

Suspension Point Interferometer の LCGT への導入可能性

麻生 洋一

平成 14 年 6 月 28 日

概要

この文章では、能動防振装置の一種である Suspension Point Interferometer(SPI) を LCGT 導入する可能性について検討することが目的である。そのために SPI の基本原理および利点を説明し、さらに SPI の性能を制限する要素、実際の干渉計に導入する際の問題点について解説する。また、Fabry-Perot 干渉計を用いたプロトタイプ実験の結果を示す。SPI には様々な利点があるが、特に低温干渉計におけるヒートリンクからの振動の抑制と、データ解析において得られる利点大きい。また、実際の導入に当たって一番の課題は 2 つの干渉計のアラインメントどうやって独立に調整するかという問題である。検討の結果として筆者は SPI を高周波用、主干渉計を低周波用の干渉計とする帯域分担案を推薦する。

1 SPI の原理

Suspension Point Interferometer は、基本的に干渉計をセンサーとして用いた能動防振装置である。基本的な構成は図 1(a) に示した通り。主干渉計を構成する鏡の懸架点に補助干渉計 (SPI) を構成し、その長さ変動をフィードバック制御で打ち消すことにより、ワイヤーから伝わってくる振動を抑制する。なお制御ゲインが無限大で、レーザーの周波数雑音がないという理想的な場合、SPI は一つの剛体棒と見なすことができる (図 1(b))。

この方法が他の能動防振装置 (加速度計や位置センサーを用いたもの) に比べて優れている点は、次の 2 点である。1) SPI は干渉計という非常に高感度のセンサーを用いている。そして基本的に SPI の感度は主干渉計と同等であるため、センサーのノイズが主干渉計のノイズレベルを悪化させることは無い。2) SPI は主干渉計が計測している自由度 (FP 干渉計の場合 2 つの鏡の間の距離) と同じ自由度を計測し、その変動を打ち消している。このため一般的な位置センサーで問題となるローカルなリファレンスの振動という問題が生じない。

このように SPI は能動防振装置として高いポテンシャルを持っており、その結果として様々な利点が生じる。具体的には、アクチュエータ雑音の低減、ヒートリンクからの振動抑制、RSE における Lock acquisition の容易化、データ解析における S/N の向上等である。それぞれの詳細は 2 節で述べる。しかし、SPI の導入は干渉計を複雑化し、建設コストなどの面でデメリットも生じる。以下の節では、SPI の利点、限界と問題点、プロトタイプ実験の結果を示し、まとめる。

2 SPI の利点

ここでは、SPI を導入することによって得られる具体的なメリットを説明する。

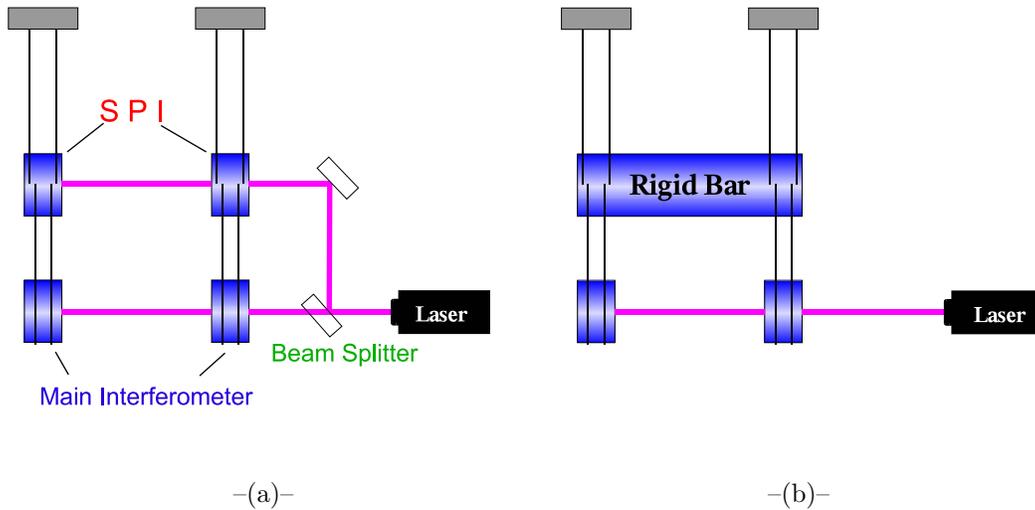


図 1: SPI の原理

2.1 地面振動の防振

まず SPI の基本的な機能として地面振動の抑制が挙げられる。SPI の防振性能は、基本的に 3.1 節で説明する CMRR および制御ゲインによって決まる。しかし制御ゲインは普通十分高くすることができるので、実質的には CMRR が SPI の防振性能を決める。

2.2 アクチュエータ雑音の低減

SPI を用いると地面振動によって励起される主干渉計ミラーの RMS 振幅が減少する。そのため鏡をコントロールするアクチュエータを弱いものに置き換えることが可能であり、それに伴ってアクチュエータ雑音を低減できる。

ただし、SAS が設計通りに動けば RMS は十分減少し、さらに階層コントロールの併用によってアクチュエータ雑音は問題なくなるはずである。この場合、SPI は (アクチュエータ雑音に関しては) 更なる保険という意味合いが強くなる。また、SPI を導入することによって SAS 自身のダンピングなどのコントロールをもう少しシンプルにできるという可能性もある。

2.3 ヒートリンクからの振動混入防止

LCGT では鏡を低温にすることが一つのテーマである。しかし、鏡から熱を奪うためのヒートリンクからの振動混入は大きな問題である。防振という観点からはヒートリンクはできるだけ鏡から遠い場所に取りつけるのが望ましいが、一方鏡を懸架するワイヤーの熱電導率はそれほど高くない。従ってヒートリンクを鏡から 2 段以上離れたところに接続した場合、冷却は非常に難しい。現状では鏡の一段上のマスにヒートリンクを取りつけるのが現実的であるが、この場合それより上の段に

どんなに高性能な防振装置を用いても、ヒートリンクからの振動が防振性能を制限してしまう。

SPIを用いた場合、ヒートリンクからの振動はSPIによって抑えられると期待される。ところで、3.1節で議論する通り、振り子の非対称性から来る制限により、共振周波数以上でSPIの防振性能は-40dB程度で一定である。従って、たとえどんなに制御ゲインを高くとってもSPIのみでヒートリンクからの振動を完全に抑えることはできない。今、4kシールドの振動レベルは神岡の地面振動レベルと同程度であると仮定して、ヒートリンクからの振動が主干涉計に及ぼす影響を(非常に簡単に)見積もってみる。ヒートリンクは実行共振周波数0.2Hzで、20Hzまでは $1/f^2$ の防振特性を持ち、それ以上では防振特性が平坦になると仮定する。SPIから主干涉計を吊る振り子の共振周波数は1Hzとした。簡単のためにダンピングは無いとしている。SPIのCMRRとしては-40dBを仮定した。

計算の結果は図2である。青い線はヒートリンクを一本のみ使った場合。緑の線はヒートリンクを直列に2本使った場合である[1]。10Hz以上ではヒートリンク一本でも問題が無さそうである。ただしこの計算ではダンピング無しとした非常に簡単な計算であり、実際のヒートリンクの振動特性によっては結果が変わってくる。また、3.2節で述べるように、SPIを用いて縦方向の振動を抑えることはできない。ヒートリンクから導入される振動は等方的であると考えられるので、ビームセンタリングの精度や機械的な縦横カップルの大きさによってはこれが一番大きな問題となる可能性もある。

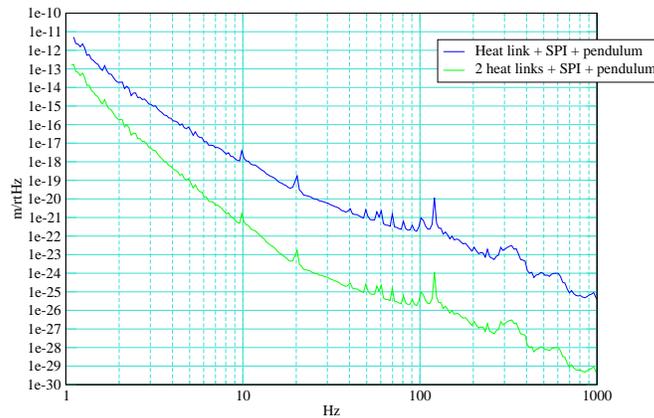


図 2: ヒートリンクからの振動混入

2.4 RSEにおける高 Finesse Cavity のロック

RSEはLCGTのデフォルト干涉計方式であるが、この方法は腕共振器に高い Finesse のものを使うということが売りである。しかし、一般に Finesse が高くなればなるほど共振器を動作点へ引き込むのは難しくなる。

ところで、SPI を用いて鏡の RMS 振幅を減少させることができれば、共振器のロックは容易になる。どの程度容易になるかを定量的に評価するのは難しいが、ここでロックの難易度はだいたい残留 RMS 速度に比例すると仮定する。プロトタイプ実験の結果である図 6 を角周波数 ω を掛けて積分すると、残留 RMS 速度が求まる。結果、SPI をロックすることで RMS を 1/5 にすることができた。ところで速度の RMS には高周波の影響が変位の場合より強く効く。しかし、プロトタイプ実験では高周波域は縦振動によって性能が制限されていた。実際の干渉計ではより強力な縦防振が導入されるはずなので、さらに残留 RMS 速度が下がることが期待される。

2.5 データ解析

SPI を用いると、2 つの干渉計がほぼ同じ場所に存在することになる。従って 2 つの干渉計に対する重力波の影響はほぼ等しい。それに対して、各種雑音の多くは 2 つの干渉計に対する影響が異なる。例えば、地面振動は観測帯域に於いて 2 つの干渉計に逆相で効く。また、電気系の雑音なども基本的には 2 つの干渉計で無相関であると考えられる。¹ レーザーの雑音は基本的に 2 本の腕の非対称性とカップルするので、2 台の干渉計で非対称性の入り方が違えば干渉計の信号への現れ方も変わってくる。

重力波以外の信号は 2 つの干渉計に無相関、または逆相関であるとする、マッチドフィルタリングなどで得られたチャープ信号が本当の重力波であるかどうかを検証する際有用である。また、連続重力波解析などでも S/N の向上が見込まれる。

特に地面振動の相関が取り除ける (実際には逆相関になる) というのは、LIGO Hanford 2k, 4k のように独立な干渉計を作る場合と比べて大きなメリットである。

ただしこのメリットを最大限生かすためには、SPI が十分良い感度を持つことが必要であり、例えばヒートリンクの振動を抑えるというような用途とは共存できない可能性がある。

3 SPI の問題点

ここでは、SPI の性能を制限する要因、および SPI では取り除くことのできないノイズ、その他の問題点について考察する。

3.1 懸架の非対称性

SPI の防振性能を基本的に決めているのは、振り子の懸架対称性である。

SPI をロックすると、図 1(b) のように SPI を仮想的な剛体棒と見なすことができた。この剛体棒は、懸架点の差動変動を抑えることができるが、同相変動に関しては抑えることができない。Fabry-Perot 干渉計は鏡の同相変動に対して感度を持たないが、もし剛体棒から吊られている 2 つの振り子に非対称性があつた場合、同相変動が鏡の差動変動へと変換されてしまう。この効果を見積もるために、

¹ もちろん、電源ノイズなどが相関を持つ可能性はある。

図 2 のような非対称性を仮定し、CMRR を定義する。

$$\text{CMRR} = 2 \left| \frac{H_1(\omega) - H_2(\omega)}{H_1(\omega) + H_2(\omega)} \right| \quad (1)$$

ここで、 l は振り子の長さ、 m は鏡の重量、 Γ はダンピングの係数である。また、 $H_1(\omega), H_2(\omega)$ は懸架点の変位 (X) から、各鏡の変位 (x_1, x_2) までの伝達関数である。具体的に計算をして Δ が付く項の 2 次まで残すと、

$$\text{CMRR} \simeq |H_1(\omega)| \sqrt{\left(\frac{\Delta l}{g}\right)^2 \omega^4 + \left(\frac{l\Gamma}{mg}\right)^2 \left(\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta\Gamma}{\Gamma} - \frac{\Delta m}{m}\right)^2 \omega^2} \quad (2)$$

となる。

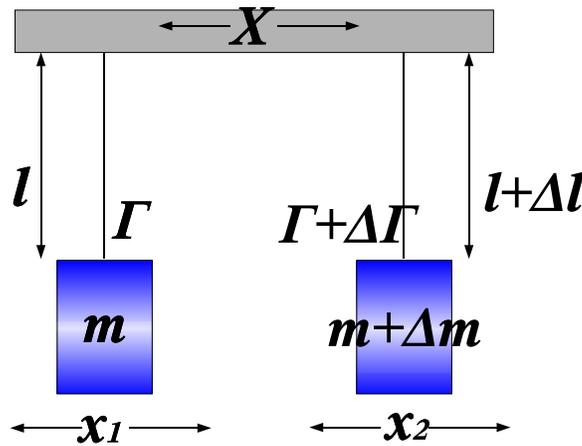


図 3: 振り子の非対称性

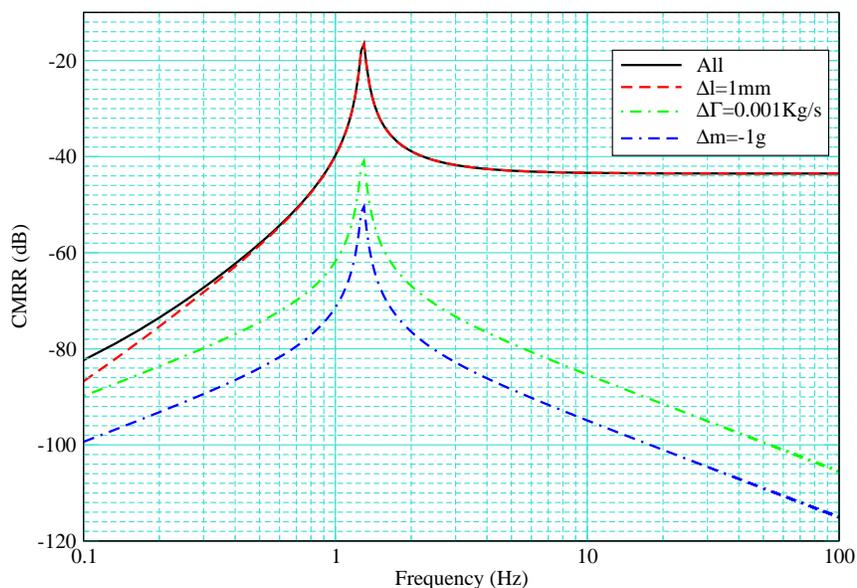
CMRR に適当な値を入れてプロットした例が図 3 である。

このプロットに用いたパラメータは、 $l = 15\text{cm}$ 、 $m = 200\text{g}$ 、 $\Gamma = 0.1\text{Kg/s}$ である。非対称性は、約 1% になるように選んである。図 3 から分かる通り、振り子の共振周波数以上で CMRR は平坦になり、 $\Delta l/l$ に収束する。つまり高周波での防振性能は振り子長の非対称性で決定される。

3.2 SPI では抑えることのできないノイズ

SPI では鏡の縦振動を抑えることができない。何故ならば今のところ干渉計の信号から縦振動を検出する方法はないからである。ただし、ミラーの振動モードを利用してビームセンタリングを行う方法によってできる可能性がある。

鏡の縦振動が光路長信号に影響を与える経路としては、機械系の非対称性によって縦振動が水平振動に変換される経路と、ビームミスセンタリングと結合する経路がある。前者に関して、SPI より



上の段で横振動に変換された成分は SPI で抑えることができる。SPI から主干涉計を吊る部分に関しては、単純な 1 段振り子のため機械的な縦横カップリングを減らす努力が比較的しやすい。ただし、最終的には縦振動そのものを減らす必要があり、十分な縦防振機構が必要なのは言うまでもない。

また、ビームジッタや周波数雑音など、主干涉計に直接影響を及ぼすものは SPI では取り除けない。ただしこれらは基本的に鏡のミスアラインメントや 2 本の腕の非対称性などと結合して問題となる。SPI によって主干涉計が安定化されれば、これら非対称性の RMS が減少し、結果としてこれらのノイズが減少するという可能性はある。

3.3 独立なアラインメント

SPI の実際の運転に於て問題になるのは、SPI と主干涉計のアラインメント調整をいかに独立に行うかということである。基本的に SPI から主干涉計を吊る振り子の Yaw および Pitch 方向のパネ係数を柔らかくして、アクチュエータにオフセットを乗せることで調整を行うことになる。ただし、アラインメント調整のために強いアクチュエータを用いると、今度はアクチュエータノイズの増加という問題が発生する。

ここで、Yaw、Pitch 方向の柔らかさとアクチュエータノイズの関係について考察する。円筒形で、質量 m 、Pitch, Yaw 回転の慣性モーメントが I のミラーを考える。例として Yaw 方向について計算

する (Pitch の結果も全く同じ)。

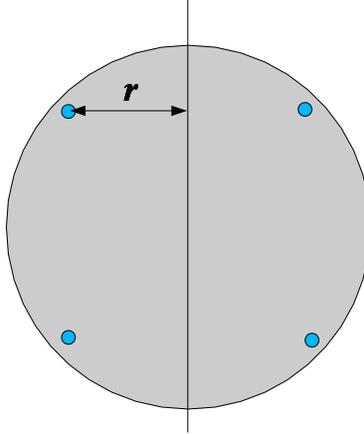


図 4: アクチュエータ配置

図 4 のようにアクチュエータを配置するとする。アクチュエータの電圧から力への変換係数を α とすると ($f = \alpha V$)、振り子の共振周波数以上で、

$$x = \frac{1}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} 4\alpha V \quad (3)$$

ここで、 x は鏡の並進方向の変位、 ω_0 は振り子の並進方向共振周波数。今 $\omega = \omega_1$ においてアクチュエータドライバの雑音 V_n と変位雑音の許容値 x_n が与えられたとすると、許される α の上限が決まる。

$$\alpha = \frac{m(\omega_0^2 - \omega_1^2)}{4V_n} x_n \quad (4)$$

ここで、 V_{\max} をアクチュエータに入力することのできる最大電圧とすると、Yaw 方向に加えることのできる最大のオフセット角度は、

$$\theta_{\max} = \frac{4r\alpha V_{\max}}{I\omega_y^2} = r \frac{m}{I} \frac{V_{\max}}{V_n} \frac{(\omega_0^2 - \omega_1^2)}{\omega_y^2} x_n \quad (5)$$

なお、 ω_y は Yaw 方向の共振周波数。具体例として、半径 15cm、厚み 15cm のミラーを考え、感度目標が $3 \times 10^{-20} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}}@100\text{Hz}$ の場合を考える。そこでのドライバー雑音は $1 \text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ とし、振り子の並進方向共振周波数を 1Hz、Yaw 方向共振周波数を 3Hz、 $r = 10 \text{cm}$ とすると、

$$\theta_{\max} \sim 4.4 \times 10^{-6} \text{rad} \quad (6)$$

となる。これは極めて小さい値であり、SPI と主干渉計をこの精度で平行に吊るとするのは極めて難しい。Yaw 方向の共振周波数を 1 桁下げれば θ_{\max} は 100 倍になるので、できるだけ共振周波数が下がるような吊り方を工夫する必要がある。

アクチュエータにオフセットを加える方法以外には、SPI 共振器の中にウエッジの付いた透明な板を挿入し、その屈折によってアラインメントをとるという方法が提案されている (By Phill Willems,

Caltech)。ただしこの場合、ウエッジの振動や吸収による影響がどのように効くのかを調べる必要がある。

その他に、SPIのミラーをモノリシックではなく、図5に示すような構成にするという方法がある (Original idea by 沼田さん)。この場合、SPIのラインメントはミラーを支えているPZT等のアクチュエータで行う。ただしこの場合、鏡の熱雑音増加や、PZTの雑音などが問題になると思われる。

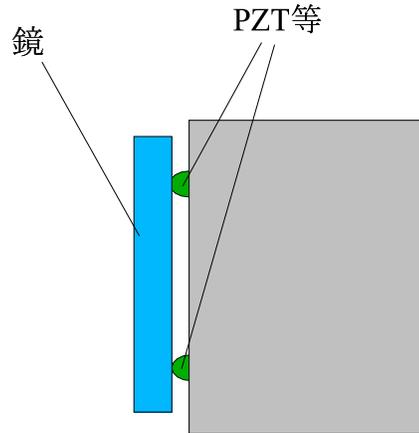


図 5: マスに対してアラインメント可能なミラー

3.4 建設コスト

SPIを導入することは、2台の干渉計を作るということであり、当然建設コストは増大する。従って、実際に導入するかどうかは得られるメリットとコストとの兼ね合いということになる

4 プロトタイプ実験の結果

SPIの効果を確かめるためのプロトタイプ実験として、長さ15cmのFabry-Perot干渉計を用いた実験を行った。主干渉計は3段振り子で懸架され、2段目にSPIが組み込まれている。実験装置の詳細などは、私の[2]を参照されたい (http://t-munu.phys.s.u-tokyo.ac.jp/theses/aso_m.pdf から入手可能)。ここでは、結果のみを述べる。

4.1 共振器長制御

図6は主干渉計の変位雑音である。SPIをロックすることで、共振周波数以下において最大40dBほど雑音を下げることができた。しかしこの帯域では制御ゲインが120dB以上あるため、本来なら

ばさらに雑音が下がっても良いはずである。40dB 程度の差にとどまっている理由としては、縦振動が原因であると考えている。例えば、振り子の非対称性が原因の場合、低周波になればなるほど CMRR が向上し、差が開くはずである。しかし、図 6 ではそのような傾向が見られない。また、この帯域ではレーザーの周波数雑音は SPI によって抑制される。一方、40dB という値は縦横カップリング 1% と仮定したときに出てくる値であり、もっともらしい。そのため、この帯域では縦振動が性能を制限している可能性が高い。

3Hz 以上に於いては SPI をロックしても変位ノイズに差が見られない。ここでも原因は縦振動であると考えられる。周波数雑音は上段と下段に同相で効くため、二つの干渉計の信号を引き算すれば消すことができるはずである。しかし実際にはそのような操作をしても、この帯域のノイズは $\sqrt{2}$ 倍されただけであった。従って 2 つの干渉計の信号には相関がないことになり、周波数雑音という可能性は排除される。また、振り子に非対称性があったとしても、SPI ロック前後の差が 0 になるということはない。したがって、この帯域でも性能を制限する原因として縦振動が最も疑わしい。

スペクトルの形に関しては、SPI をロックする以前に見えていた 3 つのピーク (3 段振り子の共振) が消えてその代わりに、Q の高いピークが一つ現れている。これは仮想剛体棒から吊られた 1 段振り子の共振である。基本的にこの共振周波数ではアクチュエータの駆動効率も Q の高いピークを持つため、このピークを打ち消すことができる。実際アクチュエータへのフィードバック信号にはこのピークは現れなかった。

RMS に関しては、0.1Hz から 10Hz の帯域で、約 1/5 に低減することができた。アクチュエータ雑音について考える場合、アクチュエータへのフィードバック信号の RMS を考える必要がある。その場合も上記の帯域では SPI ロック前後の比が 1/5 であった。SPI によってスペクトルに差がついている 3Hz 以下のみで RMS を計算すると、1/10 になった。

実験に用いたサスペンションでは 1 段目のマスにもアクチュエータが付いているので、ここを励起して、主干渉計までの伝達関数を測定した (図 7)。共振周波数以下に於いては CMRR の計算結果と同じ傾向、すなわち低周波に行くほど差が大きくなるという傾向を示している。5Hz 以上で差が見られないのは、励起の非対称性に起因する。すなわち 1 段目のマスを励起する際に、Pitch や Yaw 等の他自由度を励起してしまい、それらの自由度からのカップリングによって測定が制限されてしまっているわけである。

4.2 アラインメント制御

図 8 は Wave Front Sensor で測定した主干渉計 Front mirror の Yaw 変動スペクトルである。結論から述べるとこの測定結果はビームジッタでリミットされていた。1Hz 以下に於いて SPI をコントロールする前と後で 10dB 程の差がついてはいるが、この帯域に於いて WFS の制御ゲインは 30dB 以上あるので、本来もっと差がつくはずである。図 8 の黒い線は QPD で測定したビームジッタである。ビームジッタは本来上下段コヒーレントに効くはずであり、その場合最低次の共振周波数以下では SPI によってその雑音を抑えることができる。しかし実際には光を上下段に分けた後、いくつかのミラーで光をステアリングしているためにコヒーレンスが下がったと考えられる。

図 9 は一段目のマスから主干渉計の鏡への Yaw 伝達関数測定結果である。10Hz 以下ではおおむね理論通りの結果が得られた。10Hz 以上で理論とずれているのは、並進方向の伝達関数の場合と同

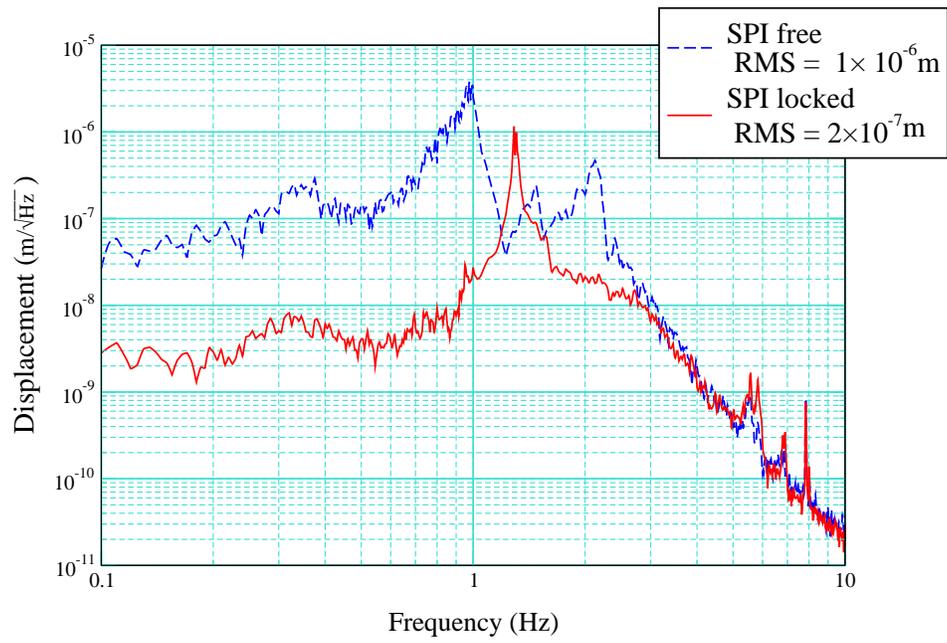


図 6: 主干涉計の変位雑音

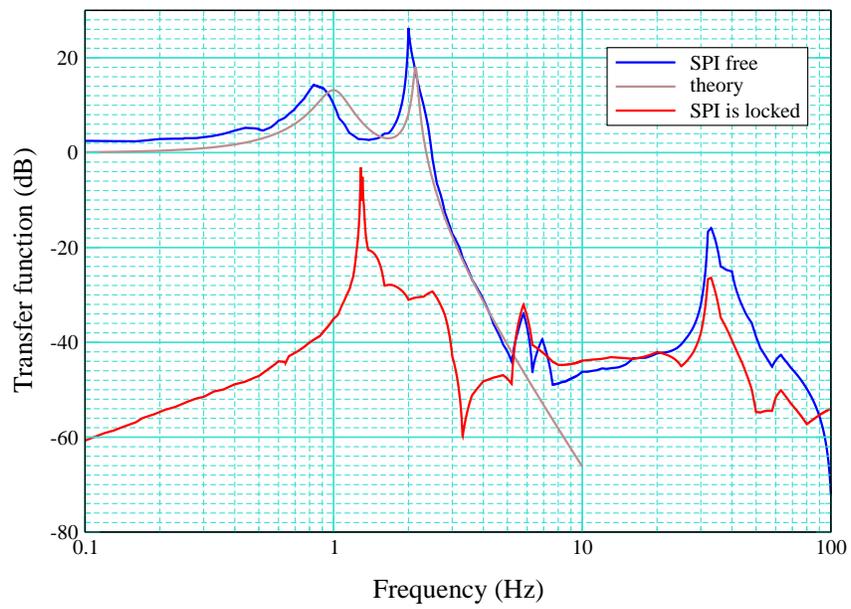


図 7: 1 段目から主干渉計への伝達関数

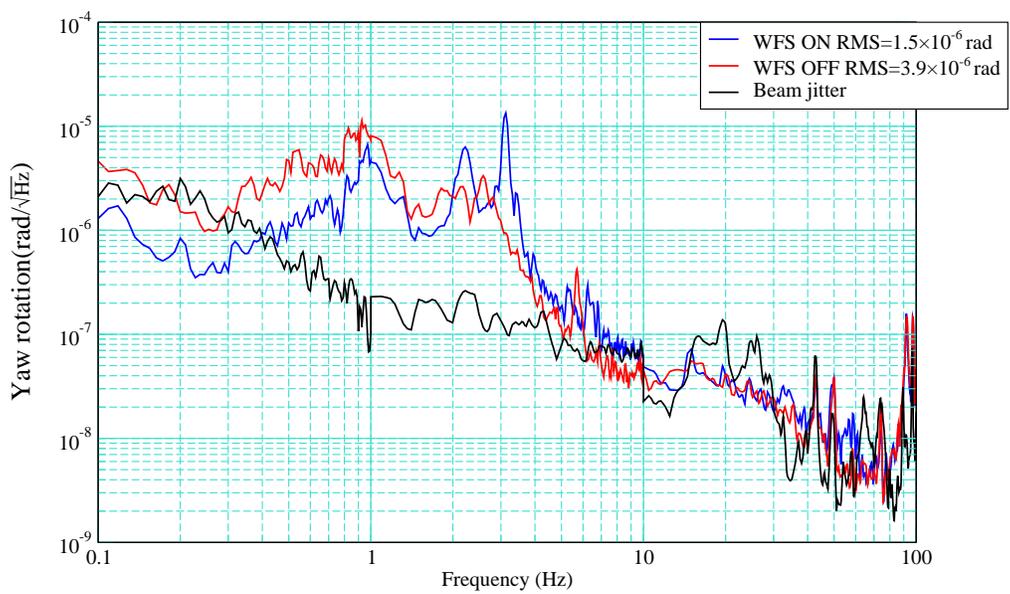


図 8: Yaw 変動スペクトル

じくアクチュエータの非対称性が原因である。

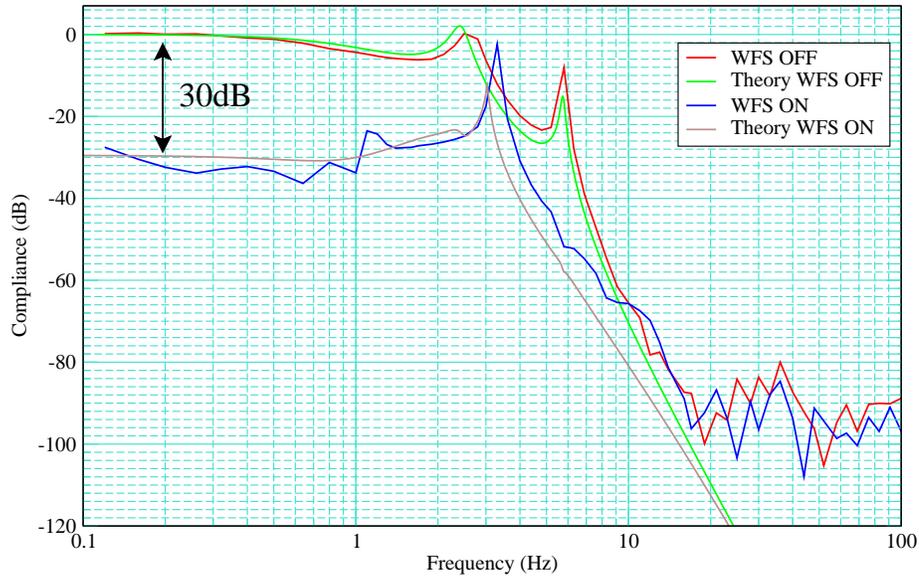


図 9: 1 段目から主干渉計への Yaw 方向の伝達関数

4.3 プロトタイプ実験結果のまとめ

並進スペクトルの結果は基本的に縦振動でリミットされていると考えられる。伝達関数測定では概ね良い結果を得ることができた。アラインメントコントロールに関しては、ビームジッタが問題であり、これを取り除くにはモードクリーナーが必要。

5 まとめ

以下に、SPI の利点、問題点をまとめる。

利点

- 地面振動の抑制、干渉計の安定化
- High Finesse cavity のロック
- ヒートリンクからの振動抑制

- データ解析における S/N 向上

限界、問題点

- 防振性能は振り子の CMRR で制限される。
- 独立なアラインメント調整が困難
- 建設コスト
- 低温干渉計とデータ解析のメリットは共存可能か？

尚、問題点において特に厳しいのは、上下段の独立なアラインメントの実現であると考えられる。

最後に、SPI を用いた干渉計の一つの提案として、SPI を高周波用干渉計、主干渉計を低周波用干渉計として用いるというものを示す。これは、SPI をハイパワーレーザーを用いて散射雑音に最適化した高周波向け干渉計とし、SPI によってより低周波防振がなされている主干渉計は、レーザーパワーを絞って輻射圧雑音を減らした低周波干渉計として動かすという提案である。この場合、SPI は比較的高周波域をターゲットとするため、ヒートリンクを繋いでも観測帯域では問題がないかも知れない。さらに、2つの干渉計の帯域が重なる部分では、2つの干渉計が同じ場所にあるというデータ解析上のメリットが享受できる。

以上、いくつかの技術的な問題はあるが、それでも SPI は魅力的な技術であると言える。

参考文献

- [1] <ftp://t-munu.phys.s.u-tokyo.ac.jp/pub/miyoki/LCGT/LCGTSusPicture.pdf> の真ん中の図。
- [2] 麻生洋一 修士論文 (http://t-munu.phys.s.u-tokyo.ac.jp/theses/aso_m.pdf)