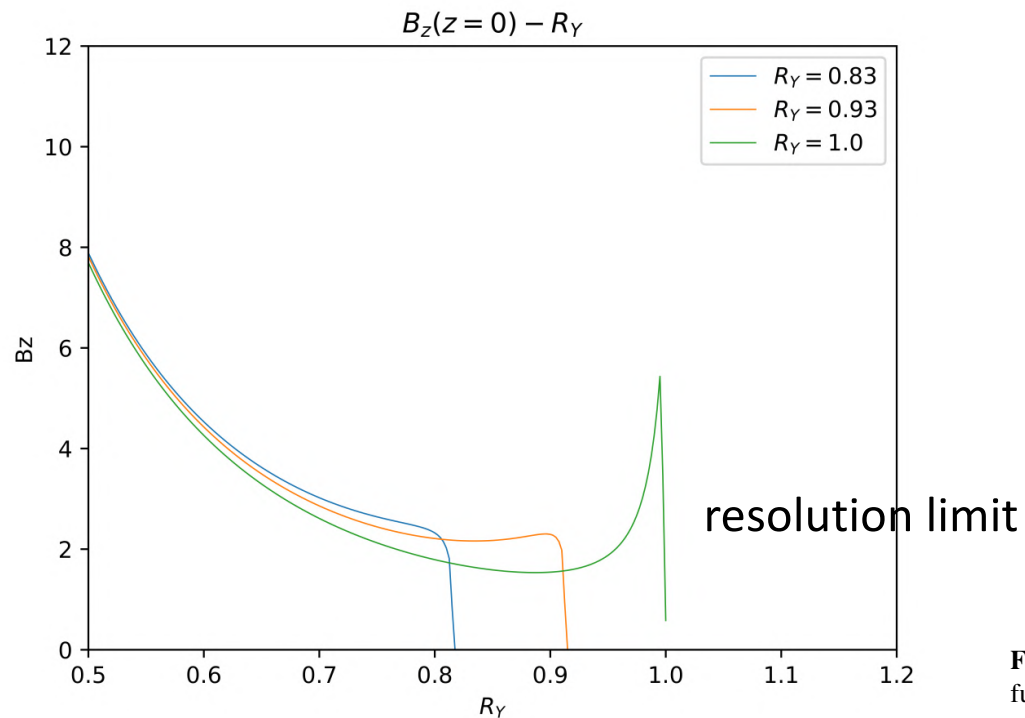


Figure 3. The poloidal current distribution in the open field line zone normalized to the poloidal current from the corresponding Michel solution. Inside the current sheet, for $\psi_{\text{last}} \leq \psi \leq \psi_{\text{last}} + d\psi$ (not shown here), the poloidal current decreases to 0.

Timokhin, A.~N. 2006, *MNRAS*,
368, 1055

in force-free model

B_p diverges as $r \rightarrow r_L$



Contopoulos et al.(2024)

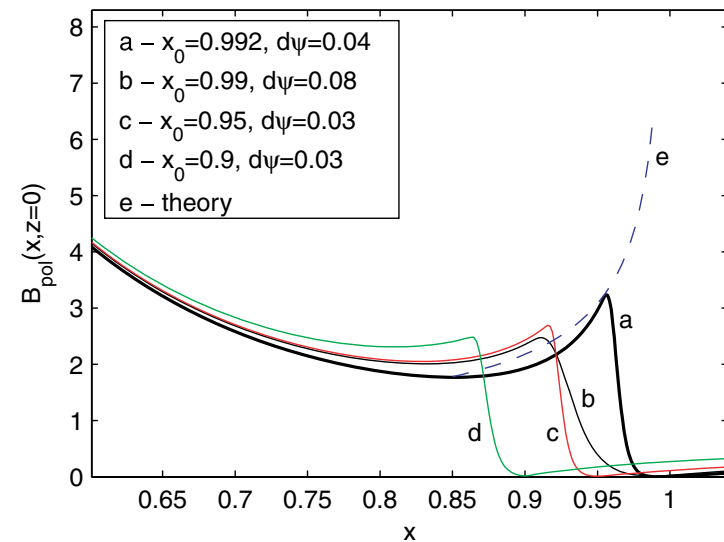


Figure 11. Poloidal magnetic field strength in the equatorial plane as the function of x . B_{pol} is normalized to μ/R_{LC}^3 . By the dashed line the theoretical prediction for $B_{\text{pol}}(x, 0)$ is shown for the solution with $x_0 = 0.992$, equation (66).

この不思議も解明！

Solution

本研究の結果

基本的アイデア(2023.12)

ideal-MHD $\rightarrow$ iso-rotation law

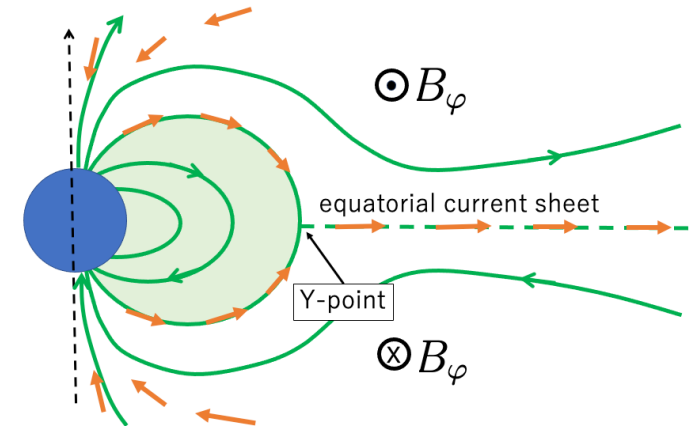
$$v_\varphi = \Omega_* \varpi + \kappa B_\varphi$$

Y-point と薄い電流層の中では、toroidal 磁場が小さくなっている

$$v_\varphi = \Omega \varpi \rightarrow c$$

ローレンツ因子の発散

に近いことが起こっている。そのような流れの存在を示そう！
閉じた磁場を開く遠心力ドリフト電流の発生と、重くなった共回転プラズマの噴出が矛盾なく説明できることを示せる？
 $\rightarrow$ field-aligned eqs. を解く。



ローレンツ因子はどこまであがると、磁場が開くか？

$$v_d = c \frac{\mathbf{F} \times \mathbf{B}}{\pm e B^2} \approx \pm \frac{\gamma m c^2}{e B_Y R_Y} c \mathbf{e}_\varphi,$$

$$\mathbf{F} = (\gamma m c^2 / R_Y) \mathbf{e}_\varphi,$$

$$j_\varphi = 2en|v_d| \approx 2nc \frac{\gamma m c^2}{B_Y R_Y}.$$

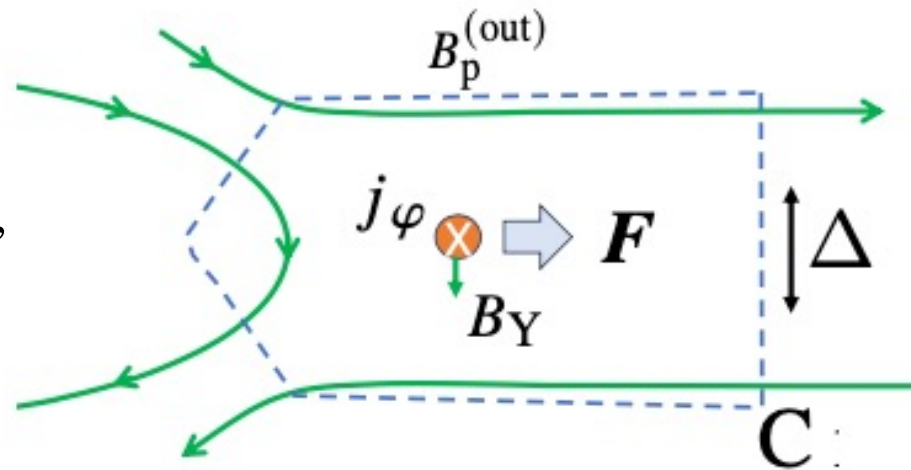


Figure 2. Schematic picture of the region where the centrifugal drift current opens the closed magnetic field lines.

$$\gamma_c \approx \frac{(B_p^{\text{out}})^2}{4\pi n m c^2} \frac{R_Y}{\Delta} \frac{B_Y}{B_p^{\text{(out)}}} = \frac{\gamma_{\text{max}}}{2\mathcal{M}} \frac{R_Y}{\Delta} \frac{B_Y}{B_p^{\text{(out)}}}$$

multiplicity n/n_{gj}

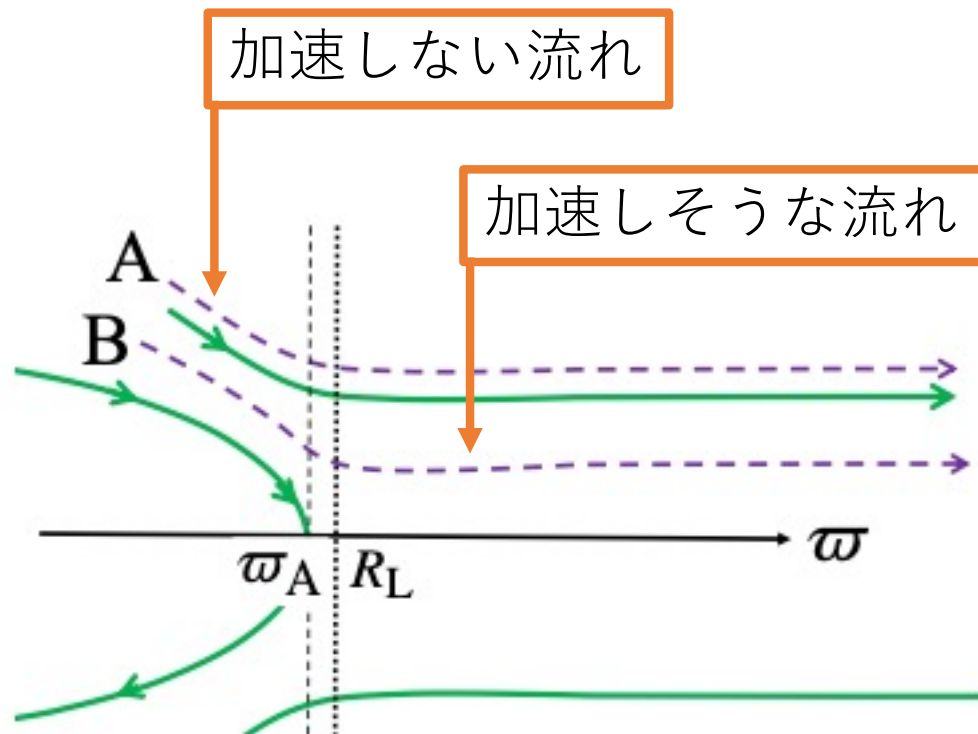
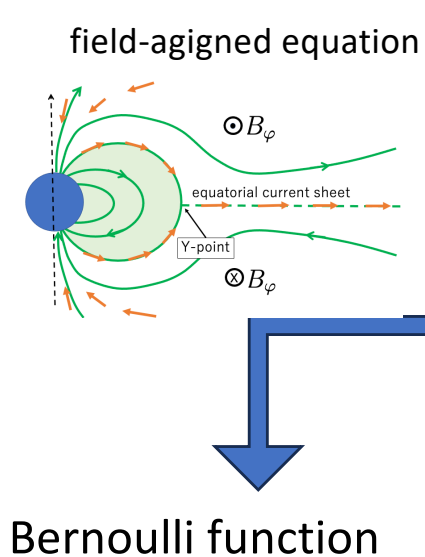


Figure 3. Two types of field-aligned flows. The solid curves indicate the magnetic field lines. The dashed curves are field-aligned flows; Flow A locates outside of the current layer, while flow B runs inside the current layer. The ϖ -axis indicates the axial distance. The thin dashed line x_A is the Alfvén surface. The thin dotted line $\varpi = R_L$ is the high cylinder.

ideal-MHD が成立しているとして、
MHD eq.の
field-aligned equations を解くことにする。

Flow A
と
Flow B
を考える



$$N\kappa = g(\psi) = \text{const. 質量保存} \quad (4.18.96)$$

$$\mathbf{v}_p = \kappa \mathbf{B}_p, \quad \kappa = \frac{v_p}{B_p} = \text{定義} \quad (4.18.97)$$

$$m\gamma\varpi v_\phi - \frac{I}{4\pi g(\psi)} = \ell(\psi) = \text{const. 角運動量保存} \quad (4.18.98)$$

$$mc^2\gamma - \frac{\Omega(\psi)I}{4\pi g(\psi)} = \epsilon(\psi) = \text{const. エネルギー保存} \quad (4.18.99)$$

$$(1 - (v_\phi^2 + v_p^2)/c^2)^{-1/2} = \gamma \text{ 定義} \quad (4.18.100)$$

$$\Omega(\psi)\varpi + \kappa I/\varpi = v_\phi \text{ iso-rotation} \quad (4.18.101)$$

$$\left(\frac{\epsilon(\xi, v)}{mc^2} \right)^2 = \frac{(1 + u_p^2)}{(1 - \lambda)^2} \frac{[1 - \lambda\xi^2 - (1 - \lambda)v\xi^2]^2}{(1 - v\xi^2)^2 - \lambda\xi^2(1 - v)^2},$$

$$\xi = \varpi/\varpi_A \quad v = u_p/u_A \quad u_p = \frac{1 - \lambda}{\lambda} \sigma v,$$

$\epsilon(\xi, v) = \text{constant}$ が解曲線

(磁力線一本一本について)

Bernoulli function のパラメータ二つ

$$\lambda = \frac{\Omega(\psi)\ell(\psi)}{\epsilon(\psi)},$$

これは遠心力風ではほとんど
1で境界条件、特に、plasma
のinjection条件に関係

critical condition と境界条件で
決める量

and

$$\sigma = \frac{\Omega(\psi)^2 B_p \varpi^2}{4\pi m c^3 g(\psi)}.$$

flowの性質をきめる唯一のパラメータはこれだけ！

磁気圏の磁場のエネルギー密度と
プラズマのエネルギー密度の比

poloidal 磁場の
パラメータ(幾何因子)

$$\sigma = \sigma_0 \hat{B},$$

$$\sigma_0 = \frac{B_L}{4\pi m c g(\psi)} = \gamma_{\max} \left(\frac{v_p/c}{2\mathcal{M}} \right)_{\text{inj}} \left(\frac{\Omega_*}{\Omega(\psi)} \right) \approx \frac{\gamma_{\max}}{\mathcal{M}_{\text{inj}}},$$

今回は 10^7
 10^3

$$\hat{B} = \frac{B_p \varpi^2}{B_L R_L^2},$$

遠心力加速がない radial flow だと 1 で一定
Y-point に侵入すると小さくなる

B hat の変化でさまざまな流れの性質が変わる

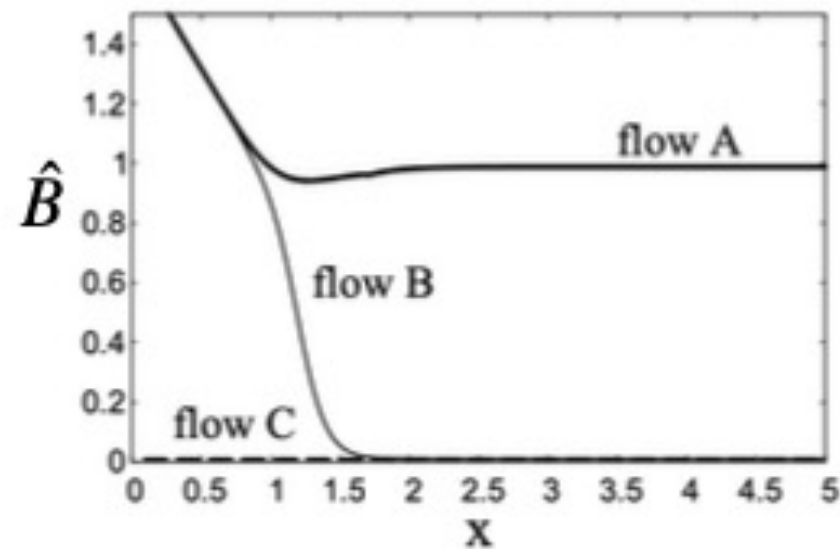


Figure 5. Models of $\hat{B}(x) \propto B_p \varpi^2$ for the flow A, B and C.

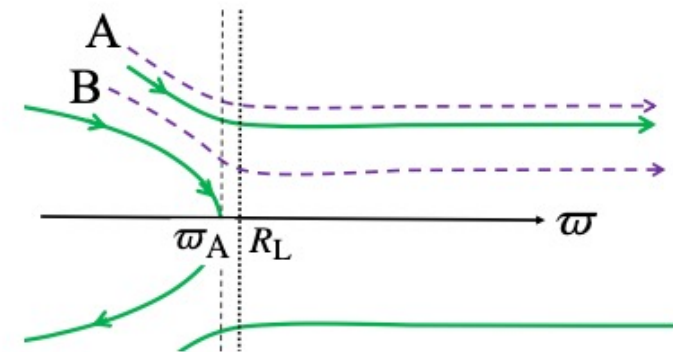
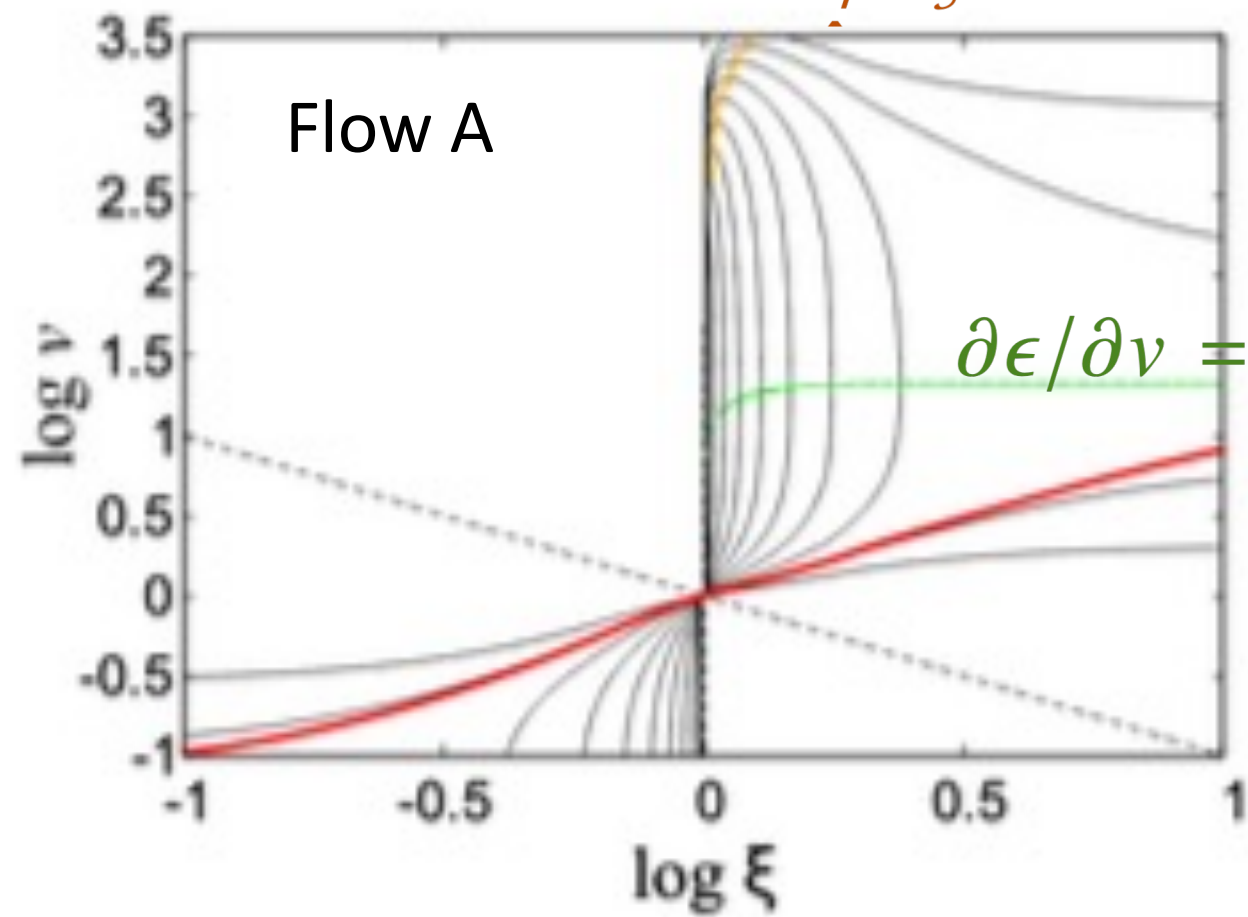


Figure 3. Two types of field-aligned flows. The solid curves indicate the magnetic field lines. The dashed curves are field-aligned flows; Flow A locates outside of the current layer, while flow B runs inside the current layer. The ϖ -axis indicates the axial distance. The thin dashed line x_A is the Alfvén surface. The thin dotted line $\varpi = R_L$ is the high cylinder.

$$\partial \epsilon / \partial \xi = 0$$

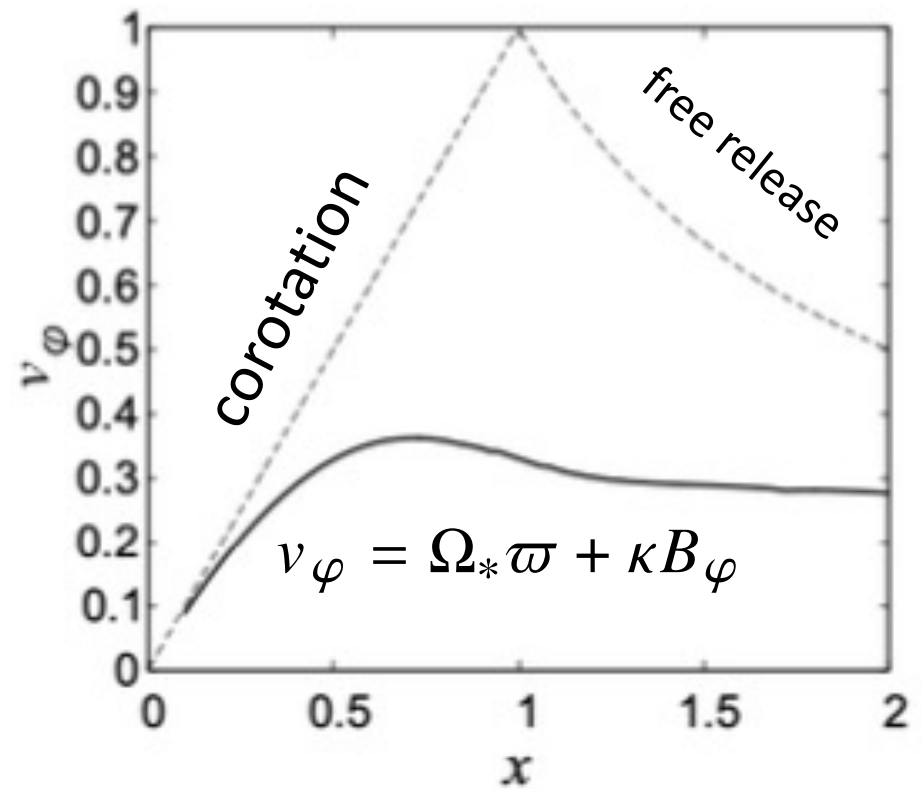
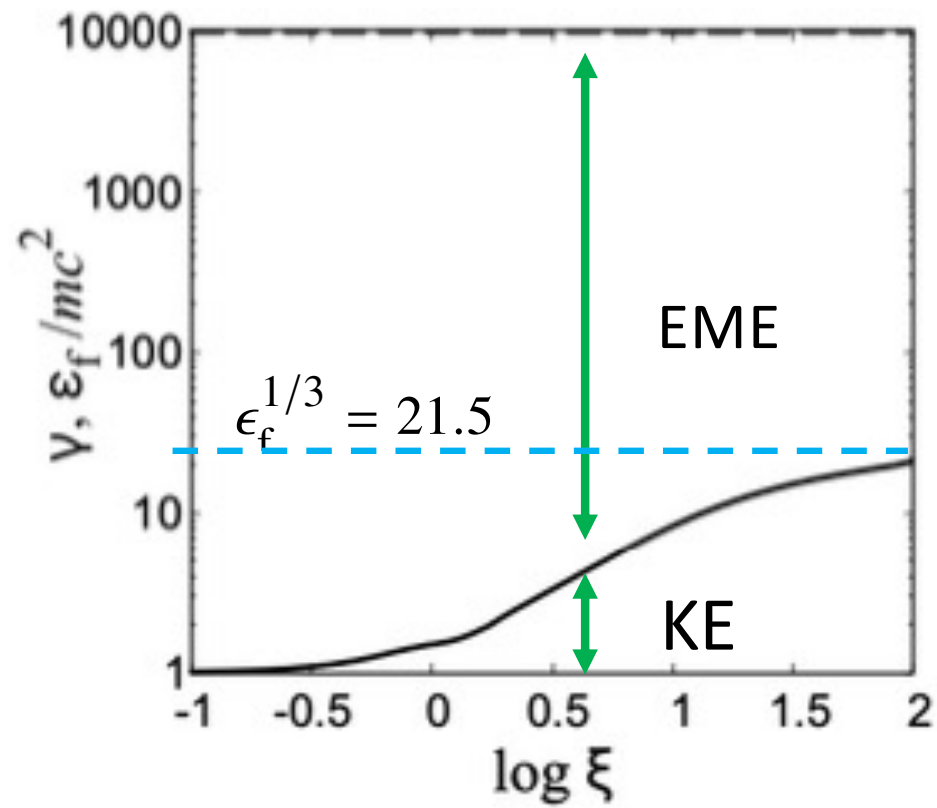


$$\partial \epsilon / \partial v = 0$$

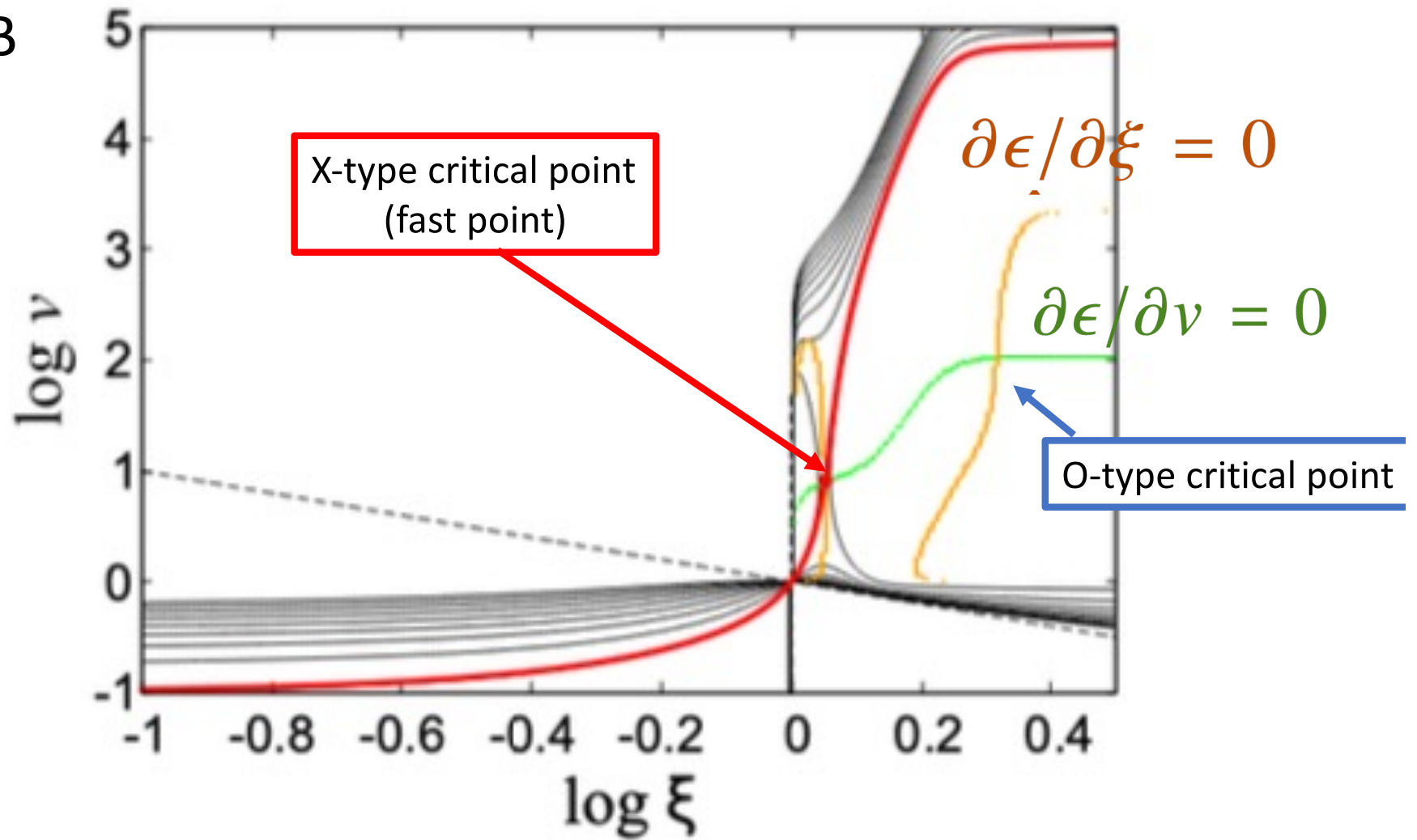
fast-point は無限遠

Flow A

$$mc^2\gamma - \frac{\Omega(\psi)I}{4\pi g(\psi)} = \epsilon(\psi)$$

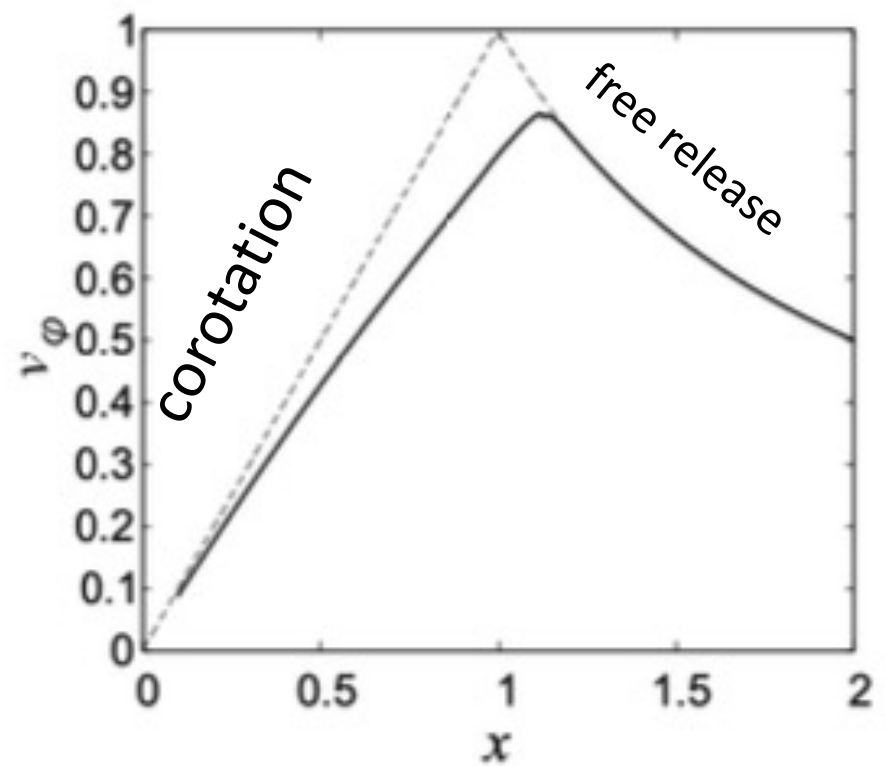
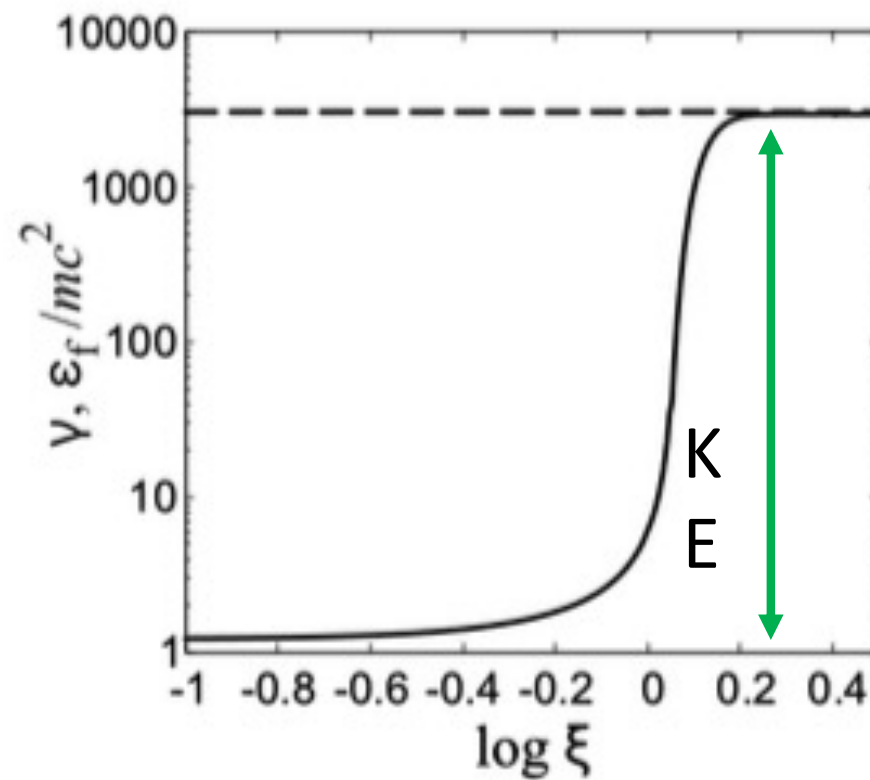


Flow B



Flow B

$\sigma_0 \sim \gamma_{\max} / M \sim \gamma$ まで加速



磁場は開けるか？

前のスライドの式

どのくらいローレンツ因子が上がれば良いか？

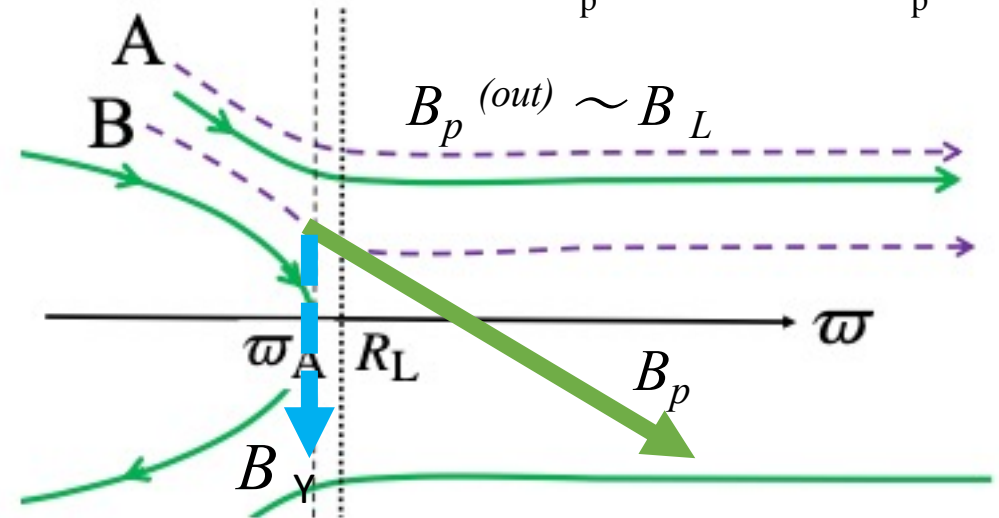
$$\gamma_c \approx \frac{(B_p^{\text{out}})^2}{4\pi n m c^2} \frac{R_Y}{\Delta} \frac{B_Y}{B_p^{\text{(out)}}} = \frac{\gamma_{\text{max}}}{2\mathcal{M}} \frac{R_Y}{\Delta} \frac{B_Y}{B_p^{\text{(out)}}}$$

$$v_d = c \frac{\mathbf{F} \times \mathbf{B}}{\pm e B^2} \approx \pm \frac{\gamma m c^2}{e B_Y R_Y} c e_\varphi,$$

$$v_{\pm} = \pm (c/e) (\gamma m v_\varphi^2 / R_Y B_Y)$$

$$\frac{\Delta}{R_Y} = \frac{(v_p/c)}{(v_\varphi/c)^2} \frac{\sigma_0}{\gamma} \frac{B_Y}{B_p} \frac{B_p^{\text{out}}}{B_L}$$

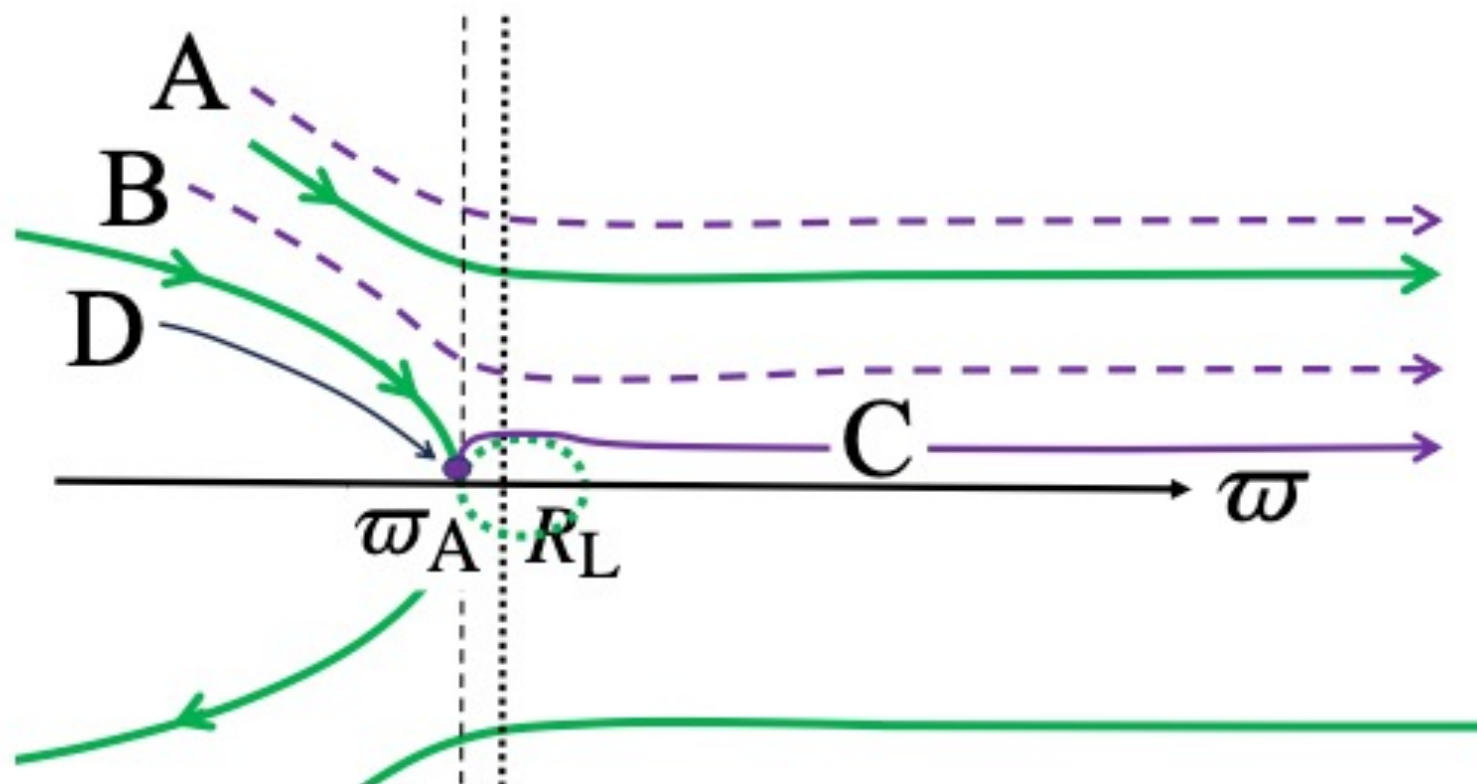
磁場が減って加速したけど密度も下がる



$$n v_p / B_p = g(\psi)$$

磁場は開けない

flow 中の密度減少を防ぐには、Y-point でinjectすればよいだろう



B hat の変化でさまざまな流れの性質が変わる

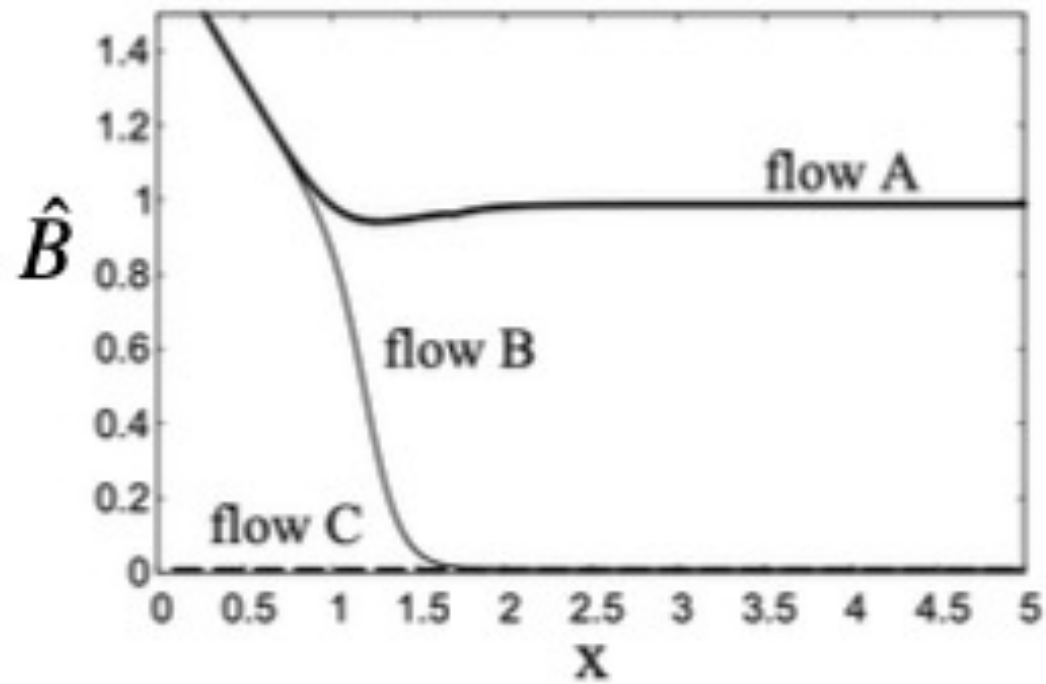


Figure 5. Models of $\hat{B}(x) \propto B_p \varpi^2$ for the flow A, B and C.

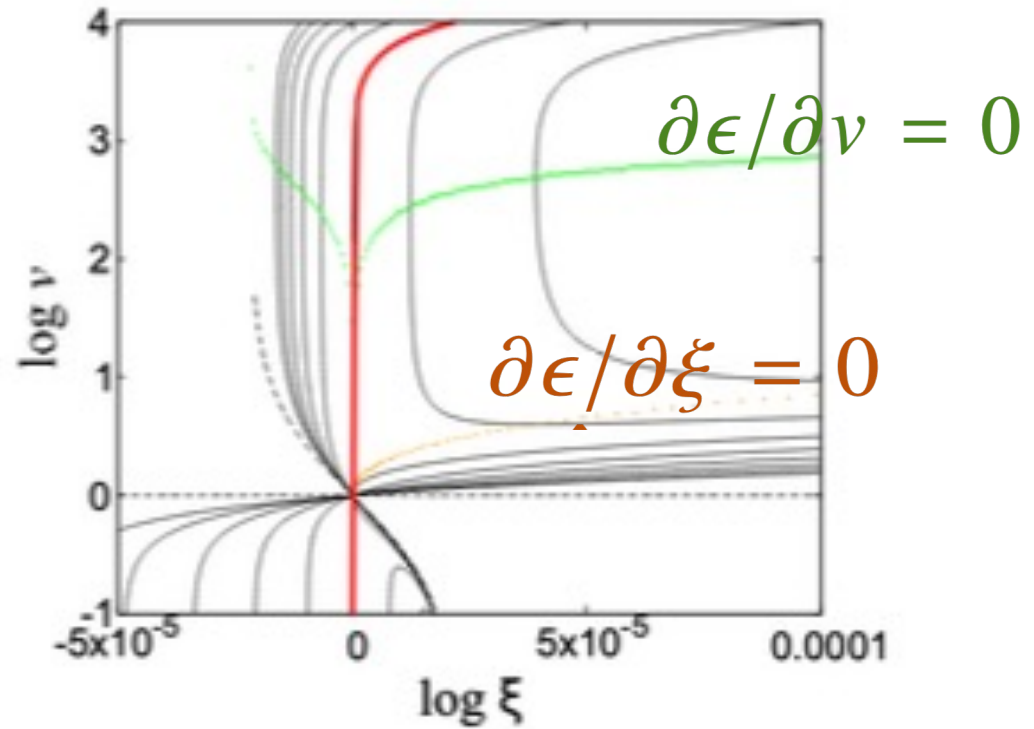
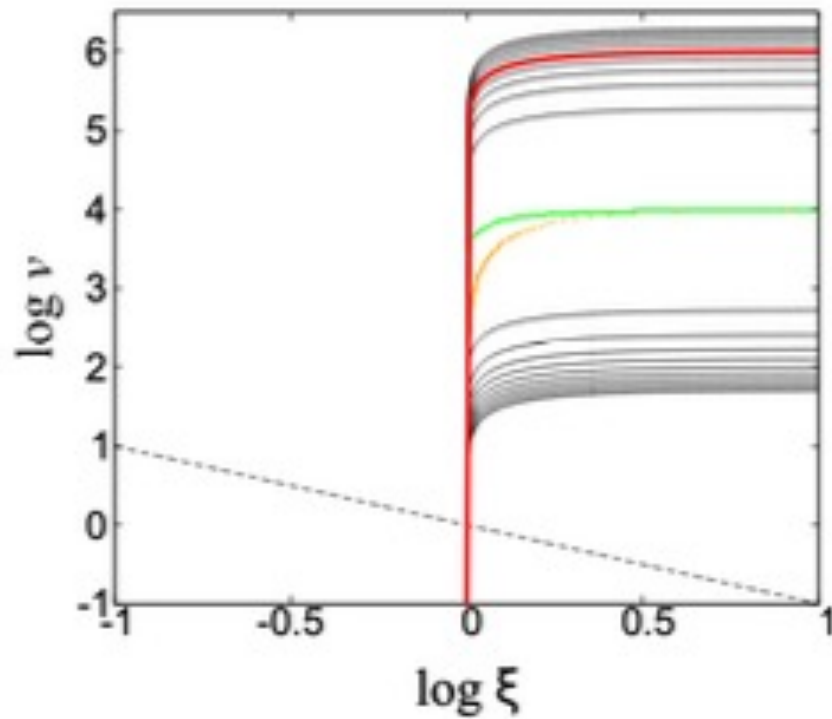
Flow C $\sigma_0 = 100$, and $\hat{B}_c = 0.01$

$$\approx \frac{\gamma_{\max}}{\mathcal{M}_{\text{inj}}}$$

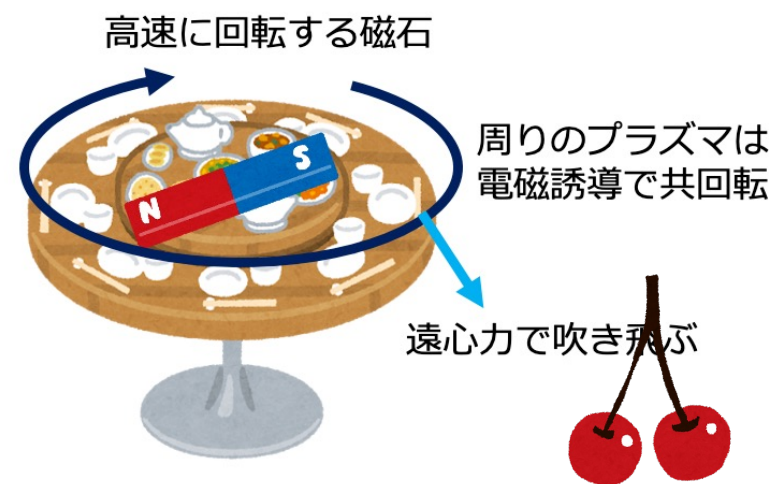
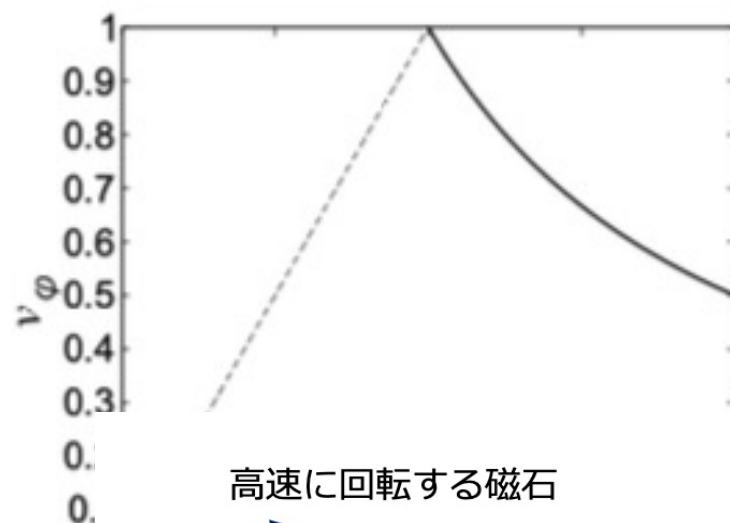
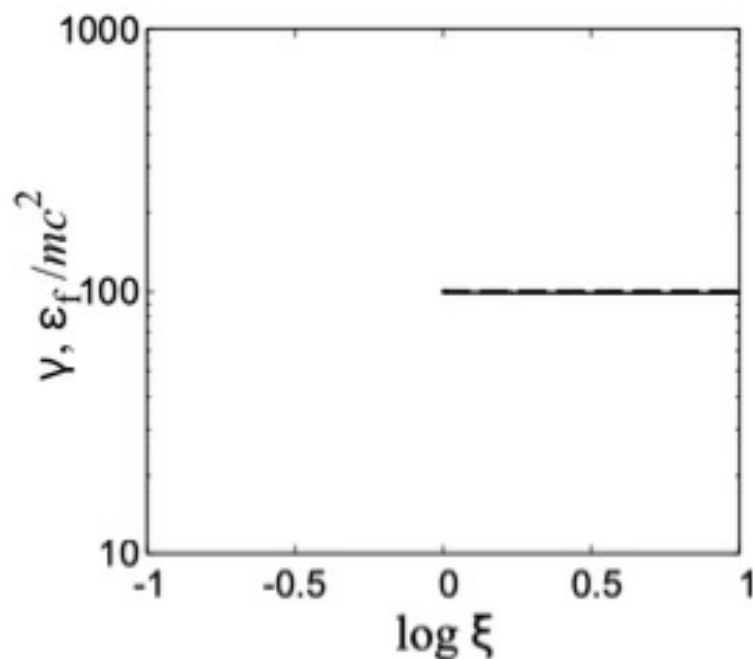
fast point が Alfvén point に漸近

cf. Takahashi 1991

AGN disc wind の文脈で



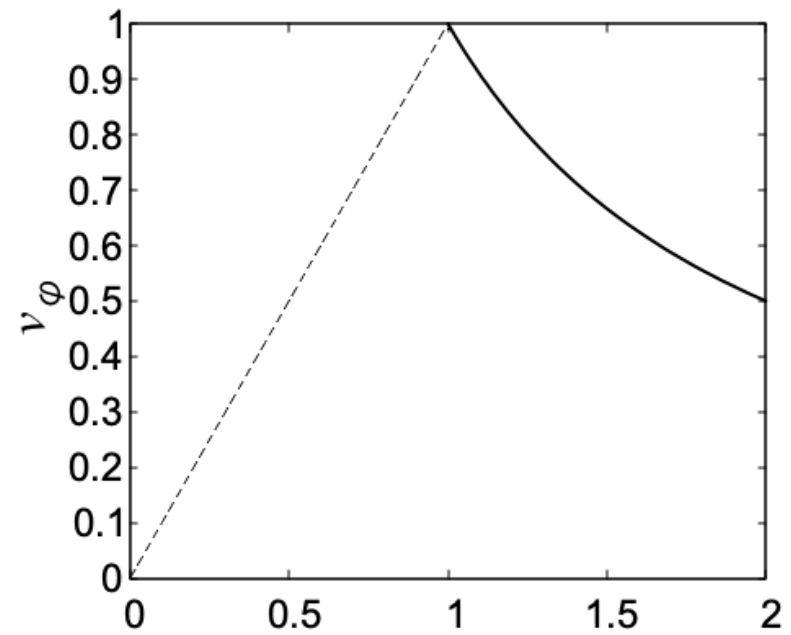
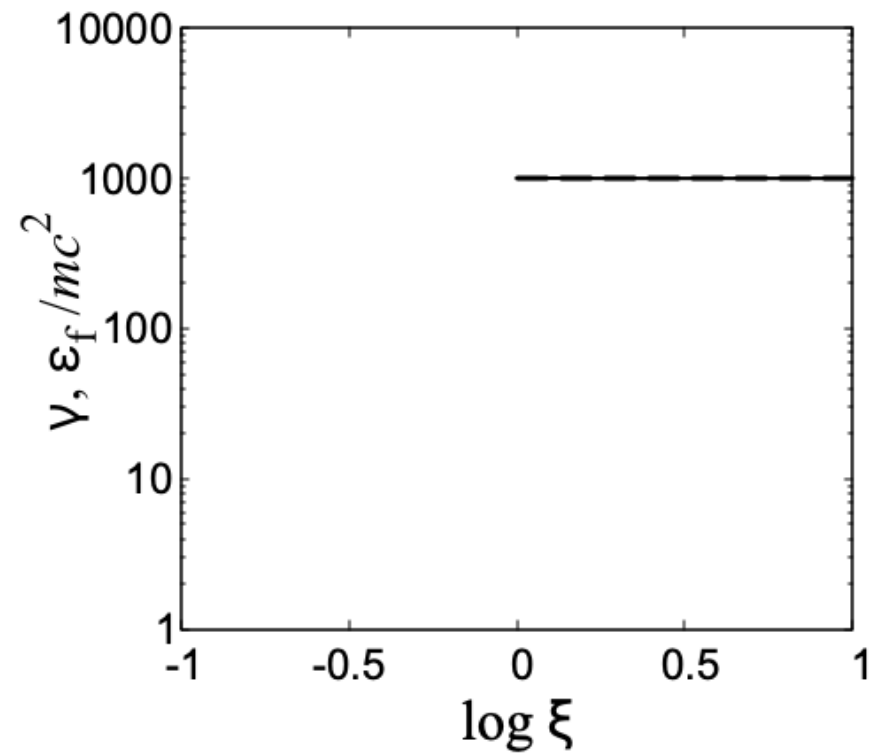
ローレンツ因子の大きな共回転プラズマが注入され、そのまま流出する解



ローレンツ因子は自由に選べる

$$\gamma = (1 - \lambda)^{-1/2}$$

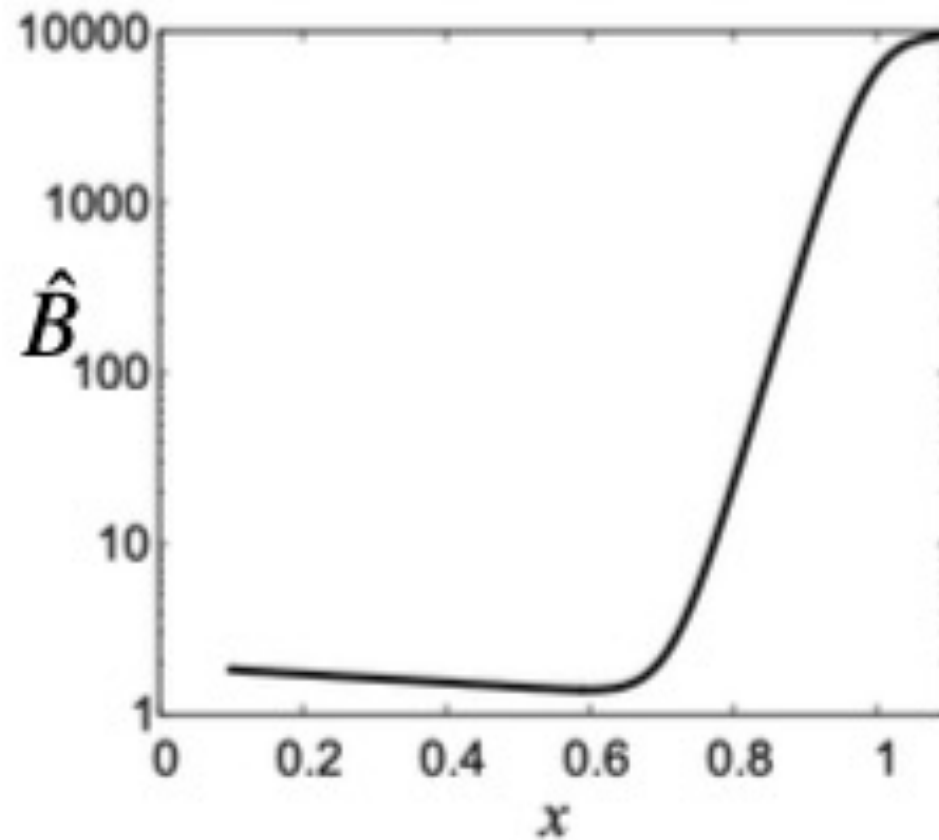
$1-\lambda = 10^{-6}$ の場合

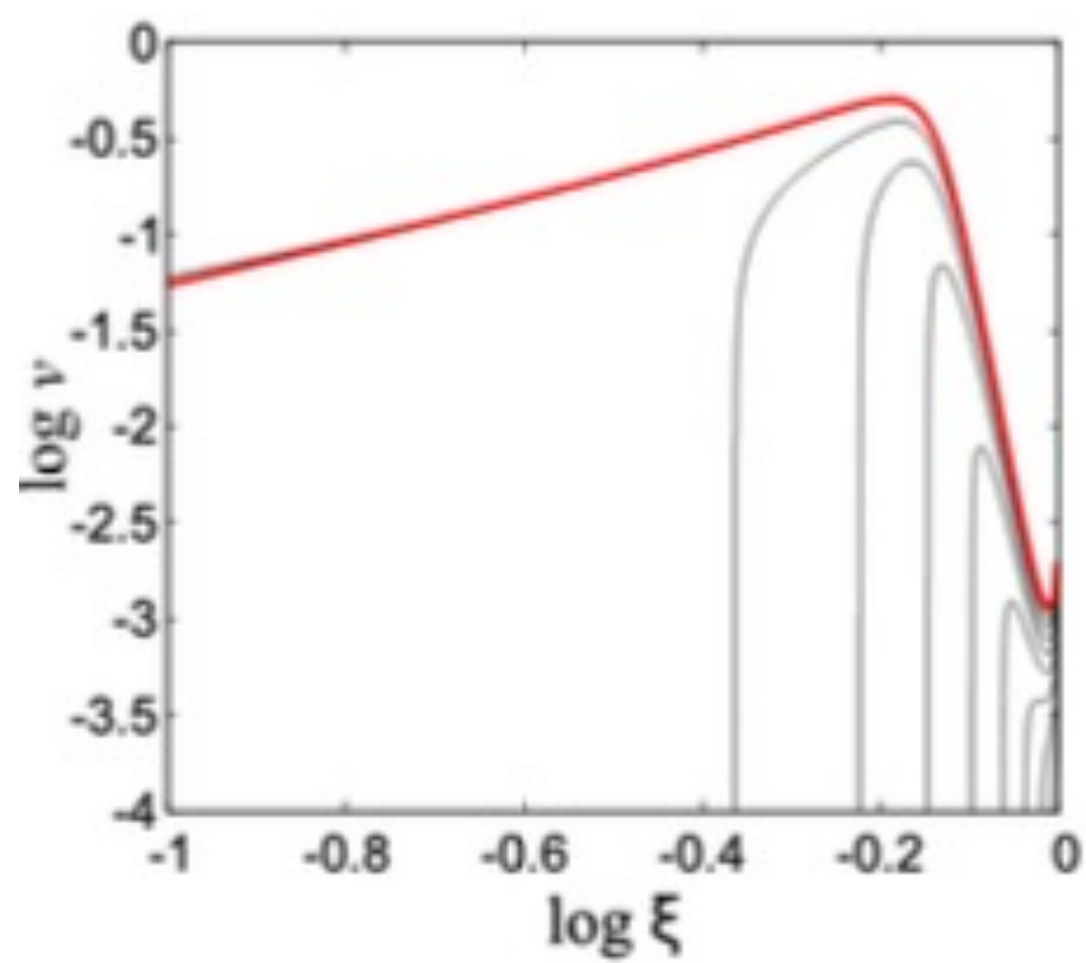


磁場は開ける

$$\frac{\Delta}{R_Y} = \frac{(v_p/c)}{(v_\phi/c)^2} \frac{\sigma_0}{\gamma} \frac{B_Y}{B_p} \frac{B_p^{\text{out}}}{B_L}.$$

flow D で加速が起こる。これもMHD flow で説明されるはず。
磁場はダイポールの → 加速は起きない
remind that...





closed loop top で起こっていること

$$v_\varphi = \Omega \varpi \rightarrow c$$

ローレンツ因子の発散

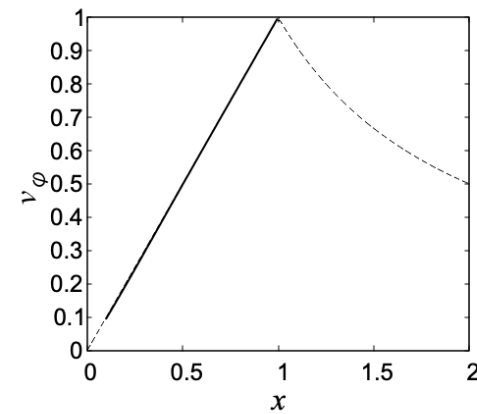
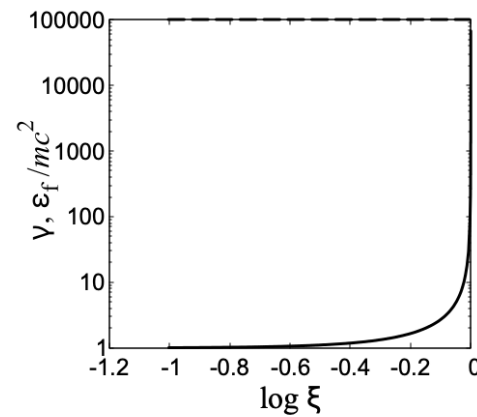
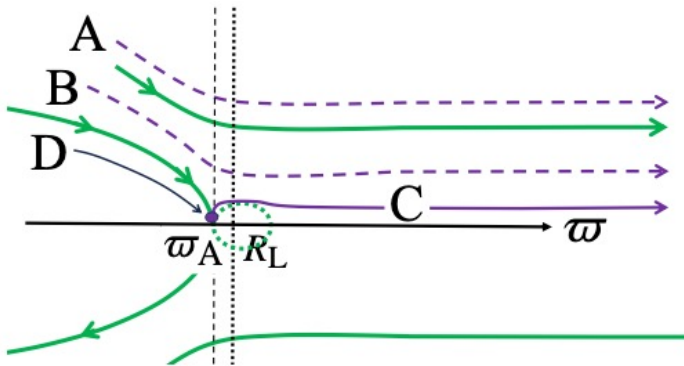
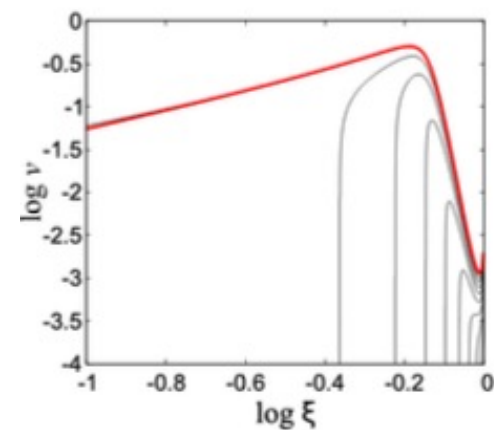
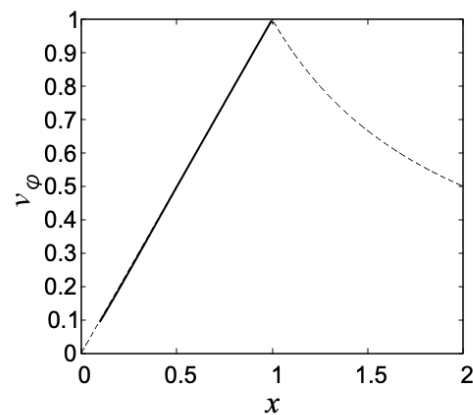
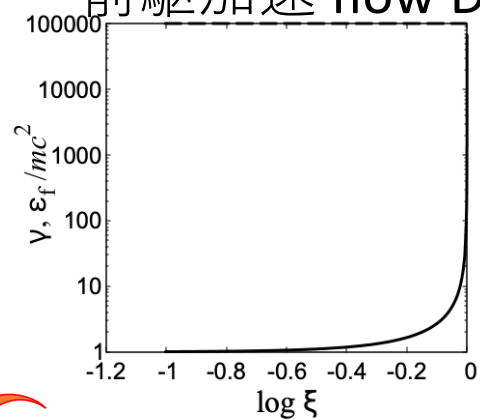


Figure 12. The Lorentz factor (solid line) and the energy of the flow (dashed line) as functions of $\log \xi$, and the azimuthal velocity as a function of x for Flow D.

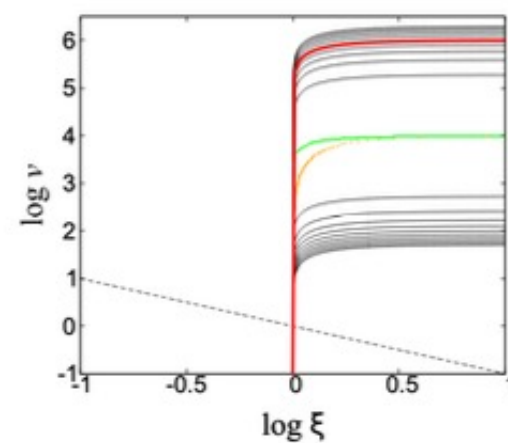
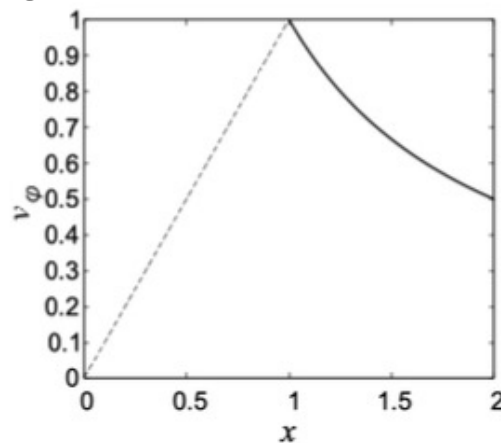
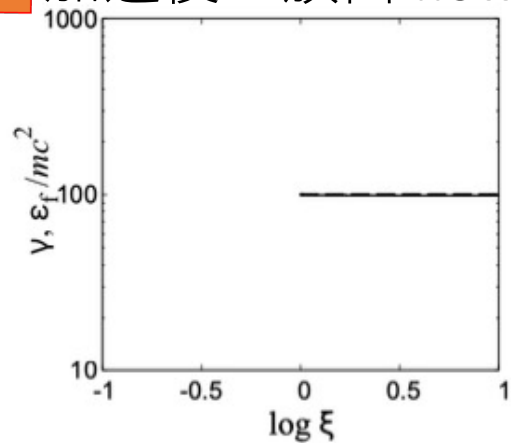
前駆加速 flow D

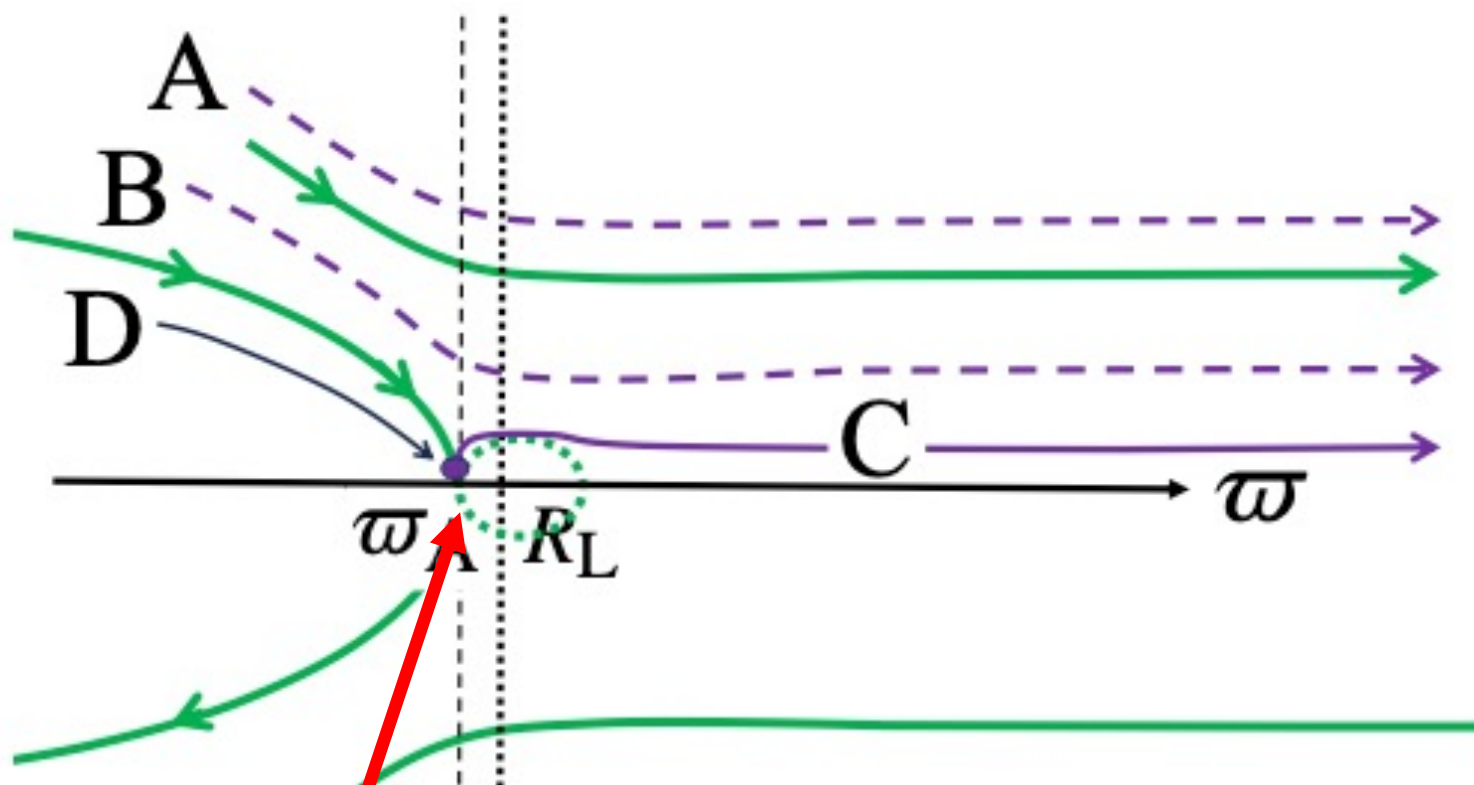


間欠的な
磁気
リコネクション
プラズモイド
放出



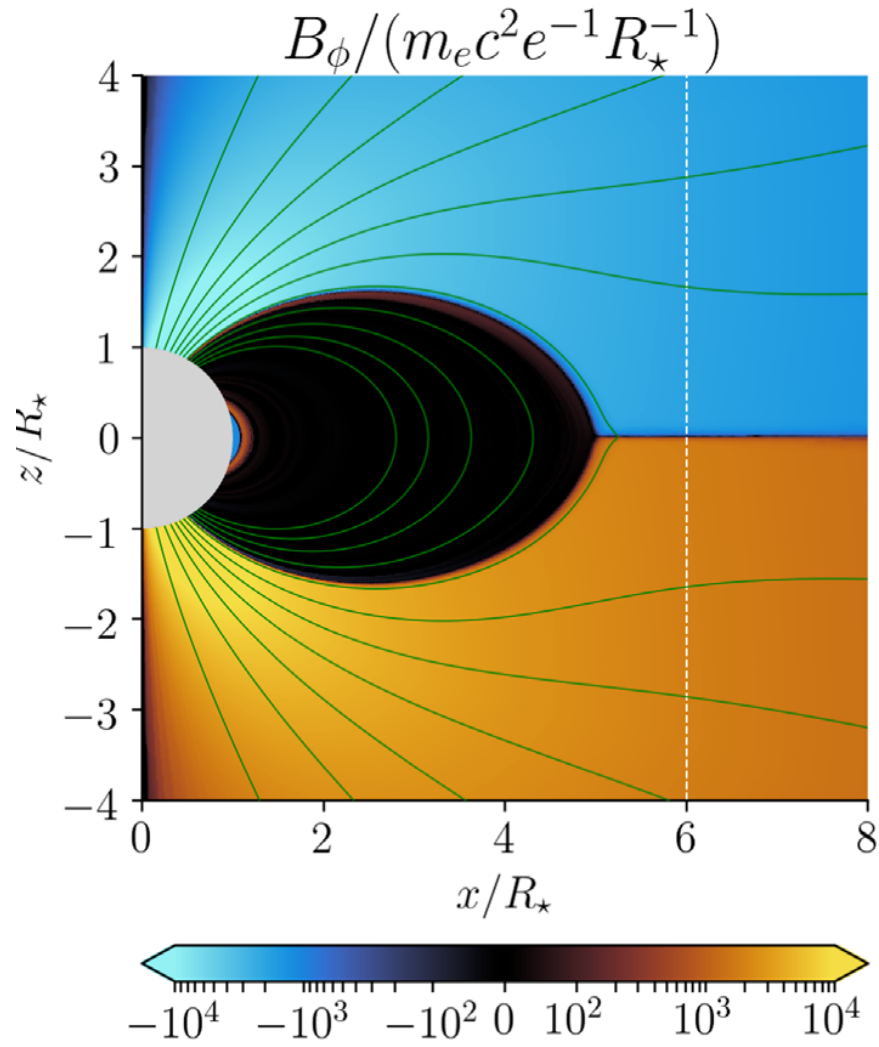
加速後の放出 flow C





Flow D と Flow C を繋げば良い

reconnection + plasmoid emission



Hu, R. & Beloborodov, A. ~M.~ 2022, *Apj*, 939, 42. doi:10.3847/1538-4357/ac961d

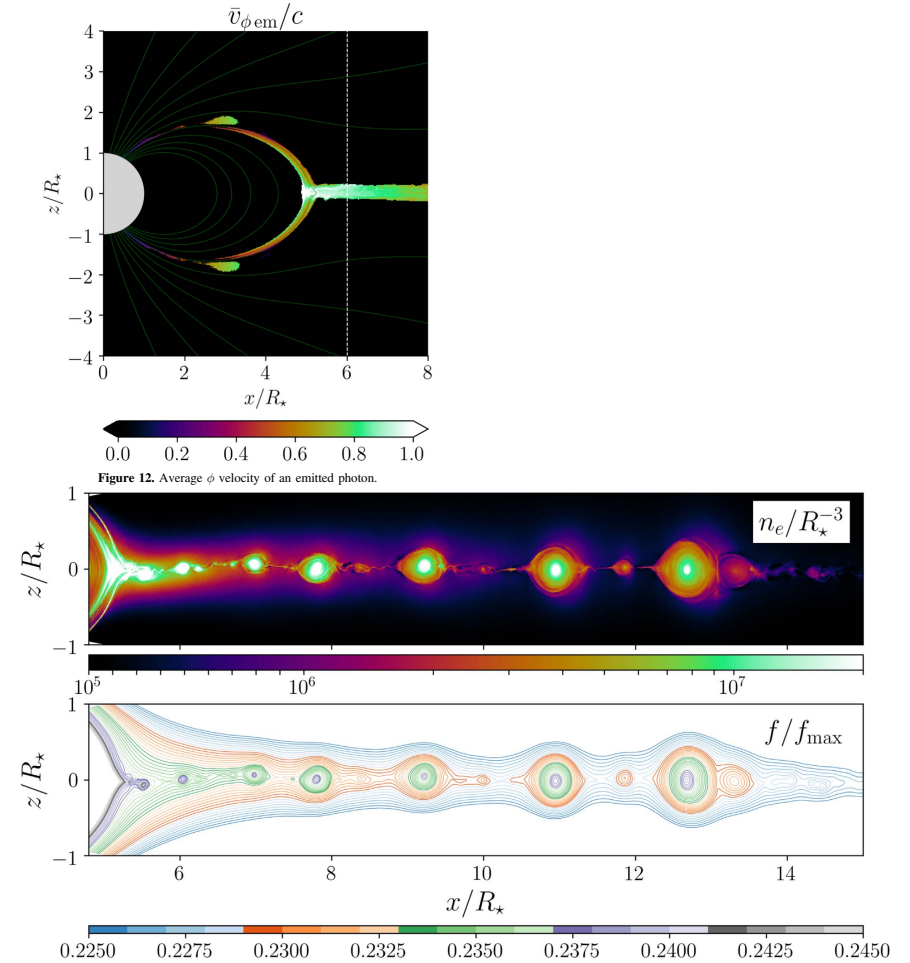


Figure 13. Plasmoids formed by magnetic reconnection in the equatorial outflow. The snapshot was taken at $t = 213.2 R_\star/c$, at the end of the simulation. Top: electron density n_e . Bottom: contours of the normalized magnetic flux function f/f_{max} .

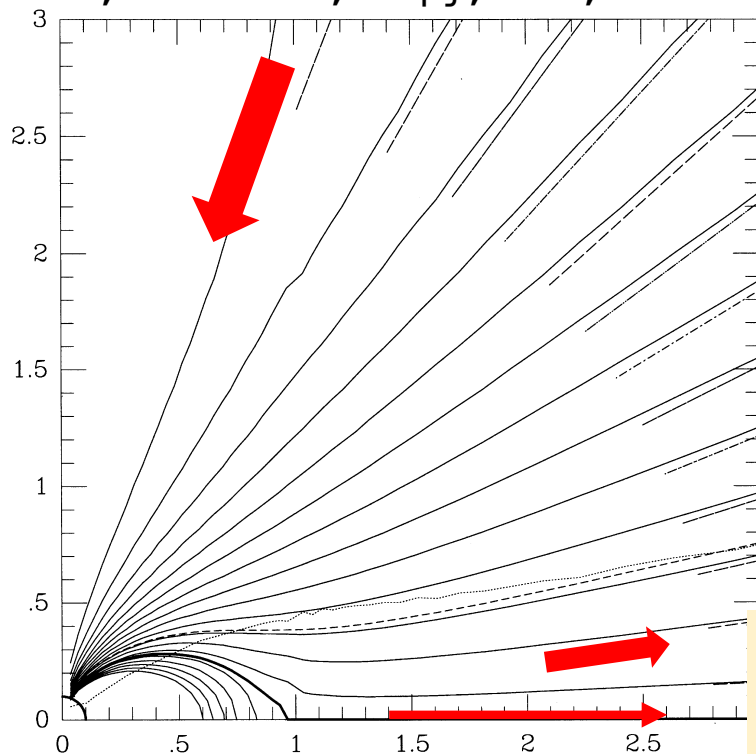
Fast critical ポイントが Alfven critical point に縮退したため、current sheet の厚さや到達するローレンツ因子がもとまらなくなった。
reconnection process による。
厚みを gyro radius で評価すれば見積もれる。

$$\gamma \approx \frac{\gamma_{\max}}{(2\mathcal{M})^{1/2}}, \quad \text{and} \quad \frac{\Delta}{R_L} \approx \frac{1}{(2\mathcal{M})^{1/2}}.$$

trans-field equation + 慣性無視 = pulsar equation (force free model)

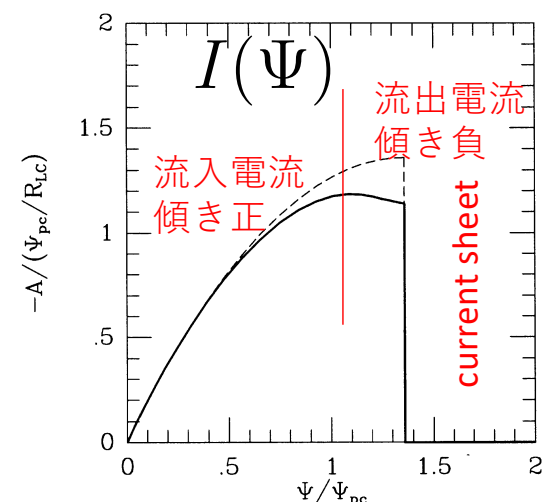
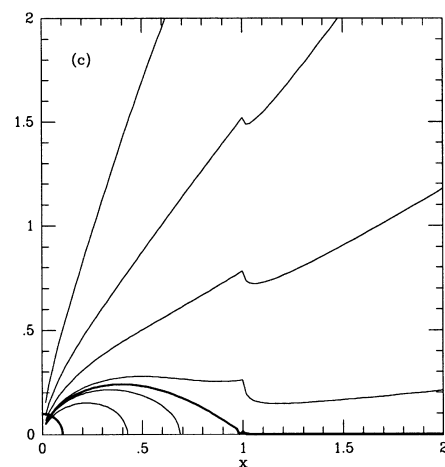
とても流行った

Contopoulos, I., Kazanas, D., & Fendt, C. 1999, *ApJ*, 511, 351



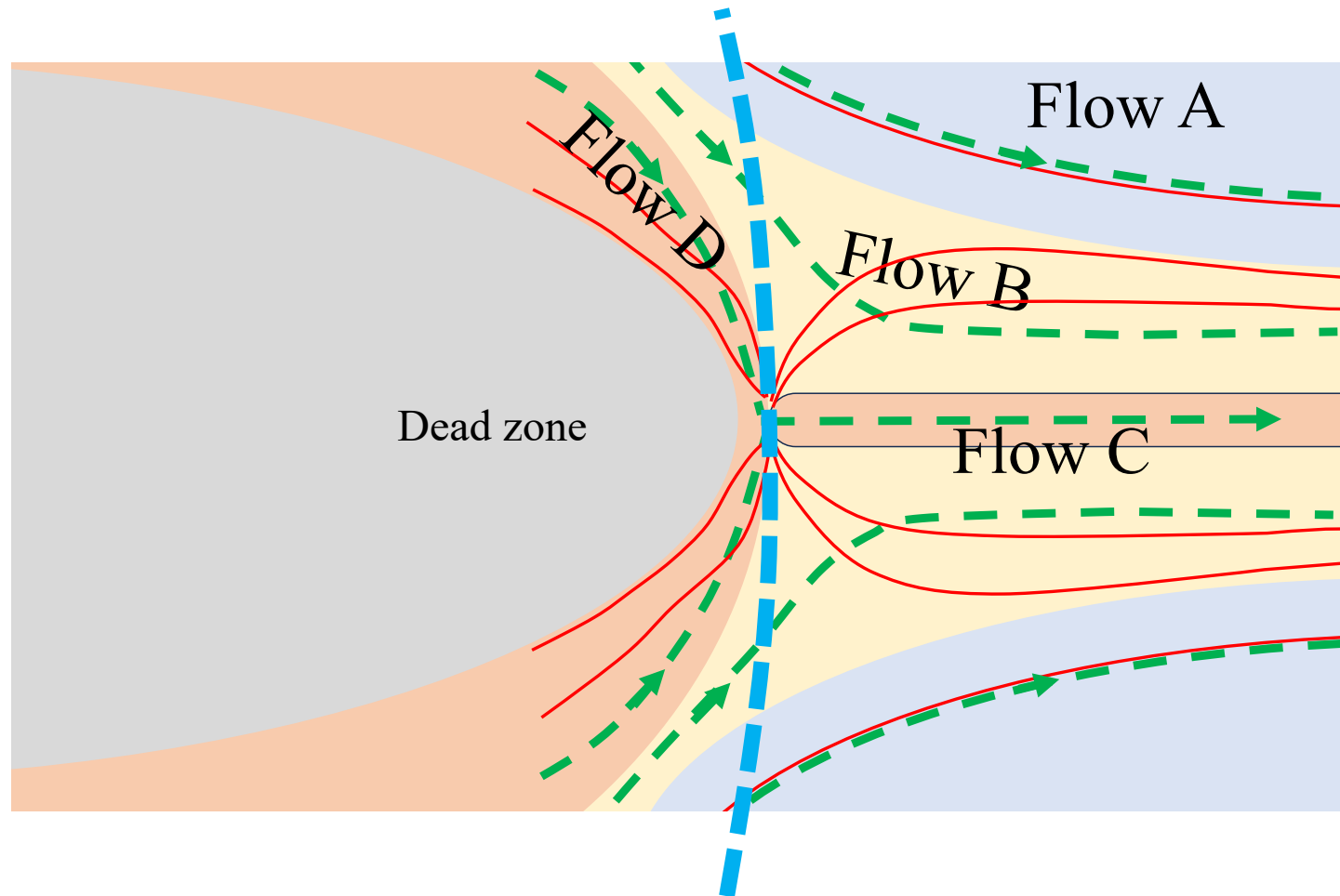
$$I = \varpi B_\phi$$

を調整して regular な解を得た
無限に薄い電流シートが必要



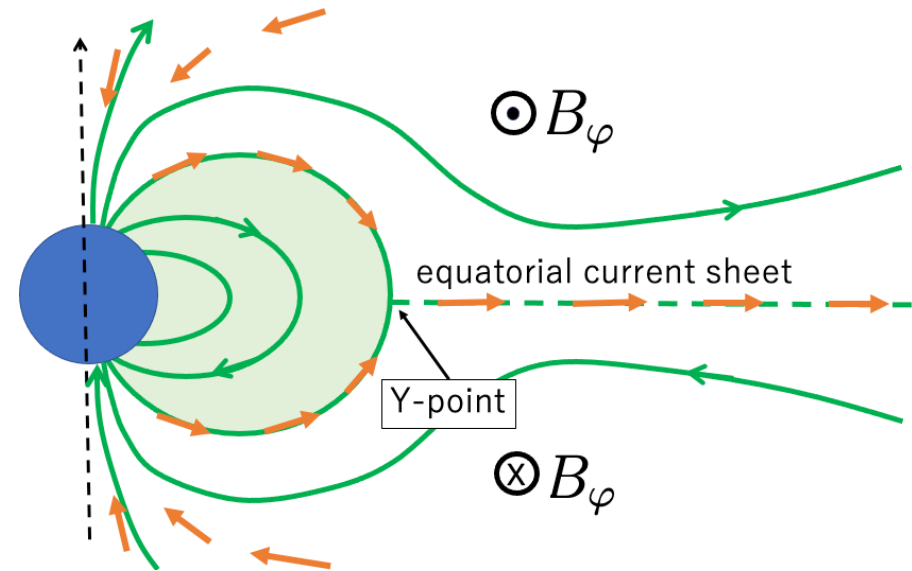
慣性無視なのに開いた磁力線ができる理由はない。
手で入れた。 x_y はフリーパラメータ

GS eq. の critical surface (Alven surface)



結論

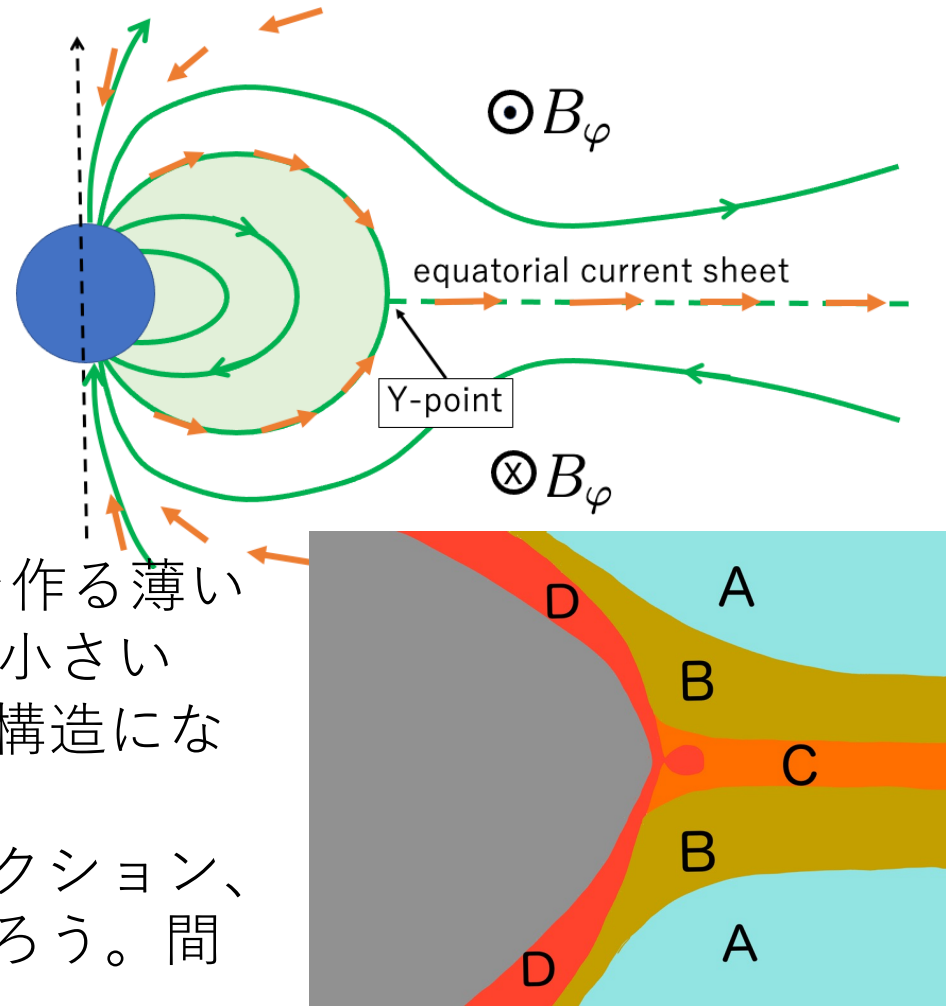
- 閉じた磁場領域のトップのところで共回転速度が c に近づき、慣性が増大し、閉じた磁場がちぎれて、その後は慣性で流れ出る。
- 共回転による遠心力ドリフト電流が磁場を開く。
- 一旦磁場が開くと、磁気圏の大部分は電磁場優勢でPoynting energy としてエネルギーは放出 (σ 問題の答え)
- 慣性の役割は磁場を開くところだけ。



$$\frac{\Delta}{R_L} \approx \frac{B_Y}{B_L} \approx \frac{1}{\mathcal{M}^{1/2}}$$

結論(つづき)

- 加速に応じてpoloidal 電流の集中が起こる。
- 閉じた磁場のトップでは磁場の圧縮があって磁場が大きくなるが、遠心力ドリフト電流の層を挟んで開いた磁場側では磁場は急激に減少する。
- 電流層は磁場を開くtoroidal 電流を作る薄い層がありその外側にtoroidal電流は小さいtrans-fast flow の流れがあって二層構造になる。
- 磁場を開くところでは磁気リコネクション、プラズモイド放出が必要となるだろう。間欠的な振る舞いを示す。





Thank you!

