

修士論文

大型低温重力波望遠鏡の
デザインと感度評価

平成14年1月9日

東京大学大学院理学系研究科物理学専攻
辻 勲

目次

| | | |
|-------|---------------|----|
| 第1章 | はじめに | 9 |
| 第2章 | 重力波理論 | 11 |
| 2.1 | 重力波の導出 | 11 |
| 2.1.1 | Einstein 方程式 | 11 |
| 2.2 | 重力波の性質 | 13 |
| 2.3 | 重力波の及ぼす影響 | 15 |
| 2.4 | 重力波の偏光 | 16 |
| 2.5 | 重力波の源 | 18 |
| 2.5.1 | パルサー | 18 |
| 2.5.2 | 連星中性子星の合体 | 18 |
| 2.5.3 | 連星ブラックホールの合体 | 19 |
| 2.6 | 連星中性子星の合体率 | 20 |
| 2.7 | 重力波の信号処理 | 21 |
| 2.7.1 | 重力波信号 | 21 |
| 2.7.2 | SN 計算 | 23 |
| 第3章 | 干渉計と雑音源 | 25 |
| 3.1 | 重力波検出器 | 25 |
| 3.1.1 | 重力波検出の手段 | 25 |
| 3.1.2 | 干渉計の原理 | 26 |
| 3.1.3 | 重力波に対する干渉計の応答 | 28 |
| 3.1.4 | ファブリペロー干渉計 | 29 |
| 3.2 | 雑音源 | 33 |
| 3.2.1 | 地面振動 | 33 |
| 3.2.2 | 熱雑音 | 35 |
| 3.2.3 | 光学的な雑音 | 41 |
| 3.3 | 量子論的な光学的雑音 | 44 |
| 3.3.1 | 干渉計と真空場のゆらぎ | 44 |

| | | |
|-------|-----------------------------------|----|
| 3.3.2 | Quantum noise | 45 |
| 3.3.3 | Ponderomotive Squeezing | 49 |
| 3.3.4 | Extreme RSE | 50 |
| 第 4 章 | LCGT の特徴 | 53 |
| 4.1 | 低温鏡 | 53 |
| 4.1.1 | 鏡の基材 | 53 |
| 4.1.2 | 鏡への要求 | 54 |
| 4.1.3 | 鏡の研磨 | 55 |
| 4.1.4 | サファイア鏡の Q 値 | 55 |
| 4.1.5 | サファイアファイバーの Q 値 | 57 |
| 4.2 | 干渉計方式 | 60 |
| 4.3 | 設置環境 | 60 |
| 4.3.1 | 振動環境について | 60 |
| 4.3.2 | 温度・湿度について | 60 |
| 第 5 章 | LCGT のデザインと感度評価 | 63 |
| 5.1 | LCGT の必要性 | 63 |
| 5.2 | LCGT 計画の概要 | 63 |
| 5.3 | LCGT の目標感度 | 64 |
| 5.3.1 | 目標となる感度曲線 | 64 |
| 5.3.2 | LCGT の主なパラメータ | 66 |
| 5.4 | 感度の各パラメータ依存性 | 67 |
| 5.4.1 | 感度の計算方法 | 68 |
| 5.4.2 | 重力波の信号 | 69 |
| 5.4.3 | ロスの効果 | 70 |
| 5.4.4 | レーザーパワーと SNR の関係 | 71 |
| 5.4.5 | 鏡の質量と SNR の関係 | 72 |
| 5.4.6 | レーザーパワー、鏡の質量と SNR の関係 | 74 |
| 5.4.7 | 防振比と SNR の関係 | 77 |
| 5.4.8 | 倍波の有用性 | 77 |
| 5.4.9 | 鏡の透過率と SNR の関係 | 79 |
| 第 6 章 | まとめ | 83 |

目 次

| | | |
|------|---------------------------------|----|
| 2.1 | 重力波の振動モード | 17 |
| 2.2 | 連星ブラックホールからの重力波に対する SNR | 19 |
| 3.1 | マイケルソン干渉計 | 27 |
| 3.2 | マイケルソン干渉計の伝達関数 | 30 |
| 3.3 | Delay line 干渉計と Fabry-Perot 干渉計 | 32 |
| 3.4 | 振り子における x, y の定義 | 34 |
| 3.5 | 振り子の伝達関数 | 35 |
| 3.6 | 干渉計における電磁場のモデル | 46 |
| 3.7 | スキージング | 49 |
| 3.8 | RSE においてスキージングされた真空場 | 50 |
| 4.1 | 鏡のモード | 56 |
| 4.2 | サファイアシリンダーの Q 値 | 57 |
| 4.3 | 78K でのファイバー Q 値の周波数依存性 | 58 |
| 4.4 | 68K でのファイバー Q 値の周波数依存性 | 59 |
| 5.1 | LCGT の目標感度 | 65 |
| 5.2 | 重力波の信号 | 69 |
| 5.3 | ロスによる感度曲線の変化 | 70 |
| 5.4 | レーザーパワーと SNR の関係 | 72 |
| 5.5 | 鏡の質量と SNR の関係 | 73 |
| 5.6 | レーザーパワー、鏡の質量と SNR の関係 | 74 |
| 5.7 | SNR のコントラ | 75 |
| 5.8 | レーザーパワー、鏡の質量と感度曲線の関係 | 76 |
| 5.9 | 防振比と SNR の関係 | 77 |
| 5.10 | 鏡の半径と SNR の関係 | 78 |
| 5.11 | 鏡の透過率と SNR の関係 | 80 |
| 5.12 | レーザーパワー 200W, 鏡の質量 100kg の場合 | 81 |

| | |
|---|----|
| 5.13 レーザーパワー 50W, 鏡の質量 25kg の場合 | 81 |
|---|----|

表 目 次

| | | |
|-----|-------------------------------|----|
| 2.1 | パルサーの放出する重力波の周波数 | 18 |
| 3.1 | 世界の重力波レーザー干渉計計画 | 25 |
| 4.1 | 重力波望遠鏡の鏡基材候補 (300K) | 53 |
| 5.1 | ロスの影響 | 71 |
| 5.2 | 最適な鏡の透過率 | 80 |

第1章 はじめに

1916年の A.Einstein の一般相対性理論において重力波は初めて予言された。そして、1974年の R.Hulse と J.Taylor による連星中性子星の発見と観測は、重力波の間接的な検出を導いた。このことで重力波の存在が明らかになり、直接検出の試みは1969年の J.Weber を皮切りに世界各地で取り組まれてきたが未だに成功していない。

重力波の直接検出は一般相対性理論の実験的検証のみならず、重力波天文学の始まりにつながる。それは、現在の電磁波のみの天文学を脱した、重力波のみによって知ることの出来る新たな宇宙像をもたらすものと期待されている。

検出器の主力は Weber の始めた共鳴型から、レーザー干渉計へとシフトしている。そして、現在も感度向上の努力が続けられている。干渉計は基線長数十メートルのプロトタイプから始まり、本格的な検出を目指した数 km の大型干渉計へと移行しつつある。これは干渉計の感度が干渉計の長さに比例するからである。

日本でも300mの基線長をもつTAMA300に続いて、3kmの基線長をもち、さらに熱雑音低減のために低温鏡を採用した LCGT(Large-scale Cryogenic Gravitational wave Telescope) 計画があり、そのために必要とされる研究が現在も続けられているところである。

それらの研究は重力波望遠鏡を構成する様々な要素を改善して感度を高めるために行われるわけであるが、それらの努力が一様に感度の改善に貢献するわけではない。重力波望遠鏡の感度は周波数ごとの雑音と信号の関係が重要になってくるので各々のパラメーターがどれだけに感度に貢献するかを知る必要がある。本論文では、個々の要素が全体としてどのように重力波望遠鏡の感度に影響を与えるかということはいくつかの観点から調べていくことにする。

第2章 重力波理論

2.1 重力波の導出

2.1.1 Einstein 方程式

Einstein の一般相対性理論によると、四次元時空の異なる 2 点 x^μ と $x^\mu + dx^\mu$ の局所的な距離 ds は計量テンソル $g_{\mu\nu}$ によって

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (2.1)$$

で表される。ここで、 $x^\mu = (ct, x, y, z)$ であり、 $g_{\mu\nu}$ は Einstein 方程式に従う。

重力と質量の作用を表す Einstein 方程式は、2 つの 2 階対称テンソル $G_{\mu\nu}$ (Einstein テンソル) と物質のエネルギー運動量テンソル $T_{\mu\nu}$ を用いて

$$G_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu} \quad (2.2)$$

で与えられる。ただし、

$$\kappa = \frac{8\pi G}{c^4} = 2.07 \times 10^{-43} \text{ [sec}^2/\text{m} \cdot \text{kg}] \quad (2.3)$$

とする。

Einstein テンソルは

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \quad (2.4)$$

で定義されるもので、 $R_{\mu\nu}$ はリッチテンソルと呼ばれ、

$$R_{\mu\nu} \equiv \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu,\alpha} - \Gamma^{\beta}_{\mu\nu} \Gamma^{\gamma}_{\beta\gamma} - \Gamma^{\beta}_{\mu\gamma} \Gamma^{\gamma}_{\nu\beta} \quad (2.5)$$

$$\Gamma^{\mu}_{\nu\lambda} \equiv \frac{1}{2} g^{\mu\alpha} (g_{\alpha\nu,\lambda} + g_{\alpha\lambda,\nu} - g_{\nu\lambda,\alpha}) \quad (2.6)$$

で定義される。 $\Gamma_{\nu\lambda}^{\mu}$ はクリストッフェル記号と呼ばれ、ベクトルを座標で微分する際、基底ベクトルが一定でないということから出てくる基底ベクトルに付随する係数をまとめた量である。 R と $R_{\mu\nu}$ は

$$R \equiv g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \quad (2.7)$$

という関係にあり R はリッチスカラーと呼ばれている。

一方、重力場のない平坦な時空をミンコフスキー空間と呼び、この計量テンソルは以下のように表すことができる。

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \equiv \eta_{\mu\nu}$$

弱い重力場の場合を考えると、その4次元時空はミンコフスキー空間からの小さなずれであると考えられるので、計量テンソルは平坦な時空の計量 $\eta_{\mu\nu}$ にそこからの摂動 $h_{\mu\nu}$ を加えて

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad (2.8)$$

として表すことができる。 $h_{\mu\nu}$ の一次の近似で式(2.4),(2.5), (2.6),(2.7)は

$$G_{\mu\nu} = \frac{1}{2} h_{\alpha\nu}{}^{,\alpha} [h_{\alpha\mu}{}^{,\nu} - h_{\mu\nu}{}^{,\alpha} - h_{,\mu\nu} + \eta_{\mu\nu} (h_{\alpha\lambda}{}^{,\alpha\lambda} - h^{,\alpha}{}_{,\alpha})] \quad (2.9)$$

$$R_{\mu\nu} = \frac{1}{2} (h_{\alpha\nu}{}^{,\alpha}{}_{,\mu} + h_{\alpha\mu}{}^{,\alpha}{}_{,\nu} - h_{\mu\nu}{}^{,\alpha}{}_{,\alpha} + h_{,\mu\nu}) \quad (2.10)$$

$$\Gamma_{\nu\lambda}^{\mu} = \frac{1}{2} \eta^{\mu\alpha} (h_{\alpha\nu,\lambda} + h_{\alpha\lambda,\nu} - h_{\nu\lambda,\alpha}) \quad (2.11)$$

$$R = h_{\mu\nu}{}^{,\mu\nu} - h^{,\rho}{}_{,\rho} \quad (2.12)$$

と表される。ただし、 h は $h_{\mu\nu}$ の対角和

$$h \equiv \eta^{\mu\nu} h_{\mu\nu} \quad (2.13)$$

である。

ここで、

$$\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h \quad (2.14)$$

というテンソルを導入して式 (2.2), (2.4) 及び (2.9) ~ (2.12) を用いて Einstein 方程式を整理すると、

$$\frac{1}{2} [\bar{h}_{\alpha\nu}{}^{,\alpha}{}_{,\mu} + \bar{h}_{\alpha\mu}{}^{,\alpha}{}_{,\nu} - \bar{h}_{\mu\nu}{}^{,\alpha}{}_{,\alpha} - h_{,\mu\nu} + \eta_{\mu\nu}\bar{h}_{\alpha\lambda}{}^{,\alpha\lambda}\bar{h}] = \kappa T_{\mu\nu} \quad (2.15)$$

となるがローレンツゲージ条件

$$\bar{h}^{\mu\nu}{}_{,\nu} = 0 \quad (2.16)$$

を用いれば、線形化された Einstein 方程式

$$-\frac{1}{2}\bar{h}_{\mu\nu}{}^{,\alpha}{}_{,\alpha} = \kappa T_{\mu\nu} \quad (2.17)$$

が得られる。この方程式においてエネルギー分布のない真空では

$$T_{\mu\nu} = 0 \quad (2.18)$$

となることから

$$\left(-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \bar{h}_{\mu\nu} = 0 \quad (2.19)$$

という三次元の波動方程式になる。この方程式の解が重力波を表す。

2.2 重力波の性質

式 (2.19) の解として平面解

$$\bar{h}_{\mu\nu} = A_{\mu\nu} \exp(ik_{\alpha}x^{\alpha}) \quad (2.20)$$

を考えると、これが式 (2.16)、(2.19) を満たすためには、

$$A^{\mu\alpha}k_{\alpha} = 0 \quad (2.21)$$

$$k_{\alpha}k^{\alpha} = 0 \quad (2.22)$$

である必要がある。式 (2.21) は、重力波の振幅がその進行方向と直交する、つまり重力波が横波であることを示しており、また式 (2.22) は重力波の伝搬速度が電磁波と同じく光速であることを示している。

また、ローレンツゲージを用いてもまだ座標のとり方に任意性が残ることを考慮して、式 (2.16) を満たす h として

$$h_{\mu} \equiv B_{\mu} \exp(ik_{\alpha}x^{\alpha}) \quad (2.23)$$

を定義する。ここで B_{μ} は定数とする。この式を採用することによって、平面波解には

$$A'_{\alpha\beta} = A_{\alpha\beta} - iB_{\alpha}k_{\beta} - iB_{\beta}k_{\alpha} + i\eta_{\alpha\beta}B^{\mu}k_{\mu} \quad (2.24)$$

と変換すればよく、この時に

$$A'^{\alpha}_{\alpha} = 0 \quad (2.25)$$

$$A'_{\alpha\beta}U^{\beta} = 0 \quad (2.26)$$

の条件を満たすように B_{μ} を決めることができる。ここで U^{β} は任意に選んだ時間的な単位ベクトルである。式 (2.21)、(2.25)、(2.26) を合わせて TT ゲージ (Transvers Traceless gauge) と呼ぶ。式 (2.21)、(2.25) は局所ローレンツ系において、任意の観測者が重力波を横波として観測できる座標系が存在することを示している。また、式 (2.26) は

$$\bar{h}^{TT\alpha}_{\alpha} = h^{TT\alpha}_{\alpha} = 0 \quad (2.27)$$

すなわち、 $\bar{h}_{\mu\nu}$ が traceless であることを示している。

ここで、局所ローレンツ系における観測者の 4 元速度が

$$U^{\mu} = \delta^{\mu}_0 \quad (2.28)$$

であるような直交系を考えると、観測者にとっての TT ゲージをとると、式 (2.25) より、

$$A_{\alpha 0} = 0 \quad (2.29)$$

であり、重力波の進行方向を z 方向であるとすると、

$$k_0 = \omega \quad (2.30)$$

$$k_1 = k_2 = 0 \quad (2.31)$$

$$k_3 = \omega \quad (2.32)$$

であるから、式 (2.21) より、

$$A_{\alpha 3} = 0 \quad (2.33)$$

が成り立つ。

$A_{\mu\nu}$ は traceless な対称テンソルであるから、

$$A_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_- & 0 \\ 0 & h_- & h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

となる。したがって、重力波のもつ自由度は h_+, h_x の2つであると言える。

2.3 重力波の及ぼす影響

ある質点が重力の力を受けているとすると、この質点の運動は測地線の方程式

$$\frac{d^2 x^\alpha}{d\tau^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} = 0 \quad (2.34)$$

に従う。ここで τ は質点の固有時間である。初速度 0 のローレンツ系を選び、この系に対する TT ゲージをとると、この時質点に働く加速度は

$$\left(\frac{d^2 x^\alpha}{d\tau^2} \right) = -\Gamma_{00}^\alpha \quad (2.35)$$

$$= -\frac{1}{2} \eta^{\alpha\beta} (h_{\beta 0,0} + h_{0\beta,0} - h_{00,\beta}) \quad (2.36)$$

$$= 0 \quad (2.37)$$

となり、質点は加速度を受けないので見かけ上は重力波の影響はわからない。

重力波の影響を見るためには、2つの質点間の固有距離を測定する必要がある。

TT ゲージにおける2つの自由質点の座標を $(0,0,0)$ 、 $(d,0,0)$ とすると、重力波が入射したときの質点間の固有距離は以下ようになる。ここで、 d は十分小さいとする。

$$\Delta l = \int \sqrt{|ds^2|} \quad (2.38)$$

$$= \int \sqrt{|g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu|} \quad (2.39)$$

$$= \int_0^d \sqrt{g_{xx}} dx \quad (2.40)$$

$$\simeq d \sqrt{g_{xx}(x=0)} \quad (2.41)$$

$$\simeq d \left[1 + \frac{1}{2} h_{xx}^{TT}(x=0) \right] \quad (2.42)$$

この重力波に対する固有距離の変化を測定することによって重力波の到来を知ることが出来る。

2.4 重力波の偏光

式(2.34)より、測地線偏差の方程式

$$\frac{d^2 X^i}{d\tau^2} = R^i_{\alpha\beta j} \frac{dx^\alpha}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} X^j \quad (2.43)$$

を得る。 $h_{\mu\nu}^{TT}$ の一次まで考慮すると

$$\frac{dx^\alpha}{d\tau} \simeq (1, 0, 0, 0) \quad (2.44)$$

$$r \simeq ct \quad (2.45)$$

となるので、測地線偏差の方程式は以下のように変形できる。

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 X^i}{\partial t^2} = -R^i_{0j0} X^j \quad (2.46)$$

TTゲージにおいては

$$R^i_{0j0} = -\frac{1}{2c^2} \frac{\partial^2 h_{ij}^{TT}}{\partial t^2} \quad (2.47)$$

であるので、さらに

$$\frac{\partial^2 X^i}{\partial t^2} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 h_{ij}^{TT}}{\partial t^2} X^j \quad (2.48)$$

と変形できる。これは加速度を表しており、重力波は質点に対して

$$m \frac{\partial^2 X^i}{\partial t^2} = \frac{m}{2} \frac{\partial^2 h_{ij}^{TT}}{\partial t^2} X^j \quad (2.49)$$

という力を及ぼすことがわかる。

x 方向に d だけ離れた質点を扱う場合、 $X^i = (0, d, 0, 0)$ となるので式 (2.48) は

$$\frac{\partial^2 X^x}{\partial t^2} = \frac{1}{2} d \frac{\partial^2 h_{xx}^{TT}}{\partial t^2} \quad (2.50)$$

$$\frac{\partial^2 X^y}{\partial t^2} = \frac{1}{2} d \frac{\partial^2 h_{xy}^{TT}}{\partial t^2} \quad (2.51)$$

となる。ここで h_{xx}^{TT}, h_{xy}^{TT} はそれぞれ h_+, h_\times にあたり、 h_+ モードと h_\times モードとはそれぞれ 45 度回転した形になっている。

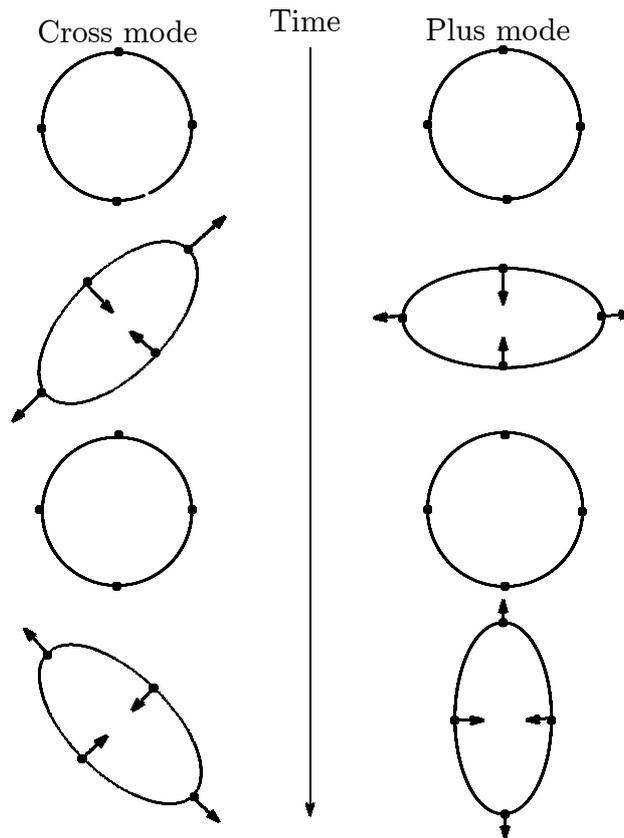


図 2.1: 重力波の振動モード
Plus mode と Cross mode に分けて示してある。

2.5 重力波の源

2.5.1 パルサー

自転する中性子星をパルサーという。中性子星の密度分布に非対称性が存在する場合、自転周期の二倍の周波数をもつ重力波が放出される。この中性子星の自転周期は非常に安定であるため、その重力波は連続波として放出される。このことは、長時間積分によって感度を上げることができるというメリットをもたらす。しかし、パルサーの多くが低い周波数領域に集中しているため、強力な防振装置が必要なことと、振幅が小さいことが問題点である。

それぞれのパルサーの放出する重力波の周波数は以下の通りである。

| パルサー | 重力波の周波数 (Hz) |
|------------|--------------|
| Vela | 22.5 |
| Crab | 60.6 |
| Geminga | 8.4 |
| PSR1509-68 | 13.2 |
| PSR1957+20 | 1244 |

表 2.1: パルサーの放出する重力波の周波数

2.5.2 連星中性子星の合体

ハルスとテイラーの電波によるパルサーサーベイによって連星中性子星 PSR1913+16 は発見された。連星中性子星としては初めての発見である。その後、連星の公転周期の観測により、その周期が短くなることが確認された。これは重力波の放出によってエネルギーを失って軌道半径が縮小していることを意味し、それが計算と 1% の誤差で一致した。このことは重力波の存在を間接的に証明している。

PSR1913+16 は現在およそ 28000 秒の軌道周期をもって公転している。この軌道周期の変化率は $-73[\mu\text{sec}/\text{year}]$ 程度なので、約 10^8 年後に合体すると考えられる。合体直前にはおよそ 1kHz の重力波を放射するが、地上の重力波レーザー干渉計の観測帯域に入るのは最後の 3 分間と考えられている。3 分前には中性子星は約 460km 離

れて公転して、約 20Hz の重力波を放射する。この後、重力波の振動数と振幅を増大させながら合体する。このような現象はモデルをたてることが他の現象にくらべて容易であり、確実性も高いと考えられている。そして、地上の干渉計で重力波を捉える場合、観測帯域も合っており、重力波源としては最も重要な対象と考えられている。

2.5.3 連星ブラックホールの合体

ブラックホールが連星となって合体する場合も考えられる。この場合、inspiral phase だけでなく一般相対論を使った数値計算が必要な merger phase や、合体後の ringdown phaseなどを考慮する必要がある。[4] では、線形近似からの拡張や数値計算との一致などから波形の特色を推定しており、そこから LCGT における SNR を計算すると図 2.2 のようになる。

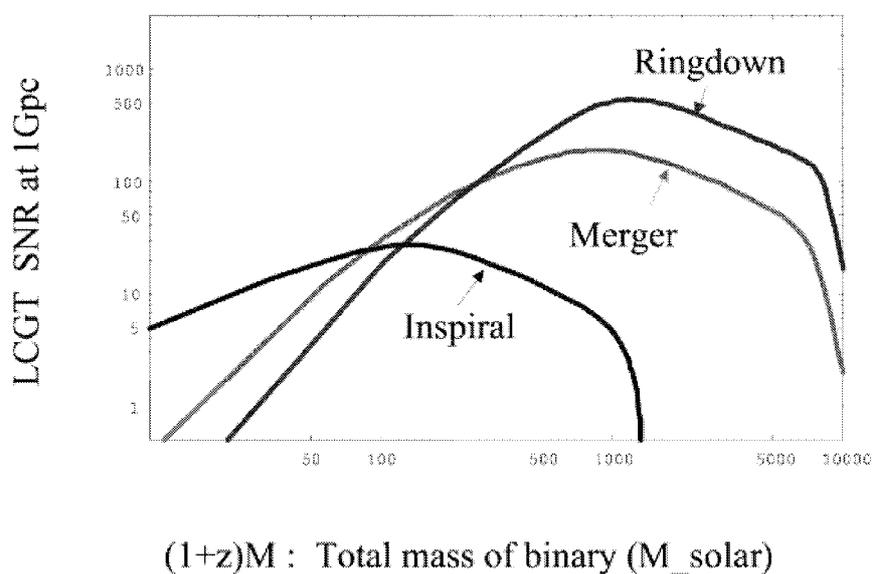


図 2.2: 連星ブラックホールからの重力波に対する SNR

図 2.2 を見ると、Inspiral phase で SNR が最大になるのは total mass が $100M_{\odot}$ 程度のところであり、merger phase と ringdown

phase で SNR が最大になるところは total mass が $1000M_{\odot}$ 程度のところにあるので、重い星であるほど、合体の瞬間における重力波に期待できることがわかる。

2.6 連星中性子星の合体率

ハルスとテイラーが発見した PSR1913+16 は、一年間に約 $76\mu\text{s}$ ずつ周期が短くなっており、今から 3×10^8 年後に合体する。その時には今よりずっと大きな重力波源になることが期待される。しかし、我々は3億年も待つわけにはいかない。そこで、我々の銀河の中で PSR+1913 のような連星中性子星は今まで4つ発見されており、4つのうち3つは宇宙年齢内に合体する。このことをもとにして、まず i 番目の連星パルサーが生まれてから合体するまでの時間 τ は、パルサーの自転周期を P とすると、

$$\tau = \frac{P}{2\dot{P}} + \tau_{\text{mrg}} \quad (2.52)$$

となる。ここで、 τ_{mrg} は重力波放出による合体までの時間である。いま、 j というパルサーサーチで発見できる体積を $V_{j,\text{max}}(i)$ として、 $V_{\text{max}}(i) = \sum_j V_{j,\text{max}}(i)$ とすると我々の銀河の体積を V_{gal} として、我々の銀河中での連星中性子星の合体率 $R(\text{yr}^{-1})$ は

$$R = \sum_i \frac{V_{\text{gal}}}{V_{\text{max}}(i)\tau(i)} \quad (2.53)$$

となる。ここでは簡単のため、銀河中の半径 12kpc、 z 方向に 1kpc のシリンダー内に一様に分布しているとする。こうすると $V_{\text{gal}} = 900\text{kpc}^3$ となる。これまで発見された連星中性子星のデータから決まる $\tau(i)$ を用いると

$$R = 10^{-6}\text{yr}^{-1} + 10^{-7}\text{yr}^{-1} \quad (2.54)$$

となる。銀河の個数密度を考慮すれば、宇宙での連星中性子星の合体率 r は平均的に

$$r = 10^{-2} R Mpc^{-3} \quad (2.55)$$

であると推定できる。ここで次のように考える、1) パルサーのビームがこちらを向いていないため観測されないパルサーを考えると、 r

に3倍かける必要がある。2) パルサーの形成率は銀河の中心に行く方が盛んであるので、 r に2倍かける。このようにすると、

$$r \sim 6 \times 10^{-8} Mpc^{-3} yr^{-1} \quad (2.56)$$

となり、これは我々から200Mpc内で年間2~3イベントという率を与える。

2.7 重力波の信号処理

2.7.1 重力波信号

連星が合体する場合に放射される重力波が、ポストニュートリアン近似で計算するとどれくらいの大きさになるのかを見積もることにする。

連星のそれぞれの星の質量を m_1, m_2 、太陽質量を M_\odot として以下の定義をする。

$$M = m_1 + m_2, \mu = \frac{m_1 m_2}{M}, \eta = \frac{m_1 m_2}{M^2}$$

$$M_\odot = 1.989 \times 10^{33} [\text{g}],$$

$$T_\odot = \left(\frac{G}{c^3}\right) M_\odot = 4.925491 \times 10^{-6} [\text{sec}].$$

ここで、 r は重力波源までの距離、 (θ, φ) は検出器から重力波源への方向、 i はレーザー干渉計から見た連星の軌道面の角度。strain equivalent なノイズデータを $n(t)$ とする。フーリエ変換を

$$\tilde{n}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i2\pi ft} n(t) \quad (2.57)$$

と定義して、ノイズパワースペクトラム $S_n[1/\text{Hz}]$ は

$$S_n(f) = \frac{2}{T} \int_0^T dt \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{2\pi i f \tau} n^*(t) n(t + \tau) \quad (2.58)$$

で定義する。

ここで、 $a(t), b(t)$ を実・時系列データとしたとき、

$$(a|b) \equiv 2 \int_{-\infty}^{\infty} df \frac{\tilde{a}^*(f) \tilde{b}(f)}{S_n(f)} \quad (2.59)$$

$$= 2 \int_0^{\infty} df \frac{\tilde{a}^*(f) \tilde{b}(f) + \tilde{a}(f) \tilde{b}^*(f)}{S_n(f)} \quad (2.60)$$

$$= 4 \operatorname{Re} \left[\int_0^{\infty} df \frac{\tilde{a}^*(f) \tilde{b}(f)}{S_n(f)} \right] \quad (2.61)$$

となる内積を定義する。

また重力波信号は以下のように書き表すことができる。

$$h(t) = F_+(\theta, \varphi, \psi) h_+(t) + F_\times(\theta, \varphi, \psi) h_\times(t) \quad (2.62)$$

$$F_+ = \frac{1}{2} (1 + \cos^2 \theta) \cos 2\varphi \cos 2\psi - \cos \theta \sin 2\varphi \sin 2\psi \quad (2.63)$$

$$F_\times = \frac{1}{2} (1 + \cos^2 \theta) \cos 2\varphi \sin 2\psi + \cos \theta \sin 2\varphi \cos 2\psi \quad (2.64)$$

ここで、 (θ, φ) は検出器からみた源の方向、 ψ は h_+, h_\times を定義する (θ, φ) 方向のベクトルに垂直な (x, y) 軸方向を決める角度。重力波の2つのモードは、ニュートニアン、四重極公式では[10]より、

$$h_+ = -A(1 + \cos^2 i) \cos(2\Phi(t)) \quad (2.65)$$

$$h_\times = -2A \cos i \sin(2\Phi(t)) \quad (2.66)$$

ここで、

$$A = \frac{2GM\eta}{c^2 r} \left(\frac{GM\omega_{\text{orb}}}{c^3} \right)^{2/3}, \quad (2.67)$$

$$= 2 \frac{T_\odot c}{r} \left(\frac{\mu}{M} \right) \left(\frac{\pi T_\odot M f}{M_\odot} \right)^{2/3}, \quad (2.68)$$

ここで $\omega_{\text{orb}} = 2\pi f_{\text{orb}} = \pi f$ で、 f_{orb} は重力波周波数。以上より、

$$h(t) = -A[F_+(\theta, \varphi, \psi)(1 + \cos^2 i) \cos(2\Phi) + F_\times(\theta, \varphi, \psi)2 \cos i \sin(2\Phi)] \quad (2.69)$$

$$= -A\alpha[\cos(2\Phi) \cos(\phi_0) - \sin(2\Phi) \sin(\phi_0)] \quad (2.70)$$

$$\alpha^2 \equiv (1 + \cos^2 i)^2 F_+^2 + 4(\cos^2 i) F_\times^2 \quad (2.71)$$

とあらわすことができる。式 (2.65) (2.66) のうち、 $A \cos(2\Phi(t))$, $A \sin(2\Phi(t))$ のフーリエ変換は stationary phase 近似により

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt A \cos(2\Phi(t)) e^{i2\pi ft} \propto A' f^{-7/6} \exp(i\Psi(f)), \quad (2.72)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt A \sin(2\Phi(t)) e^{i2\pi ft} \propto iA' f^{-7/6} \exp(i\Psi(f)), \quad (2.73)$$

$$A' = \frac{T_\odot c}{r} \left(\frac{5\mu}{96M_\odot} \right)^{1/2} \left(\frac{M}{\pi^2 M_\odot} \right)^{1/3} T_\odot^{-1/6}, \quad (2.74)$$

$$\Psi(f) = 2\pi f t_0 - \frac{\pi}{4} + \frac{3}{128\eta} (\pi T_\odot M f / M_\odot)^{-5/3} + \dots, \quad (2.75)$$

となる、従って式 (2.69) のフーリエ変換は

$$\begin{aligned} \tilde{h}(f) &= -A' \alpha f^{-7/6} \exp(i\Psi(f)) \cos \phi_0 \\ &\quad + i f^{-7/6} \exp(i\Psi(f)) \sin \phi_0 \end{aligned} \quad (2.76)$$

以上をふまえて、今シグナルとして

$$\tilde{h}(f) = A' \alpha f^{-7/6} \exp(i\Psi(f)) \quad (2.77)$$

を考えることにする。

2.7.2 SN 計算

テンプレート $\tilde{u}(f)$ をシグナルと同じ質量のもの

$$\tilde{u}(f) = \tilde{u}_c(f) \cos \phi' + \tilde{u}_s(f) \sin \phi' \quad (2.78)$$

$$\tilde{u}_c = X f^{7/6} \exp(i\Psi(f)) \quad (2.79)$$

$$\tilde{u}_s = i\tilde{u}_c \quad (2.80)$$

とする。ここで ϕ' は位相である。 $(u_c|u_c) = (u_s|u_s) = 1$ とすると、

$$X = [(u_c|u_c)]^{-1/2} = \left[4 \int_0^\infty dt \frac{f^{-7/3}}{S_n(f)} \right]^{-1/2} \quad (2.81)$$

となる。このとき、シグナル \tilde{h} の SNR として

$$\rho = \sqrt{(h|u_c)^2 + (h|u_s)^2} \quad (2.82)$$

を定義する。これは $(h|u)$ という量について、テンプレートの位相 ϕ について最大をとったものである。したがって

$$\rho = A' \alpha X (f^{-7/6} | f^{-7/6}) \quad (2.83)$$

$$= \frac{A' \alpha}{X} \quad (2.84)$$

となる。

A' はターゲットの質量と距離によって決まり、 N はノイズのパワースペクトルによって決まる。 α は $\theta = i = 0$ のときに 2 となるので、そのとき、

$$SNR = \left[8A'^2 \int_0^\infty df \frac{f^{-7/3}}{S_n(f)} \right]^{1/2} \quad (2.85)$$

となり、この式により SNR を求めることができる。

第3章 干渉計と雑音源

3.1 重力波検出器

3.1.1 重力波検出の手段

前章で述べたように、重力波望遠鏡の観測対象は時空の歪みであり、それは今までにない全く新しい種類のものである。それゆえに様々な検出方法が検討され、試されてきた。

現在考えられる主な重力波検出器には次のような種類がある。

- ・ 共鳴型
- ・ 地上におけるレーザー干渉計
- ・ 宇宙におけるレーザー干渉計
- ・ ドップラートラッキング
- ・ パルサータイミング

当初は共鳴型の重力波検出器が主流であったが、極限技術の進歩により、現在は自由質量型のレーザー干渉計が主流となっている。地上におけるレーザー干渉計には、表 3.1 のようなものがあり、宇宙にレーザー干渉計をつくるという LISA 計画もある。

| 計画名 | 基線長 | 建設地 |
|------------|------|----------------------|
| TAMA(日本) | 300m | 三鷹(東京) |
| LIGO(米) | 4km | Washington、Louisiana |
| VIRGO(伊、仏) | 3km | Pisa |
| GEO(独、英) | 600m | Hanover |
| LCGT(日本) | 3km | 神岡 |
| LIGO (米) | 4km | Washington、Louisiana |

表 3.1: 世界の重力波レーザー干渉計計画

3.1.2 干渉計の原理

重力波は自由質点間の固有距離変化を光で測定することで検出することが出来る。その固有距離の変化を測定する方法としてレーザーを使った干渉計を用いる方法がある。鏡を振り子で吊るすことによって、振り子の共振周波数より高い周波数領域においては鏡を自由質点であるとみなすことができる。

マイケルソン干渉計

自由質点型検出器の基本的なものとしてマイケルソン干渉計がある。レーザーから入射した光がビームスプリッターで直角の二方向に分けられ、分けられた光はそれぞれの鏡で反射されビームスプリッターに戻り、そこで干渉を起こす。その干渉した光の強度を測ることにより重力波の到達を検知できるという方法である。干渉する光の位相差に従って干渉光の強度が変化するので、その変化をフォトディテクターで検出する。 x 軸方向、 y 軸方向の鏡で反射してビームスプリッターに戻ってきた光の位相を ϕ_x, ϕ_y とすると、干渉光の出力 I_{PD} は

$$I_{PD} \propto |A_x e^{i\phi_x} + A_y e^{i\phi_y}| \quad (3.1)$$

$$= A_x^2 + A_y^2 + 2A_x A_y \cos(\phi_x - \phi_y) \quad (3.2)$$

となる。 A_x, A_y はそれぞれ光の振幅を表す。右辺第3項が干渉の効果を表しており、戻ってきた光の位相差に依存していることがわかる。

実際には完全な干渉を行わないので

$$I = \frac{I_{\max} + I_{\min}}{2} + \frac{I_{\max} - I_{\min} \cos(\phi_x - \phi_y)}{2} \quad (3.3)$$

という応答になる。

また、

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (3.4)$$

をコントラストと言い、干渉計の明瞭度を表す指標となる。

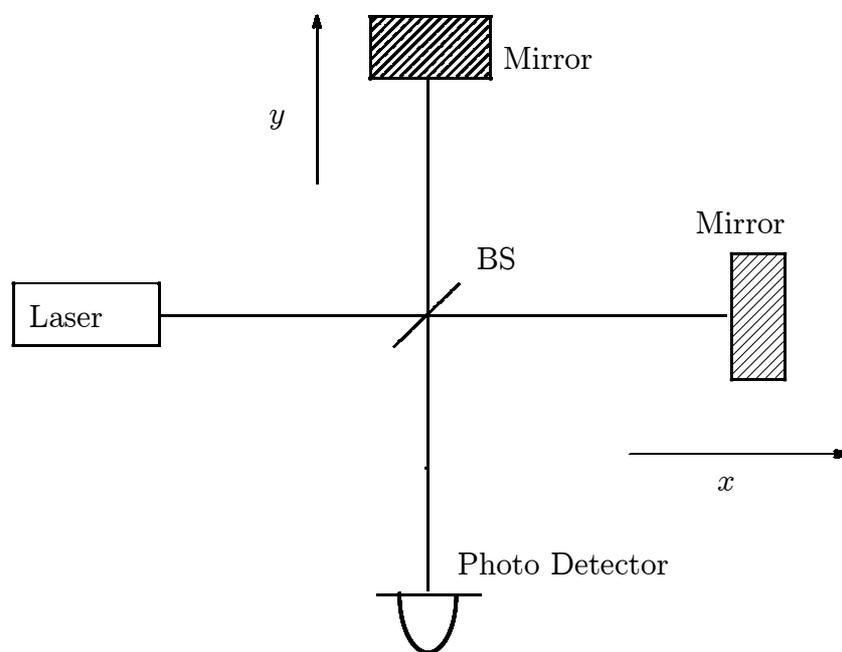


図 3.1: マイケルソン干渉計

二枚の鏡とビームスプリッター、レーザーとフォトディテクターで構成される。鏡とビームスプリッターは振り子状に吊るされ、水平面内において自由質点として振舞うようになっている。座標は図のように x, y をとる。

3.1.3 重力波に対する干渉計の応答

ミンコフスキー空間からのずれが h で、伝播方向が z の重力波がマイケルソン干渉計に入射したと仮定する。このとき、鏡の位置は変わらないが、メトリックが重力波により変化するという TT 座標系 (Transverse-Traceless gauge) における四次元線素は、

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + (1+h)dx^2 + (1-h)dy^2 + dz^2 \quad (3.5)$$

と表される。ここで、この干渉計のそれぞれの腕の固有長を l_x, l_y として考えると、光は $ds^2 = 0$ の道筋を通り、 x 軸を往復する光は $dy = dz = 0$ であるので、

$$\frac{dx}{dt} = \pm \frac{c}{\sqrt{1+h(t)}} \quad (3.6)$$

となる。

時刻 t_0 に干渉計に入射し、距離 l_x を往復して時刻 t に戻ってきた光の位相は、

$$\phi_x(t) = \Omega t_0 \quad (\Omega = \frac{2\pi c}{\lambda}) \quad (3.7)$$

となるので、

$$\int_{t_0}^t \frac{dt'}{\sqrt{1+h(t')}} = \frac{2l_x}{c} \quad (3.8)$$

が得られる。 h は十分小さいので一次までで近似して

$$\phi_x(t) = \Omega \left(t - \frac{2l_x}{c} - \frac{1}{2} \int_{t-\frac{2l_x}{c}}^t h(t') dt' \right) \quad (3.9)$$

となる。 y 軸方向では、重力波の影響が逆符号であることを考慮すれば両者の位相差は、

$$\Delta\phi = \phi_x - \phi_y = -\frac{2\Omega(l_x - l_y)}{c} - \Delta\phi_{GW}(t) \quad (3.10)$$

$$\Delta\phi_{GW}(t) = \Omega \int_{t-\frac{2l}{c}}^t h(t') dt' \quad (l = l_x - l_y) \quad (3.11)$$

となる。式 (3.10) の第 2 項が干渉計の重力波に対する応答であり、第 1 項は静的な位相差である。

仮に、正弦的な重力波

$$h = h_0 \cos \omega t \quad (3.12)$$

が干渉計に入射したとすると、式 (3.11) は、

$$\Delta\phi_{GW}(t) = 2h_0 \frac{\Omega}{\omega} \sin\left(\frac{\omega l}{c}\right) \cos \omega\left(t - \frac{l}{c}\right) \quad (3.13)$$

となり、振幅は、

$$A_{GW} = 2h_0 \frac{\Omega}{\omega} \sin\left(\frac{\omega l}{c}\right) \quad (3.14)$$

となる。この式は、周波数 ω の重力波に対して、

$$\frac{\omega l}{c} = \frac{\pi}{2} \quad (3.15)$$

の時に最大値をとる。したがって、これより高い周波数では、光が干渉計の腕を往復する間に重力波の効果がうち消し合ってしまうので感度は落ちてくる。つまり、観測したい重力波の周波数帯が決まれば干渉計の最適な基線長が決まることになる。重力波の主な波源の一つである連星中性子星から放射される重力波の周波数は 10 ~ 1kHz とされており、周波数が 1kHz の重力波に対応する干渉計の適切な基線長は 75km である。マイケルソン干渉計の伝達関数の周波数依存性は図 3.2 の様な形になる。このように、レーザー干渉計を用いた重力波検出器は共振などを用いていないので、重力波に対する応答関数が平坦で、観測帯域が広くとれるということが大きな利点である。

3.1.4 ファブリペロー干渉計

1kHz までの帯域をもつレーザー干渉計の最適な基線長が 75km であることがわかったが、実際にそれほど大きな干渉計をつくることは地理的、経済的に見ても極めて困難である。そこで、比較的小さな干渉計であっても光を折り返すことで実質的な腕の長さを稼ぐという方法がある。これには 2 通りの方法があり、ディレイライン方式とファブリペロー方式がある。ディレイライン方式とは二枚の鏡の間を反射位置を少しずつ変えながら光を往復させて光路長を稼ぐ

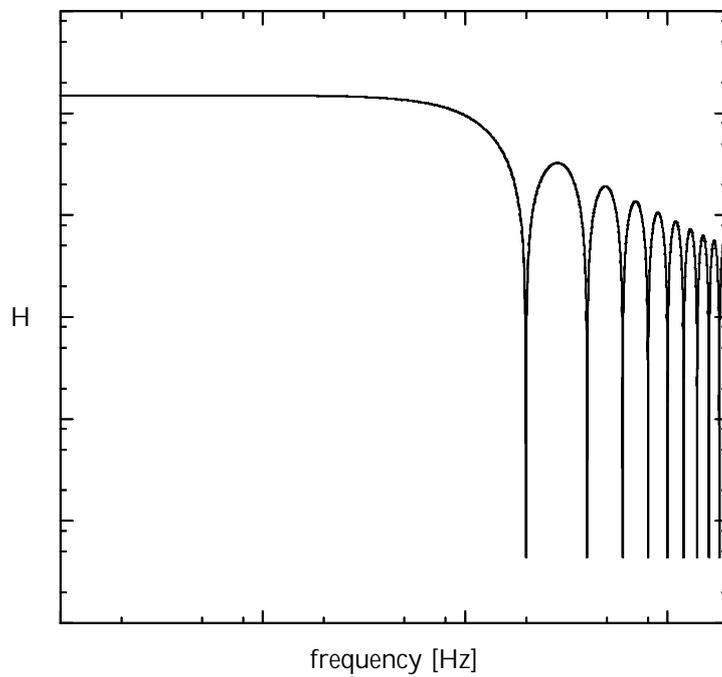


図 3.2: マイケルソン干渉計の伝達関数
高周波では光が往復する間に重力波の位相が反転するために伝達関数は下がっているのがわかる。

方法である。ファブリペロー方式は現在主流となっている方式で、同一の光路を何度も往復させることにより光路長を稼ぐので、ディレイライン方式に比べて鏡が小さくてすむというのが特徴である。

ファブリペロー干渉計の向かい合った二枚の鏡は光の共振器を構成し、これはファブリペローキャビティと呼ばれる。ファブリペローキャビティには特定の波長の光が蓄えられ、ニアミラーとエンドミラーの振幅反射率をそれぞれ r_1, r_2 とすると、機械共振器のQ値に相当する量としてF (フィネス) が次の様に定義される。

$$F = \frac{\pi r_1 r_2}{1 - r_1 r_2} \quad (3.16)$$

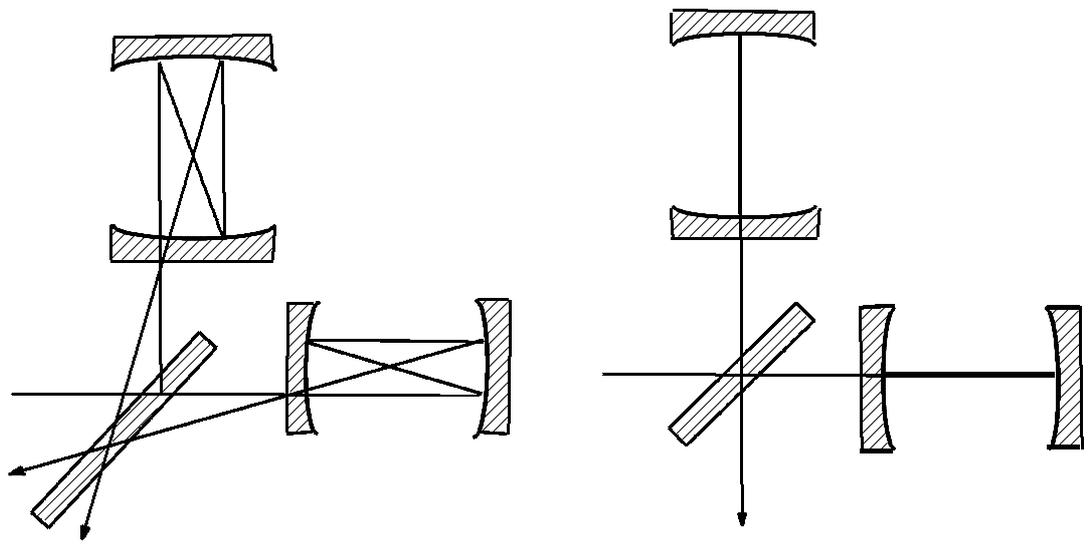
また、光がファブリペローキャビティの中に入射してから戻ってくるまでの時間を τ_{FP} と定義すると、

$$\tau_{FP} = \frac{2l_c F}{\pi c} \quad (3.17)$$

という関係になる。ここで l_c はファブリペローキャビティの長さを表す。マイケルソン干渉計の基線長に相当する長さは $c\tau_{FP}$ で与えられるので、1kHzまで帯域をとりたい場合は、

$$F = \frac{c\pi^2}{2\omega l_c} \quad (3.18)$$

まで達すれば感度が最大となる。



Delay line 干涉計

Fabry-Perot 干涉計

図 3.3: Delay line 干涉計と Fabry-Perot 干涉計

3.2 雑音源

レーザー干渉計で重力波を検出する場合、測定する対象は鏡のゆらぎによる干渉計を往復する光路長のゆらぎであるから、そもそも鏡が重力波がやってくる前からゆれていたのでは重力波の通過を検知することはできない。また、レーザー干渉計は光を用いるため、その性質に由来するゆらぎによっても検出器の感度を制限される。逆に言えば、干渉計内における雑音を抑えることがそのまま重力波望遠鏡の感度改善に直結するので、雑音を知ることが重力波検出器を知ることになる。

3.2.1 地面振動

微小な鏡の揺らぎを検出する重力波観測において、地面振動から振り子上に吊るされた鏡へと伝わる揺れは重大な雑音となる。地震や人間の活動などによる外乱振動源もあるが、それとは別に定常的に存在する地面の微小振動も重力波観測において大きな妨げとなる。このような定常的な振動を常微動という。干渉計でより問題になってくるのはこの常微動の方で、常微動のパワースペクトル密度は次のように与えられる。

$$\tilde{y}(f) = \left(\frac{1}{f}\right)^2 \times 10^{-7} \quad (3.19)$$

このような形の逆二乗則が周波数領域に渡って成り立つことが知られている。このような振動から干渉計の感度を守るためには、まず、より静かな環境に干渉計を置くことが前提となる。そして、その上で地面振動を低減するには、振り子のような受動的な防振装置を用いる方法と、積極的に制御して防振するという2つの方法がある。

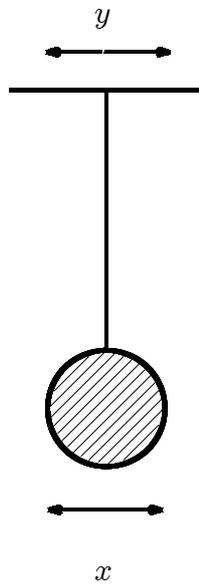


図 3.4: 振り子における x, y の定義

図 3.5 のような振り子を考えた時、この振り子の防振性能は、振り子の支点の動き y に対する鏡の動き x の伝達関数 H で表すことが出来る。速度に比例するような散逸を含む振り子の運動方程式は、

$$m\ddot{x} + \frac{m\omega_0}{Q}(\dot{x} - \dot{y}) + k(x - y) = 0 \quad (3.20)$$

と表せる。これにフーリエ変換を用いて周波数表示に変換して整理すると、振り子の伝達関数は

$$H(\omega) = \frac{\tilde{x}}{\tilde{y}} = \frac{\omega_0^2 + i\frac{\omega_0\omega}{Q}}{-\omega^2 + \omega_0^2 + i\frac{\omega_0\omega}{Q}} \quad (3.21)$$

と表される。防振比は $|H|$ で定義される。伝達関数から明らかなように、 Q が十分大きい場合、振り子の共振周波数より高い周波数領域の振動を周波数の二乗に比例して低減することがわかる。この様に干涉計の鏡は振り子状に吊るされるのには、鏡を自由質点にするためと、その振動を抑えるという二つの意味がある。

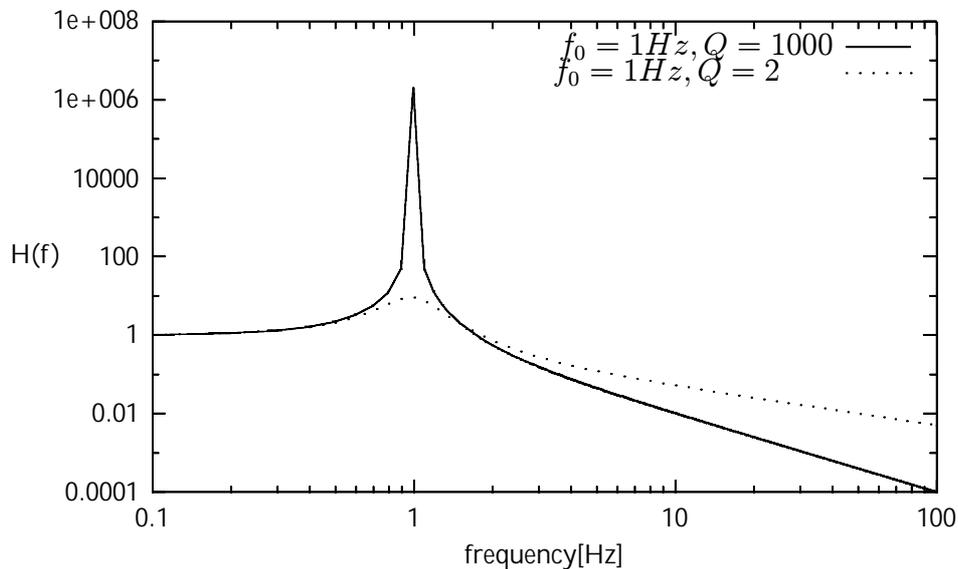


図 3.5: 振り子の伝達関数

図より、 Q 値の小さい振り子は防振比が f^2 ではなく f に反比例して小さくなることがわかる。

3.2.2 熱雑音

調和振動子が熱浴に接していると、熱浴からエネルギーを得て振動を始める。その揺らぎの時間二乗平均はエネルギー等分配則を用いて以下のように表される。

$$\bar{x}^2 = \frac{k_B T}{m\omega_r^2} \quad (3.22)$$

と表すことができる。ここで鏡の質量を m 、共鳴周波数を ω_r 、Boltzmann 定数を k_B 、温度を T とした。

重力波検出において重要になってくるのは周波数ごとの雑音であるから、周波数ごとの寄与を記述するために以下の関係式を導入する。

$$\bar{x}^2(t) = \int_0^\infty G_x(f) df \quad (3.23)$$

このことはパワースペクトル密度という概念の導入を意味しているが、パワースペクトル密度は調和振動子の場合共鳴周波数 $f_r = \omega_r/2\pi$ で極大になり、他の周波数帯では非常に小さくなる。したがって、重

力波検出器の設計においては、懸架装置や鏡の共振周波数が観測帯域と重ならないように注意する必要がある。そのことに注意したならば次に共振周波数以外での雑音について知る必要がある。そのために揺動散逸定理を利用する。揺動散逸定理は物理系における揺動と散逸の関係を記述する定理である。

ここで座標 x の揺動を知りたいとすると、まず運動方程式に揺動を導入する必要がある。

質量を m 、共振角周波数を ω_r 、位置を x 、揺動力を $f(t)$ とすると、運動方程式は

$$m\ddot{x} + m\omega_r^2 x = f(t) \quad (3.24)$$

となる。

これを Fourier 変換し、散逸を表す項を導入すると、

$$-m\omega^2 \tilde{x} + m\omega_r^2 [1 + i\phi(\omega)] \tilde{x} = \tilde{f} \quad (3.25)$$

という関係式が得られる。

バネ定数 $m\omega_r^2$ が $m\omega_r^2 [1 + i\phi(\omega)]$ に置き換えられ、これを複素バネ定数と呼ぶ。新たに加わった虚部が散逸の大きさを表している。

この系のインピーダンスは

$$Z(\omega) \equiv \frac{\tilde{f}(\omega)}{\tilde{x}(\omega)} \quad (3.26)$$

$$= \frac{\tilde{f}(\omega)}{i\omega \tilde{x}(\omega)} \quad (3.27)$$

$$= \frac{-m\omega^2 + m\omega_r^2 [1 + i\phi(\omega)]}{i\omega} \quad (3.28)$$

と表すことができる。

また、インピーダンスの実部 R をレジスタンス、インピーダンスの逆数 Y をアドミッタンス、アドミッタンスの実部 σ をコンダクタンスと呼び、

$$R(\omega) \equiv \text{Re}[Z(\omega)] \quad (3.29)$$

$$Y(\omega) \equiv 1/Z(\omega) \quad (3.30)$$

$$\sigma(\omega) \equiv \text{Re}[Y(\omega)] \quad (3.31)$$

と記述される。また、

$$H(\omega) \equiv \frac{\tilde{x}(\omega)}{\tilde{f}(\omega)} \quad (3.32)$$

は、伝達関数である。 x の周波数 f におけるパワースペクトル密度を $G_x(f)$ とすると以下の関係式が成り立つ。

$$G_x(f) = \frac{4k_B T \sigma(\omega)}{\omega^2} \quad (3.33)$$

インピーダンスやアドミッタンスの実部は系の損失を表すのでこの式は系の揺動と散逸の関係を表しており、第一種揺動散逸定理と呼ばれる。これを伝達関数を用いて表すと、

$$G_x(f) = -\frac{4k_B T}{\omega} \text{Im}[H(\omega)] \quad (3.34)$$

となる。

式 (3.28) と式 (3.31) より G_x は、

$$G_x(f) = \frac{4k_B T}{m\omega} \frac{\omega_r^2 \phi(\omega)}{(\omega^2 - \omega_r^2)^2 + \omega_r^4 \phi^2(\omega)} \quad (3.35)$$

と書き直すことができ、これが調和振動子の熱雑音のパワースペクトル密度である。

振り子の熱雑音

懸架系で鏡を吊るす段の散逸によって生じる光軸に平行な鏡の重心の熱振動を考える。懸架システムも熱浴に接しているために熱振動を起こし、それが鏡の位置をゆるがせることで最終的に干渉計の光路長差をゆるがせて雑音となる。散逸が structural damping の場合、式 (3.35) における $\phi(\omega)$ は

$$\phi(\omega) = \frac{1}{Q} \quad (3.36)$$

と与えられる。ここで Q は Q 値と呼ばれ散逸の大きさを表し、 Q が大きいほど散逸は小さい。これより structure damping における熱雑音は

$$G_x(f) = \frac{4k_B T}{mQ\omega} \frac{\omega_r^2}{(\omega^2 - \omega_r^2)^2 + \omega_r^4/Q^2} \quad (3.37)$$

となる。

我々がターゲットとする重力波の周波数帯は振り子の共振周波数よりもはるかに高いので、 $\omega \ll \omega_r$ として書き換えると

$$G_{\text{sus}}(f) = \frac{4k_B T \omega_r^2}{mQ} \frac{1}{\omega^5} \quad (3.38)$$

となり、これが振り子の熱雑音のパワースペクトルとなる。

次に、重力波望遠鏡に対する雑音として考える。振り子がそれぞれ独立に揺れることを考慮すれば雑音は二乗和で効いてくると考えられる。

重力波望遠鏡における振り子の熱雑音を h_{sus} として、振り子が4つであることと腕の長さの効果も考えれば、

$$h_{\text{sus}} = \frac{2}{L} \sqrt{G_x(f)} \quad (3.39)$$

となる。これと式 (3.38) より

$$h_{\text{sus}} = \frac{2}{L} \sqrt{\frac{4k_B T_P (2\pi f_{\text{pen}})^2}{mQ_{\text{pen}} \omega^5}} \quad (3.40)$$

となり、これが重力波望遠鏡における振り子の熱雑音となる。

ここで、 L は干渉計の長さ、 f_{pen} は振り子の共振周波数、 Q_{pen} は振り子のQ値である。この雑音を抑えるためには2つの方法が考えられる。ひとつは温度を下げて熱エネルギーを低減する。もうひとつは振動子の機械的なQ値を上げることである。機械的なQ値を上げることによってエネルギーが共振周波数における熱振動に集中し、その分だけそれ以外の周波数帯における熱振動が低減されるからである。そして、このことは次の鏡の熱雑音に関しても同じ事が言える。

鏡の基材の熱雑音

鏡の内部振動が熱的に励起されることによる雑音について考える。鏡を等方的弾性体として扱うことにし、ここでは鏡の共振周波数よりも低い周波数について考える。

まず鏡の表面のビームスポットで表面の x 方向の変位を平均したものを \bar{X} とすると

$$\bar{X} = \frac{1}{\pi r_0^2} \int \int dy dz v_x e^{-((y^2+z^2)/r_0^2)} \quad (3.41)$$

となる。ここで r_0 は振幅の二乗が中心の e^{-1} となる位置であり、 v_x は表面の変形の x 成分である。

ここで v_x は、熱弾性損失を考慮して揺動散逸定理を用いると、[11] より

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \frac{F_0(1+\sigma)}{2\pi^2 E r_0^2} \int \int e^{-(y'^2+z'^2)/r_0^2} \vec{G}(\vec{r}-\vec{r}') dy' dz' \\ \vec{G}(\vec{r}) &= \left(\frac{2(1-\sigma)}{r} + \frac{x^2}{r^3} \right) \vec{e}_x \\ &\quad + \left(\frac{x}{r^3} - \frac{1-2\sigma}{r(r+x)} \right) (y\vec{e}_y + z\vec{e}_z)\end{aligned}\quad (3.42)$$

と書き表される。ここで F_0 は加えられる力である。伝達関数が $H(\omega) = \bar{X}/F_0$ で与えられることを考えれば、式 (3.42)、(3.41)、(3.34) より、鏡の基材の熱雑音のポワースペクトル密度 $S(\omega)$ は、

$$S(\omega) = \frac{4k_B T}{\omega} \frac{1-\sigma^2}{\sqrt{\pi} E_0 \omega_0} \phi \quad (3.43)$$

となる。ここで E_0 はヤング率、 σ はポアソン比、 ω_0 は振幅の二乗が e^{-2} となるビーム径である。

重力波望遠鏡における鏡の基材の雑音を $h_{\text{mir(int)}}$ とし、コーティングの散逸は structural dumping として式 (3.36) を用いると、

$$\begin{aligned}h_{\text{mir(int)}} &= \frac{2}{L} \sqrt{S(\omega)} \\ &= \frac{2}{L} \sqrt{\frac{4K_B T_m (1-\sigma^2)}{\sqrt{\pi} E_0 \omega_0 Q_{\text{mir}} \omega}}\end{aligned}\quad (3.44)$$

となり、これが重力波望遠鏡の感度を制限することになる。

鏡のコーティングの熱雑音

式 (3.34) の揺動散逸定理では、熱雑音と伝達関数の虚部との関係を表しており、伝達関数の虚部は、損失によって失われたエネルギーを示している。ここで、実際に伝達関数の虚部を計算するよりも損失エネルギーを計算する方がより簡単であるということから、[12] では損失エネルギーを用いて揺動散逸定理を書き直した。結果は以下のように記述される。

$$G_x(f) = \frac{2k_B T}{\pi^2 f^2} \frac{W_{\text{loss}}}{F_0^2} \quad (3.45)$$

ここで W_{loss} は損失エネルギーの平均であり、

$$W_{\text{loss}} = 2\pi f \int \epsilon(r)\phi(r)dV \quad (3.46)$$

と書ける。また、 $\epsilon(r)$ は負荷が最大の時の弾性エネルギー密度で、 $\phi(r)$ は損失角である。

弾性エネルギー密度 ϵ は

$$\epsilon(r) = \frac{E_0}{2(1+\sigma)} \left[\sum_{i,j=0}^3 u_{ij}^2 + \frac{\sigma}{1-2\sigma} \left(\sum_{i=1}^a u_{ij} \right)^2 \right] \quad (3.47)$$

と記述できる。ここで E_0 はヤング率で σ はポアソン比である。また、 u_{ij} は、

$$u_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.48)$$

と定義される量で、 u_i は変位の i 番目の要素である。ここで、鏡のコーティングの厚さを d_{coat} 、コーティングの損失角を ϕ_{coat} とすると、鏡のコーティングが非常に薄いことを考慮すれば式 (3.46) より、

$$W_{\text{loss}} \propto d_{\text{coat}} \quad (3.49)$$

$$W_{\text{loss}} \propto \phi_{\text{coat}} \quad (3.50)$$

であると考えられる。

また、[12] によると、ビーム径を ω_0 とすると、

$$G_x(f) \propto \omega_0^{-2} \quad (3.51)$$

という結果が得られている。その他の変数に関しては式 (3.35) と同様に振る舞うとする。これらを式 (3.45) の数値計算を行った [13] の結果と比較すると、重力波望遠鏡における鏡のコーティングの熱雑音を導くことができる。

重力波望遠鏡における鏡のコーティングの熱雑音を $h_{\text{mir}(\text{coat})}$ とし、キャビティを構成する鏡が4つあることに注意すると

$$\begin{aligned} h_{\text{mir}(\text{coat})} &= \frac{2\sqrt{G_x}}{L} \\ &= 1.1 \times 10^{-24} \left(\frac{\phi_{\text{coat}}}{10^{-4}} \right)^{1/2} \left(\frac{d_{\text{coat}}}{7.5[\mu\text{m}]} \right)^{1/2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left(\frac{T_m}{30[\text{K}]} \right)^{1/2} \left(\frac{3[\text{cm}]}{\omega_0} \right) \left(\frac{4.0 \times 10^{11} P_a}{E_0} \right)^{1/2} \\
& \times \left(\frac{3[\text{km}]}{L} \right) \left(\frac{100[\text{Hz}]}{f} \right)^{1/2} \quad (3.52)
\end{aligned}$$

ここで、コーティングの散逸は structural damping としている。

3.2.3 光学的な雑音

これは干渉計とセンサーの量子力学的測定限界。ショットノイズと輻射圧による雑音があり、これらに関して標準量子限界も存在する。

ショットノイズ

重力波レーザー干渉計は、重力波の通過によって引き起こされる光の位相変化を干渉光量の変化として読みとるわけであるが、ショットノイズはこの位相変化の検出感度を制限する。ショットノイズは光の量子的な性質に起因する雑音で、光子の統計的な粒子数のゆらぎによるものである。

光検出器に定常的に流れる光電流を I_{dc} とすると、その電流ゆらぎのパワースペクトルは次のように与えられる。

$$\delta I_{dc} = \sqrt{2eI_{dc}} \quad (3.53)$$

ここで、 e は素電荷である。

これよりレーザーパワーを P_0 とすると、ショットノイズによる位相検出のゆらぎ $\delta\phi_s$ は

$$\delta\phi_s \propto \frac{\delta I}{I_{dc}} \quad (3.54)$$

$$= \sqrt{\frac{2\hbar\Omega}{\eta P_0}} \quad (3.55)$$

ここで η は光検出器の量子効率を表す。これより、ショットノイズによる位相検出のゆらぎはレーザーパワーの平方根に反比例していることがわかるので、ショットノイズを抑えるにはレーザーパワーを

上げるしかない。ビームスプリッターにおけるレーザーパワーを実効パワーと呼ぶが、この実効パワーを上げるには2つの方法がある。ひとつは単純にレーザーそのもののパワーを上げること。そしてもうひとつは干渉計の戻り光を鏡でもう一度反射させることで再利用することである。この技術はパワーリサイクリングと呼ばれている。この技術によって干渉計はより複雑になるが、限界のあるレーザーのパワーを補うことができる大変重要な技術である。

輻射圧による雑音

光子による back reaction のゆらぎによる雑音で、振り子の共鳴より高い周波数領域を考える。

まず、入射パワーのゆらぎからキャビティ内部のパワーのゆらぎへの伝達関数を求める。入射パワーのゆらぎからエンドミラーに当たるパワーへのゆらぎの伝達関数は、変調角周波数と光の角周波数をそれぞれ ω, Ω とすると、

$$\begin{aligned} H_{\text{end}} &= \frac{\tilde{P}_{\text{in}}(\omega)}{\tilde{P}_{\text{out}}(\omega)} \\ &= \frac{t_1^2}{1 - r_1 r_2} \frac{1 - r_1 r_2 \exp(i2\omega L/c)}{1 + (r_1 r_2)^2 - 2r_1 r_2 \cos(2\omega L/c)} \end{aligned} \quad (3.56)$$

となる。ここで $\tilde{P}_{\text{in}}(\omega), \tilde{P}_{\text{out}}(\omega)$ はそれぞれ、入射パワーの ω 成分とエンドミラーにあたるパワーの ω 成分である。 H_{end} の絶対値を求めると、

$$|H_{\text{end}}| \approx \frac{2F}{\pi} \frac{1}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (3.57)$$

このように近似される。また、エンドミラーに当たったパワーはキャビティの長さ L だけ移動してフロントミラーに当たるので

$$H_{\text{front}} \approx H_{\text{end}} \quad (3.58)$$

とみなせる。

入射光のパワーの量子ゆらぎ G_{power} は

$$G_{\text{power}} = 2\hbar\Omega P_0 = \frac{4\pi\hbar c P_0}{\lambda} \quad (3.59)$$

と与えられる。また、パワー P_0 の光を反射した鏡が受ける力は $2P_0/c$ であることを考慮して、振りの共振周波数より高い周波数領域のみ考えれば、パワーのゆらぎから鏡のゆらぎへの伝達関数は、

$$H_{\text{back}} = -\frac{2}{m c \omega^2} \quad (3.60)$$

となる。これらの式(3.57)(3.58)(3.59)(3.60)からファブリペローキャビティにおける輻射圧による雑音は次のようになる。

$$\begin{aligned} \sqrt{G_{\text{radi(cavity)}}} &= 2|H_{\text{back}}||H_{\text{end}}|\sqrt{G_{\text{power}}} \\ &= \frac{4F}{\pi m \omega^2} \sqrt{\frac{16\pi\hbar P_0}{c\lambda}} \frac{1}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}} \end{aligned} \quad (3.61)$$

これを L で規格化すれば輻射圧による雑音が導かれる

$$h_{\text{radi}} = \frac{4F}{\pi m L \omega^2} \sqrt{\frac{16\pi\hbar P_0}{c\lambda}} \frac{1}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}} \quad (3.62)$$

標準量子限界

Shot noise と radiatoin pressure noise の和はある値より小さくすることができず、このあたいを standard quantum limit (SQL) とよんでいる。これは不確定性原理に対応しており、Shot noise と radiation pressure noise の積の2倍の平方根になる。

$$h_{SQL} = \sqrt{2h_{\text{shot}}h_{\text{radi}}} = \frac{1}{L\omega} \sqrt{\frac{8\hbar}{m}} \quad (3.63)$$

3.3 量子論的な光学的雑音

既に述べた光学的な雑音に関して、[16],[17]では量子論的なアプローチもされている。

3.3.1 干渉計と真空場のゆらぎ

電磁場というものは次のように、生成消滅演算子で記述することができる。

$$E(t) = iE_0(\hat{a}e^{-i(\omega t - kr)} + \hat{a}^\dagger e^{i(\omega t - kr)}) \quad (3.64)$$

この電磁場には、ある事象で生成されまた別の事象で消滅する光子の対からなる揺らぎが存在する。生成と消滅が対になっていることから、光子として存在を確認することはできず、言わば真空の揺らぎとして存在していると考えられる。場の量子論によれば、この真空の揺らぎは空間に充満している。真空の揺らぎはエネルギー保存則を破るが、不確定性原理のひとつに

$$\Delta E \Delta t = \hbar \quad (3.65)$$

という関係があり、揺らぎが $\Delta t = \hbar/\Delta e$ 以上続かないのであれば、どんな物理法則も破らないと言える。

2-photon mode

ある系から生成される光というのは、電磁場のいくつかの mode の励起である。通常の 1-photon mode で表せば、

$$E(x, t) = \int (E(\omega)e^{-i\omega(t-x/c)} + E^*(\omega)e^{i\omega(t-x/c)}) \frac{d\omega}{2\pi} \quad (3.66)$$

となり、このとき揺らぎが異なる周波数ごとに独立ならば、

$$\langle \Delta E(\omega) \Delta E(\omega') \rangle = 0 \quad (3.67)$$

が成り立つ。しかし、干渉計などの場合は

$$\langle \Delta E(\omega + \epsilon) \Delta E(\omega - \epsilon) \rangle \neq 0 \quad (3.68)$$

というように、出力光が光子ごとに独立ではないため、次のように定義する 2-photon mode を用いるのが適している。

$$E(x, t) = E_1(x, t) \cos \Omega(t - x/c) + E_2(x, t) \sin \Omega(t - x/c) \quad (3.69)$$

$$E_i(x, t) = \int \left(E_i(\epsilon) e^{-i\epsilon(t-x/c)} + E_i^*(\epsilon) e^{i\epsilon(t-x/c)} \right) \frac{d\omega}{2\pi} \quad (3.70)$$

$$E_1(\epsilon) = E(\Omega + \epsilon) + E^*(\Omega - \epsilon) \quad (3.71)$$

$$E_2(\epsilon) = -iE(\Omega + \epsilon) + iE^*(\Omega - \epsilon) \quad (3.72)$$

こうすれば、sideband ごとに独立な noise であれば、

$$\langle \Delta E_m(\epsilon) \Delta_n(\epsilon') \rangle = 0 \quad (3.73)$$

が成り立ち、 E_1 と E_2 を独立に扱えるようになる。

この時、生成消滅演算子の代わりに次の演算子を用いることになる。

$$a_1(\epsilon) = \sqrt{\frac{\Omega + \epsilon}{2\Omega}} \hat{a}(\Omega + \epsilon) + \sqrt{\frac{\Omega - \epsilon}{2\Omega}} \hat{a}^\dagger(\Omega - \epsilon) \quad (3.74)$$

$$a_2(\epsilon) = -i\sqrt{\frac{\Omega + \epsilon}{2\Omega}} \hat{a}(\Omega + \epsilon) + i\sqrt{\frac{\Omega - \epsilon}{2\Omega}} \hat{a}^\dagger(\Omega - \epsilon) \quad (3.75)$$

3.3.2 Quantum noise

Quantum noise を計算するために下図のようなモデルを考える。ここではレーザーの主ビームと同相の成分を a_1, b_1 としている。主ビームと真空場とは beam splitter で位相が π ずれるので 2 つの arm cavity で光量に差が生じて、輻射圧の影響の差が dark port 側に現れる。

arm cavity の front mirror の強度反射率と強度透過率を R, T 、end mirror の強度反射率と強度透過率を $1, 0$ として、cavity 内の電磁場について考えることにする。主ビームは beam splitter において $1/\sqrt{2}$ で分けられ、ファブリペロー共振器でおおよそ $2/\sqrt{T}$ 回だけ折り返すので、cavity 内では $\sqrt{2/TD}$ となる。また、重力波の周波数を γ とし、mirror の動きによる sideband を δk として、

$$\begin{aligned} j &= \sqrt{T}f + \sqrt{R}k \\ &= \sqrt{T}f + \sqrt{R}(e^{2i\Omega L/c}j + e^{i\Omega L/c}\delta k) \end{aligned} \quad (3.76)$$

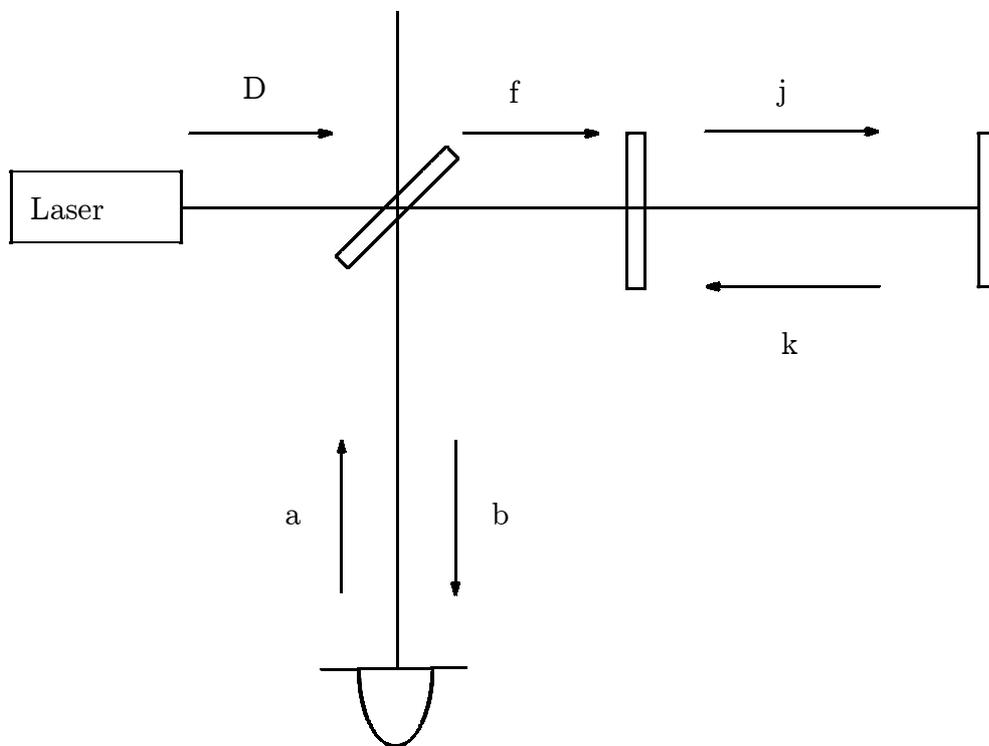


図 3.6: 干渉計における電磁場のモデル
 ここで各記号は演算子を表している

であるから、

$$\begin{aligned} j &= \frac{\sqrt{T}f + \sqrt{R}e^{i\Omega L/c}\delta k}{1 - \sqrt{R}e^{2i\Omega L/c}} \\ &\simeq \frac{\sqrt{T}f + \sqrt{R}e^{i\Omega L/c}\delta k}{2L/c(\gamma - i\Omega)} \end{aligned} \quad (3.77)$$

となる。cavity 内のパワーは

$$\begin{aligned} I_c &= I + \delta I \\ &= \left(\sqrt{\frac{2}{T}}D + j \right)^2 \hbar\omega \end{aligned} \quad (3.78)$$

となり、従って

$$D = \sqrt{\frac{TI}{2\hbar\omega}} \quad (3.79)$$

となる。そして、 $I = 2/TI_0$ をふまえて、cavity 内のパワーの揺らぎの同相成分は

$$\delta I = \frac{2I_0\hbar\omega}{L/c(\gamma - i\Omega)} f_1 \quad (3.80)$$

と与えられる。ここで、 $\delta k_1, \delta k_2$ は $2/\sqrt{T}D \cos(\omega_0[t-2X/c]) - 2/\sqrt{T}D$ の cos 成分と sin 成分に相当し、

$$\begin{aligned} \delta k_1 &= 0 \\ \delta k_2 &= \frac{2}{\sqrt{T}}D \frac{2\omega_0}{c} X \end{aligned} \quad (3.81)$$

となる。この X は重力波と輻射圧の合計であり、輻射圧は

$$F = m\ddot{X} = 2\delta I/c \quad (3.82)$$

であるから、式(3.80)より求めることができる。arm 間の差をとって

$$\begin{aligned} x &= X_n - X_e \\ &= Lh - \frac{4\sqrt{2I_0\hbar\omega}}{m\Omega^2 L(\gamma - i\Omega)} a_1 \end{aligned} \quad (3.83)$$

$$\equiv Lh - \sqrt{\frac{\kappa}{2}} Lh_{\text{SQL}} a_1 e^{i\beta} \quad (3.84)$$

となる。ここで、

$$\kappa = \frac{(I_0/I_{SQL})2\gamma^4}{\omega^2(\gamma^2 + \Omega^2)} \quad (3.85)$$

は主ビームと真空場との coupling を表し、

$$\beta = \arctan \frac{\Omega}{\gamma} \quad (3.86)$$

は重力波周波数の cavity poll からのずれを表している。また、

$$I_{SQL} = \frac{mL^2\gamma^4}{4\omega_0} \quad (3.87)$$

は標準量子限界にするために必要なレーザーパワーであり、

$$h_{SQL} = \sqrt{\frac{8h}{m\Omega^2L^2}} \quad (3.88)$$

はそのときの量子雑音である。

式 (3.77) (3.81) (3.84) より

$$b_1 = a_1 e^{2i\beta} \quad (3.89)$$

$$b_2 = a_2 e^{2i\beta} - \kappa a_1 e^{2i\beta} + \sqrt{2\kappa} \frac{h}{h_{SQL} e^{i\beta}} \quad (3.90)$$

が得られる。これを、

$$b_2 = \sqrt{2\kappa} \frac{h + h_n}{h_{SQL} e^{i\beta}} \quad (3.91)$$

と書き換えて信号 h と雑音 h_n を比べると

$$h_n = \frac{h_{SQL}}{\sqrt{2\kappa}} (a_2 - \kappa a_1) e^{-i\beta} \quad (3.92)$$

となり、この2乗を dark port の真空状態で期待値をとれば

$$S_n = \frac{h_{SQL}^2}{2} \left(\frac{1}{\kappa} + \kappa \right) \quad (3.93)$$

という雑音の式が得られる。この式を見ると、 $\kappa = 1$ すなわち $I_0 = I_{SQL}$ および $\Omega = \gamma$ のとき $S_n = h_{SQL}^2$ となる。

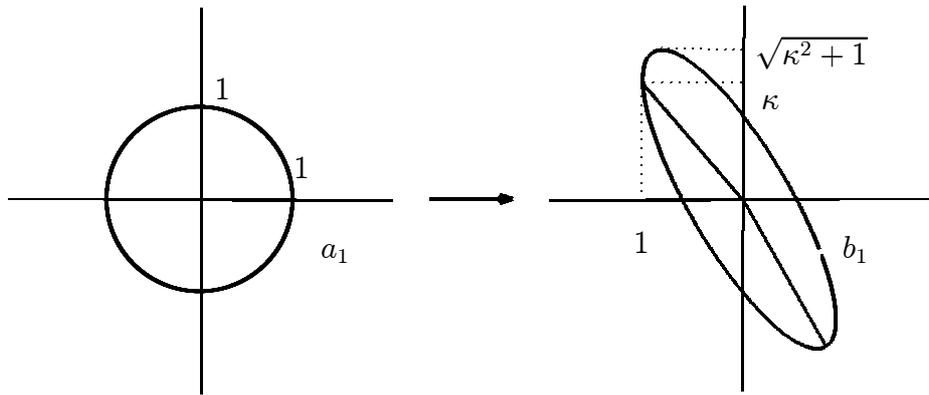


図 3.7: スクイーピング

3.3.3 Ponderomotive Squeezing

ここでは、真空場の揺らぎを位相空間で考えてみることにする。電磁場のモデルを立てて行った計算では、図のようにコヒーレント光を入射してスクイーピング光を得ていることを示している。これを ponderomotive squeezing という。

式 (3.89),(3.90) より、このスクイーズを行列で表すと

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\kappa & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} e^{2i\beta}$$

となり、パワースペクトルを計算するときに消えてしまう $e^{2i\beta}$ を無視すれば、ponderomotive squeezing は

$$P \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\kappa & 1 \end{pmatrix}$$

で表されることがわかる。

この楕円は、パラメータ $\xi(t)$ を用いて、

$$\sin \xi(t) + \kappa \cos \xi(t) = \sqrt{\kappa^2 + 1} \sin(\xi(t) + \chi) \quad (3.94)$$

で表されるので、 b_2 に投影したときの最大値は $\sqrt{\kappa^2 + 1}$ である。また、重力波信号は b_2 上に $\sqrt{2\kappa h}/h_{SQL}$ の形で現れる。ここで b_2 軸上

で信号と雑音を比べると、

$$h_n = \frac{h_{SQL}}{\sqrt{2\kappa}} \sqrt{\kappa^2 + 1} \geq h_{SQL} \quad (3.95)$$

となり、 h_n は常に標準量子限界を上回ることがわかる。

3.3.4 Extreme RSE

detune しない場合の Extreme RSE は図 3.8 のようになる。

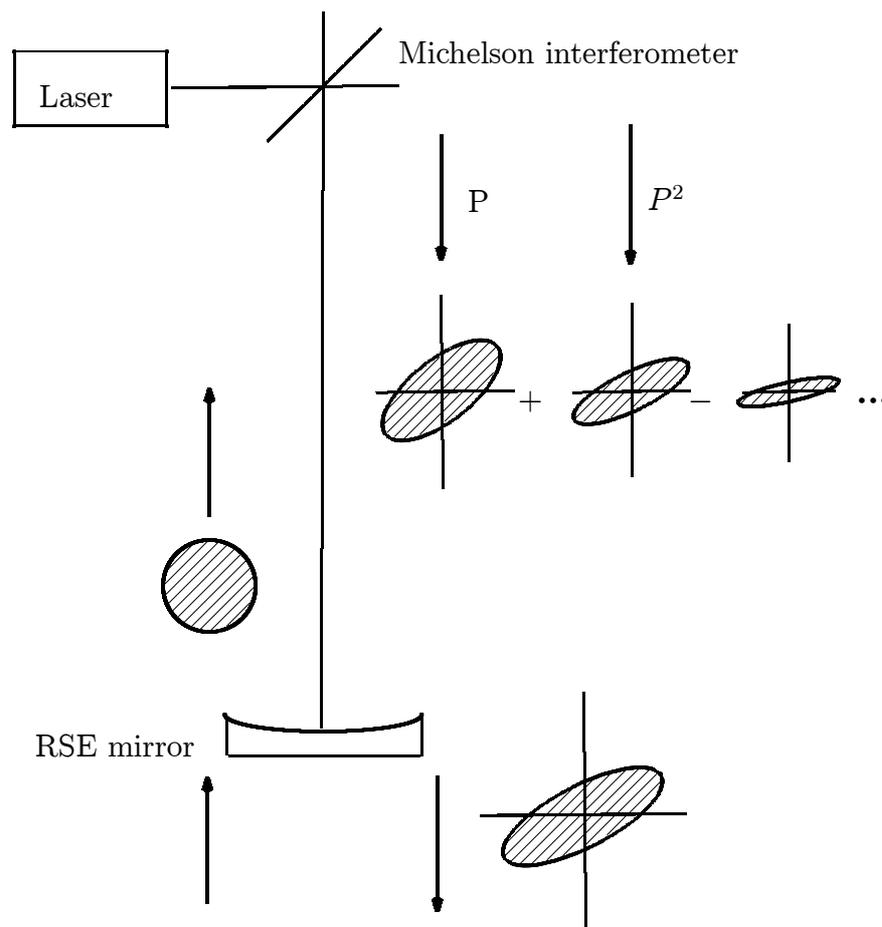


図 3.8: RSE においてスクイーミングされた真空場

ponderomotiv squeezing は式 (3.3.3) で表されるので、2 周目は

$$P^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2\kappa & 1 \end{pmatrix}$$

3 周目は

$$P^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3\kappa & 1 \end{pmatrix}$$

のようになる。重力波信号については

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\kappa & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix}$$

のように P の影響を受けないので傾きは変わらないが、RSE mirror の反射率 ρ の分だけ全体が小さくなる。そして、RSE の場合、RSE cavity はキャリアに対して反共振になっているので、片道で位相が $\pi/2$ 周り、ponderomotiv squeezing による楕円も信号もそれだけ回転し、2 周目には符号が反転する。したがって、 $P - \rho P^2 + \rho^2 P^3 - \dots$ となって出力における見た目の κ を $\tilde{\kappa}$ と定義すると、 $\tilde{\kappa}$ は

$$\begin{aligned} \tilde{\kappa} &= \tau^2 \kappa e^{2i\beta} - \tau^2 \rho \kappa e^{4i\beta} + \dots \\ &= \tau^2 \kappa e^{2i\beta} + (-\rho) e^{2i\beta} \tilde{\kappa} \end{aligned} \quad (3.96)$$

となり、従って、

$$\tilde{\kappa} = \frac{\tau^2 e^{2i\beta}}{1 + \rho e^{2i\beta}} \kappa \quad (3.97)$$

となる。ここで、 $e^{2i\beta}$ は重力波の効果による位相変化 $\beta = \arctan(\Omega/\gamma)$ によるものである。この絶対値をとれば、

$$\tilde{\kappa} = \frac{\tau^2 \kappa}{1 + \rho^2 + 2\rho \cos 2\beta} \quad (3.98)$$

となり、これを κ の代わりに (3.93) に代入したものが、detuning なしの RSE の光学的な雑音となる。

第4章 LCGTの特徴

4.1 低温鏡

4.1.1 鏡の基材

重力波望遠鏡の鏡の基材として候補に上がっているものは次のようなものがある。

| | 融解石英 | サファイア | YAG(Non-Dope) | CaF ₂ |
|--------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|
| 熱膨張率 [$10^{-6}K^{-1}$] | 0.51 | 5.0 | 8 | 20 |
| 熱伝導率 [W/mK] | 1.4 | 46 | 13 | 10 |
| 光吸収率 [ppm/cm] | 2-20 | 90 | 50 | 2? |
| 複屈折 | なし | あり | あり | なし |
| Q | 2×10^7 | 2×10^8 | 2×10^7 | ? |
| 現在のサイズ [cm] | 40 | 33 | 10 | 30 |
| 研磨精度 [nm rms] | 0.1 | 0.1 | ? | 0.1 |

表 4.1: 重力波望遠鏡の鏡基材候補 (300K)

これらどの材料にも一長一短がある。この中で、サファイアに関しては低温領域で Q 値と熱伝導率が上がることがわかっているので鏡を冷却して熱雑音の大幅低減を図るという LCGT のコンセプトに合っている。従って、LCGT の鏡にはサファイアを用いる計画となっている。

4.1.2 鏡への要求

重力波望遠鏡において、サファイアには鏡の基材と懸架ファイバーという2つの用途がある。

それぞれの満たすべき要求を挙げる。

鏡の基材

- $1\mu\text{m}$ の光を透過する
- 高いQ値
- 低光損失
- 高精度の研磨・コーティング
- 高い屈折率一様性
- 大きなサイズ
- 高い熱伝導率
- 低い熱膨張率

懸架ファイバー

- 高いQ値
- 高い熱伝導率
- 十分なサイズ

どちらの要素においても、高い結晶のクオリティーと大きなサイズが必要とされる。

4.1.3 鏡の研磨

TAMAの鏡の開発で蓄積された合成石英の研磨技術は有用ではあるが、結晶であるサファイアにすぐに適用できるわけではなく、サファイアに適した研磨方法の開発が必要となる。

まず3kmの干渉計では、鏡の曲率半径は10km前後となる。ニアミラーをフラットに設定するとリサイクリングミラーの曲率は100kmを越えてしまうので、現実的に研磨が可能な曲率半径からのビームのコンフィグレーションはある程度制限される。ニアミラーを凹面鏡にすると、ニアミラーがレンズになるのでリサイクリングミラーの曲率は小さくできる。

鏡の直径は30cmという大きさに設定されているので、うねり状の形状歪みが生じやすい。数10分の から100分の 程度の精度は必要となると思われる。ビーム直径より波長の長い歪みは低次のモードを励起し、短い波長の凹凸は高次の散乱光を生じる傾向がある。

表面のラフネスに対しての大まかな要請は数1000分の 程度ではないかと思われる。TAMAの鏡ではRMSで を切る研磨が可能となる SuperPolish を採用している。

さらに、低温サファイア鏡で注意すべき点は、a軸とc軸で熱膨張率が異なる点である。室温から20Kまで冷却すると20%程度収縮長が異なる。これは30%以上の曲率半径の変化に対応し、あらかじめ熱収縮の影響を考慮した設計が必要となる。また、コーティング膜と基材との熱収縮率も異なるので、膜の破壊や膜と基材間にストレスが生じることも考えられ、コーティングした後の光学および機械的損失もテストする必要がある。

4.1.4 サファイア鏡のQ値

式(3.35)を見てもわかるように、熱雑音はQ値を上げる事によって下がるという性質を持っている。ただし、このことはその物体の共振周波数以外の周波数帯に限る。これはQ値が高い場合、熱振動のエネルギーが共振周波数に集中して、結果的にその他の周波数帯における雑音が抑えられるためである。

また、式(3.35)より、熱雑音を抑える方法として当然のことながら温度を下げるという方法があるが、この低い温度と高いQ値の両方を実現する方法としてサファイアを極低温に冷やすという方法

が非常に効果的であることが [14] により判明した。

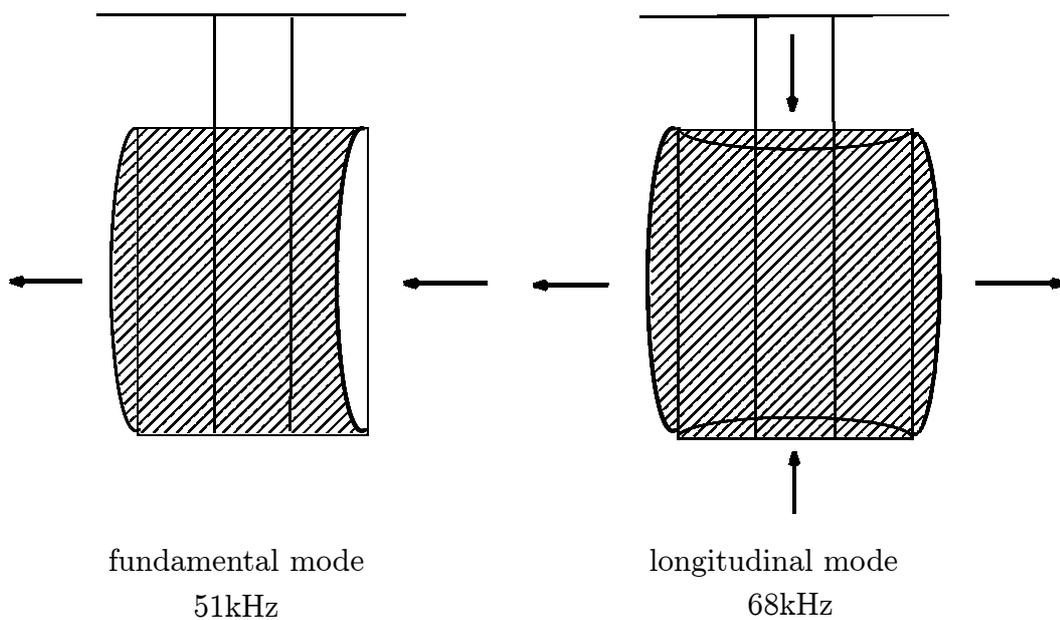


図 4.1: 鏡のモード

低温におけるサファイアシリンダーのQ値測定はこの2つのモードに関して行われた。

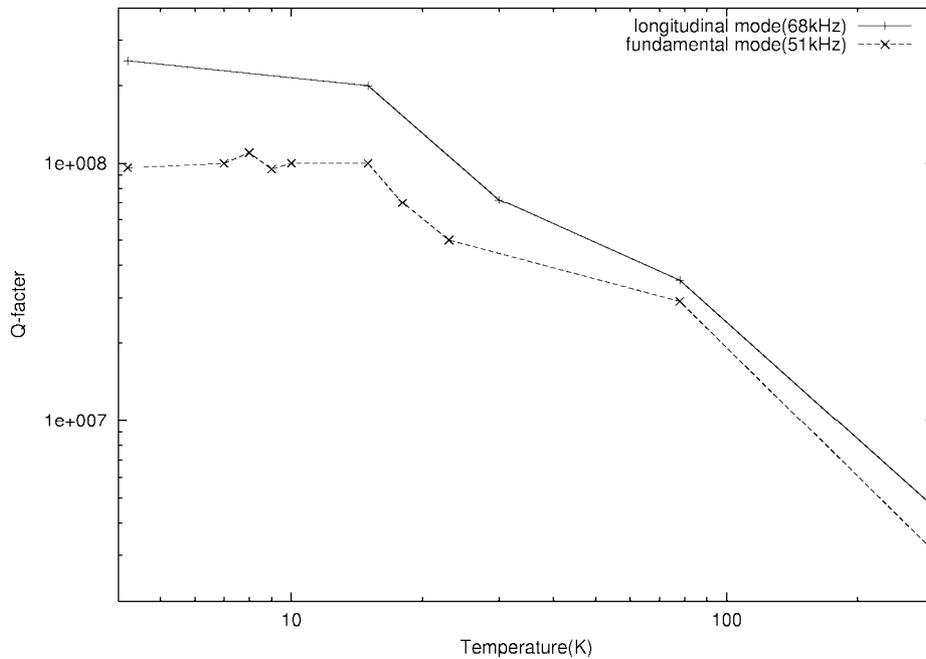


図 4.2: サファイアシリンダーの Q 値

4.1.5 サファイアファイバーの Q 値

鏡の懸架装置の懸架ファイバーの散逸に依存する熱雑音が冷却によって改善されることも [14] によって確かめられている。

振り子の熱雑音に効いてくるのは振り子の Q 値だが、その直接測定は振り子運動が低周波であることから長時間の測定時間を必要とし、現実的ではない。そこで間接的に測定したファイバーの Q 値から振り子の Q 値を評価している。

測定ではサファイアファイバーが真円でないため lower resonance と higher resonance に分かれているが、図 4.3, 4.4 のような測定結果となっている。

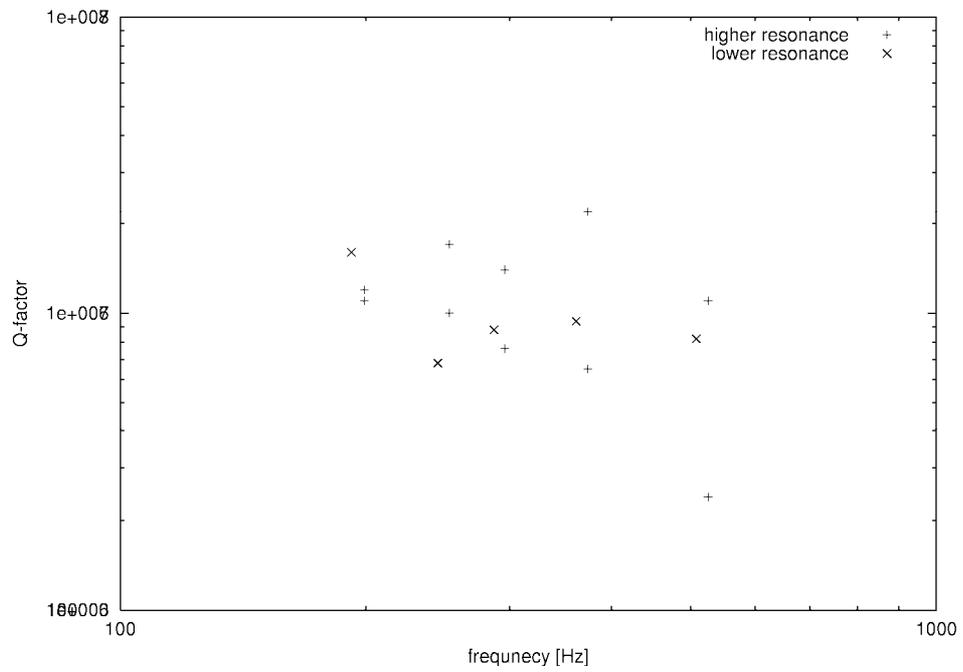


図 4.3: 78K でのファイバー Q 値の周波数依存性
 78K におけるサファイアファイバーの Q 値は 10^6 付近に集中している

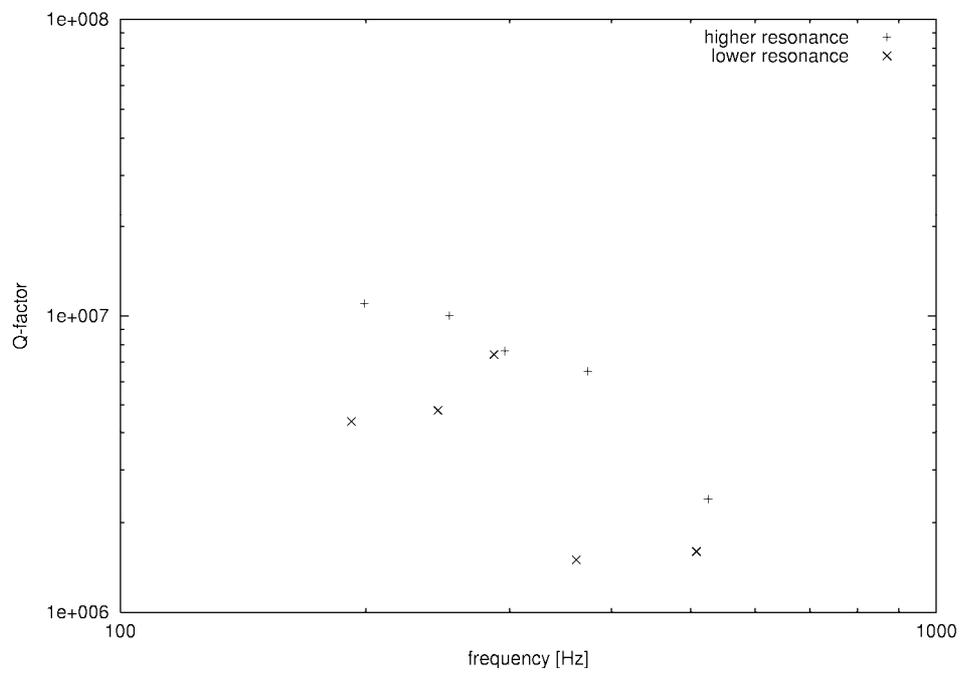


図 4.4: 68K でのファイバー Q 値の周波数依存性
 6K におけるサファイアファイバーの Q 値は 10^6 から 10^7 にわたっている

4.2 干渉計方式

LCGT 計画の第 0 次案では干渉計方式は RSE(Resonant Sideband Extraction) 方式を採用している。RSE 方式とはフィネスを高めて arm cavity 内のパワーを上げて、Signal Recycling Mirror で信号をキャンセルする前にとりだすという方法である。

RSE の最も注目すべき点は front mirror 内部や Beam splitter におけるレーザーパワーが小さく、発熱に関して PRFPMI(Power Recycled Fabry-Perot Michelson Interferometer) よりも有利であるということである。

RSE に関して今後やるべき研究として、

- よりよいデチューニング法の開発
- よりシンプルな RSE の開発
- RSE に特有なノイズメカニズムの研究
- プロトタイプでのより精密な実験

などが挙げられている。

4.3 設置環境

LCGT 計画の大きな特徴の一つとして、設置場所を岐阜県の神岡町の鉱山内にするということがある。地面振動が大きな雑音源となる重力波望遠鏡にとってこの静かな環境は非常に有利な点である。

4.3.1 振動環境について

サイトサーベイについては、高周波の振動は地表からの深さ、振動源からの距離によるので、できるだけ深くする必要があり、特に国道からはできるだけ遠ざける必要がある。

4.3.2 温度・湿度について

鉱山内は通常気温が 13-14 で、湿度は 90%以上であるので、除湿と温調は必需である。

鉦山内の LISM(20m) 実験室では気温が 22.5-23.5 で、湿度 40-50%である。また、外気の導入と空調も必要となってくる。

第5章 LCGTのデザインと感 度評価

5.1 LCGTの必要性

現在、国立天文台では重力波望遠鏡 TAMA300 を用いて、世界に先駆けて長時間の重力波観測を行っている。しかし、TAMA300 の最終感度ではアンドロメダ銀河程度までの連星中性子星合体による重力波しか捉えることができず、この程度の範囲における連星中性子星合体は100万年に1回程度の割合で起きると見積もられている。つまり、TAMA300 の最終感度で連星中性子星を捉えるのに100万年のオーダーの時間が必要になる。

この連星中性子星のような稀な現象を捉えるためには我々の銀河の近傍にとどまらず、さらに遠くの銀河まで見渡せるようではなならない。連星中性子星の生成率から考えると、それを年に数回というレベルで捉えようとする、その見積もりの不確定性から考えて200Mpc程度まで見れば十分であると言える。これはTAMA300の感度より2桁以上高いことになる。このような桁違いの感度を実現するためには、TAMA300に続く新しい重力波望遠鏡の設置が不可欠になってくる。そこで、日本の重力波グループでは熱雑音を少なくするために鏡などの低温化を図り、基線の長さが3kmのLCGT(大型低温重力波望遠鏡)という新しい重力波検出器の計画を実現しようとしている。

5.2 LCGT計画の概要

LCGT計画における重力波望遠鏡は、基本的にはTAMA300と同じレーザー干渉計を用いた望遠鏡である。レーザー干渉計の感度を高めるには様々な方法があるが、まず単純に考えられる方法は基線長をできるだけ長くするというものである。重力波は空間の歪みを

検出するため、対象となる空間が長ければ長いほど検出される歪みの部分も大きくなるからである。地理的な制限や経済的な制限も考慮して、LCGT 計画では 3km という基線長を採用している。また、地面振動からの雑音をできるだけ抑えるために岐阜県の神岡町に設置場所を選んだ。

レーザー干渉計の主な雑音としてショットノイズがあるが、このノイズはレーザーパワーの平方根に反比例するという性質を持つため、できるだけレーザーパワーを高くした方が感度をよくすることができる。そのため、LCGT の光源は $1\mu\text{m}$ の波長で 100 W のハイパワーレーザーを用いることが目標となっている。鏡の変位雑音を小さくするために 2 つのファブリペロー共振器を構成する 4 枚の鏡は 20 K 程度の極低温に冷やされる予定で、これらを冷凍するための冷凍機が設置される。低温にするために鏡の基材には熔融石英ではなくサファイアの単結晶を使用する。さらに、この干渉計は空気による屈折率のゆらぎを除くために超高真空である必要がある。

5.3 LCGT の目標感度

LCGT における感度の目標は 200Mpc 離れた中性子連星衝突からの重力波を $S/N=10$ でとらえることとしている。これは LIGO より一桁以上よい感度になっている。

5.3.1 目標となる感度曲線

目標となる感度曲線を決定するという事は、干渉計に存在する個々の雑音それぞれについて考えなければならない。ここで雑音についてもう一度整理してみると、

光学的な雑音

ショットノイズ
輻射圧による雑音

熱雑音

振り子の熱雑音
鏡の熱雑音

地面振動

これだけの雑音源が存在している。
これらの目標値を設定して、それを周波数領域の感度曲線に表したものが図 5.1 である。

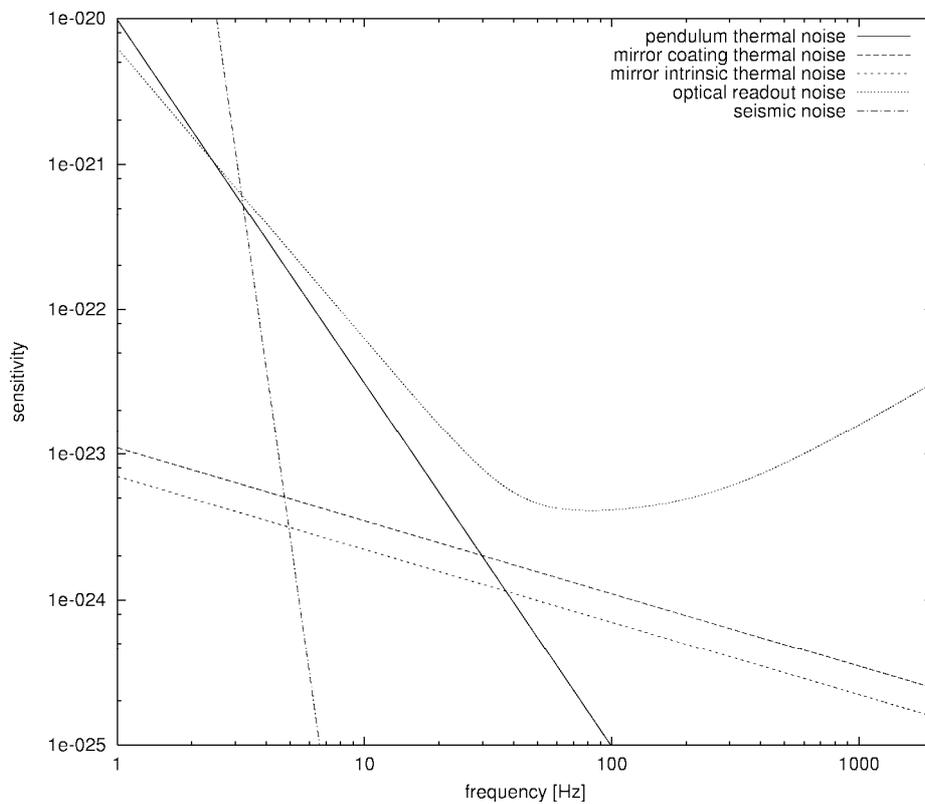


図 5.1: LCGT の目標感度

光学的な雑音

このグラフを見る限り、LCGTの感度はほとんどの周波数帯において光学的な雑音でリミットされており、干渉計に最も支配的な影

響を及ぼしている雑音は光学的な雑音であると言える

この雑音の極小値の部分は 40Hz 程度の周波数にあり、この周波数帯において、光学的な雑音は標準量子限界 (S Q L) に一致している。

熱雑音

鏡のコーティングの熱雑音が基材の熱雑音を上回っていることがわかる。コーティングの熱雑音の軽減により力を注ぐべきであると言える。また、鏡の熱雑音だけでなく振り子の熱雑音も光学的な雑音を下回っているため、これ以上熱雑音を軽減してもあまり意味がないと言える。

しかし、連星中性子星をターゲットとすることを前提とした場合、鏡の熱雑音が効いてくる周波数帯は最も重要な周波数帯であるため、無視することはできない。

地面振動

重要な周波数帯では雑音源が支配的であるため、感度への寄与は比較的少ないと考えられるが、より高い周波数帯では予期せぬ内部共振で防振比が悪化することが考えられるので防振比に余裕を持たせることが必要である。この防振比は振り子の設計に大きく変わるため、振り子の熱雑音と等しくなる周波数を決めてそれをもとにした防振比から設計していく。

5.3.2 LCGT の主なパラメータ

LCGT のパラメータの現在の設定値は干渉計の各部分に関して以下のようにになっている。

- ・干渉計

基線長 : $L = 3[\text{km}]$

フィネス : $F = 5000$

- ・レーザー

波長： $\lambda = 1.064 \times 10^{-6}[\text{m}]$

波源のパワー： $P = 100[\text{W}]$

ビーム半径： $\omega_0 = 3[\text{cm}]$

・懸架装置

ワイヤーの長さ： $l_{\text{sus}} = 0.25[\text{m}]$

振子の共振周波数： $f_{\text{pen}} = \sqrt{g/l_{\text{sus}}}/2\pi = 0.996[\text{Hz}]$

振子のQ値： $Q_{\text{pen}} = 2 \times 10^8$

振子の温度： $T_{\text{P}} = 10[\text{K}]$

・鏡

密度： $p = 4.0[\text{g}/\text{cm}^3]$

半径： $r = 15[\text{cm}]$

高さ： $H = 18[\text{cm}]$

質量： $M = 50.9[\text{kg}]$

ヤング率： $E_0 = 4.0 \times 10^{11}[\text{Pa}]$

Q値： $Q_{\text{mirror}} = 10^8$

温度： $T_{\text{m}} = 20[\text{K}]$

・地面振動

地面振動： $G_{\text{seismic}} = \frac{10^{-9}}{f^2}$

防振比： $H_{\text{isolation}} = \frac{10^{-3}}{f^{10}}$

5.4 感度の各パラメータ依存性

重力波望遠鏡は様々な雑音源の様々なパラメータによって感度が決定される。それぞれのパラメータを変化させることによってどの周波数帯の雑音がどの程度変化するかということは、様々な雑音が存在する複雑さを考慮しても、比較的想像しやすい。しかし、重要なのは周波数ごとにどの程度雑音レベルが変化するかではなく、あ

るターゲットの重力波をとらえる時にどの程度有利になるかということである。後者の疑問に答えるには数値計算をすることが必要になる。

LCGT 計画の場合は、干渉計の感度を制限する雑音が光学的な雑音であることがわかっているため、この雑音を構成するパラメータを中心に感度への影響度を調べていくことにする。この事を調べることによって、望遠鏡を設計あるいは改良するときどの部分を改善することに力を注げば最も合理的なのか。あるいは、どの程度までの努力に意味があるのかということについて見当をつけることができる。

5.4.1 感度の計算方法

SN を計算するには信号を雑音で割ったものを周波数で積分すればよい。

具体的な計算式は以下のようなになる、

$$\frac{S}{N} = \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{2|H(\omega)|^2}{S_n(\omega)} d\omega \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.1)$$

LCGT の目標が 200Mpc 離れた連星中性子星からの重力波を $S/N = 10$ でとらえることであるから、ここでの計算に用いた信号は 200Mpc 離れた連星中性子星からのものとしている。連星中性子星の質量は $1.4M_\odot$ としている。

また、LCGT 計画の第 0 次案では干渉計の方式が RSE 方式と設定されているので、計算は Broad Band RSE 方式でパワーリサイクリングなし場合として行っている。

重力波の信号を計算するときには質点近似をして計算している。

5.4.2 重力波の信号

今回の計算では簡単のために stationary phase 近似による重力波信号を用いたが、post newtonian 近似によって計算した信号をフーリエ変換したものと一致していることを、図 5.2 に示す。

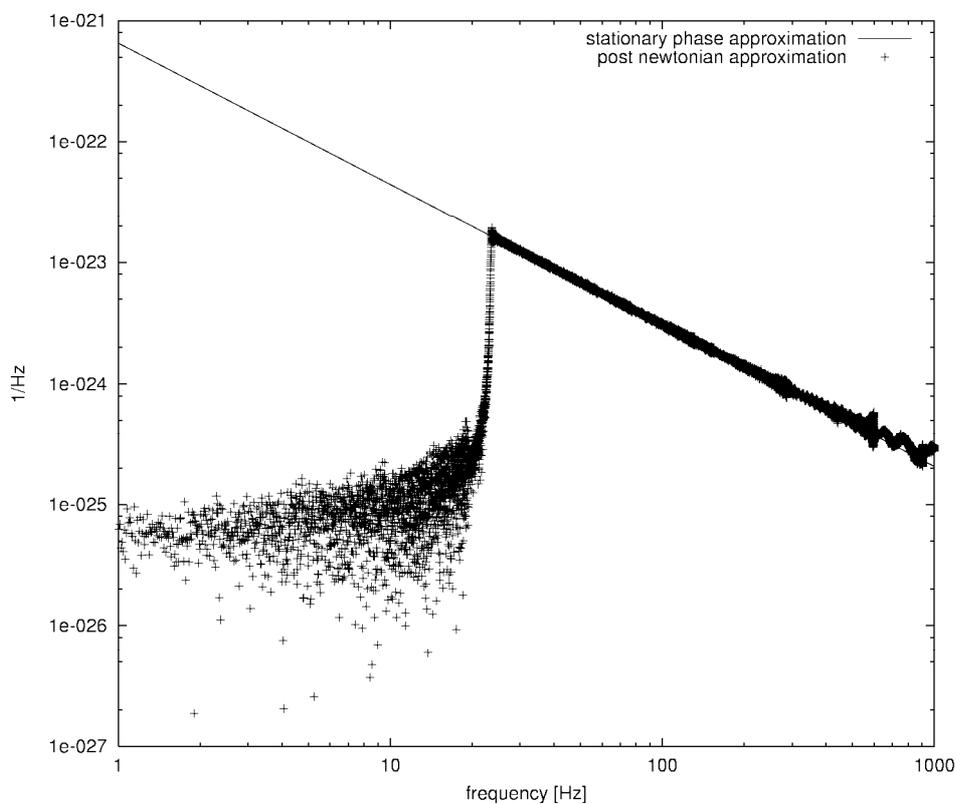


図 5.2: 重力波の信号

200Mpc の距離にあり、質量が $1.4M_{\odot}$ の連星中性子星からの重力波信号である。post newtonian 近似した信号をフーリエ変換したものと stationary phase 近似をしたものを描いており、2つの直線は一致している。

5.4.3 ロスの効果

ロスには大きく分けて、arm cavity のロスと SR cavity のロス、そして、photo detector のロスがある。

ここでは [16] で示されているロスの式を用いて、arm cavity のロスを 0.01、SR cavity のロスを 0.02、photo detector のロスを 0.1 とし、ロスを考えない場合の感度曲線と比べる。これは、ミラーのコーティングロスが 5ppm 程度に相当する。

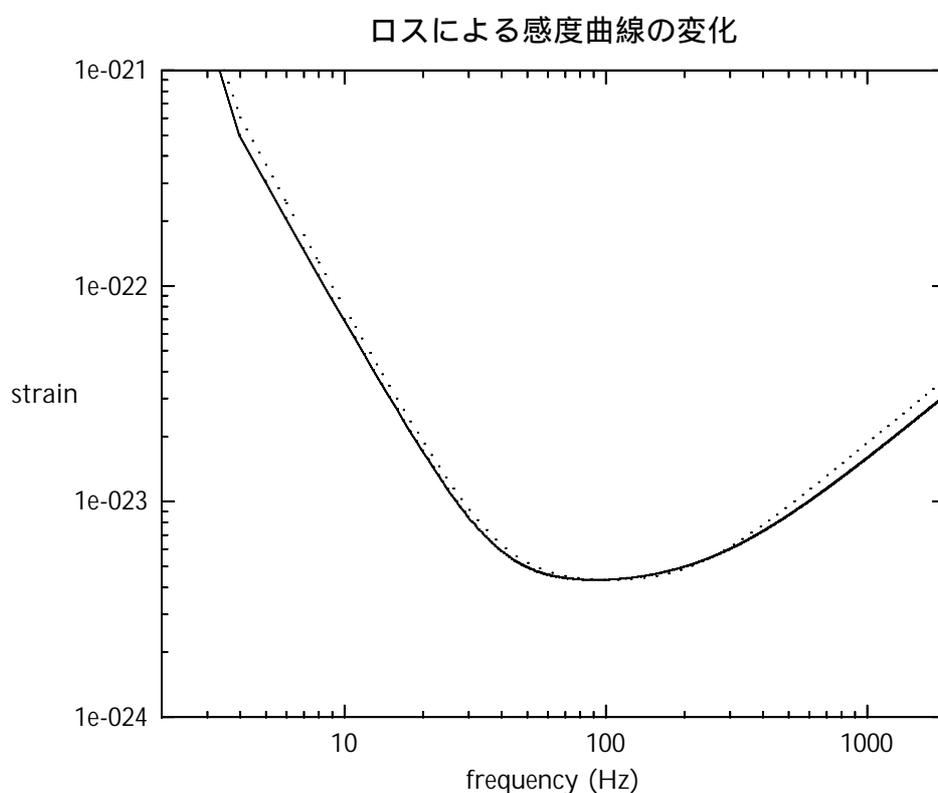


図 5.3: ロスによる感度曲線の変化

図 5.3 を見ると、ロスの影響がそれほどあるとは思われないが、重要なのは周波数積分したときの SNR であるのでそれを計算すると、表 5.1 のように SNR の差は 4% 程度と小さいことがわかった。

| | ロスなし | ロスあり (coating loss=5ppm) |
|-----|-------|--------------------------|
| SNR | 12.15 | 11.65 |

表 5.1: ロスの影響

ここでの SNR は、200Mpc にある連星中性子星からの重力波に対するものある。

5.4.4 レーザーパワーと SNR の関係

LCGT の感度を考える時に、レーザーパワーは非常に重要な要素になる。何故なら、LCGT の雑音は光学的な雑音が支配的であり、その光学的な雑音を構成するショットノイズを軽減するにはレーザーパワーを上げるしかないからである。

現在は Nd:YAG レーザーにより出力 10W が実現されているが、LCGT 計画のための研究が進めば出力 100W も十分可能であると考えられている。従って、LCGT 計画におけるレーザーパワーの目標は 100W と設定されているわけであるが、レーザーパワーを増やせば増やすほど、同じ割合で重力波をとらえやすくなる訳ではない。したがって、どの程度の努力に対してどの程度の効果があるのかを調べることは LCGT 計画を進めていくうえで非常に重要である。

図 5.4 は、レーザーパワーを変化させたときに 200Mpc 離れた連星中性子星合体からの重力波に対する SNR がどのように変化するかを示してある。ここで、レーザーパワー以外のパラメータの値は LCGT の目標値となっている。

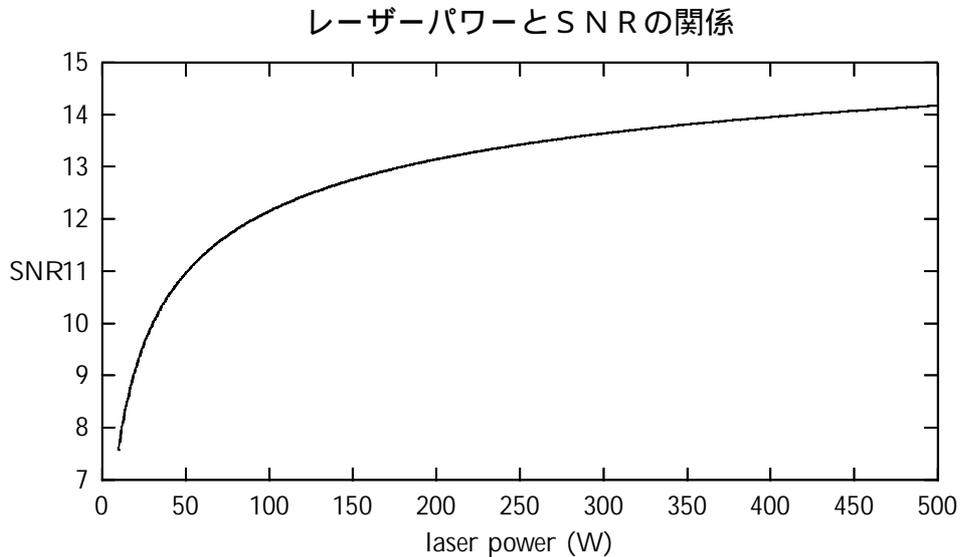


図 5.4: レーザーパワーとSNRの関係

図 5.4 で特徴的なのが 100W を超えたあたりから感度の伸びが鈍くなってきているということである。

また、レーザーパワーを増やしていくと基材の吸収による発熱が問題となってくるが、[15] を参考にしてサファイア基材による吸収を 1000ppm とし、1W の発熱を許容するとすると、レーザーパワーは 2000W まで許容されると見積もられるので、図 5.4 の範囲では問題ないと考えられる。

5.4.5 鏡の質量とSNRの関係

鏡の質量が影響を及ぼすのは振り子の熱雑音と輻射圧による雑音である。ここでより重要なのは LCGT における支配的な雑音となっている輻射圧による雑音の方であると考えられる。

また、鏡の質量は標準量子限界を下げるのでより根本的に感度に影響を及ぼすという意味で非常に重要なパラメータとなっている。

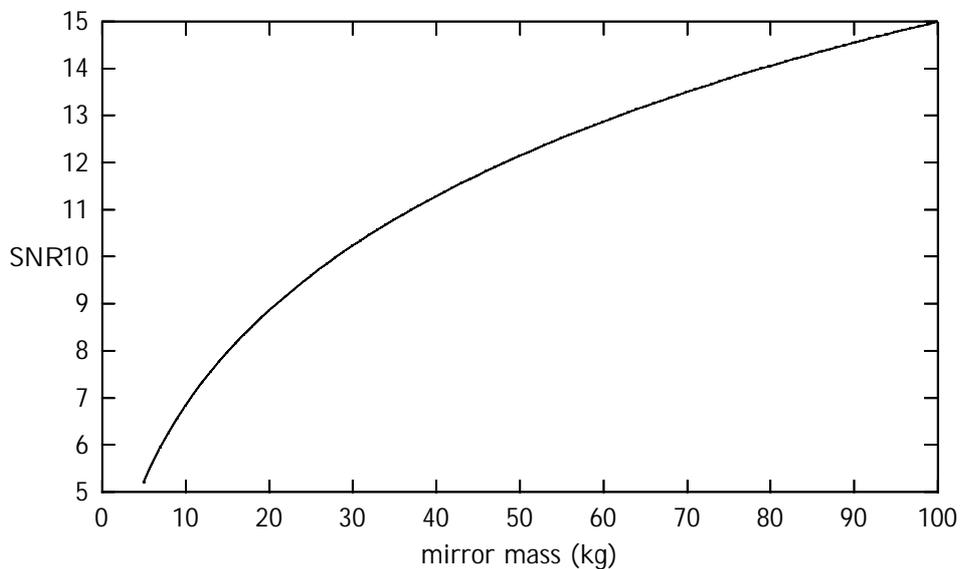


図 5.5: 鏡の質量と S N R の関係

200Mpc 離れた連星中性子星合体からの重力波に対する SNR の変化を示している

図 5.5 では、鏡の質量を変化させた場合はレーザーパワーの場合に比べて感度の改善がなかなか収束しないことがわかる。鏡の質量によって標準量子限界を直接下げることによる効果を実際に確認するできた。

また、図 5.5 のように目標の 50kg の倍の質量の鏡が実現されたとしても、鏡の共振周波数は $1/\sqrt[3]{2}$ 倍になるにすぎないので共振周波数が観測帯域まで下がる心配もない。

5.4.6 レーザーパワー、鏡の質量と SNR の関係

レーザーパワーと鏡の質量それぞれに関する SNR への影響を調べてきたが、次に、2つの変数によってどのように SNR が変化するかを計算したのが図 5.6, 5.7 である。

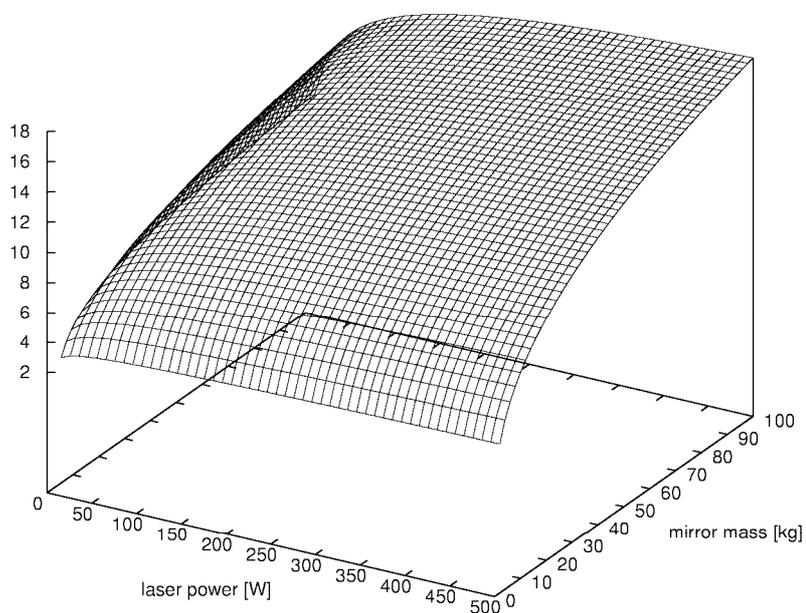


図 5.6: レーザーパワー、鏡の質量と SNR の関係

この図は、200Mpc にある連星中性子星からの重力波に対する SNR の振舞いを描いたものである。

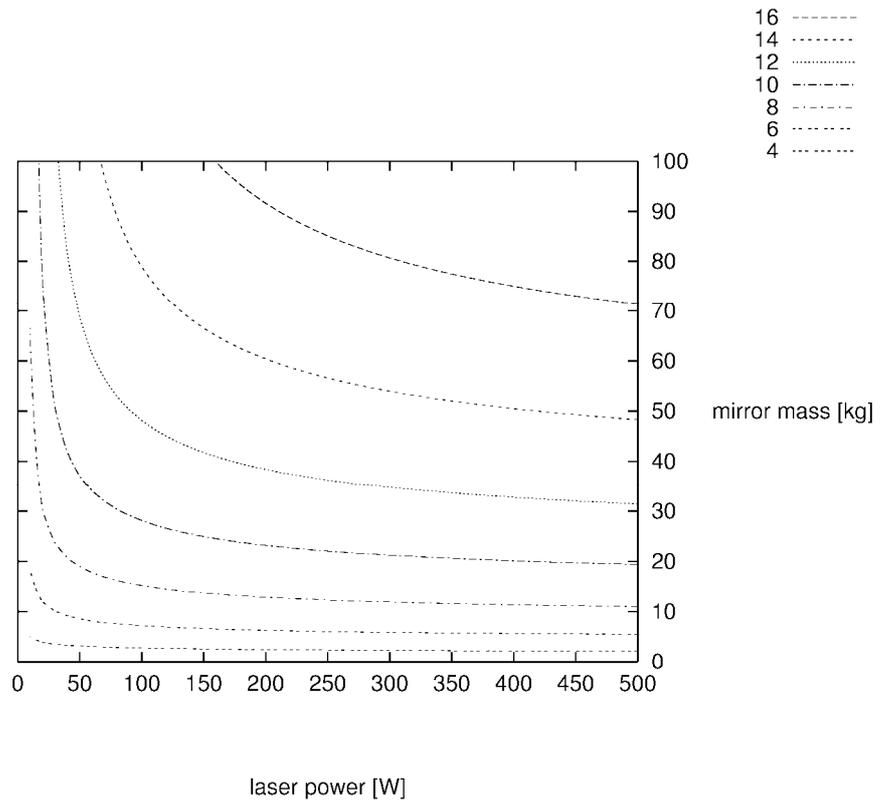


図 5.7: SNR のコントア

図 5.7 は、図 5.6 をコントアにしたものであり、SNR が 2 変化することに線を引いてある。

図 5.7 を見ると、レーザーパワーよりも鏡の質量による SNR の変化率が大きいですが、これはレーザーパワーが $1/2$ 乗で雑音に効いてくるのに対して、鏡の質量が 1 乗で雑音に効いてくる事にも関係している。

また、お互いに相手の値が小さい場合には、自分の値を良くしても効果は小さいことがわかる。特に鏡の質量が小さい場合、レーザーパワーを 100W 以上に上げてても SNR の改善はほとんど期待できないことがわかる。

感度曲線との比較

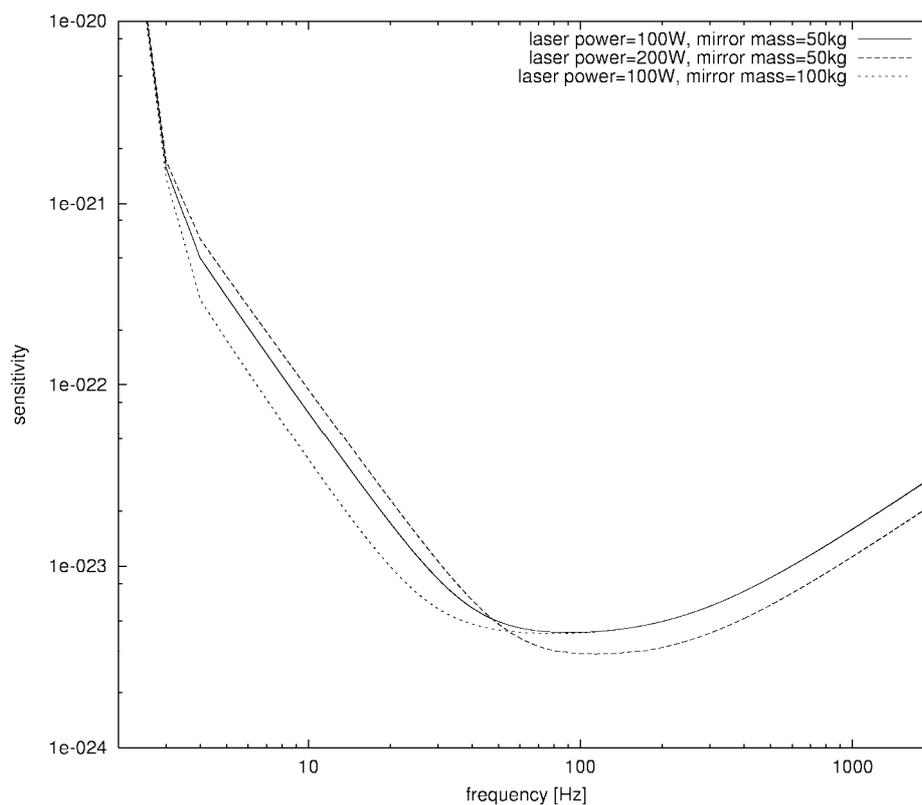


図 5.8: レーザーパワー、鏡の質量と感度曲線の関係

図 5.8 では、レーザーパワーを 2 倍した場合と、鏡の質量を 2 倍した場合の感度曲線を比較している。図 5.2 と比較してみると、レーザーパワーを増やした場合、信号を積分する領域がひろがることで感度の改善に貢献している一方で、その領域での雑音が大きくなるのでマイナスの効果もあることがわかる。鏡の質量を増やした場合は、信号の存在する領域の雑音が下がっていくという感度を改善させる要素しか存在していないことがわかる。

5.4.7 防振比とSNRの関係

ここでは、防振比とSNRの関係を調べることにする。防振比の目標は $\frac{10^{-3}}{f^{10}}$ となっているが、この変化がSNRにどれほど影響するのかということ調べる。

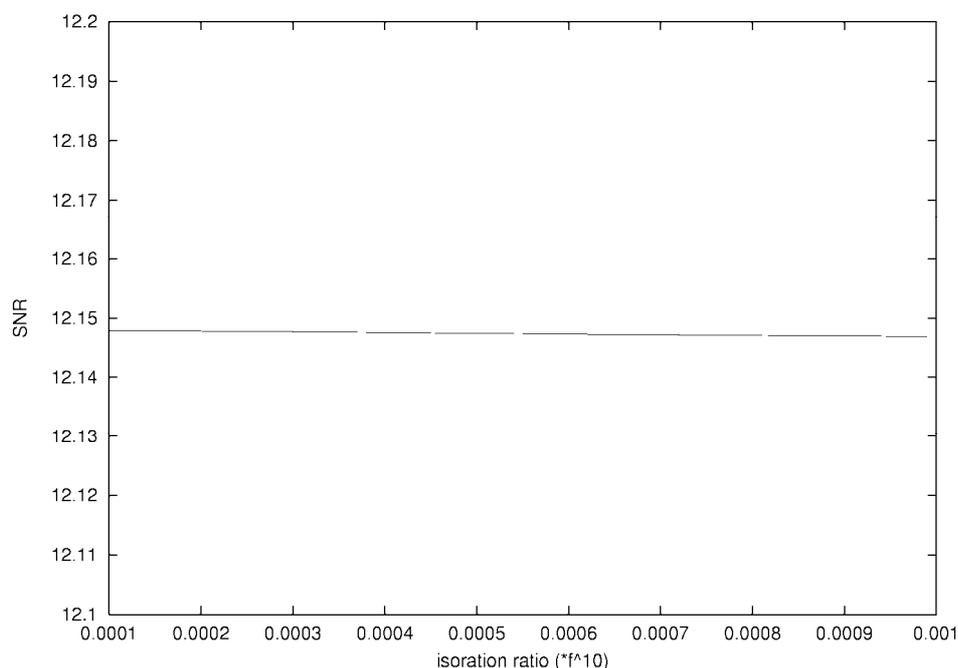


図 5.9: 防振比とSNRの関係

防振比を変化させた場合の、200Mpcにある連星中性子星からの重力波に対するSNRの振舞いである。

図 5.9 を見る限り防振比は光学的な雑音と比べてみるとほとんどSNRに寄与していないことがわかる。

逆に、光学的な雑音がどれほどSNRに影響を及ぼすのかということ強調する結果となっている。

5.4.8 倍波の有用性

LCGTは基線長が3kmという巨大な干渉計であるため、キャビティ内の鏡の間を往復するレーザーも、その径がより大きくなるも

のと考えられる。現在の見積もりではビーム径は3cmということになっており、ビーム径が大きいほどキャビティの外に洩れるレーザーも多くなり、感度に影響を及ぼす可能性がある。

そこで、LCGTではこのための対策としてYAGの倍波を波源に用いることも検討されている。YAGの倍波はYAGレーザーに比べてビーム径が $\sqrt{2}$ 倍であるのでレーザーがキャビティの外に漏れにくくなるという意味では有利である。しかし、その複雑な構造に加えてYAGレーザーに比べて研究が進んでいないということから、安定性という意味では不利であると考えられる。

このような性質を持つ倍波の導入を検討する意味で、その利点について計算を行った。

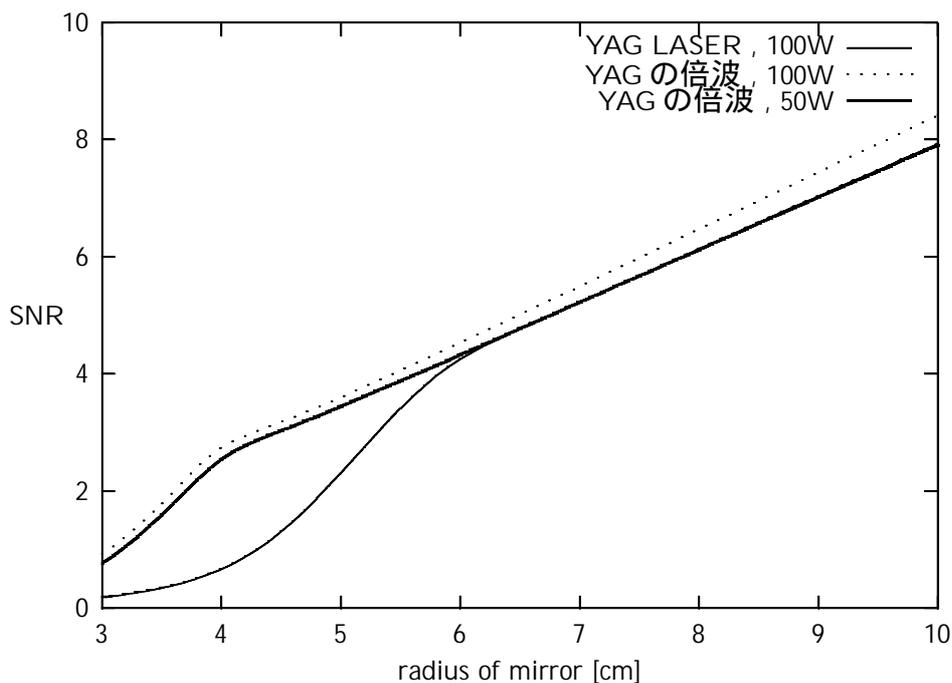


図 5.10: 鏡の半径とSNRの関係

鏡の半径を変化させた場合の、200Mpcにある連星中性子星からの重力波に対するSNRの振舞いである。

図5.10で100WのYAGレーザーと50Wの倍波の感度が重なっているのは、この2つの場合では、光学的な雑音を構成するファクター

である $\frac{\lambda}{P_0}$ が等しいためである。ここで、 λ はレーザーの波長で、 P_0 はレーザーパワーである。

このグラフで注目すべきところは、YAG レーザーを用いた時の感度と倍波を用いた時の感度が約 6cm 以下のところで開いているということである。これは、YAG レーザーの方がビーム径が $\sqrt{2}$ 倍大きいいため、キャビティ内の光がより多く失われることが原因である。

これにより、鏡の半径が約 6cm 以下の場合に倍波を用いることが有効であることが明らかになった。

5.4.9 鏡の透過率と SNR の関係

RSE を採用する場合、干渉計には透過率を設定する必要のある鏡が 2 種類存在する。arm cavity の front mirror と signal recycling mirror である。arm cavity の end mirror に関しては、透過率をできるだけ低くした方が感度が上がる。

シグナルの折り返し回数は arm cavity の front mirror と signal recycling mirror の compound mirror の透過率によるので、この 2 つは複雑に絡み合っている。従ってこの 2 つのパラメータをが感度にどのように影響しているかを計算した。

図 5.11 では、front mirror の透過率の下限を $T_f = 10^{-4}$ として計算している。このグラフを見ると、front mirror の透過率が下がるほど感度の最大値が高くなっている。

$T_f = 10^{-4}, T_s = 3.8 \times 10^{-3}$ のとき、感度が最大になることがわかった。

また、他のパラメータを変化させた場合の振舞いも、図 5.12, 5.13 で計算した。その結果、表 5.2 のように最適な SR mirror の透過率にそれほど大きな変化はなく、 4×10^{-3} 程度であった。ただし、ここで透過率の下限を 10^{-4} とした。

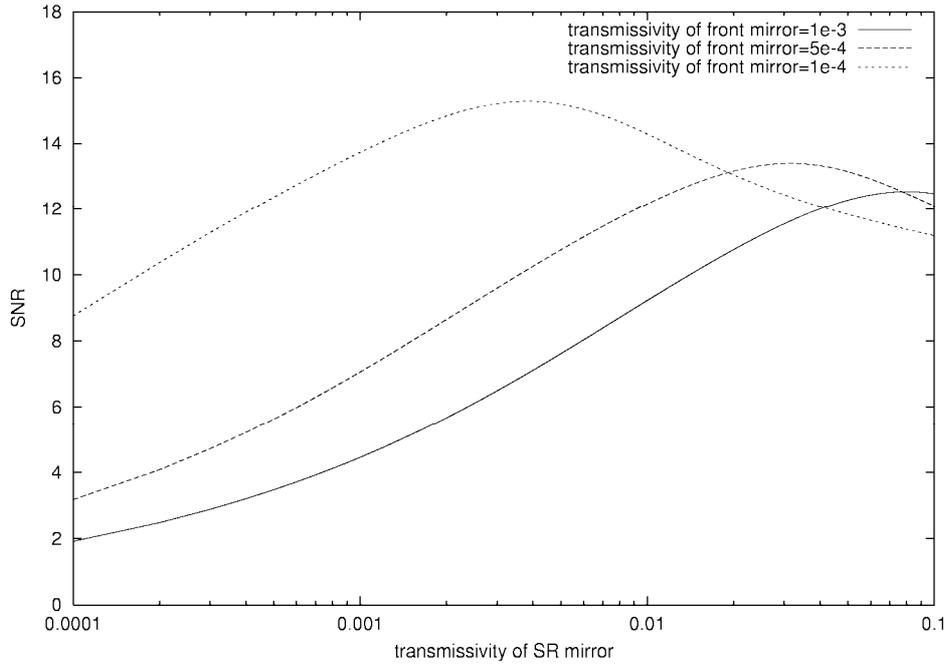


図 5.11: 鏡の透過率とSNRの関係

鏡の透過率を変化させた場合の、200Mpcにある連星中性子星からの重力波に対するSNRの振舞いである。

| | T_{SRmirror} | SNR_{max} |
|---|-----------------------|---------------------------|
| $P = 50[\text{W}], M = 25[\text{kg}]$ | 4.2×10^{-3} | 11.4 |
| $P = 100[\text{W}], M = 50[\text{kg}]$ | 3.8×10^{-3} | 15.3 |
| $P = 200[\text{W}], M = 100[\text{kg}]$ | 3.3×10^{-3} | 19.9 |

表 5.2: 最適な鏡の透過率

ここでのSNRは、200Mpcにある連星中性子星からの重力波に対するものある。

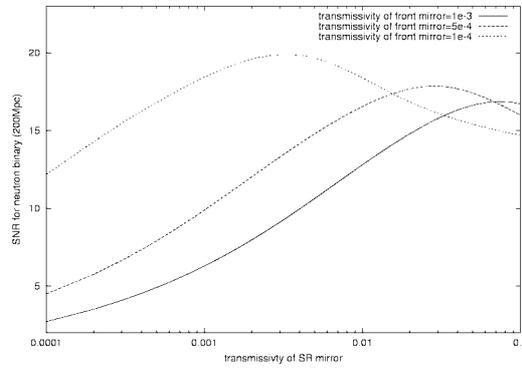


図 5.12: レーザーパワー 200W, 鏡の質量 100kg の場合

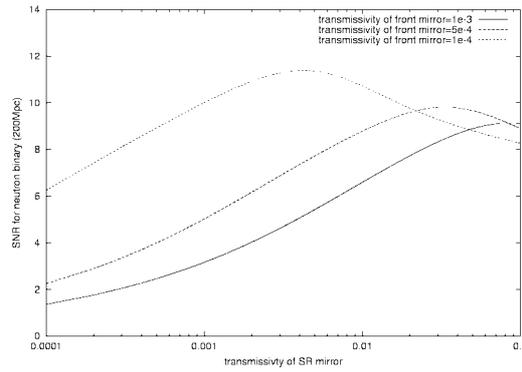


図 5.13: レーザーパワー 50W, 鏡の質量 25kg の場合
 これらは鏡の透過率を変化させた場合の、200Mpc にある連星中性
 子星からの重力波に対する SNR の振舞いである。

第6章 まとめ

LCGT の設計と改良がより合理的に行われるために、雑音を構成するそれぞれのパラメーターがどのように感度に影響を及ぼしているのかを調べた。ここで、重力波信号は LCGT の主なターゲットである 200Mpc 離れた連星中性子星合体からの重力波信号とした。

それぞれの結果としては以下のようなことが言える。

- レーザーパワーは 100W 程度まで増えると、その後は感度の改善が鈍ってくるが、鏡の質量の増加による感度の改善は比較的鈍らない。
- 鏡の質量が小さい場合は、レーザーパワーを 100W 以上に上げても SNR の改善はほとんど期待できない。
- 防振比を目標値の付近で変化させても、ほとんど SNR に影響を及ぼさない。
- YAG レーザーを使う場合とその倍波を使う場合とではミラー半径が約 6cm 以下で、感度の差が顕著になるので、その場合には倍波を使うべきである。
- 現在の目標値が達成された場合に、 T_f (フロントミラーの透過率) の限度を 10^{-4} とすると、 $T_f = 10^{-4}, T_s = 4 \times 10^{-3}$ で感度が最大になる。
- 他のパラメーターが変化しても、最適な透過率の値は大きく変化することはない。
- 本論文では、いくつかの目安となるパターンについて計算したが、それぞれのパラメーターに関して、どの程度までの努力に意味があるのかを逐一確認して、効率的に高い感度を実現する必要がある。

参考文献

- [1] R.A.Hulse and J.H.Taylor.Discovery of pulsar in a binary system.Astrophys.J.,Vol.195,pp.L51-L53(1975)
- [2] J.Weber.Evidence for discovery of gravitational radiation. Phys.Rev.Lett,Vol.22,pp.1320-1324(1969).
- [3] A.Abramovici,et al.LIGO:The Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory.Science,Vol.256,No.17,pp.325-333 (1992)
- [4] Flanagan,Hughes,PRD57,4535(1998)
- [5] Benjamin J.Owen,Search templates for gravitational waves from inspiralling binaries(1996)
- [6] 中村卓史, 三尾典克, 大橋正健 (編) . 重力波をとらえる- 存在の証明から検出へ, 京都大学学術出版会 (1998).
- [7] P.R.Saulson,Thermal noise in mechanical experiments. Phys.Rev.D,Vol.42,pp.2437-2445(1990).
- [8] P.R.Saulson,Fundamentals of Interferometric gravitational wave detectors,World Scientific(1994)
- [9] L.D.Landau and E.M.Lifchitz,Statistical Physics, Pergamon(1980)
- [10] Blanchet et al,Class.Quant.Grav. 13,575-585(1996)
- [11] V.B.Braginsky et al.,Phys.Lett.A 264(1999).
- [12] Y.Levin,Phys.Rev.D 57(1998)659

- [13] K.Yamamoto, Study fo the thermal noise caused by inhomogeneously distributed loss, Ph.D.thesis(2000)
- [14] 内山隆, 重力波レーザー干渉計用低温鏡の研究, 博士論文 (1999)
- [15] 都丸隆行, 重力波レーザー干渉計における熱レンズ効果の研究, 博士論文 (2000)
- [16] A.Buonanno and Y.Chen, Quantum noise in second generation, signal-recycled laser interferometric gravitational-wave detectors
- [17] H.J.Kimble, Y.Levin, A.B.Matsko, K.S.Thorne and S.P.Vyatchanin, Conversion of conventional gravitational wave interferometers into QND interferometers by modifying input and/or output optics

謝辞

本研究を進めるにあたり、指導教官である大橋先生には常日頃より懇切丁寧にご指導をして頂いたばかりでなく、終始暖かな励ましやご助言を頂きました。また、本論文の不備をご指摘いただき、議論を展開する上で非常に有益なご意見を頂きました。心から感謝致します。

教授の黒田先生には研究面、生活面において様々な助言を頂き、暖かく見守って頂きました。

助手の三代木氏は、折に触れて質問を聞いて頂いて無知な私に知識を授けてくださり、大変お世話になりました。

研究員の山元氏には時間や場所を問わず、快く質問に応じて頂き、氏の豊富な知識で私を助けてくださいました。大変感謝しています。

研究員の内山氏はユーモアに溢れた話しぶりで、いつも私たちを和ませて、楽しませてくださいました。

研究員の都丸氏と博士課程の宮川氏はお会いできる機会が少なかつたにもかかわらず私の質問に丁寧に答えてくださり、貴重な知識を授けてくださいました。

修士課程の奥富氏は、豊富なコンピュータの知識を私に丁寧に教えてくださいました。ありがとうございました。

同期の林氏と近藤氏には研究面だけでなく生活面でも大変お世話になりました。同期が一人だけだったらどれだけ寂しかったかわかりません。心から感謝しています。

修士課程の笠原氏は明朗でユニークな性格で研究室を明るくしてくれました。

また、私の家族をはじめとする、多数の方々からご支援をいただくことにより本研究を行うことが出来ました。ここに記して感謝いたします。