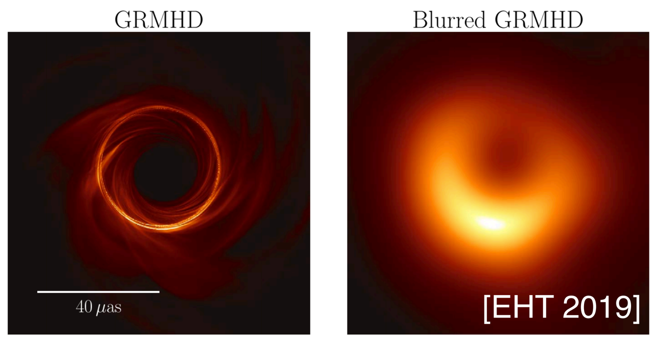
ほぼトロイダルな外部磁場を持つMRI乱流における Alfvénic揺動と圧縮性揺動の比

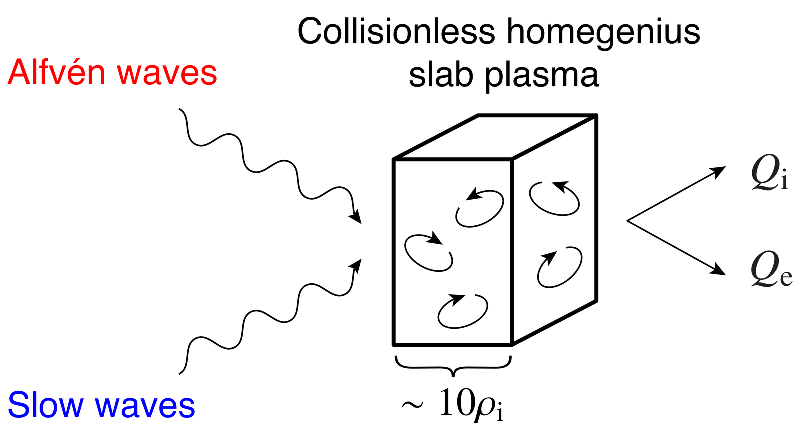
川面洋平(東北大), Alex Schekochihin (Oxford), Michael Barnes (Oxford), Steve Balbus (Oxford), Bill Dorland (Maryland)

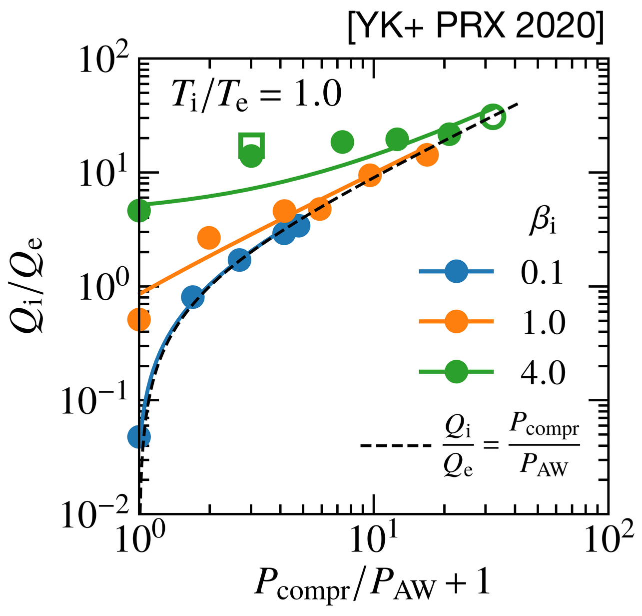
研究目的

- 高温降着円盤 → ２温度 ($T_i \neq T_e$)
- GRMHDで放射を計算するにはイオンと電子の加熱比 (Q_i/Q_e)が必要



無衝突乱流シミュレーションでQ_i/Q_eを計算

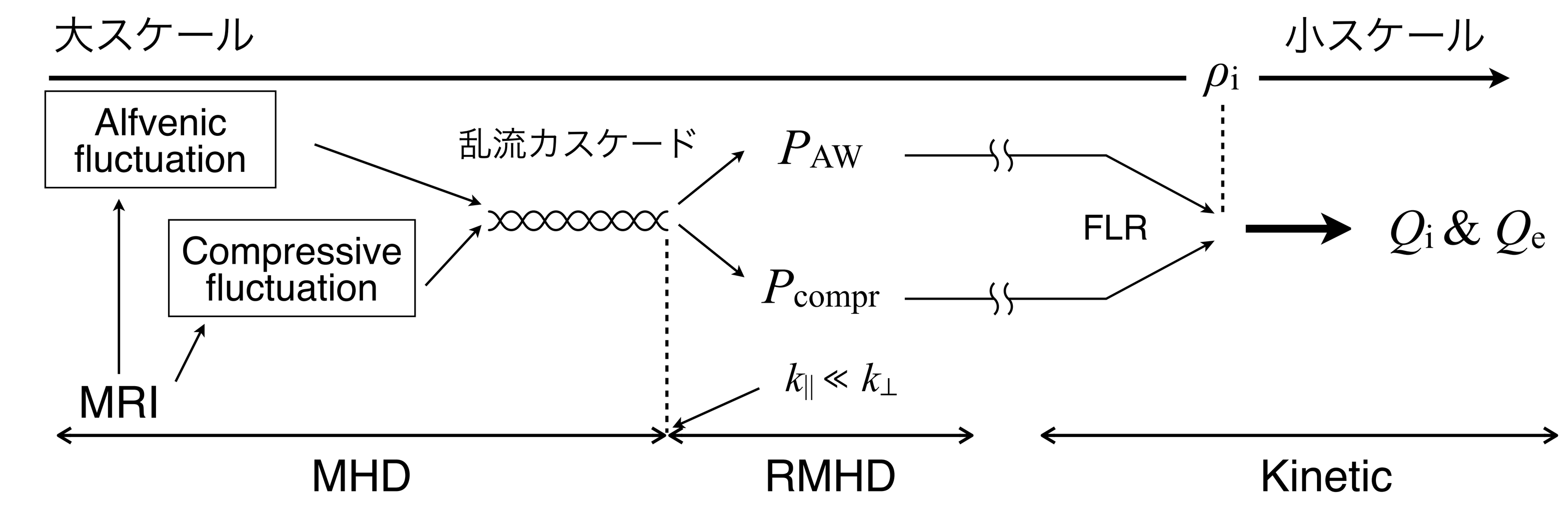


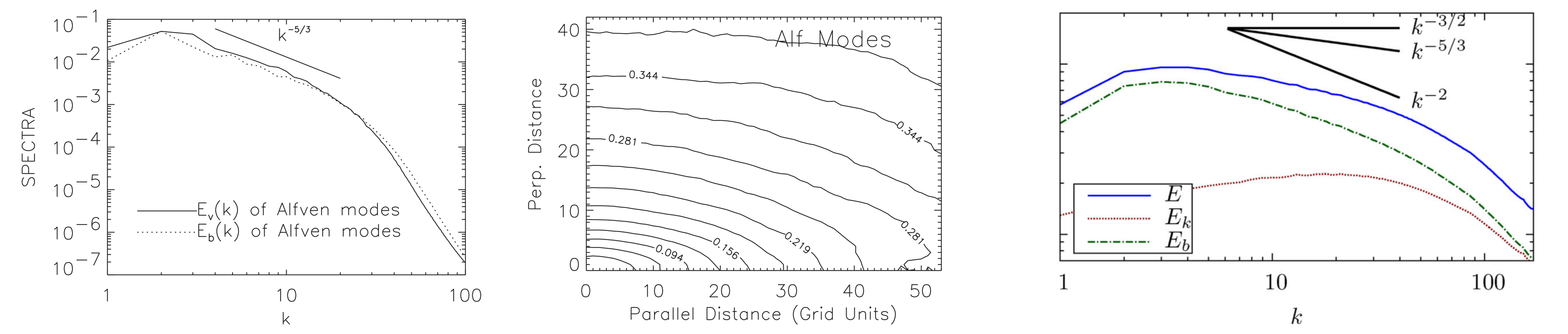


- SWはイオン加熱に，AWは電子加熱&イオン加熱になる
- イオン・電子の加熱配分はエネルギー注入スケールで決まる

ではMRI駆動乱流でAWとSWの比はいくらなのか？

SW vs AWを求めるためには$k_\parallel/k_\perp \ll 1$ が成立する解像度が必要

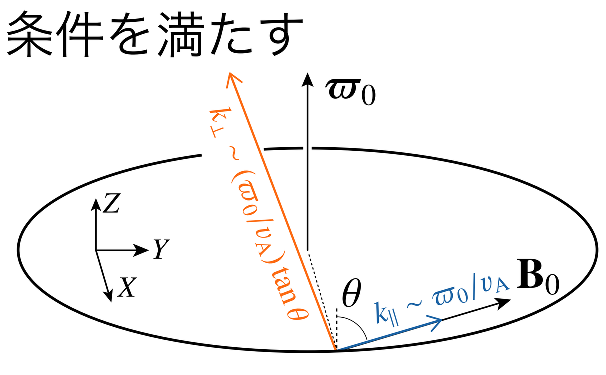




外力で乱流を駆動 → RMHDまでいける
[Cho & Lazarian 2003 (512^3グリッド)]

MRI乱流 → RMHDまでいけない
[Walker+ 2016 (1024^2x512グリッド)]

- 理由は(恐らく)，ほぼトロイダイルな磁場だとMRIの最大成長モードが短波長極限になるから [Balbus 1992]
- MRIの最大成長モードは以下の３つの条件を満たす
  1. $k_\parallel v_A/\varpi_0 \sim 1.$
  2. 軸対称 ($k_Y = 0$).
  3. 同径方向対称 ($k_X = 0$).



- $\theta \to \pi/2$で自動的に$k_Z \simeq k_\perp \to \infty = 0$が最大成長モードになる

結論：ほぼトロイダルなMRI乱流の微小スケールではAlfvénic揺動と圧縮性揺動が1対1で存在する

どうすればよいか 🤔

- そもそも最大成長モードが$k_\perp \to \infty = 0$なので既にRMHDに入っている
- SWとAWのカップルは回転シアのみで非線形的にはデカップルしている
- $\varpi_0 \ll \omega_{nl}$が満たされるスケールまでいければSWとAWはデカップルする

MRIのあるMHDに$k_\parallel/k_\perp \ll 1$のオーダリングをかければ良い

$$\left[\frac{d}{dt} - q\varpi_0 x\cos\theta\left(\frac{\partial}{\partial y} + \tan\theta\frac{\partial}{\partial z}\right)\right]\Psi = v_A\frac{\partial\Phi}{\partial z},$$

$$\left[\frac{d}{dt} - q\varpi_0 x\cos\theta\left(\frac{\partial}{\partial y} + \tan\theta\frac{\partial}{\partial z}\right)\right]\nabla_\perp^2\Phi = v_A\nabla_\parallel\nabla_\perp^2\Psi - 2\varpi_0\sin\theta\frac{\partial u_\parallel}{\partial y},$$

$$\left[\frac{d}{dt} - q\varpi_0 x\cos\theta\left(\frac{\partial}{\partial y} + \tan\theta\frac{\partial}{\partial z}\right)\right]u_\parallel = v_A^2\nabla_\parallel\left(\frac{\delta B_\parallel}{B_0}\right) + (2-q)\varpi_0\sin\theta\frac{\partial\Phi}{\partial y},$$

$$\left[\frac{d}{dt} - q\varpi_0 x\cos\theta\left(\frac{\partial}{\partial y} + \tan\theta\frac{\partial}{\partial z}\right)\right]\left(1 + \frac{v_A^2}{c_s^2}\right)\frac{\delta B_\parallel}{B_0} = \nabla_\parallel u_\parallel + \frac{q\varpi_0\sin\theta}{v_A}\frac{\partial\Psi}{\partial y},$$

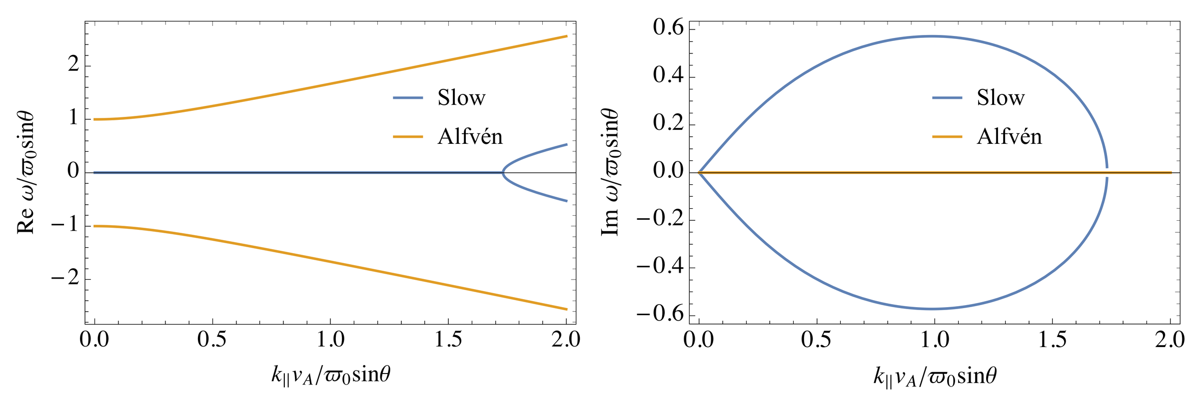
$$\mathbf{u} = \hat{\mathbf{z}} \times \nabla_\perp\Phi + u_\parallel\hat{\mathbf{z}}_\perp$$
$$\delta\mathbf{B} = \hat{\mathbf{z}} \times \nabla_\perp\Psi + \delta B_\parallel\hat{\mathbf{z}}_\perp$$

Φ, Ψ : Alfvenic
$u_\parallel, \delta B_\parallel$: compressive

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \{\Phi, \dots\}$$
$$\nabla_\parallel = \frac{\partial}{\partial z} + v_A^{-1}\{\Psi, \dots\}$$

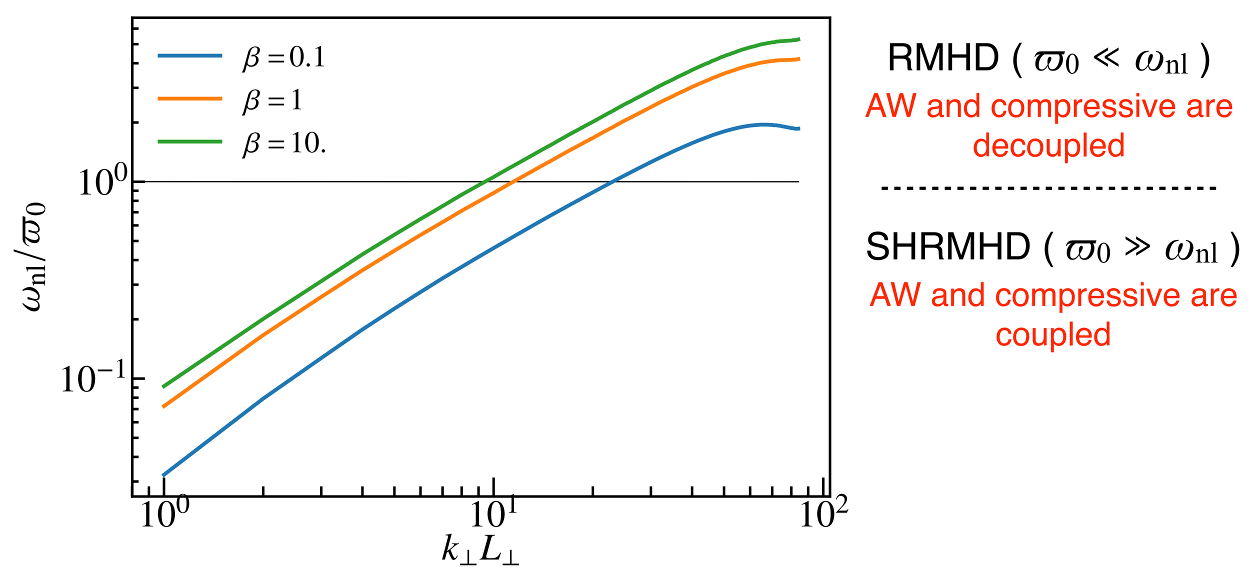
Shearing RMHD : $\varpi_0 \ll \omega_{nl}$が満たされると普通のRMHD

線形解析

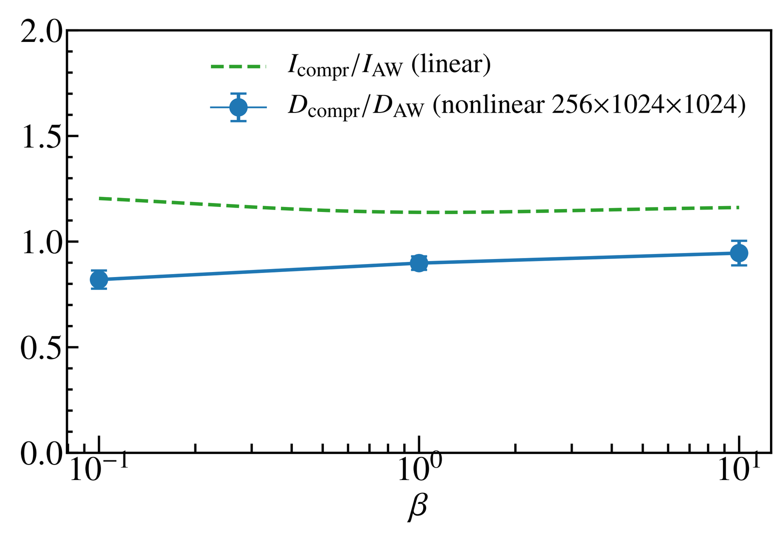


- $\omega/\varpi_0\sin\theta$を$\omega/\varpi_0$とすれば通常のMHDの最大成長率と同じ
  i.e., ほぼトロイダル(θ≈$\pi/2$)でのみ適用化

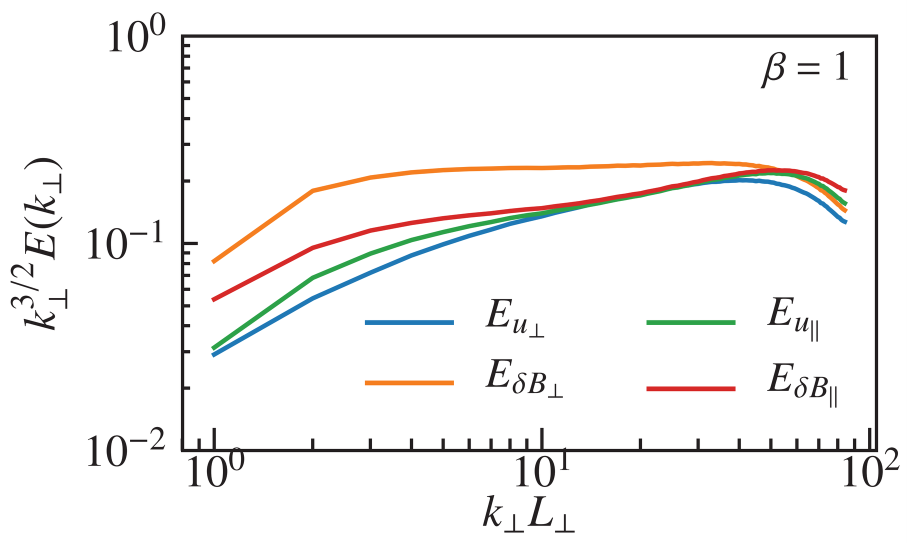
非線形シミュレーション



- 無事$\varpi_0 \ll \omega_{nl}$のスケールまで到達できている
- ここでSW vs AWを計算すればこれ以上解像度を上げても結果は不変



SWとAWは1対1



スペクトルはなぜか-3/2 (RMHDなら-5/3)
→ 解像度を上げる必要アリ