

修士論文

Fabry-Perot 共振器を用いた Nd:YAG の倍波レーザーの 周波数安定化の研究

平成 14 年 1 月 9 日

東京大学大学院理学系研究科物理学専攻
学籍番号 06106 林 直人

目 次

第 1 章 Introduction	5
第 2 章 重力波の検出原理	7
2.1 重力波の伝播	7
2.2 重力波の偏光	8
2.3 レーザー干渉計	8
第 3 章 実験の概要	11
3.1 第 2 高調波の発生方法	12
3.1.1 非線形媒質の分極	12
3.1.2 2 次の非線形分極	12
3.1.3 第 2 高調波発生システム	14
3.2 周波数安定化法	16
3.2.1 Fabry-Perot 共振器の透過光と反射光	16
3.2.2 Fabry-Perot 共振器の伝達関数	17
3.2.3 Pound-Drever 法	19
第 4 章 周波数安定化実験	23
4.1 レーザーの特性	23
4.1.1 レーザー	23
4.1.2 ビームの Profile	24
4.2 Fabry-Perot 共振器の仕様	26
4.2.1 Fabry-Perot 共振器用ミラー	26
4.2.2 モードマッチング	26
4.3 ミラーホルダー共振器	28
4.3.1 周波数制御の準備	28
4.4 レーザーの周波数制御	34
4.4.1 ピエゾ制御端子を利用した周波数制御	34
4.4.2 温度制御端子を利用した周波数制御	37
4.4.3 周波数雑音の比較	42
4.5 スペーサーを用いた共振器	43
4.5.1 光学系	43
4.5.2 周波数安定化	46

4.5.3 周波数雑音評価	48
第 5 章 まとめ	55
付 録 A	61
A.1 Phase shifter	61
A.2 Photo Detector	61
A.3 実験室の気温	63

第1章 Introduction

重力波は1916年にアインシュタインの一般相対性理論によってその存在が予言された。しかし未だにその直接観測は成功していない。重力波の直接検出は一般相対性理論の実験的検証のみならず重力波天文学の始まりにつながる。それは現在の「光」の天文学とは異なる重力波によってのみ知ることのできる新たな宇宙像を提示するものと期待されている。

重力波の直接検出の主力はレーザー干渉計である。レーザーはその高い可干渉性のために、さまざまな精密測定分野に用いられているが、特に重力波の検出には極めて高感度のレーザー干渉計が必要とされる。重力波検出器用レーザー干渉計の光源にはNd:YAGレーザーの基本波(1064nm)が用いられている。それは高安定高出力レーザーとしてLD励起Nd:YAGレーザーの雑音が非常に小さく、また効率がよいという大型重力波干渉計の光源に適した特性をもっているためである。

干渉計開発は基線長が数十mのプロトタイプから始まり、現在は本格的に検出を目指した基線長数kmの大型レーザー干渉計の建設が世界各国で進められている。日本では基線長が300mのレーザー干渉計TAMA300が国立天文台に建設されていて、既に観測が始められている[1]。しかしTAMA300では感度が充分ではないので、確実に重力波を検出するために現在基線長が3kmの大型重力波検出器の建設計画であるLCGT(Large-scale Cryogenic Gravitational wave Telescope)計画が進められている[2]。LCGT計画では基線長を今までのTAMA300より長くするだけでなく、レーザー干渉計の鏡を20K程度まで冷やす。それは鏡を低温にすることで鏡の熱雑音を減らし、干渉計の感度を上げるためである。そのため今まで鏡の基板には合成石英を用いていたが、LCGT計画では鏡の基板にサファイアを使用する予定である。それはサファイアは低温においてQ値や熱伝導性が高いという、低温鏡に適した特性をもっているためである。

しかしサファイアには鏡の基板として使用するうえでいくつかの問題がある。そのうちのひとつとして大口径の鏡の製作の困難さがあげられる[3]。LCGT計画では基線長が伸びることでビームスポットが大きくなり、直径が30cmの鏡が必要とされている。しかし高品質なサファイア結晶でこれだけの直径がある鏡を作るのは非常に難しい。そこでビームスポットを小さくするためにレーザーの波長を短くする。具体的にはNd:YAGの倍波レーザーをLCGTの光源として使用できないか検討した。それは重力波検出器用レーザー干渉計には非常に周波数が安定なレーザーが必要なので、十分に安定化の技術が進んでいるNd:YAGレーザーから倍波を取り出す方法が適当であると考えたためである。そこで本研究ではNd:YAGの倍波レーザーの周波数安定化の実験を行った。実験の概要については第3章で説明する。

本論文では第2章で重力波の検出原理、第3章で第2高調波(倍波)発生システムと周波数安定化法などの理論について述べている。第4章の前半でミラーホルダーで作成したFabry-Perot共振器の実験、後半でスペーサーを用いた共振器の実験について、そして第5章で結論を述べる。

第2章 重力波の検出原理

ここではまず重力波の検出方法について述べる [4][5]。

2.1 重力波の伝播

重力場を記述するアインシュタイン方程式は

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (2.1)$$

である。ここで G は重力定数、 c は真空中の光速、 $T_{\mu\nu}$ はエネルギー運動量テンソルである。 $R_{\mu\nu}$ はリッチテンソル、 R はスカラー曲率であり、

$$R_{\mu\nu} = \frac{\partial \Gamma_{\mu\nu}^{\rho}}{\partial x^{\rho}} - \frac{\partial \Gamma_{\mu\rho}^{\rho}}{\partial x^{\nu}} + \Gamma_{\mu\nu}^{\rho}\Gamma_{\rho\sigma}^{\sigma} - \Gamma_{\mu\sigma}^{\rho}\Gamma_{\nu\rho}^{\sigma} \quad (2.2)$$

$$R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu} \quad (2.3)$$

$$\Gamma_{\rho\sigma}^{\mu} = \frac{1}{2}g^{\mu\nu} \left(\frac{\partial g_{\sigma\nu}}{\partial x^{\rho}} + \frac{\partial g_{\rho\nu}}{\partial x^{\sigma}} - \frac{\partial g_{\rho\sigma}}{\partial x^{\nu}} \right) \quad (2.4)$$

となる。このようにアインシュタイン方程式は計量テンソル $g_{\mu\nu}$ に関して非線形な方程式なため厳密な解析解を求めるのが非常に困難である。そこでアインシュタイン方程式を弱い重力場のもとで近似して線形方程式に直すことを考える。

真空中における弱い重力場のずれ $|h_{\mu\nu}| \ll 1$ を考えるとき、計量テンソル $g_{\mu\nu}$ は

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad (2.5)$$

となる。ここで $\eta_{\mu\nu}$ はミンコフスキー時空

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & & 0 \\ & 1 & \\ & & 1 \\ 0 & & & 1 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

である。これを真空すなわち $T_{\mu\nu} = 0$ のアインシュタイン方程式

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 0 \quad (2.7)$$

に代入する。いま $\bar{h}$ を

$$\begin{aligned} \bar{h}_{\mu\nu} &= h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h, & h &= h^{\rho}_{\rho} \\ h_{\mu\nu} &= \bar{h}_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\bar{h}, & \bar{h} &= -h \end{aligned} \quad (2.8)$$

と定義して $h_{\mu\nu}$ の 1 次の範囲で式 (2.7) を解く。そのとき

$$\frac{\partial}{\partial x^\nu} h_{\mu}{}^\nu - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x^\mu} h_{\rho}{}^\rho = 0 \quad (2.9)$$

を条件とするとアインシュタイン方程式は最終的に

$$\square \bar{h}_{\mu\nu} = 0 \quad (2.10)$$

となる。これは真空中において弱い重力場の変動 $h_{\mu\nu}$ が光速で伝播することを示している。この波動が重力波である。

2.2 重力波の偏光

ここで z 方向に進む単色平面波を考える。すなわち

$$\bar{h}_{\mu\nu} = A_{\mu\nu} e^{-i(\omega t - kz)} \quad (2.11)$$

とする。ここで $A_{\mu\nu}$ は重力波の振幅を表す。 $A_{\mu\nu}$ は Transverse-Traceless gauge (TT ゲージ) を選ぶと

$$A_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

と表される。ここで時空に対する重力波の影響を考えると時空での線素 ds^2 は

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (2.13)$$

$$= (\eta_{\mu\nu} + \bar{h}_{\mu\nu}) dx^\mu dx^\nu \quad (2.14)$$

と表される。重力波が z 方向に伝播するとき $\bar{h}_{\mu\nu}$ に式 (2.12) を用い、さらに簡単にするため $h_+ \neq 0, h_\times = 0$ (Plus mode) と $h_+ = 0, h_\times \neq 0$ (Cross mode) の場合に分けて考えると ds^2 は

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + (1 + h_+) dx^2 + (1 - h_+) dy^2 + dz^2 \quad (2.15)$$

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + (1 + h_+) dx dy + (1 + h_\times) dy dx + dz^2 \quad (2.16)$$

となる。この結果より原点と xy 平面上の自由質点間の重力波による距離の変化を Fig.2.1 に示す。つまり重力波の影響は光の往復時間の変化として現れる。つまり重力波レーザー干渉計はこの性質を利用して重力波を検出する。

2.3 レーザー干渉計

重力波検出器レーザー干渉計は重力波が入射したときに生ずる位相差を光強度の変化として検出する。干渉計の x 方向と y 方向の鏡から反射してビームスプリッターに戻ってきた光の位相を ϕ_x, ϕ_y とすると、干渉した光の出力 P_d は

$$P_d \propto |A_x e^{i\phi_x} + A_y e^{i\phi_y}|^2 = A_x^2 + A_y^2 + 2A_x A_y \cos(\phi_x - \phi_y) \quad (2.17)$$

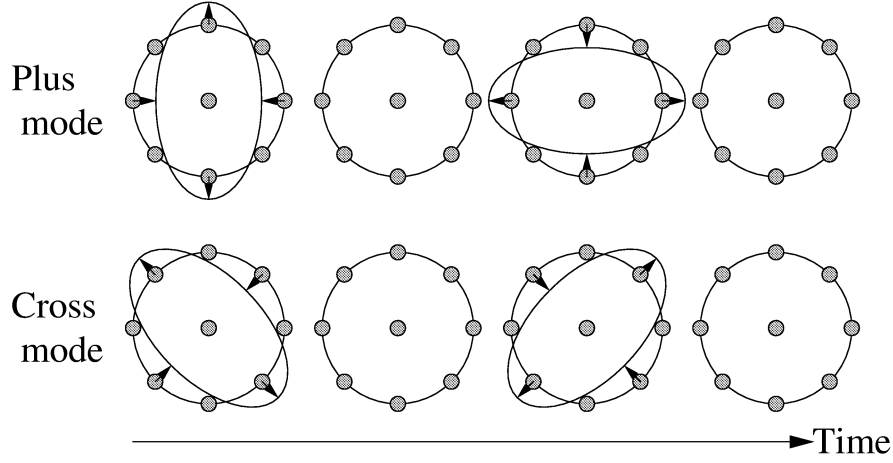


Fig. 2.1: 重力波の2つの偏波モード、(上) プラスモード (下) クロスモード

となる。ここで A_x, A_y は光の振幅を表す。位相差を含んだ第三項が干渉の影響を表していて、光の位相差に依存して変化することがわかる。レーザー干渉計を重力波検出器として用いる場合は2つの鏡とビームスプリッターを振り子で吊るして自由質点とする。

今 Plus mode の重力波が z 軸方向から入射した場合 ($h_+ = \text{constant}$) を考える。ここで l を腕の長さ、 Ω を光の角周波数とすると位相差は

$$\Delta\phi = \phi_x - \phi_y = -\frac{2h_+\Omega l}{c} \quad (2.18)$$

となり、干渉した光の中から重力波の情報を見出すことができる。

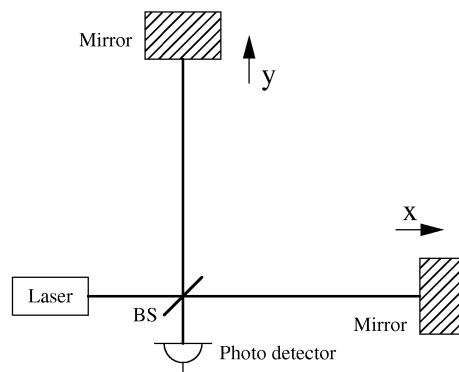


Fig. 2.2: マイケルソン干渉計:ビームスプリッターを座標の原点として直交した2つの光路を x, y 軸にとる。鏡とビームスプリッターを振り子状に吊るして自由質点化する。

しかし一般的には $h_+ \neq \text{constant}$ なので、 $h(t)$ をフーリエ分解して干渉計の応答関数 H_M を考え

ると

$$\Delta\phi_{GR}(t) = \int h(\omega)e^{i\omega t}H_M(\omega)d\omega \quad (2.19)$$

$$H_M(\omega) = \frac{2\Omega}{\omega} \sin(l\omega/c)e^{-il\omega/c} \quad (2.20)$$

と表される。式 (2.20) からわかるように $l\omega_0/c = \pi/2$ を満たす周波数 ω_0 より高い周波数では感度が低下する。これは干渉計内の光が重力波効果を打ち消しあってしまうからである。つまり観測したい重力波の帯域を決めたときには、最適な基線長を選ぶ必要がある。

今中性子星連星の合体のとき放出される重力波の観測に必要な観測帯域 10Hz~1kHz を考える。周波数 ω_0 が 1kHz のとき基線長 l は 75km である。そこで $l = 75\text{km}$ と固定したときの干渉計の応答関数 $|H_M|$ を Fig.2.3 に示す。

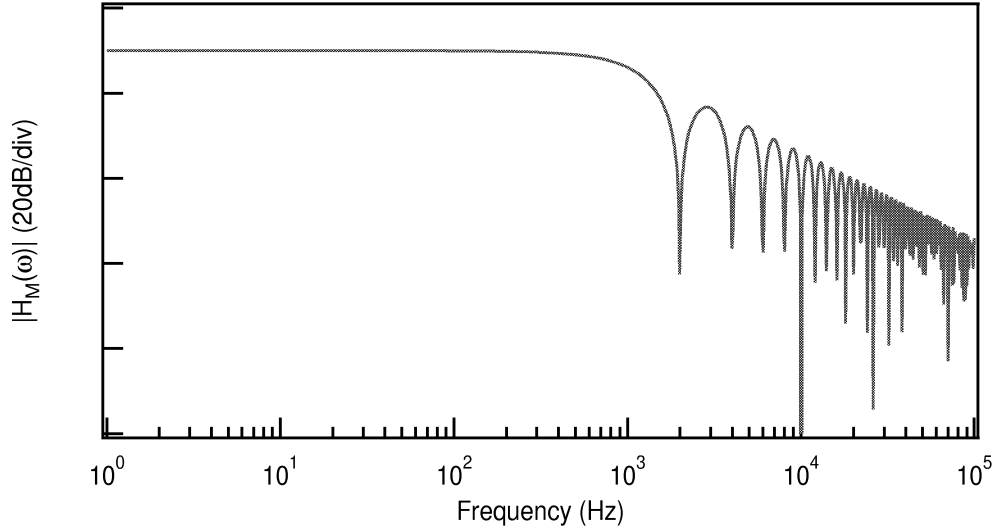


Fig. 2.3: マイケルソン干渉計の周波数応答関数:重力波が入射したときの干渉計の位相変化の大きさを重力波の周波数の関数としてプロットした。計算では光源が Nd:YAG レーザー (1064nm) で基線長 l を 75km とした。

ここまで重力波の検出方法について説明した。このような重力波検出用のレーザー干渉計が現在世界中で建設されている。本研究では次世代型レーザー干渉計 LCGT の光源として Nd:YAG の倍波レーザーを使用できるか検討するため周波数安定化実験を行った。そこで次の章では Nd:YAG の倍波レーザーを周波数安定化について説明する。

第3章 実験の概要

本実験では Nd:YAG の倍波レーザーの周波数安定化を行った。一般的にレーザーの倍波は、倍波が発生する条件 (位相整合条件) を満たした状態の光学的異方性のある非線形光学結晶に基本波を入射することで発生させることができる。そのため基本波である Nd:YAG レーザーの後に更に倍波を発生させるための装置を組み込むことになるので、レーザーの装置全体が複雑になる。また位相整合条件を常に安定に維持する必要があるために、レーザーの安定度が低減する恐れが生じる。そのため本研究では倍波レーザーの周波数安定化の実験を行った。

レーザーを周波数安定化するためには物質の吸収線や光共振器の共振周波数などより、周波数基準を得る必要がある。重力波の検出には $10^{-7}(\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}})(100\text{Hz} \sim 1\text{kHz})$ という安定度が求められているが、これだけの周波数安定度を得るために非常に高精度の周波数基準が求められる。近年光学技術の進歩により光共振器の方が精度の良い周波数基準を得られるようになったため、今回の実験では Fabry-Perot 共振器を用いた方法を採用した。しかし吸収線では絶対周波数が求まることと、Nd:YAG の倍波レーザーの波長付近にはヨウ素分子の強い吸収線が存在するので、長期的な周波数安定化にはヨウ素分子の超微細構造の準位間の遷移を周波数基準とした周波数安定化を併用することも有効であると思われる [6]。

重力波の検出や物理基礎定数の測定のように高精度の測定を行うためには周波数が高安定のレーザー光源が必要となる。そのためレーザーの周波数安定化の研究は古くから盛んに行われている。文献 [7][8] では Nd:YAG レーザーを液体ヘリウム温度に冷却したサファイア共振器を周波数基準として周波数安定化している。その安定化したレーザーとヨウ素分子の超微細構造の吸収線に安定化した Nd:YAG の倍波レーザーの周波数を比較した結果、6ヶ月で 2.7kHz という長期に高安定の周波数安定度を達成している。文献 [9] では Fabry-Perot 共振器のスペーサーに超低膨張ガラス (ULE) を用いた高フィネスで高安定な共振器で周波数基準を作成し、その共振器に色素レーザーを安定化させた。その結果 32 秒の短い時間ではあるが 0.6Hz という非常に狭い線幅をもったレーザーの作成に成功している。

本研究では LightWaves 社製の Nd:YAG の倍波レーザーを Fabry-Perot 共振器を周波数基準として Pound-Drever 法で周波数安定化した [10]。Pound-Drever 法とは位相変調をかけたレーザーを Fabry-Perot 共振器に入射して、その反射光を復調することで誤差信号 (レーザー周波数と基準周波数の差) を得る方法である。その誤差信号をフィルターを通してレーザーにフィードバックすることで周波数を安定化する。実験の前半ではミラーホルダーを用いて Fabry-Perot 共振器を組み、その共振器にロックすることでレーザーや共振器の特性やについて調べ、レーザー安定化の制御系を確立した。その後安定なスペーサーを用いた Fabry-Perot 共振器にレーザーをロックすることで高精度で長期のレーザー安定化を目指し、レーザーの周波数ドリフトや周波数安定度を評価した。

3.1 第2高調波の発生方法

本研究では実験の光源として Nd:YAG の倍波 (第2高調波) を用いている。この節では第2高調波について説明する [11]。また倍波の光を発生させることを第2高調波発生 (SHG: Second Harmonic Generation) という。

3.1.1 非線形媒質の分極

媒質を電界に置くと、内部に電気分極 $\mathbf{P}$ が生じ電気変位ベクトル $\mathbf{D}$ が

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (3.1)$$

で定義される。通常の媒質では $\mathbf{P}$ と $\mathbf{E}$ は比例関係なので

$$\mathbf{P} = \chi \mathbf{E} \quad (3.2)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \chi \mathbf{E} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (3.3)$$

より媒質の分極率 χ と誘電率 ε が定義される。

しかし電界 $\mathbf{E}$ が大きくなると線形からのずれが無視できなくなる。そのとき非線形分極を $\mathbf{P}_{\text{NL}}$ とすると $\mathbf{P}$ は $\mathbf{E}$ の2次以上の項に展開でき、

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \chi \mathbf{E} + \mathbf{P}_{\text{NL}} \\ &= \chi \mathbf{E} + \chi^{(2)} \mathbf{E}^2 + \chi^{(3)} \mathbf{E}^3 + \dots \end{aligned} \quad (3.4)$$

と表すことができる。式 (3.4) の第2項と第3項は2次と3次の非線形分極を表しているが、通常係数 $\chi^{(2)}, \chi^{(3)}$ は χ に比べて小さく無視することができる。

3.1.2 2次の非線形分極

2次の非線形分極は第2高調波、差周波数、和周波数の発生の原因となる分極である。ここでは媒質中に二つの角周波数 ω_1, ω_2 の電界 $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2$ が存在する場合どのようにこれらの非線形現象が生ずるかを考える。

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 \quad (3.5)$$

$$\mathbf{E}_1 = E_{10} \cos(\omega_1 t - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varphi_1) \quad (3.6)$$

$$\mathbf{E}_2 = E_{20} \cos(\omega_2 t - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varphi_2) \quad (3.7)$$

とすると、

$$\begin{aligned} \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} &= (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2) \cdot (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2) \\ &= E_{10}^2 \cos^2(\omega_1 t - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varphi_1) + E_{20}^2 \cos^2(\omega_2 t - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varphi_2) \\ &\quad + 2\mathbf{E}_{10} \cdot \mathbf{E}_{20} \cos(\omega_1 t - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varphi_1) \cos(\omega_2 t - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varphi_2) \end{aligned} \quad (3.8)$$

となる。これらの項を書き直すと

$$\cos^2(\omega_i t - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} + \varphi_i) = \frac{1}{2}[1 + \cos(2\omega_i t - 2\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} + 2\varphi_i)] \quad (i = 1, 2) \quad (3.9)$$

および

$$\begin{aligned} & \cos(\omega_1 t - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} + \varphi_1) \cos(\omega_2 t - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \varphi_2) \\ &= \frac{1}{2}[\cos\{(\omega_1 - \omega_2)t - (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r} + \varphi_1 - \varphi_2\} \\ & \quad + \cos\{(\omega_1 + \omega_2)t - (\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r} + \varphi_1 + \varphi_2\}] \end{aligned} \quad (3.10)$$

となるので、2次の非線形による分極 $\mathbf{P}^{(2)} = \chi^{(2)} : \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}$ は周波数成分 $0, 2\omega_1, \omega_1 - \omega_2, \omega_1 + \omega_2, 2\omega_2$ に分けられる。この $2\omega_1, 2\omega_2$ の成分は ω_1, ω_2 の第2高調波発生、 $\omega_1 - \omega_2$ は差周波数発生、 $\omega_1 + \omega_2$ は和周波数発生を表している。つまり式(3.8),(3.9),(3.10)より2次の非線形分極はこれらの周波数成分の発生原因であることがわかった。次に第2高調波が生ずる場合について考える。

第2高調波発生

まず単一周波数 ω の電界を考え、その x, y, z 成分をそれぞれ E_1, E_2, E_3 とすると

$$E_i = E_{0i} \cos(\omega t - \mathbf{k}_\omega \cdot \mathbf{r} + \varphi) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3.11)$$

と表され、角周波数 2ω の分極 $\mathbf{P}$ の成分 $P_i^{(2\omega)}$ は

$$P_i^{(2\omega)} = \sum_{j,k=1}^3 d'_{ijk} E_{0j} E_{0k} \cos(2\omega t - 2\mathbf{k}_\omega \cdot \mathbf{r} + 2\varphi) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3.12)$$

となる。ここで d'_{ijk} は非線形分極テンソル成分を表している。式(3.12)は角周波数 ω の電磁波を媒質中に伝え、角周波数 2ω 、波数 $2\mathbf{k}_\omega$ の分極波が生じることを示している。

角周波数 2ω の電磁波は

$$E_i^{(2\omega)} = E_{0i}^{(2\omega)} \cos(2\omega t - \mathbf{k}_{2\omega} \cdot \mathbf{r} + \varphi') \quad (3.13)$$

で表され、 $\omega, 2\omega$ における屈折率 $\eta(\omega), \eta(2\omega)$ が等しくないので、 $2\mathbf{k}_\omega \neq \mathbf{k}_{2\omega}$ となる。ここで $\mathbf{k}_{2\omega}$ は大きさ $2\omega\eta(2\omega)/c$ 、 $2\mathbf{k}_\omega$ は大きさ $2\omega\eta(\omega)/c$ の波数ベクトルである。

式(3.12)のような電気分極の波は電磁波を発生する能力を持っているが、 $2\mathbf{k}_\omega \neq \mathbf{k}_{2\omega}$ のため同一周波数の電磁波と必ずしも波長が一致しない。このような分極波が存在するとき、単位時間に発生する電磁波のエネルギー $P^{(2\omega)}$ は

$$P^{(2\omega)} = \left\langle \sum_i \frac{dP_i^{(2\omega)}}{dt} E_i^{(2\omega)} \right\rangle_t \quad (3.14)$$

で与えられる。ここで $\langle \rangle_t$ は時間平均を表すので、 $P^{(2\omega)}$ は

$$\sin(\Delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \varphi' + 2\varphi) + \sin\{4\omega t - (2\mathbf{k}_\omega + \mathbf{k}_{2\omega}) \cdot \mathbf{r} + \varphi' + 2\varphi\} \quad (3.15)$$

の平均に比例するが、第二項は高周波成分なので時間平均すると 0 となり

$$P^{(2\omega)} \propto \sin(\Delta \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \varphi' + 2\varphi) \quad (3.16)$$

を得る。ここで

$$\Delta \mathbf{k} = \mathbf{k}_{2\omega} - 2\mathbf{k}_\omega \quad (3.17)$$

であるが、 $\Delta \mathbf{k} = 0$ の場合を「整合条件を満たす」という。整合条件を満たせば $P^{(2\omega)}$ は常に有限な値をもち、第 2 高調波の出力が媒質の距離 $\mathbf{r}$ に比例して増大する。

一般の媒質では $\eta(\omega)$ と $\eta(2\omega)$ が等しくなく、 $\Delta \mathbf{k}$ は 0 ではない。しかし光学的異方性のある結晶では常光線 (o) は等方的でも異常光線 (eo) は異方性をもっているので、Fig.3.1 のように適当な結晶の方向を選べば

$$\mathbf{k}_{2\omega}^{(o)} = 2\mathbf{k}_\omega^{(eo)} \quad \text{or} \quad \mathbf{k}_{2\omega}^{(eo)} = 2\mathbf{k}_\omega^{(o)} \quad (3.18)$$

のように常光線と異常光線を使い分けて位相整合条件を満たすことができる。Fig.3.1 の (a) の場合を正結晶、(b) の場合を負結晶という。

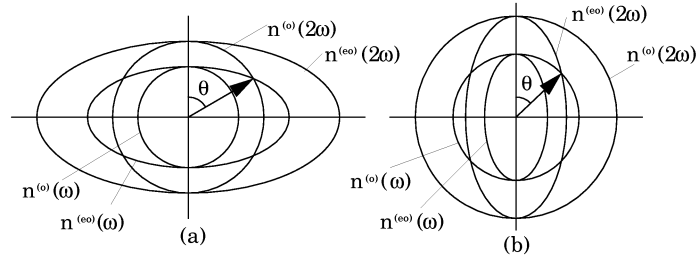


Fig. 3.1: 光学的異方性を持つ結晶の異常光線の方角依存性と波長依存性:(a) を正結晶、(b) を負結晶という。結晶の光学軸とレーザーの入射方向との成す角を θ に合わせると効率よく波長変換される。

3.1.3 第 2 高調波発生システム

波長変換を効率的に行うには位相整合が必要である。基本波のパワー I_i と得られる第 2 高調波のパワー I_{SHG} の関係は

$$I_{\text{SHG}} \propto I_i^2 \quad (3.19)$$

と表される。変換効率を決めるパラメーターとして結晶の長さや角度許容幅、温度許容幅などがある。角度許容幅とは入射光の位相整合からのずれを結晶の単位長さあたりで表したものである。入射光のパワー密度を増加させるため通常入射光はレンズなどで集光されて結晶に入力されるが、集光にともなう入射光の角度が角度許容幅を大きく超えると入射光の全エネルギーが有効に利用されなくなり、変換効率が飽和する。また温度許容幅とは結晶の屈折率の温度依存性に起因した位相

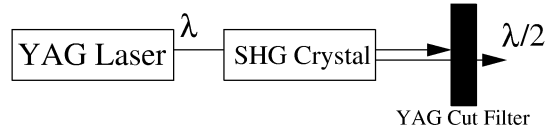


Fig. 3.2: 単純構成の第2高調波発生装置:第2高調波を取り出す最も単純な装置の図である。基本波レーザーを非線形光学結晶に入射して第2高調波を発生させ基本波だけをカットするフィルターを通して第2高調波だけを取得する。

整合条件が崩れ、変換効率が低下する現象の許容度を表す。温度変化の原因としては環境温度の変化の他に、結晶中で発生する光の吸収にともなう自己加熱が重要である。

このように結晶の選択は決して単純ではない。変換効率に関しては、位相整合が満足された理想的状況において理論上100%に近づく。しかしFig.3.2のような単純構成の実装値における変換効率は最大60%程度である。第2高調波発生は非線形現象なので電界のピーク値が高いほど効率よく行われ、光強度のピークが低いCWレーザーの変換に置いては、Fig.3.2のような単純構成で実用的な変換出力を得ることは通常困難である。そのためFig.3.3のような光共振器を用いることで内部の基本波強度を高め、高効率の変換を実現する。ここでFig.3.3の(a)は内部共振器型、(b)は外部共振器型という波長変換の方式である。

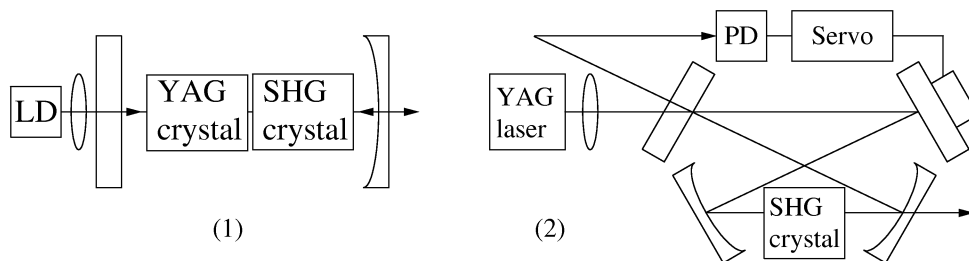


Fig. 3.3: (1) 内部共振器型:レーザー共振器内にレーザー結晶と非線形光学結晶を配置する方法、(2) 外部共振器型:レーザー共振器の外に倍波発生用の共振器を作りその中に非線形光学結晶を配置する方法

文献[12]ではレーザー核融合におけるレーザープラズマ相互作用研究用のガラスレーザーを設計製作し、基本波パワーが60GWのとき倍波パワー35GWとなっている。このとき波長変換装置はFig.3.2のような共振器を組まない方式であるが、光のパワーが大きいためこのように高い変換率を得られたと考えられる。また文献[13]ではLD励起Nd:YAPの倍波レーザーを開発し、内部共振器型でLDの光パワー10Wに対して倍波レーザーの出力は1.1Wとなっている。しかしLDのパワー10W以上では収差の増加や熱による光学機器のわずかな変形により倍波レーザーの出力は減少している。そのためLCGTで使用する予定である100Wの高出力レーザーを得るためには、安定な位相整合条件をどのように保つかが課題になると思われる。

ここまで第2高調波発生について簡単に説明したが、変換後の出力変動やビーム特性等にはSHGシステムの特性だけでなく入射光の特性も強く反映される。よって当然のことではあるが、安定

かつ高品質ビームの基本波レーザーを適用することが重要である。

3.2 周波数安定化法

レーザーを周波数安定化するためには周波数基準が必要である。本研究では周波数基準として Fabry-Perot 共振器を用いた。Fabry-Perot 共振器とは 2 枚の鏡を向かい合わせて配置したものである。その概略図を Fig.3.4 に示す。ここで L は 2 枚の鏡の間隔、 t_1 と t_2 は鏡 1 と 2 の振幅透過率、 r_1 と r_2 は振幅反射率を表している。

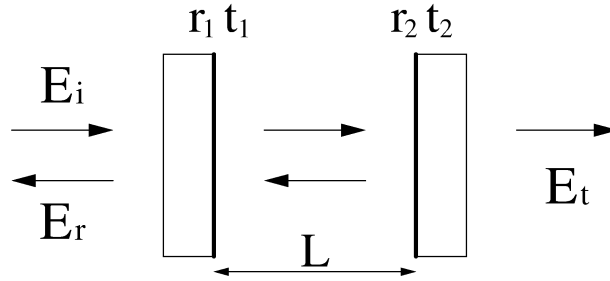


Fig. 3.4: Fabry-Perot 共振器:距離 L だけ離れた 2 枚の鏡を向かい合わせた Fabry-Perot 共振器の概略図である。 r_1 と r_2 は鏡 1 と 2 の振幅反射率、 t_1 と t_2 は鏡 1 と 2 の振幅透過率を表す。

また今回 Pound-Drever 法によって Fabry-Perot 共振器の共鳴周波数とレーザーの周波数の差を検出して制御をかける。そこでこの節では Fabry-Perot 共振器の基本的性質と Pound-Drever 法について説明する。

3.2.1 Fabry-Perot 共振器の透過光と反射光

Fig.3.4 より、入射光の振幅を E_i 、反射光の振幅を E_r 、透過光の振幅を E_t とする。そのとき E_r と E_t はそれぞれ

$$E_r = \left(-r_1 + \frac{t_1^2 r_2 e^{-i\phi}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\phi}} \right) E_i \quad (3.20)$$

$$E_t = \frac{t_1 t_2 e^{-i\phi/2}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\phi}} E_i \quad (3.21)$$

となる。ここで ϕ は周波数 ν の位相変化 $\phi = 4\pi\nu L/c$ である。

$e^{-i\phi} = 1$ のとき透過光が最大となり、式 (3.20) と (3.21) は

$$E_r = \left(-r_1 + \frac{t_1^2 r_2}{1 - r_1 r_2} \right) E_i \quad (3.22)$$

$$E_t = \frac{t_1 t_2}{1 - r_1 r_2} E_i \quad (3.23)$$

となる。このときを共振状態という。また共鳴周波数 ν_n は $\nu_n = nc/2L$ で表され、隣り合う共鳴周波数間隔の周波数 ν_F は

$$\nu_F = \frac{c}{2L} \quad (3.24)$$

となり、これをフリースペクトルレンジ (FSR:Free Spectral Range) という。

光共振器のピークの鋭さを表すフィネス $\mathcal{F}$ は、ピークの半値全幅 $\Delta\nu$ に対するフリースペクトルレンジの大きさ

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= \frac{\nu_F}{\Delta\nu} \\ &= \frac{\pi\sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2} \end{aligned} \quad (3.25)$$

で定義される。また $r_1 \simeq 1, r_2 \simeq 1$ のとき

$$\pi/\mathcal{F} \simeq 1 - r_1 r_2 \quad (3.26)$$

と近似できる。

共振しているとき入射光強度を I_i 、反射光強度を I_r 、透過光強度を I_t とすると

$$\begin{aligned} I_r &= |E_r|^2 \\ &= \frac{[-r_1 + (r_1^2 + t_1^2)r_2]^2}{(1 - r_1 r_2)^2} I_i \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} I_t &= |E_t|^2 \\ &= \frac{t_1^2 t_2^2}{(1 - r_1 r_2)^2} I_i \end{aligned} \quad (3.28)$$

となる。このとき $I_i = |E_i|^2$ である。

Fig.3.5 にレーザー周波数に対する Fabry-Perot 共振器の透過光強度の図を示す。このとき共振器長 L は 0.3m ($\nu_F = 0.5\text{GHz}$) とした。これより Fabry-Perot 共振器の透過光はフリースペクトルレンジの周波数間隔で共振し透過光強度が最大になることが確認できる。また鏡の反射率を高くするほど精度よく周波数基準を得られることがわかる。

3.2.2 Fabry-Perot 共振器の伝達関数

反射光の振幅 E_r と入射光 E_i の比は式 (3.20) より

$$\frac{E_r}{E_i} = \left(-r_1 + \frac{t_1^2 r_2 e^{-i2\pi\nu/\nu_F}}{1 - r_1 r_2 e^{-i2\pi\nu/\nu_F}} \right) \quad (3.29)$$

となる。ここで周波数成分を含む第二項より Fabry-Perot 共振器からの反射光の伝達関数 H_{FP} を

$$H_{FP} = \frac{t_1^2 r_2 e^{-i2\pi\nu/\nu_F}}{1 - r_1 r_2 e^{-i2\pi\nu/\nu_F}} \quad (3.30)$$

と置く。ここで $\delta\nu$ をレーザーの周波数と共振器の共振周波数の差 $\nu = \nu_n + \delta\nu$ ($\delta\nu \ll \nu_n$) とおくと、 $\delta\nu$ を変数としたときの伝達関数 H_{FP} は

$$H_{FP} = \frac{t_1^2 r_2 e^{-i2\pi\delta\nu/\nu_F}}{1 - r_1 r_2 e^{-i2\pi\delta\nu/\nu_F}} \quad (3.31)$$

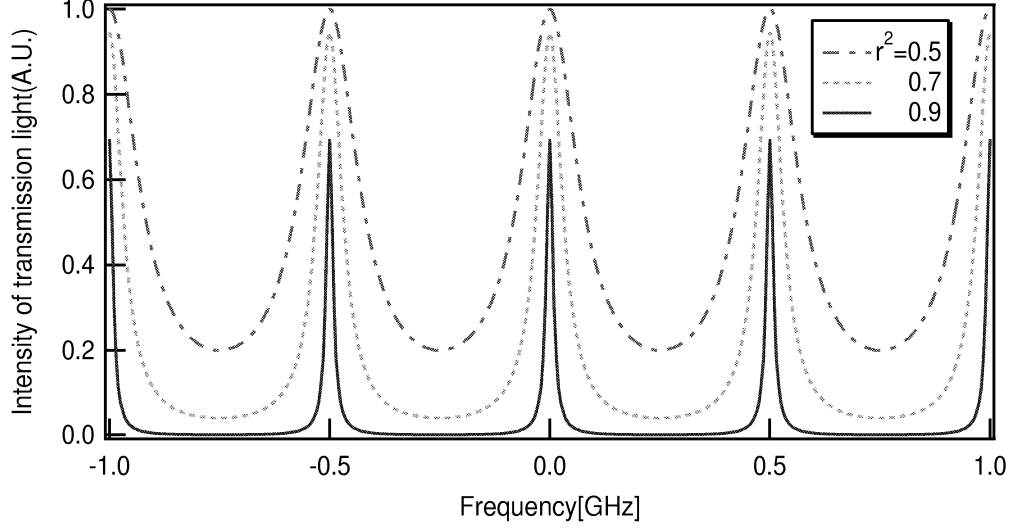


Fig. 3.5: 透過光強度:レーザーの周波数に対する Fabry-Perot 共振器の透過光強度である。 ν_F の周波数間隔で共振状態となり、透過光強度は鋭いピークとなる。この計算では $L = 0.3\text{m}$ 、 $r^2 + t^2 = 0.98$ としている。

となり、 ν を変数にしたときと同じ形となる。

このとき伝達関数 H_{FP} の絶対値を考えると

$$\begin{aligned}
 |H_{\text{FP}}| &= \left| \frac{t_1^2 r_2 e^{-2i\pi\delta\nu/\nu_F}}{1 - r_1 r_2 e^{-2i\pi\delta\nu/\nu_F}} \right| \\
 &= \frac{t_1^2 r_2}{1 - r_1 r_2} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4r_1 r_2}{(1 - r_1 r_2)^2} \sin^2(\pi\delta\nu/\nu_F)}}
 \end{aligned} \tag{3.32}$$

となる。ここで $\delta\nu/\nu_F \ll 1$ 、 $r_1 \simeq 1$ 、 $r_2 \simeq 1$ と近似し、 $\pi/\mathcal{F} \simeq 1 - r_1 r_2$ を利用すると

$$|H_{\text{FP}}| = \frac{t_1^2 \mathcal{F}}{\pi} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\mathcal{F}}{\nu_F} \delta\nu\right)^2}} \tag{3.33}$$

となる。よって式 (3.33) より、F-P 共振器の伝達関数 H_{FP} は

$$\begin{aligned}
 f_c &= \nu_F / 2\mathcal{F} \\
 &= \frac{c}{4L\mathcal{F}}
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

に Pole を持つ 1 次の Low-pass Filter に近似することができる。また

$$\tau_s = \frac{1}{2\pi f_c} \tag{3.35}$$

を Fabry-Perot 共振器の蓄積時間 (storage time) と呼ぶ。

3.2.3 Pound-Drever 法

レーザーと Fabry-Perot 共振器の共鳴周波数の差を検出する方法として Pound-Drever 法を用いた。Fabry-Perot 共振器への入射光に位相変調をかけると反射光に周波数の差に依存したうなりが生じる。Pound-Drever 法ではその反射光を復調することにより周波数の差を検出する。ここでは Pound-Drever 法について説明する [10][14]。

簡単のため $r_1 = r_2 = r, r^2 = R$ とする。このとき反射光の振幅 E_r は

$$E_r = \frac{1 - R}{1 - R e^{-i2\pi\delta\nu/\nu_F}} E_i \quad (3.36)$$

となる。ここで $\delta\nu/\nu_F \ll 1$ のとき、 $e^{-i2\pi\delta\nu/\nu_F}$ は $e^{-i2\pi\delta\nu/\nu_F} \simeq 1 - i2\pi\delta\nu/\nu_F$ と近似できる。これを利用すると式 (3.36) は

$$E_r = \frac{\delta\nu(\delta\nu + i\Gamma)}{\sqrt{R}(\Gamma^2 + \delta\nu^2)} E_i \quad (3.37)$$

となる。ここで Γ は共振のピークの半値半幅

$$\Gamma = \frac{\Delta\nu}{2} = \frac{\nu_F(1 - R)}{2\pi\sqrt{R}} \quad (3.38)$$

である。

位相変調した入射光の振幅は

$$E_i(t) = E_0 e^{i2\pi\nu t} e^{i\phi(t)} + c.c. \quad (3.39)$$

となり、このとき変調された位相 ϕ は

$$\phi = M \cos \Omega t \quad (3.40)$$

である。ここで Ω は変調周波数、 M は変調指数である。このときベッセル関数を利用して展開すると

$$e^{i\phi} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(M) e^{in\Omega t} \quad (3.41)$$

となる。ここで $J_n(M)$ は n 次のベッセル関数である。位相変調された光が入射されたときの反射光は式 (3.41) より

$$\begin{aligned} |E_r|^2 &= \left| \frac{\delta\nu(\delta\nu + i\Gamma)}{\sqrt{R}(\Gamma^2 + \delta\nu^2)} E_i \right|^2 \\ &= \frac{1}{R} \left| \frac{\delta\nu(\delta\nu + i\Gamma)}{\Gamma^2 + \delta\nu^2} E_0 e^{i2\pi\nu t} e^{i\phi(t)} \right|^2 \\ &= \frac{1}{R} \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{in\Omega t} \delta\nu \frac{\delta\nu + i\Gamma}{\Gamma^2 + \delta\nu^2} \right|^2 \end{aligned} \quad (3.42)$$

となる。このとき $A_n = E_0 i^n J_n(M) e^{i2\pi\nu t}$ と定義した。この計算をするとき、最終的に周波数 Ω で復調するので Ω の項だけ扱う。よって

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{in\Omega t} = A_0^* A_1 e^{i\Omega t} + A_1^* A_2 e^{i\Omega t} + \dots + c.c. \quad (3.43)$$

となる。このとき式 (3.42)(3.43) より反射光は

$$|E_r|^2 = \frac{1}{R} \sum_l A_{l-1}^* A_l e^{i\Omega t} \left[\frac{\delta\nu_l(\delta\nu_l + i\Gamma)}{\delta\nu_l^2 + \Gamma^2} \right] \left[\frac{\delta\nu_{l-1}(\delta\nu_{l-1} - i\Gamma)}{\delta\nu_{l-1}^2 + \Gamma^2} \right] + c.c. \quad (3.44)$$

となる。キャリア (0 次) と ± 1 次のサイドバンドのビートだけを考えるので、 $l = 0, +1$ とおくと式 (3.44) は

$$\begin{aligned} |E_r|^2 &= \frac{1}{R} A_{-1}^* A_0 e^{i\Omega t} \left[\frac{\delta\nu_0(\delta\nu_0 + i\Gamma)}{\delta\nu_0^2 + \Gamma^2} \right] \left[\frac{\delta\nu_{-1}(\delta\nu_{-1} - i\Gamma)}{\delta\nu_{-1}^2 + \Gamma^2} \right] \\ &\quad + \frac{1}{R} A_0^* A_1 e^{i\Omega t} \left[\frac{\delta\nu_1(\delta\nu_1 + i\Gamma)}{\delta\nu_1^2 + \Gamma^2} \right] \left[\frac{\delta\nu_0(\delta\nu_0 - i\Gamma)}{\delta\nu_0^2 + \Gamma^2} \right] \\ &= \frac{2\Omega}{R} A_0 A_1 e^{i\Omega t} \delta\nu \frac{i\Omega\Gamma(\Gamma^2 - \delta\nu^2 + \Omega^2) + \Gamma^2(\Gamma^2 + \delta\nu + \Omega^2)}{(\Gamma^2 + \delta\nu^2)[\Gamma^2 + (\delta\nu + \Omega)^2][\Gamma^2 + (\delta\nu - \Omega)^2]} \end{aligned} \quad (3.45)$$

となる。ここで $A_{-1}^* = -A_1$, $A_0^* = A_0$, $\delta\nu_0 = \delta\nu$, $\delta\nu_{-1} = \nu - \Omega$, $\delta\nu_1 = \nu + \Omega$ である。

式 (3.45) は $\delta\nu$ をパラメータとする関数になっている。ここで式 (3.45) に $R = 0.99985$, $\Gamma = 17.9\text{kHz}$, $\Omega = 12\text{MHz}$ を代入して、位相 ϕ に対する in-phase 成分と quadrature-phase 成分をそれぞれグラフにした。それを Fig.3.6 に示す。in-phase 成分の共鳴周波数の差 $\delta\nu$ は共鳴幅内の 0 付近で非常に敏感である。これは $\delta\nu$ に対して高い精度で測定できることを表している。そのため Pound-Drever 法により得られる in-phase 成分の信号を用いることで、レーザーを高精度に周波数制御できる。

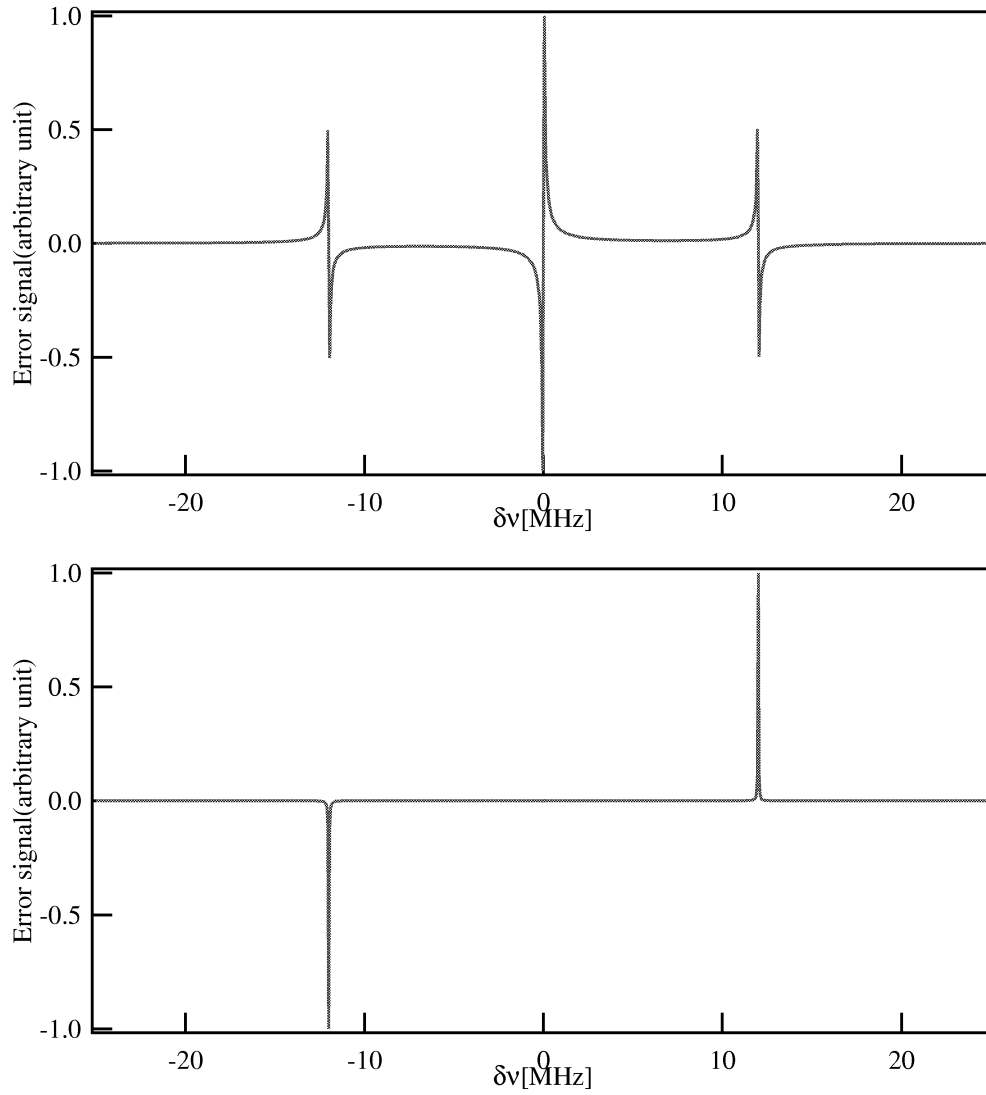


Fig. 3.6: Pound-Drever 法のエラー信号,(上)in-phase 成分,(下)quadrature-phase 成分:Pound-Drever 法によって検出されるエラー信号である。in-phase 成分は $\delta\nu$ が 0 付近のとき高精度で周波数差が得られるので、レーザーを高精度に周波数制御できる。

第4章 周波数安定化実験

本研究の実験は大きく前半と後半に分けることができる。前半は鏡をミラーホルダーで固定した Fabry-Perot 共振器を用いて光学系を組み、その共振器の共鳴周波数にレーザーの周波数を安定化した。そのとき安定化のための制御系を確立し、レーザーの特性などを調べた。ミラーホルダーの Fabry-Perot 共振器よりも精度の高い周波数安定度を目指して、後半はスペーサーを用いた Fabry-Perot 共振器を用いた周波数安定化を行った。スペーサーを用いた共振器の実験では 2 本の共振器を用いて片方の共振器で周波数安定化し、もう片方の共振器をレーザーの周波数に追従させて、レーザーの周波数雑音の評価を試みた [19]。

4.1 レーザーの特性

4.1.1 レーザー

今回使用したレーザーは LightWaves 社製 LD 励起 Nd:YAG レーザー Model142 である [20]。これは発振波長 532nm、出力約 200mW である。このレーザーは Fig.4.1 に示すように、レーザー媒質の単結晶の結晶面自体をリング共振器として用いているという特徴がある。これは NPRO(Non-Planar Ring Oscillator) あるいは MISER(Monolithic Isolated Single-mode End-pumped Ring) と呼ばれている [15]。Fig.4.1 の B 点、C 点と D 点でそれぞれ結晶の内部全反射を用いている。また A 点を部分反射鏡にして外部からのレーザーの取り入れや、内部で発生したレーザーの出力を取り出している。この他に NPRO では AB と CD 方向に沿ってかける磁場によるファラデー効果やリング共振器を 1 周する間に偏光が回転する効果、A 点での反射率の偏光依存性を利用することにより逆周りの光の発生を抑えている。これらのことから定在波によって起こるレーザー媒質の空間的ホールバーニングを取り除くことができる。

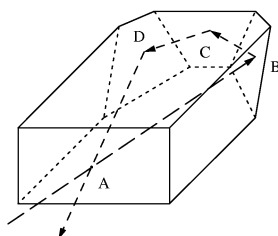


Fig. 4.1: NPRO の概略図

Model142 では Nd:YAG の基本波を得るときの YAG 結晶と第 2 高調波を得るときの非線形光学結晶にそれぞれ NPRO を用いている。つまり励起用 LD の光を YAG 結晶に入射して YAG の基本波 (波長 1064nm) を発生させ、次にその基本波を第 2 高調波発生用の結晶に入射することで YAG の第 2 高調波 (532nm) を得ている。

また Model142 には外部から周波数制御をするための BNC 端子が 2 つ取り付けられている。それらはピエゾによる速い制御と温度による遅い制御が外部からできるようにできている。ピエゾ制御は基本波の結晶共振器に、温度制御は第 2 高調波の結晶共振器にそれぞれ制御をかける仕組みとなっている。これらを簡単にモデル化したものを Fig.4.2 に示す。これらの周波数制御端子に制御信号をフィードバックすることで周波数安定化を行った。

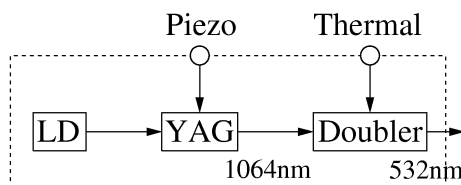


Fig. 4.2: レーザーの内部モデル:Model142 レーザーをモデル化したものである。速いピエゾ制御は YAG 結晶、遅い温度制御は倍波結晶に周波数制御をかけている。

4.1.2 ビームの Profile

光学系を組むための準備としてビームの Profile を測定した。測定は Fig.4.3 のような配置で行った。測定では MELLES GRIOT 社製 Beam Profiler を使用した。

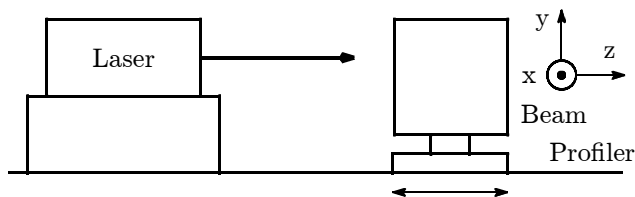


Fig. 4.3: ビーム Profile 測定の配置:MELLES GRIOT 社製の Beam Profiler を z 軸上に移動させながらレーザーのビーム半径を測定した。

その結果を Fig.4.4 に示した。○は水平方向、□は垂直方向のビーム半径の大きさを表している。また実線は水平方向、破線は垂直方向の計算によるフィッティングの結果を表している。ガウスビームでは z 軸上の d_0 に大きさ ω_0 のビームウェストがあるとき、位置 z におけるビーム半径 $\omega(z)$ は

$$\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{4(z - d_0)^2}{k^2 \omega_0^4}} \quad (4.1)$$

となる。そこで式 (4.1) の ω_0 と d_0 をパラメーターとして測定結果にフィッティングさせ、このレーザーのビームウェストの位置と大きさを求めた。その結果、

- 水平方向

$$\omega_{0x} = 2.24 \times 10^{-4}(\text{m}) \quad (4.2)$$

$$d_x = -0.45 \times 10^{-2}(\text{m}) \quad (4.3)$$

- 垂直方向

$$\omega_{0y} = 2.15 \times 10^{-4}(\text{m}) \quad (4.4)$$

$$d_y = -2.34 \times 10^{-2}(\text{m}) \quad (4.5)$$

と求まった。このときレーザーの出射口を d の原点とした。

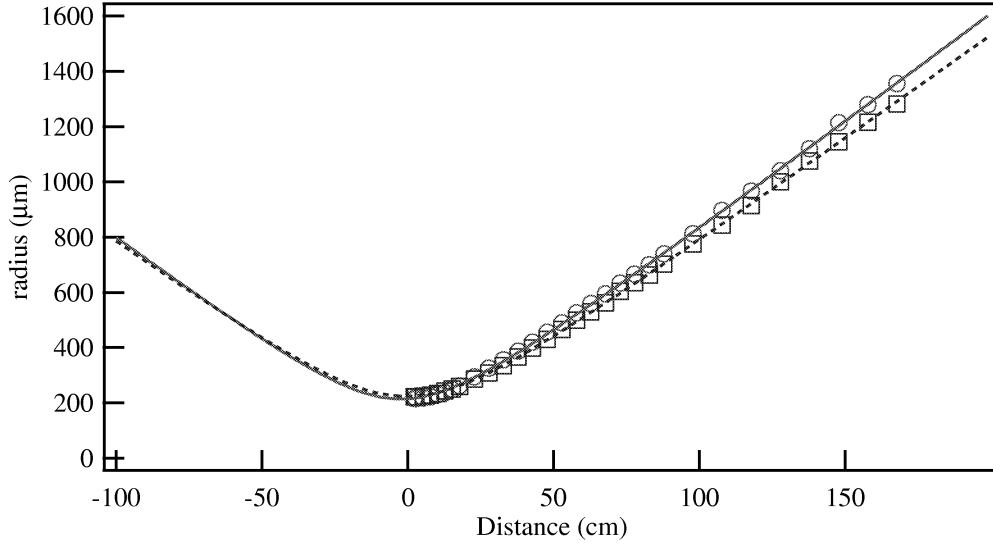


Fig. 4.4: ビーム Profile の結果:○は水平方向、□は垂直方向の測定結果、実線は水平方向、破線は垂直方向の計算結果を表す。レーザーの出射口を横軸の原点として測定した。

これは楕円ビームであることがわかったが Fabry-Perot 共振器に Mode-matching するとき円ビームとして計算するため、楕円ビームと重なりが最大になるような円ビームを求める [5][18]。ビームウェストでの半径パラメーター W_x, W_y を

$$W_x = \frac{k\omega_{0x}^2}{2}, W_y = \frac{k\omega_{0y}^2}{2} \quad (4.6)$$

とすると軸対称モードのパラメーター W, d は

$$W = \sqrt{W_x W_y} \sqrt{1 + \left(\frac{d_y - d_x}{W_x + W_y} \right)^2} \quad (4.7)$$

$$d = \frac{W_x d_y + W_y d_x}{W_x + W_y} \quad (4.8)$$

で与えられる。これは円ビームのウェスト位置 d が d_x, d_y を $W_x : W_y$ に内分する点にすれば楕円ビームと最も重なりが大きい円ビームが求まることを示している。これに測定結果を代入することで

$$\omega_0 = 2.19 \times 10^{-4}(\text{m}) \quad (4.9)$$

$$d_0 = -1.43 \times 10^{-2}(\text{m}) \quad (4.10)$$

と求められた。

4.2 Fabry-Perot 共振器の仕様

4.2.1 Fabry-Perot 共振器用ミラー

この実験ではミラーホルダー共振器もスペーサー共振器も同じ Particle Measurement Systems(PMS) 社製 1064nm, 532nm 用高反射ミラーを Fabry-Perot 共振器の鏡に使用した。平面鏡と凹面鏡 (曲率 $R=0.5\text{m}$) の組み合わせで、平面鏡も凹面鏡も共に波長 532nm の光に対する反射率 R は 99.985% である。この鏡を Fabry-Perot 共振器に使用したときのフィネス $\mathcal{F}$ は

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \\ &= 2.1 \times 10^4 \end{aligned} \quad (4.11)$$

である。

共振器長 z は凹面鏡の曲率 $\mathcal{R}$ や光学定盤の広さから 0.2m として光学系を設計した。このときのフリースペクトルレンジ ν_F と共鳴スペクトルの半値全幅 $\Delta\nu$ はそれぞれ

$$\nu_F = 750 \text{ (MHz)} \quad (4.12)$$

$$\Delta\nu = 35.7 \text{ (kHz)} \quad (4.13)$$

となる。

4.2.2 モードマッチング

Fabry-Perot 共振器を用いて精度の良い周波数基準を得るためには、Fabry-Perot 共振器の鏡の面にレーザーの波面が一致しなければならない。この条件を満たすことをモードマッチングするという。

今回使用した共振器は平面と凹面のミラーなので、モードマッチングさせるためにはレーザーのビームウェスト ω が平面ミラーの位置になるように設計しなければならない。ビームウェストと波面の曲率の関係式は

$$\omega_c^2 = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{z(\mathcal{R} - z)} \quad (4.14)$$

である。凹面鏡の曲率 $\mathcal{R}(=0.5\text{m})$ と共振器長 $z(=0.2\text{m})$ をそれぞれ代入することで、ビームウェスト ω_c は

$$\omega_c = 208.4 \times 10^{-6}(\text{m}) \quad (4.15)$$

と求まった。この大きさのビームウェスト ω_c が共振器の平面ミラーに位置するように光学系を設計した。

焦点距離 f の肉薄レンズを配置したときのビームウェストの関係を Fig.4.5 に示す [18]。レンズに対する入射ビームのパラメータを q_1 、出射ビームのパラメータを q_2 として表すと、 q_1 と q_2 の間には

$$\frac{1}{q_2} = \frac{1}{q_1} - \frac{1}{f} \quad (4.16)$$

の関係がある。ここでは

$$q_n = i \frac{\pi \omega_n}{\lambda} \quad (4.17)$$

$$|q'_n - q_n| = z_n \quad (n = 1, 2) \quad (4.18)$$

である。

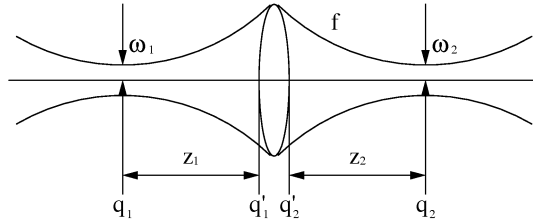


Fig. 4.5: レンズとビームウェストの関係

この式より出射ビームの半径 ω_2 と位置 z_2 は

$$\omega_2^2 = \frac{f^2 \omega_1^2}{a^2 + (f - z_1)^2} \quad (4.19)$$

$$z_2 = f \frac{a^2 - z_1(f - z_1)}{a^2 + (f - z_1)^2} \quad (4.20)$$

と表される。ただし $a = \frac{\pi}{\lambda} \omega_1^2$ としている。

光学定盤の大きさを考えてレーザーの出射口から共振器までの距離を約 1.5m とした。式 (4.19)、(4.20) を用いて出射口から約 1.5m の位置に大きさ ω_c のビームウェストができるように計算した。その結果ビーム Profile で求めたビームウェストから 0.6m と 1.3m の位置にそれぞれ焦点距離 0.3m と 0.2m の 2 つのレンズを配置することで 1.57m の位置に $2.05 \times 10^{-4}\text{m}$ のビームウェストを形成できることがわかった。

この計算結果に基づいて実験の光学系を組んだ。また EOM の入射口と出射口における回折を避けるために 2 つのレンズの間にできるビームウェスト付近に EOM を配置した。

4.3 ミラーホルダー共振器

ミラーホルダーで高反射ミラーを固定した Fabry-Perot 共振器で実験を行った。このときの光学系を Fig.4.6 に示す。

レーザー Model142 は出力パワーのコントロールができない。そこで Faraday-Isolator 直後に $\lambda/2$ 板と PBS を配置し、 $\lambda/2$ の回転角を調整することで実験に用いる光強度を調整した。EOM は New Focus 社製 Model4001M を使用し、1 つめのレンズでできるビームウェスト付近に配置してある。また EOM の変調周波数は 12MHz である。EOM を通過した後、レーザーは Fabry-Perot 共振器に入射される。Fabry-Perot 共振器に入射するとき 2 つめのレンズであるモードマッチング用レンズでモードマッチングしている。Pound-Drever 法では Fabry-Perot 共振器からの反射光を復調して誤差信号を得るが、反射光を検出する方法として $\lambda/4$ 板と EOM 直後の PBS を用いている。それは Fabry-Perot 共振器からの反射光は共振器直前にある $\lambda/4$ 板を往復で 2 度通過するとき偏光面が $\pi/2$ 回転することを利用している。EOM からのレーザーが EOM 直後の PBS で直進するとき、Fabry-Perot 共振器からの反射光は $\pi/2$ 偏光面がずれるため今度は PBS で直交する。よって EOM 直後の PBS から共振器の反射光を得ることができる。そして反射光から誤差信号を検出し、フィルターを通してレーザーを周波数制御した。

4.3.1 周波数制御の準備

ここでは周波数を制御する前の予備実験について説明する。周波数制御用のピエゾ制御端子の効率や Fabry-Perot 共振器のフリースペクトルレンジを測定した。また観察した Pound-Drever 法の誤差信号を示す。

FSR の測定とピエゾ素子の効率

まず Fabry-Perot 共振器のミラーホルダーについているピエゾ素子の特性について調べた。そのために Fabry-Perot 共振器のフリースペクトルレンジを測定した。EOM で 12MHz の位相変調を加えられたレーザー光を Fabry-Perot 共振器に入射して、その透過光からフリースペクトルレンジとピエゾ素子の特性を測定した。

共振器の凹面鏡に付いているピエゾ素子に三角波を入力し、12MHz のサイドバンドの周波数間隔を基準にしてフリースペクトルレンジを推定した。Fig.4.7 はそのときの配置である。またそのときの結果を Fig.4.8 に示す。

Fig.4.8 の測定結果より計算すると、この Fabry-Perot 共振器のフリースペクトルレンジ ν_F は

$$\nu_F = 792.6 \text{ (MHz)} \quad (4.21)$$

である。この結果より求められた共振器長は 0.19m で設計値の 0.2m から若干ずれた。これはミラーホルダーを光学定盤に固定するネジ穴の間隔が決まっていた細かい調整ができなかったためである。このときフリースペクトルレンジを掃引するのに必要な Fabry-Perot 共振器のピエゾ素子の入力電圧より、このピエゾ素子の変換率は 77.4(MHz/V) と求まった。

次にレーザーの YAG 結晶に付いているピエゾ素子の特性について調べた。そのときの実験の

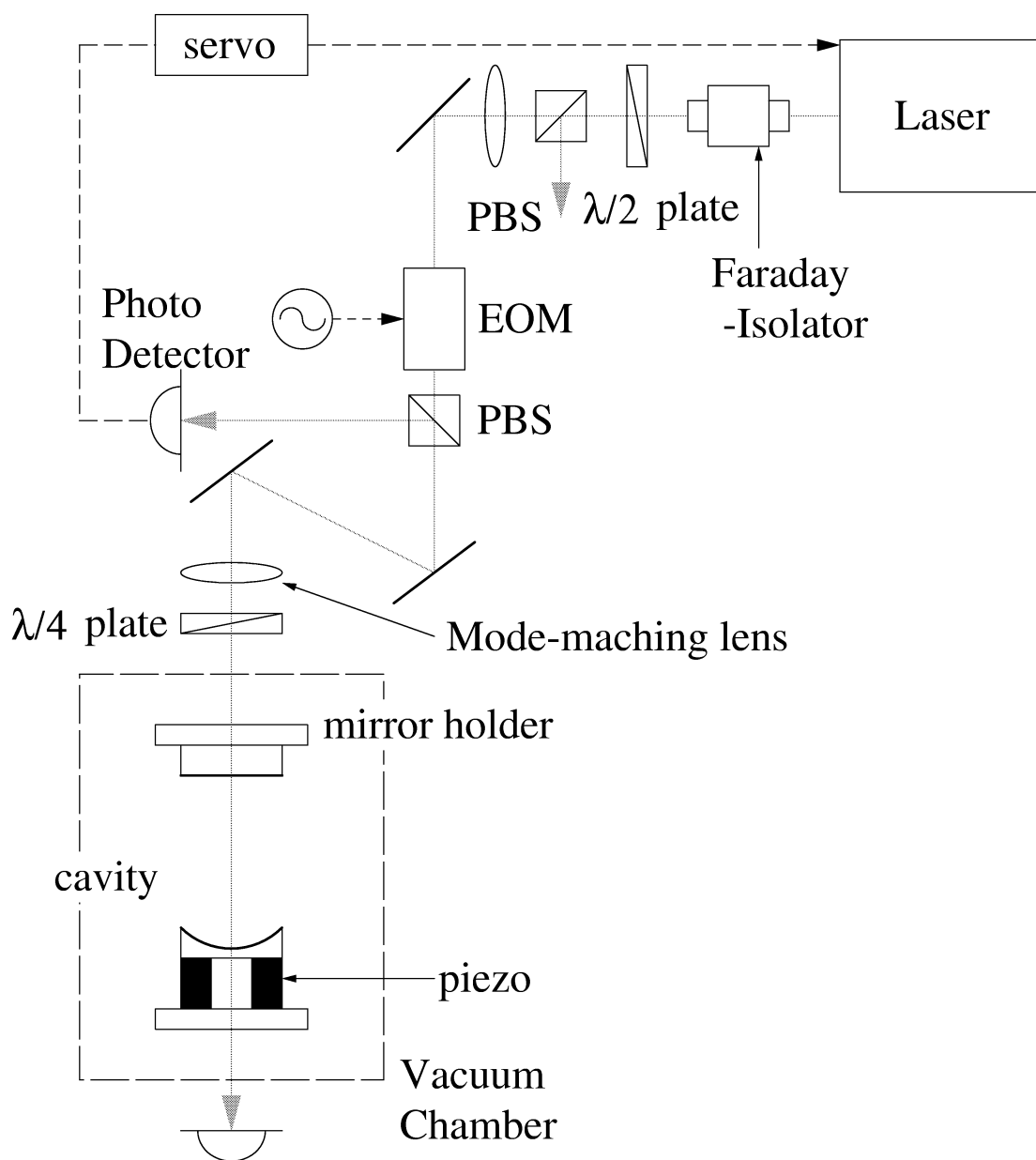


Fig. 4.6: ミラーホルダー共振器実験の光学系:ミラーホルダーで組んだ Fabry-Perot 共振器にレーザーを周波数安定化させた実験の光学系である。レーザーは出力のコントロールができないので、 $\lambda/2$ 板とその直後の PBS によって実験で使用するレーザーパワーを調整した。また Fabry-Perot 共振器直前の $\lambda/4$ 板で共振器の反射光の偏光面が回転することを利用して、EOM 直後の PBS から反射光を得ている。その反射光からエラー信号を検出し、サーボ回路を通してレーザーの周波数制御端子にフィードバックしている。

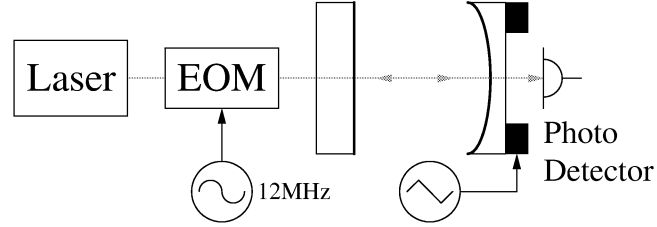


Fig. 4.7: FSR 観測の配置: Fabry-Perot 共振器に付いている piezo 素子に三角波を入力したときのレーザーの透過光を観測した。このとき入射レーザーに EOM で 12MHz の位相変調をかけているのでそのサイドバンドの周波数間隔を基準として FSR を推定した。

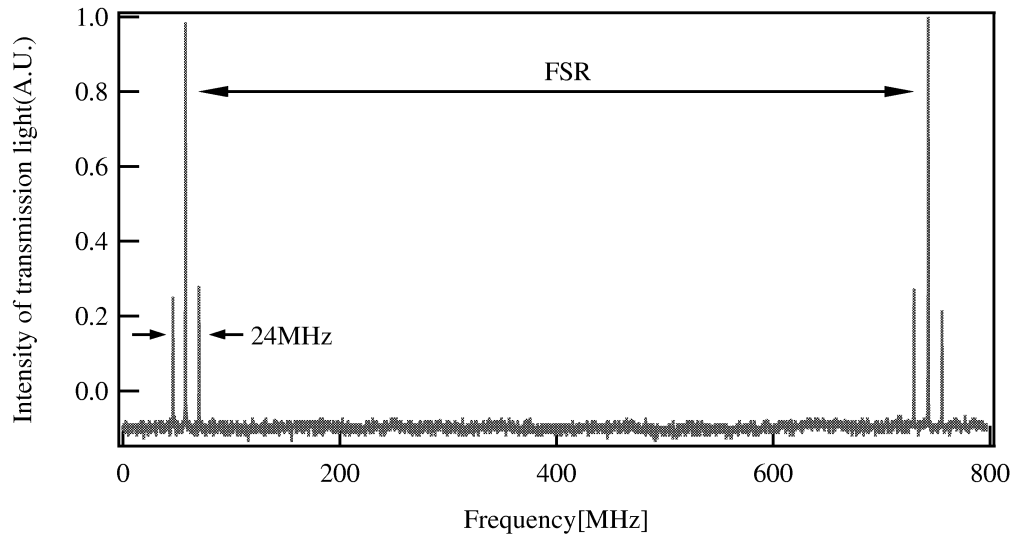


Fig. 4.8: 観測したフリースペクトルレンジ: Fig.4.7 の実験で観測した FSR である。

配置図を Fig.4.9 に示す。まずレーザーの piezo 周波数制御端子に三角波を入力し、そのときの Fabry-Perot 共振器からの透過光強度を観測する。Fabry-Perot 共振器の piezo 素子の観測と同様に、サイドバンドの周波数間隔 12MHz を基準にして piezo 素子の特性を求めた。その結果 YAG 結晶に付いている piezo 素子制御端子の (周波数変化)/(入力電圧) の変換率 H_P は

$$H_P = 95 \text{ (MHz/V)} \quad (4.22)$$

である。

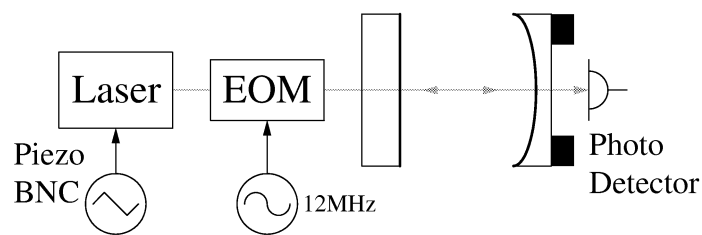


Fig. 4.9: ピエゾ制御端子の変換率測定:レーザーのピエゾ制御端子に三角波を入力して、Fabry-Perot 共振器からの透過光を Photo detector で検出した。このときも EOM からの変調周波数 12MHz を周波数基準として変換率を推定した。

誤差信号の観測

次に Pound-Drever 法による誤差信号を Fig.4.10 のようにして観測した。DBM(Double Balanced Mixer) の IF 端子に入力する信号の位相を Phase shifter で変化させることで in-phase と quadrature-phase の信号を得た。またこのとき誤差信号が最大となるように Photo Detector への光強度を ND:Filter で調整した。このとき得られた誤差信号を Fig.4.11 に示す。この結果より Fig.3.6 と同じような信号であることがわかる。

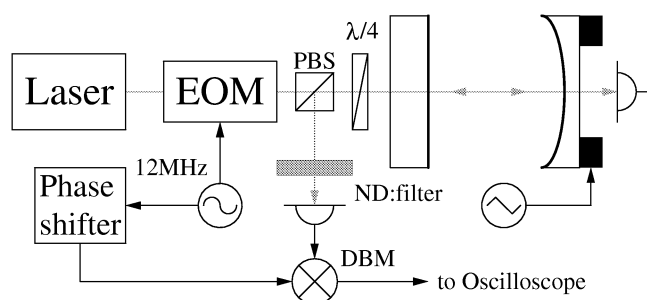


Fig. 4.10: 誤差信号観測の配置:レーザーに位相変調をかけて Fabry-Perot 共振器に入射する。Photo detector で検出した共振器からの反射光を DBM で復調して誤差信号を得た。発振器から DBM に入力する信号は Phase shifter で位相を変化させた。

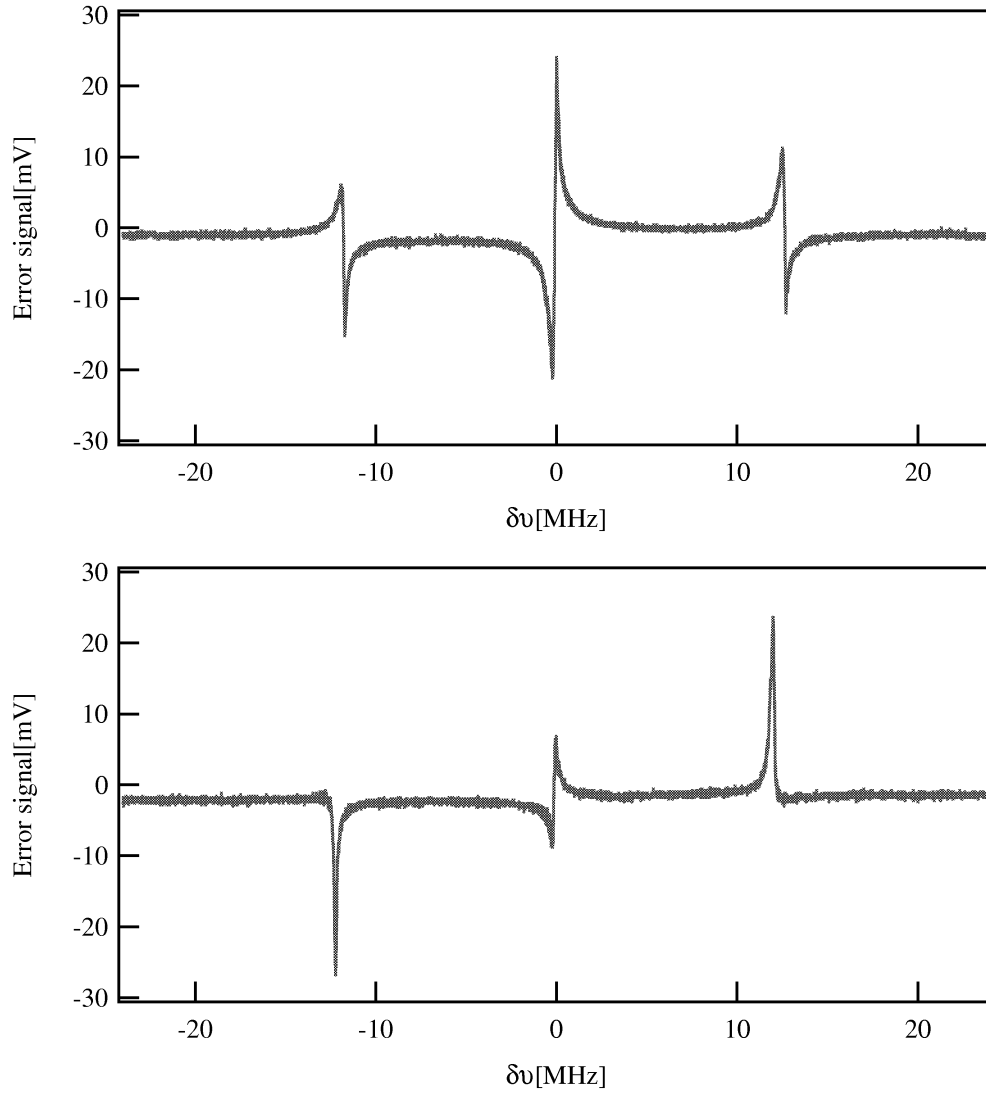


Fig. 4.11: 検出した誤差信号、(上)in-phase 成分 (下)quadrature-phase 成分:Pound-Drever 法によって検出したエラー信号である。in-phase 成分の方が $\delta\nu$ が 0 のとき精度の高い信号が得られるので、周波数制御をかけるときは in-phase 成分を用いた。

4.4 レーザーの周波数制御

この実験の周波数制御系は Fig.4.12 のようになっている。レーザーのフリーランニングの周波数雑音 ν_N を piezo 制御と温度制御で周波数補正 ν_{Pc}, ν_{Tc} するので、安定化後の周波数雑音 ν_S は

$$\nu_S = \nu_N - \nu_{Pc} - \nu_{Tc} \quad (4.23)$$

となる。また Fabry-Perot 共振器の基準周波数 ν_{ref} とレーザー周波数 ν_S の差が誤差信号 $\delta\nu$ となる。

レーザー Model142 は piezo 制御端子で速い制御、温度制御端子で遅い制御の 2 つの制御端子がある。またレーザーの仕様書 [20] より温度制御端子の変換率 (周波数変化)/(入力電圧) は 2GHz/V であり、piezo 制御端子よりダイナミックレンジが大きい。そこで Fig.4.12 のように、まず piezo 制御端子で周波数制御して piezo 制御端子では抑え切れないような、長期的で大きいドリフトを抑えるために温度制御した。温度制御端子を使った制御では piezo 制御端子への制御信号を小さくして、常にダイナミックレンジ内になるように周波数制御した [17]。

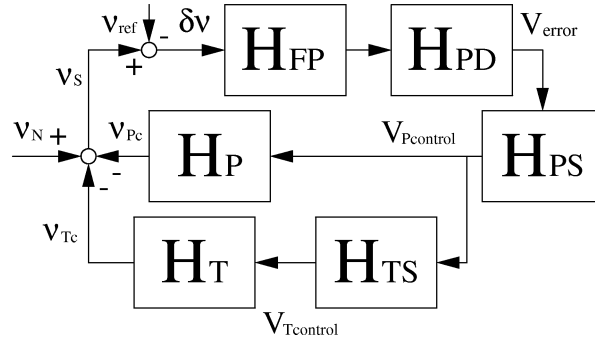


Fig. 4.12: 周波数制御のブロック線図: この実験で組んだ制御系のブロック線図である。ここで ν_N, ν_S はレーザーの安定化前と後の周波数雑音、 ν_{Pc}, ν_{Tc} は piezo と温度による補正周波数を表す。 V_{error} は誤差信号、 $V_{Pcontrol}, V_{Tcontrol}$ は piezo 端子と温度端子へのフィードバック信号を表している。また H_P, H_T は piezo 制御端子と温度制御端子の変換率、 H_{PS}, H_{TS} は piezo 制御と温度制御の制御回路の伝達関数である。 H_{FP} は Fabry-Perot 共振器、 H_{PD} は Pound-Drever 法による復調系の伝達関数をそれぞれ示している。

ここで $H_P(\omega)$ と $H_T(\omega)$ はそれぞれ piezo 制御端子と温度制御端子の (周波数)/(入力電圧) の変換率、 $H_{PS}(\omega)$ と $H_{TS}(\omega)$ は piezo 制御と温度制御のサーボ回路の伝達関数を表している。また $H_{FP}(\omega)$ は Fabry-Perot 共振器、 $H_{PD}(\omega)$ は Pound-Drever 法による復調系の伝達関数である。本論文では piezo 制御端子 $V_{Pcontrol}$ から誤差信号 V_{error} の出力端子までの伝達関数を piezo 制御端子の光学系の伝達関数 $H_{PO}(\omega) = H_P(\omega)H_{FP}(\omega)H_{PD}(\omega)$ とした。同様に温度制御端子 $V_{Tcontrol}$ から誤差信号 V_{error} の出力端子までを温度制御の光学系の伝達関数 $H_{TO}(\omega) = H_T(\omega)H_{FP}(\omega)H_{PD}(\omega)$ として計算した。

4.4.1 piezo 制御端子を利用した周波数制御

まず周波数制御として piezo 制御端子のみを用いて周波数制御を行った。Fig.4.11 の復調して得られた誤差信号を制御回路を通してレーザーの piezo 制御端子にフィードバックして周波数を安定

化した。

ピエゾ制御用回路の伝達関数の測定

ピエゾ制御用回路は Fig.4.13 のようになっている。

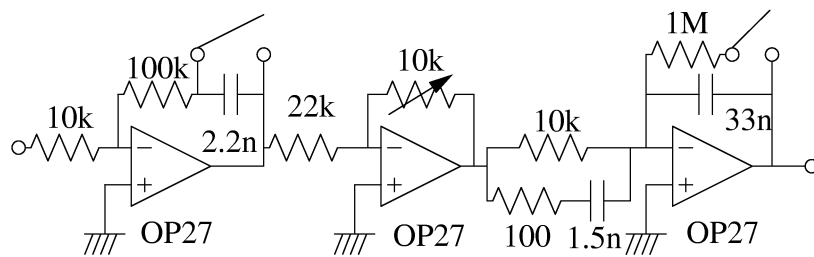


Fig. 4.13: ピエゾ制御用サーボ回路

各素子の値により伝達関数は計算されるが、ゲインは可変になっているため任意でフィッティングした。サーボ回路の伝達関数の測定結果を Fig.4.14 に示す。点が実験の測定結果、実線が計算結果である。Fig.4.14 より測定と計算結果が一致している。

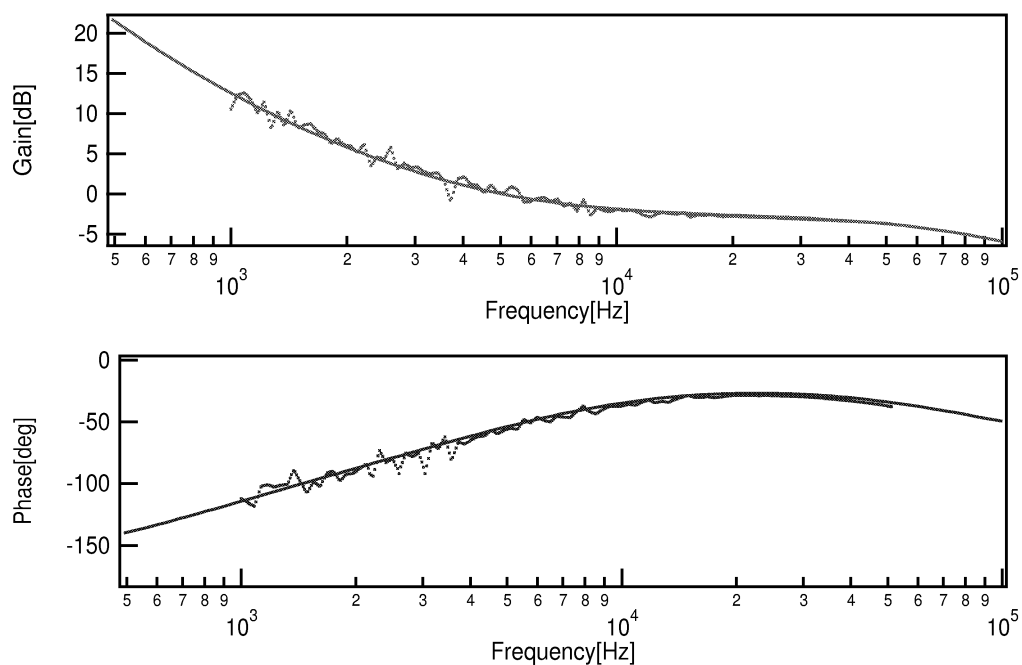


Fig. 4.14: ピエゾ制御用サーボ回路の伝達関数、(上) ゲイン (下) 位相:それぞれ点は測定結果、実線は計算結果を表している。

ピエゾ制御端子の光学系の伝達関数の測定

次にピエゾ制御端子から誤差信号出力端子までの光学系の伝達関数を測定した。ピエゾ制御端子の光学系の伝達関数 H_{PO} は

$$H_{PO} = H_P H_{FP} H_{PD} \quad (4.24)$$

である。ここで H_P はピエゾ周波数制御端子の変換率、 H_{FP} は Fabry-Perot 共振器の伝達関数、そして H_{PD} は復調系の伝達関数である。

ピエゾ周波数制御端子の変換率 H_P は式 (4.22) より

$$H_P = 95 \text{ (MHz/V)} \quad (4.25)$$

である。Fabry-Perot 共振器の伝達関数 H_{FP} は、式 (3.33) より $\delta\nu/\nu_F \ll 1$ のとき f_c に Pole を持つ 1 次の Low-pass Filter である。

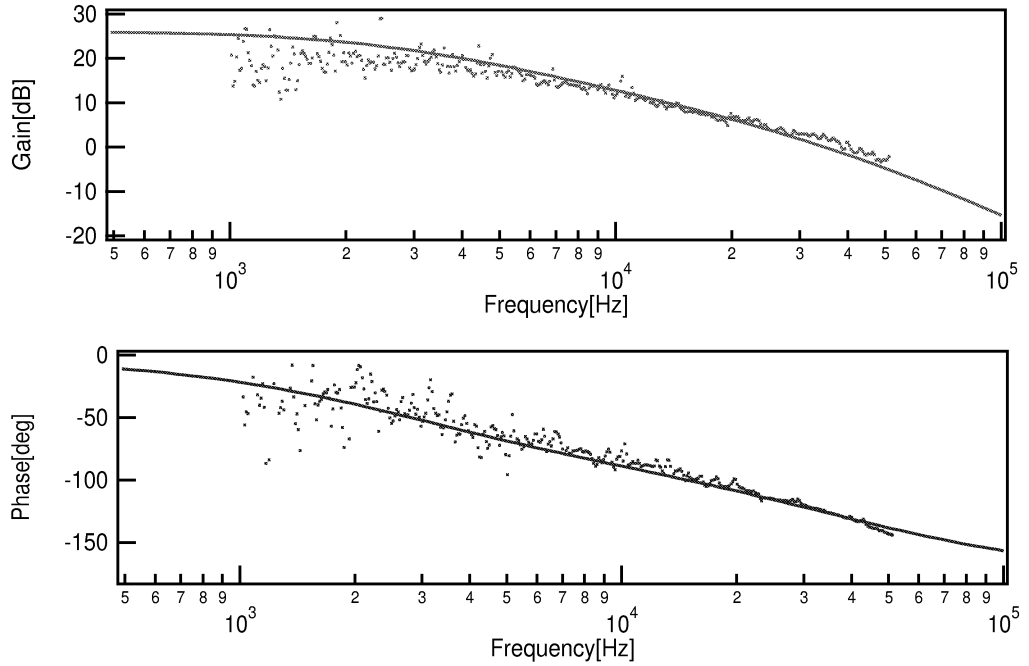


Fig. 4.15: ピエゾ制御端子の光学系の伝達関数、(上) ゲイン (下) 位相:それぞれ点が測定結果、実線が計算結果を表している。結果より遮断周波数 f_c を求めて Fabry-Perot 共振器のフィネスを推定した。

測定の結果を Fig.4.15 に示す。点が測定結果、実線がフィッティング結果を表す。フィッティングの結果より f_c は

$$f_c = 3.9 \times 10^4 \text{ (Hz)} \quad (4.26)$$

となった。この f_c と式 (3.34) より、測定した Fabry-Perot 共振器のフィネス $\mathcal{F}$ は

$$\mathcal{F} = \frac{c}{4Lf_c}$$

$$= 9.9 \times 10^3 \quad (4.27)$$

である。フィネスの値より共鳴スペクトルの半値全幅 $\Delta\nu$ を求めると

$$\begin{aligned} \Delta\nu &= \frac{\nu_F}{\mathcal{F}} \\ &= 79.2 \text{ (kHz)} \end{aligned} \quad (4.28)$$

となる。ここで ν_F は式 (4.21) の値を用いた。この測定で求めたフィネスは式 (4.12) の値 2.1×10^4 と比べて半分程の値である。これよりミラーホルダーで作成した Fabry-Perot 共振器では高精度の周波数基準が得られないことがわかる。

ピエゾ制御の開ループ伝達関数の測定

ピエゾ制御の開ループ伝達関数を Fig.4.16 のブロック線図のように配置して測定した。ここで H_{PO} はピエゾ制御端子からエラー信号出力端子までのピエゾ制御端子の光学系の伝達関数、 H_{PS} はピエゾ制御用回路の伝達関数である

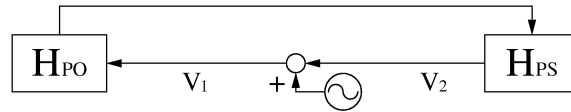


Fig. 4.16: ピエゾ制御の開ループ伝達関数測定のダイアグラム: H_{PO} と H_{PS} はそれぞれピエゾ制御端子の光学系と制御端子の伝達関数を表している。

V_2/V_1 の結果を Fig.4.17 に示す。ここで点は測定結果、実線は計算結果を表している。このときの計算式は Fig.4.14 と Fig.4.15 の計算結果の積 $H_{PO}H_{PS}$ である。Fig.4.16 より測定と計算結果がほぼ一致していることがわかる。

4.4.2 温度制御端子を利用した周波数制御

ピエゾ制御端子による周波数制御だけではピエゾ制御端子のダイナミックレンジが小さいため、長期的なドリフトを抑えることができない。そこで温度制御端子を用いて周波数制御をかけ、ピエゾ制御端子へのフィードバック信号が常に小さく抑えられるように制御することで長期的に周波数安定化した。

温度制御端子の光学系の伝達関数の測定

まず温度制御端子から信号を入力したときの伝達関数を測定した。測定のブロック線図は Fig.4.18 のようになっている。ここで H_{TO} は温度制御端子からエラー信号の出力端子までの温度制御の光学系の伝達関数を表している。

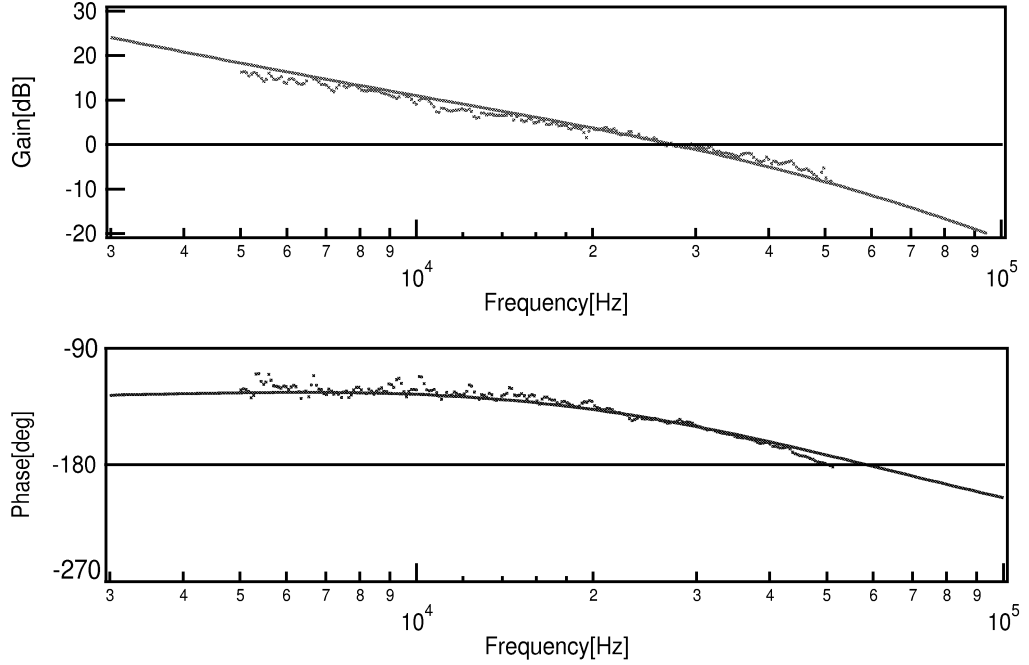


Fig. 4.17: ピエゾ制御の開ループ伝達関数、(上) ゲイン (下) 位相:それぞれ点は測定結果、実線は計算結果を表している。

V_2/V_1 の結果を Fig.4.19 に示す。点は測定結果、実線はそのフィッティングの結果である。低い周波数帯域ではピエゾ制御端子より温度制御端子の方が感度が 20 倍以上高いので、ピエゾ制御端子 H_P の影響をほとんど無視できるものとした。そのため V_2/V_1 の計算式を

$$\begin{aligned} \frac{V_2}{V_1} &= \frac{H_T H_{FP} H_{PD} H_{PS}}{1 + G} \\ &\cong H_T H_{FP} H_{PD} H_{PS} = H_{TO} H_{PS} \\ G &= H_{FP} H_{PD} H_{PS} H_P \ll 1 \end{aligned} \quad (4.29)$$

としてフィッティングした。フィッティングの結果温度制御端子の光学系の伝達関数 H_{TO} は

$$H_{TO}(f) = 2.8 \times 10^2 \times \frac{(1 + if/0.01)(1 - if/7.0)}{(1 + if/0.4)(1 + if/0.3)(1 + if/7.0)} \quad (4.30)$$

である。

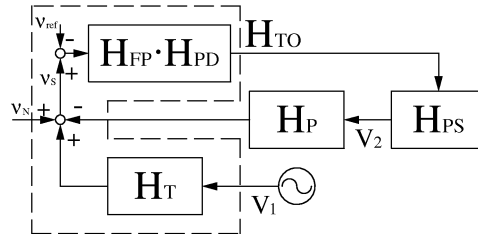


Fig. 4.18: 温度制御端子の光学系の伝達関数を求めたときのダイアグラム: H_{TO} は温度制御端子から誤差信号の出力端子までの伝達関数を表している。

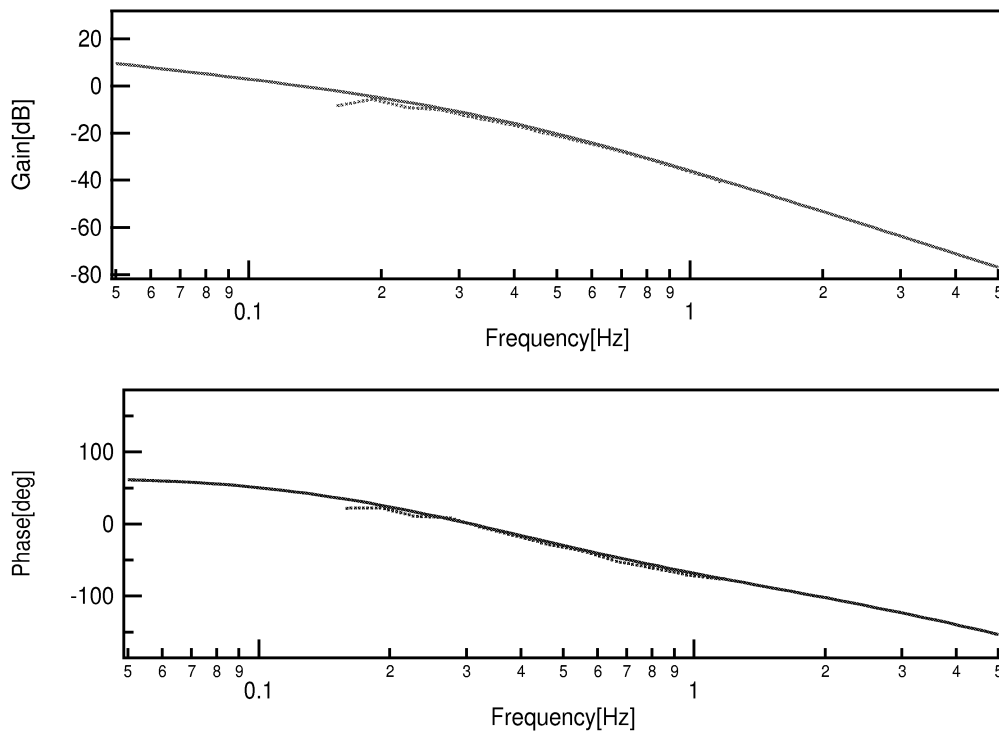


Fig. 4.19: $H_{TO}H_{PS}$ の伝達関数のグラフ、(上) ゲイン (下) 位相:それぞれ点は測定結果、実線は計算結果を表している。

温度制御用回路の設計

温度制御用に設計したサーボ回路を Fig.4.20 に示す。微分動作を利用して周波数ドリフトに素早く作用させた [21]。また温度制御に関係ない高周波成分をカットした。このサーボ回路の伝達関数は Fig.4.21 のようになっている。ここで点は測定結果、実線は計算結果を示している。Fig.4.21 より測定と計算結果はほぼ一致している。

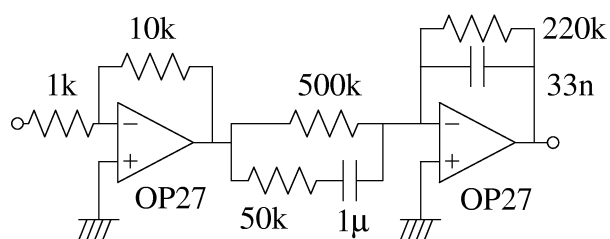


Fig. 4.20: 温度制御用サーボ回路

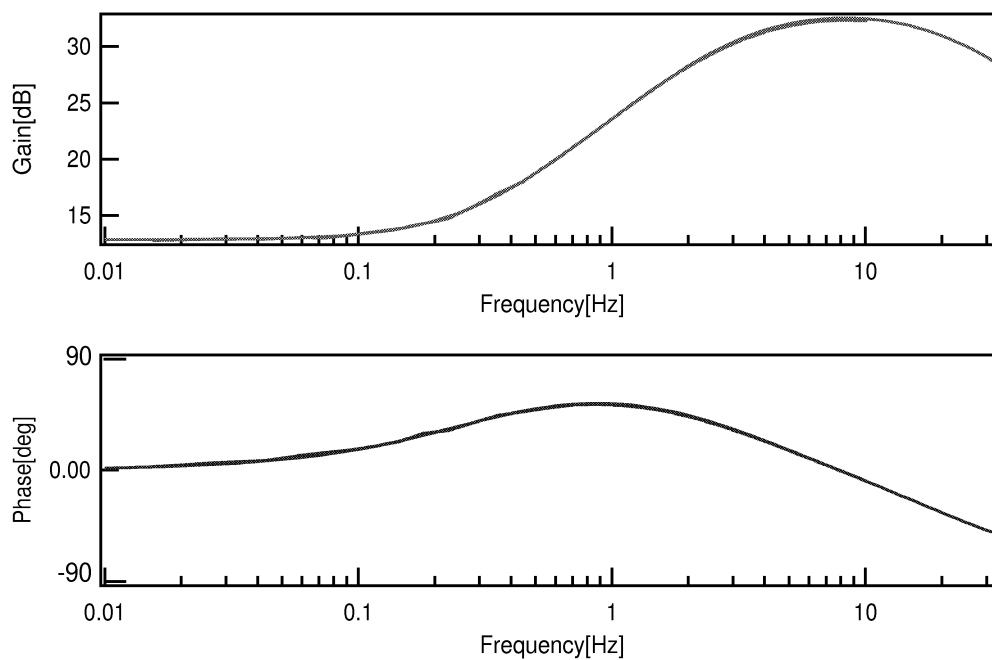


Fig. 4.21: 温度制御用サーボ回路の伝達関数、(上) ゲイン (下) 位相:それぞれ点は測定結果、実線は計算結果を表している。

温度制御の開ループ伝達関数の測定

ピエゾ制御の光学系の伝達関数 H_P の影響が無視できるとした。そのときブロック線図 Fig.4.22 の V_2/V_1 は温度制御の開ループ伝達関数を測定したものに相当する。ここで H_{TS} は温度制御用回路の伝達関数を表している。このとき Fig.4.22 の V_2/V_1 の結果を Fig.4.23 に示す。点は測定結果、実線は計算結果を表している。この計算式は Fig.4.19 と Fig.4.21 の計算結果の積 $H_{TO}H_{TS}$ である。Fig.4.23 より測定と計算結果はほぼ一致している。

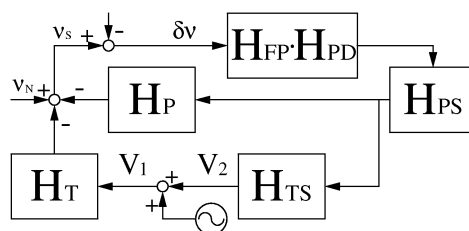


Fig. 4.22: 温度制御端子の開ループ伝達関数測定のダイアグラム: H_{TS} は温度制御用サーボ回路の伝達関数を表している。

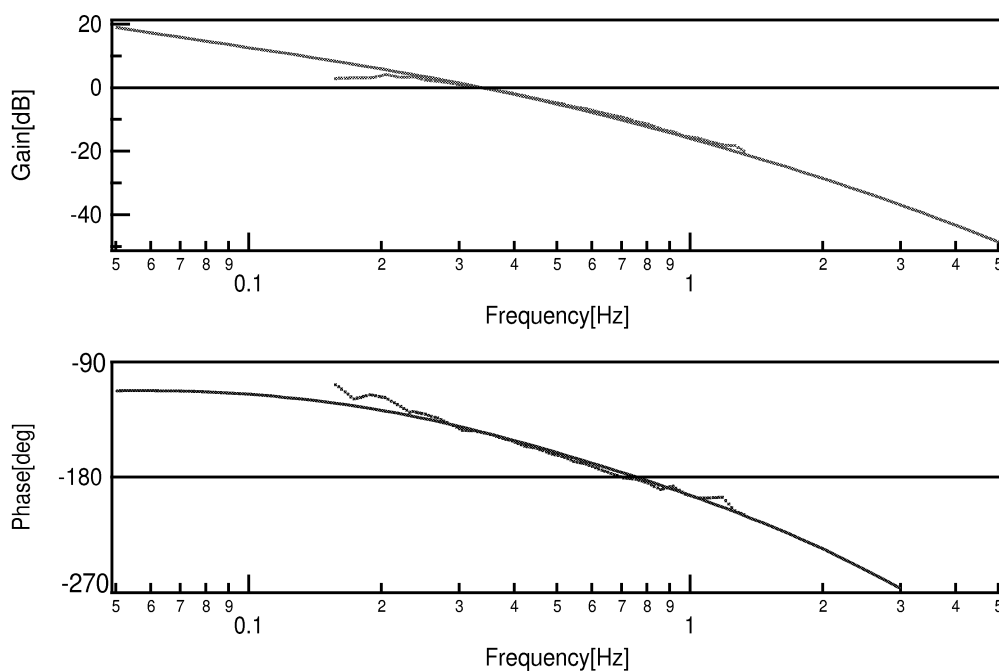


Fig. 4.23: 温度制御端子の開ループ伝達関数、(上) ゲイン (下) 位相:それぞれ点は測定結果、実線は計算結果を表している。

4.4.3 周波数雑音の比較

レーザーのフリーランの周波数雑音 ν_N と、ミラーホルダー共振器に周波数安定化しているときの周波数雑音 ν_S を推定した。 ν_N はピエゾ制御端子へのフィードバック信号 $V_{Pcontrol}$ 、 ν_S は誤差信号 V_{error} の測定結果からそれぞれ推定した。その結果を Fig.4.24 に示す。実線は安定化前、破線は安定化後の周波数雑音スペクトルである。制御帯域において Fabry-Perot 共振器に安定化した方が周波数雑音スペクトルが抑えられている。しかし周波数安定化前も安定化後も 10Hz から数 kHz までの帯域で同じような大きいノイズが現れている。

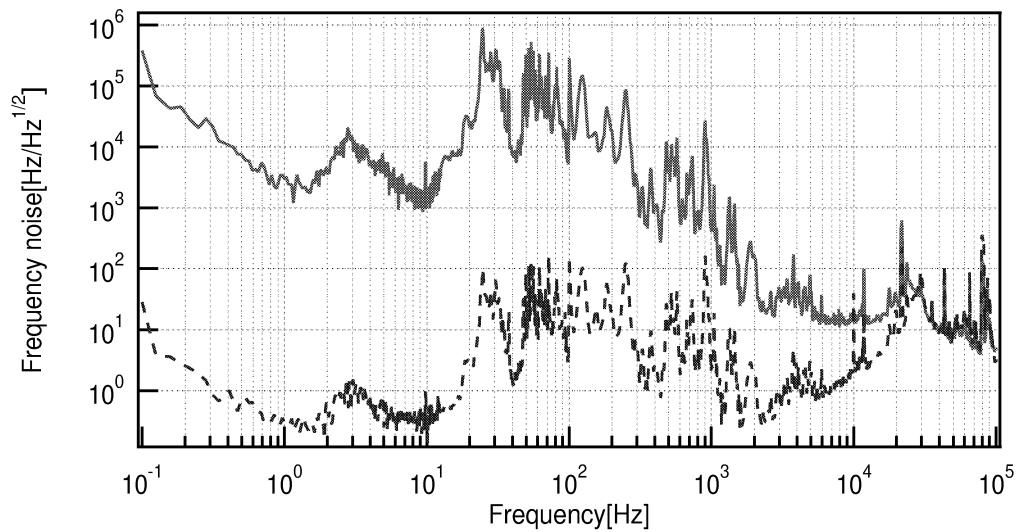


Fig. 4.24: 安定化前後のレーザー周波数の雑音スペクトル:実線 (上) が周波数安定化前、破線 (下) が周波数安定化後の周波数雑音スペクトルを示している。安定化することにより周波数雑音は抑えられているが 10Hz から数 kHz にの帯域に大きなノイズが現れている。

ここまでミラーホルダー共振器を用いて周波数を安定化したが、Fabry-Perot 共振器をミラーホルダーで組んでいるので周波数基準としては精度がよくない。そこで次にスパーサーを用いて Fabry-Perot 共振器を作成して、周波数安定化実験をした。

4.5 スペーサーを用いた共振器

前の節まではミラーホルダーに Fabry-Perot 共振器用の鏡を付けて共振器を組んでいた。しかし実験中の外乱などの影響により、ミラーホルダーの調整ねじが微妙にずれてモードマッチングが悪化していくことがあった。そのため実験途中でモードマッチングをやり直さなければならなくなったことが多く、長期の安定化ができていなかった。また 1 つの共振器だけでは周波数基準とレーザー周波数の相対誤差から周波数雑音を推定しているために、レーザーの絶対周波数雑音を求めることができなかった。

そこでスペーサーを用いた Fabry-Perot 共振器を 2 つ用いて安定化の実験をした。そのうち一方を長期の周波数安定化用として使用した。そしてもう片方をレーザーの周波数に追従させてレーザーの周波数安定度の評価用として用いることでレーザーの絶対周波数雑音や周波数ドリフトを測定した [19]。ここではその実験結果を説明する。

4.5.1 光学系

スーパーインバーでできたスペーサー付きの Fabry-Perot 共振器を用いて、ミラーホルダーの共振器より安定な周波数安定化を試みた。周波数安定化用の Fabry-Perot 共振器を Fig.4.25 に示す。

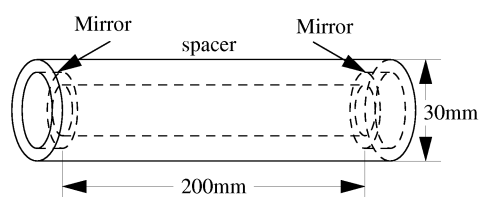


Fig. 4.25: 周波数安定化用 Fabry-Perot 共振器

もう一方の Fabry-Perot 共振器にはピエゾ素子を取り付け、共振器長を変化させることでレーザーの周波数安定度を評価するための共振器とした。ピエゾ付きの Fabry-Perot 共振器を Fig.4.26 に示す。

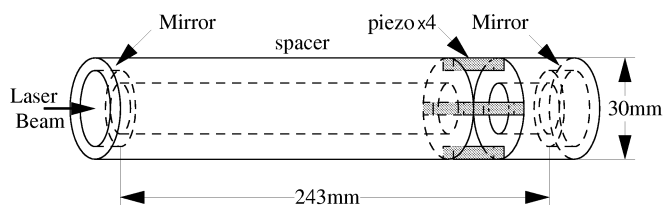


Fig. 4.26: 周波数評価用 Fabry-Perot 共振器:ピエゾ素子で共振器長を変化して、レーザーの周波数に追従させる。そのときピエゾ素子のフィードバック信号からレーザーの周波数雑音を推定する。

スペーサーの材質には両方ともスーパーインバー (Fe : 63%, Ni : 32%, Co : 5%) を用いた。これ

は室温で他の金属と比べて小さい熱膨張率 $\alpha (< 1 \times 10^{-6}/\text{K})$ をもち、その特性を生かして精密測定機器などに使われる。本実験でもスーパーインバーのこの特性を利用して精度がよく安定な周波数基準を得ることをねらいとしている。

Fabry-Perot 共振器を 2 つ用いた実験の光学系を Fig.4.27 に示す。EOM を通過後のレーザーをビームスプリッターで分け、真空チェンバー内の Fabry-Perot 共振器にそれぞれ入射させる。両方とも Pound-Drever 法によりエラー信号を取得して、安定化用共振器からの信号はレーザーの周波数制御端子にフィードバックしてレーザーを周波数安定化する。またピエゾ付き共振器からの信号は共振器のピエゾ素子にフィードバックしてレーザーの周波数に追従させる。ピエゾ素子へのフィードバック信号を測定してレーザーの周波数安定度を計算する。

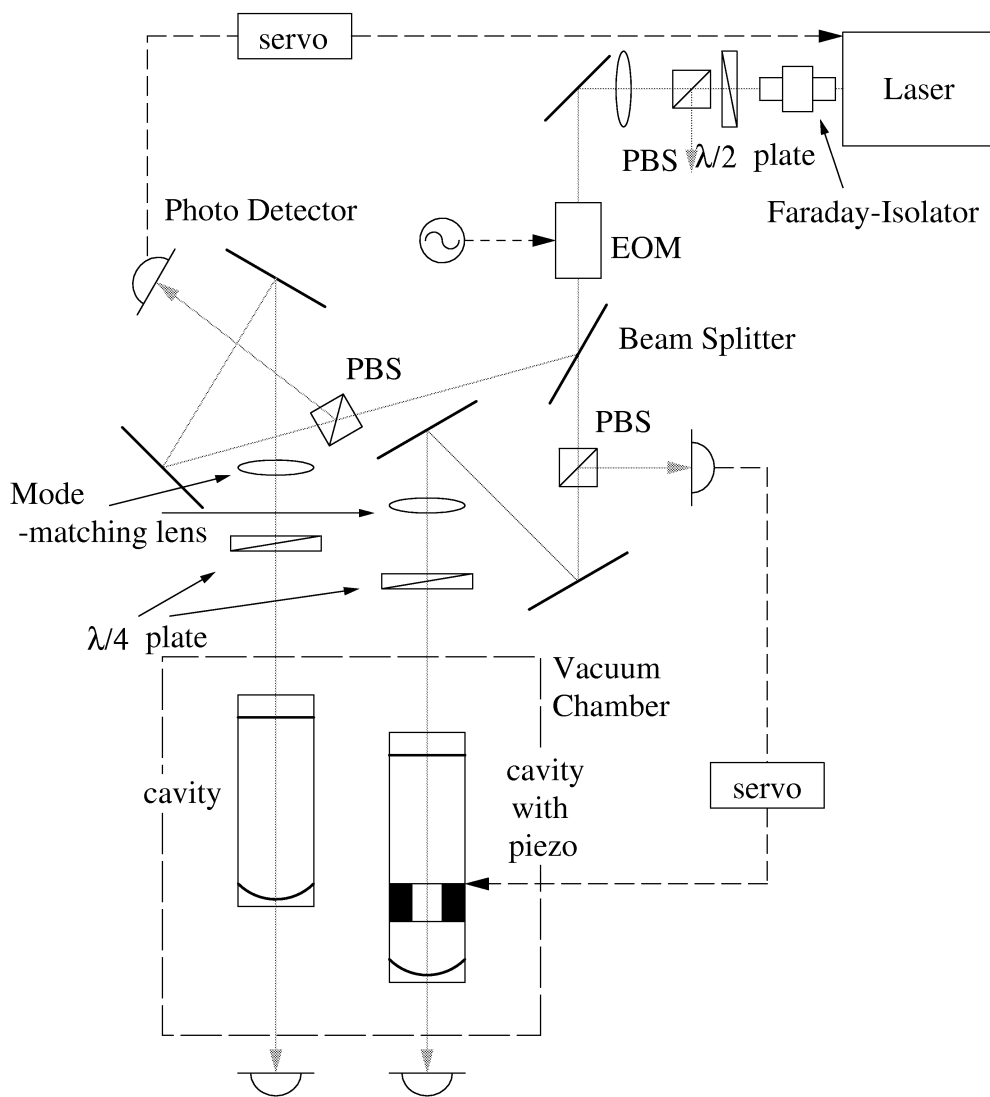


Fig. 4.27: スペーサー共振器実験の光学系: EOM で変調をかけた後、Beam Splitter でレーザー光を分割する。一方は安定化用の共振器へ入射させ、Pound-Drever 法で誤差信号を検出してレーザーを周波数安定化する。もう一方は評価用の共振器に入射して安定化用の共振器同様の方法で誤差信号を検出した後、評価用共振器のピエゾにフィードバックしてレーザーの周波数に追従させる。そのフィードバック信号からレーザーの周波数雑音を測定した。

4.5.2 周波数安定化

スパーサーを用いた周波数安定化用の共振器でレーザーを周波数安定化したときの開ループ伝達関数を測定した。その結果を Fig.4.28 に示す。ここで点は測定結果、実線はフィッティング結果を表している。周波数安定化用の piezo 制御と温度制御のサーボには両方ともミラーホルダー共振器と同じサーボを用いた。

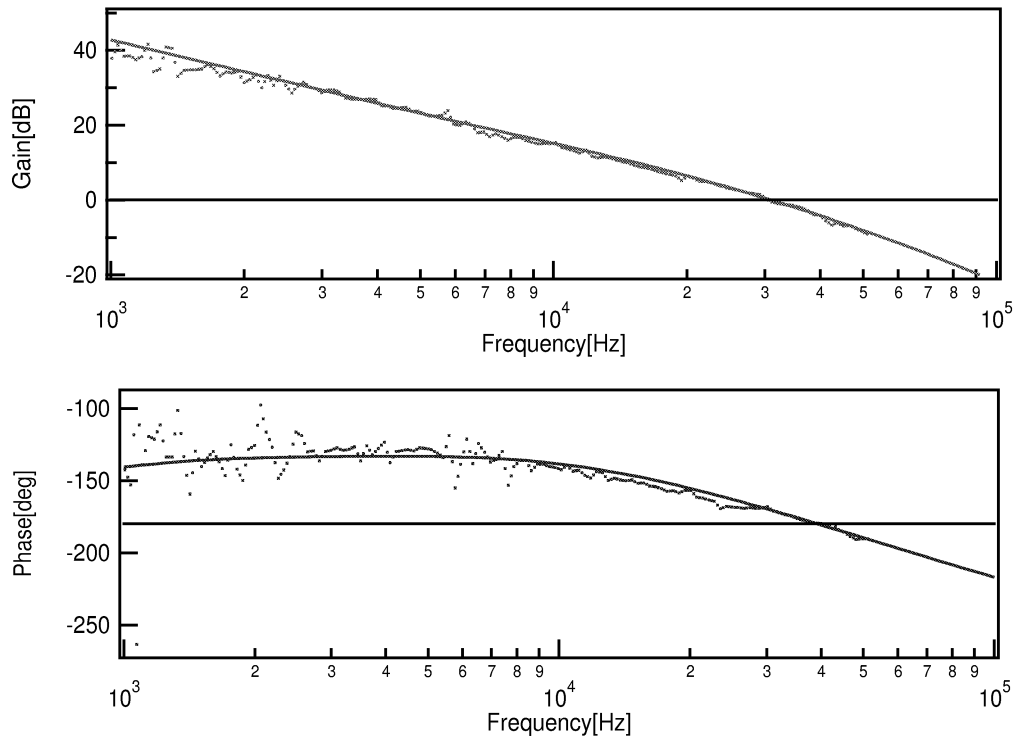


Fig. 4.28: 安定化用共振器の開ループ伝達関数、(上) ゲイン (下) 位相:それぞれ点は測定結果、実線は計算結果を表している。

ミラーホルダー共振器のときと同様に、Fabry-Perot 共振器の伝達関数 H_{FP} の f_c を求めた。計算結果より f_c は

$$f_c = 2.0 \times 10^4 \text{ (Hz)} \quad (4.31)$$

である。このとき F-P 共振器のフィネス $\mathcal{F}$ とスペクトル線幅 $\Delta\nu$ は

$$\mathcal{F} = 1.9 \times 10^4 \quad (4.32)$$

$$\Delta\nu = 39.5 \text{ (kHz)} \quad (4.33)$$

である。このフィネスは式 (4.12) の値にほぼ等しく、Fabry-Perot 共振器に使用した鏡の性能を十分に引き出したものと考えられる。このときの Fabry-Perot 共振器としての透過率 η_T は 23% で

あった。フィネス $\mathcal{F}$ と透過率 η_T は鏡の光学的特性である強度の反射率 R 、透過率 T 、吸収散乱等の損失 A により次式で与えられる [5]。

$$\mathcal{F} = \frac{\pi}{1-R} = \frac{\pi}{A+T} \quad (4.34)$$

$$\eta_T = \frac{T^2}{(A+T)^2} \quad (4.35)$$

ここで R は 1 に充分近いとした。したがって $R = 99.9835\%$ 、 $T = 79\text{ppm}$ 、 $A = 86\text{ppm}$ である。この結果より使用した鏡は 99.99% レベルの高反射ミラーであることが確認できた。

この共振器とミラーホルダー共振器で使用した鏡は同じ物であるが、このフィネスの値はミラーホルダー共振器と比較して約 2 倍の値である。これはこの節の冒頭でも書いたがミラーホルダーの調整ねじがずれた影響でモードマッチングが崩れ、共振器のフィネスを悪化させたためと推測される。

ミラーホルダー共振器と同様の方法でフリーランニングのレーザーと安定化用共振器に安定化した後の周波数雑音スペクトルを推定した。Fig.4.29 にその結果を示す。ここで実線は安定前、破線は安定後の周波数雑音を示している。またドットは Fig.4.24 のミラーホルダー共振器の安定化後の周波数雑音を示している。

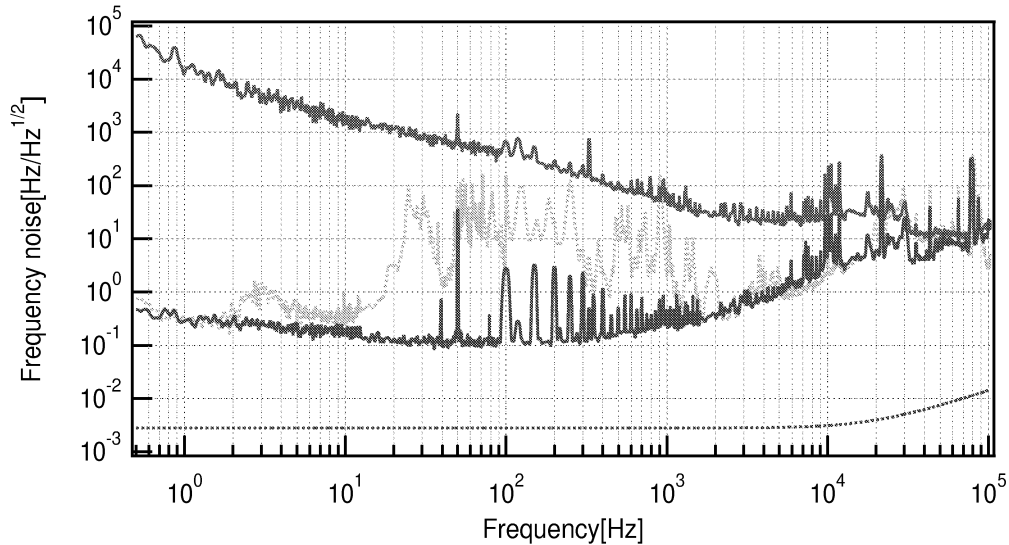


Fig. 4.29: 安定化用共振器で安定化する前後のレーザー周波数雑音:実線 (上) は安定化前、破線 (下) は安定化後のレーザーの周波数雑音スペクトルを表している。薄いドット (中) はミラーホルダー共振器で安定化後の周波数雑音、最も下のドットはショットノイズである。

Fig.4.29 よりミラーホルダー共振器の 10Hz から 1kHz 付近までの周波数帯域で目立っていた雑音は周波数基準として用いた Fabry-Perot 共振器の安定性の差であることがわかる。このことより共振器の鏡を支えるミラーホルダーが外乱 (音や地面振動など) の影響に弱いということがいえる。

レーザーと Fabry-Perot 共振器の相対誤差から推定される周波数安定度は 10Hz から数 100Hz までの周波数帯域で $10^{-1}\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ 程度である。しかしこの周波数雑音はまだショットノイズよりも

50 倍近く大きな値である。また頼本氏の修論 [17] の Nd:YAG の基本波レーザーのフリーランと Fig.4.29 の安定化前のデータを比較すると倍波レーザーの方が全体的に 1 桁程度大きい値となっている。

4.5.3 周波数雑音評価

誤差信号から計算した周波数雑音は基準周波数とレーザー周波数の相対誤差から推定した値である。そこでレーザーの絶対周波数雑音を測定するために、ピエゾ付きの共振器を使ってレーザーの周波数雑音を評価しようと試みた。ピエゾで共振器長を変化してレーザー周波数に追従させたとき、共振器に付いているピエゾへのフィードバック信号よりレーザーの周波数雑音を測定した。そこで次にピエゾ付き共振器について説明する。

まず 12MHz の変調周波数を基準としてピエゾ素子の変換率 $H_{P'}$ (掃引周波数)/(印加電圧) を求めた。その結果使用したピエゾ素子の変換率は

$$H_{P'} = 165.5 \text{ (MHz/V)} \quad (4.36)$$

と求まった。

ピエゾ付き共振器をレーザーの周波数に追従させるには制御をかける必要がある。Fig.4.10 と同様の方法で Pound-Drever 法でエラー信号を取得した。そして共振器に付いているピエゾ素子にフィードバックすることで共振器長を制御した。

まず共振器に付いているピエゾに信号を送る端子からエラー信号の出力端子までの光学系の伝達関数を測定した。その結果を Fig.4.30 に示す。Fig.4.30 の位相の結果より 7kHz 付近に共振がみられる。

光学系の結果より 1kHz 付近でユニティゲインになるようにサーボを設計した。Fig.4.31 にその回路図を示す。

そのときの開ループ伝達関数を Fig.4.32 に示す。点は測定結果、実線は計算結果を示している。このときの計算式は Fig.4.30 の 2 ～ 3kHz 付近までの値と Fig.4.31 より求められる値の積である。サーボのゲインは可変になっているのでゲインのフィッティング結果には任意の値を用いている。ローパスフィルターを通したことで 3kHz 付近からの周波数帯域で急激にゲインを小さくすることができる。

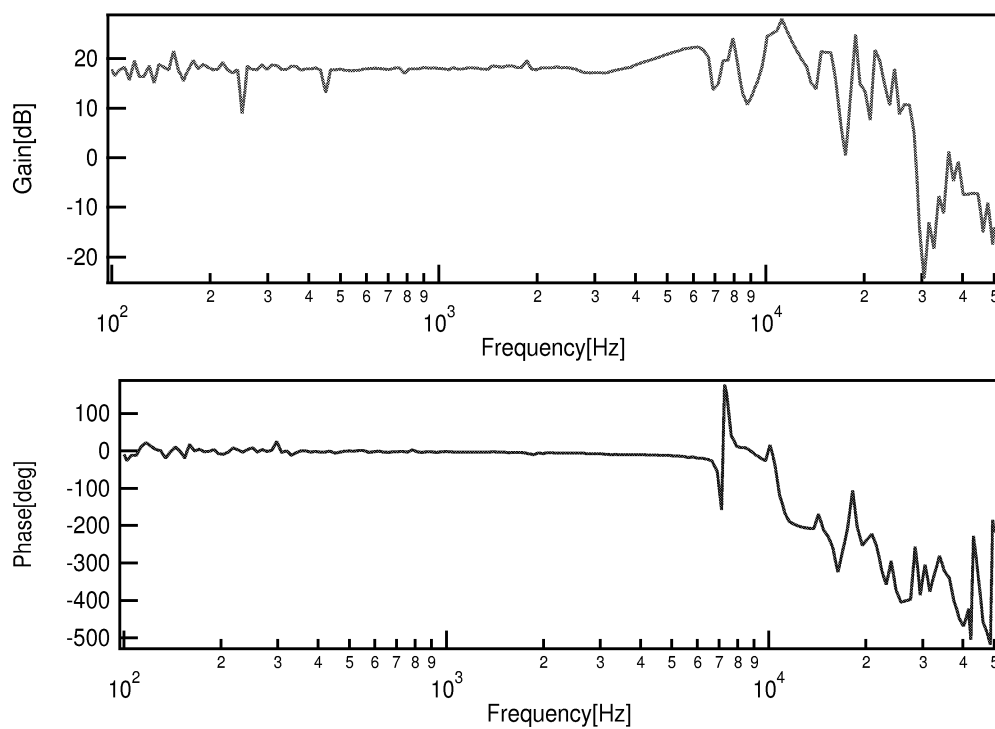


Fig. 4.30: ピエゾ付共振器の光学系の伝達関数、(上) ゲイン (下) 位相:位相の結果より 7kHz 付近に共振がみられる。

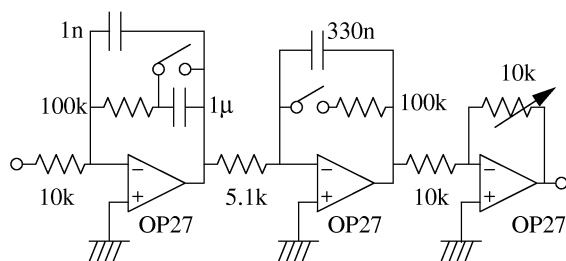


Fig. 4.31: ピエゾ付共振器用サーボ回路

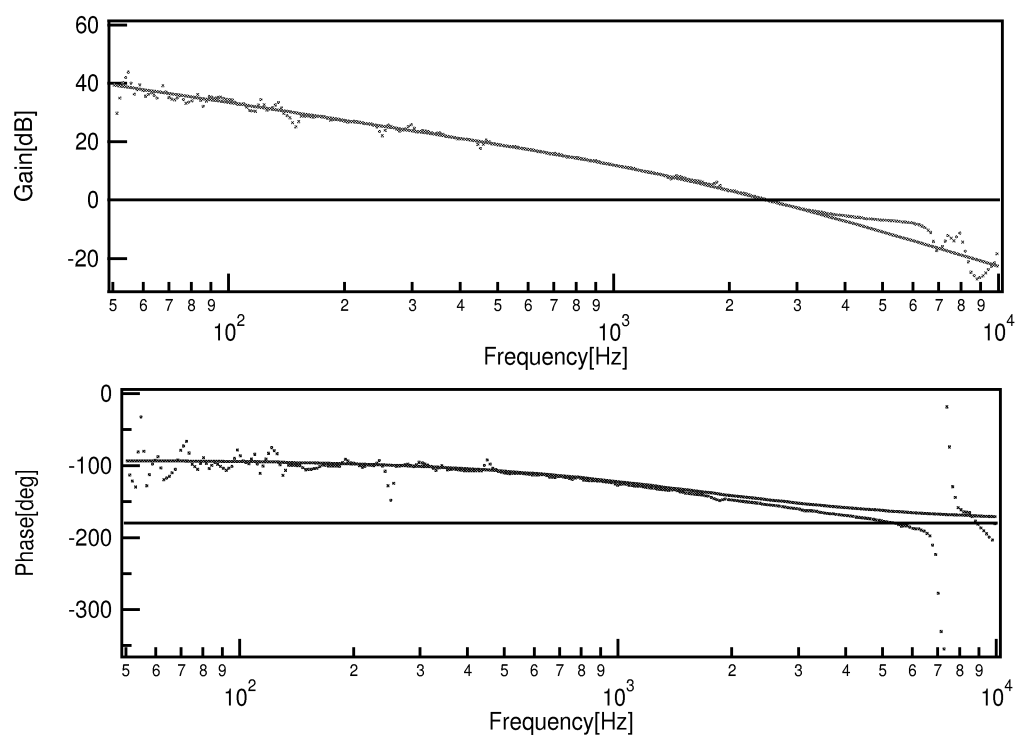


Fig. 4.32: ピエゾ付共振器の開ループ伝達関数、(上) ゲイン (下) 位相:点は測定結果、実線は計算結果を表している。

周波数ドリフトの観測

スーパーインバーのスペーサーを用いた Fabry-Perot 共振器を使用することで、レーザーを長期安定化することが可能になった。そこでレーザーの周波数ドリフトをピエゾ付共振器のフィードバック信号を用いて長期観測した。その結果を Fig.4.33 の上に示す。

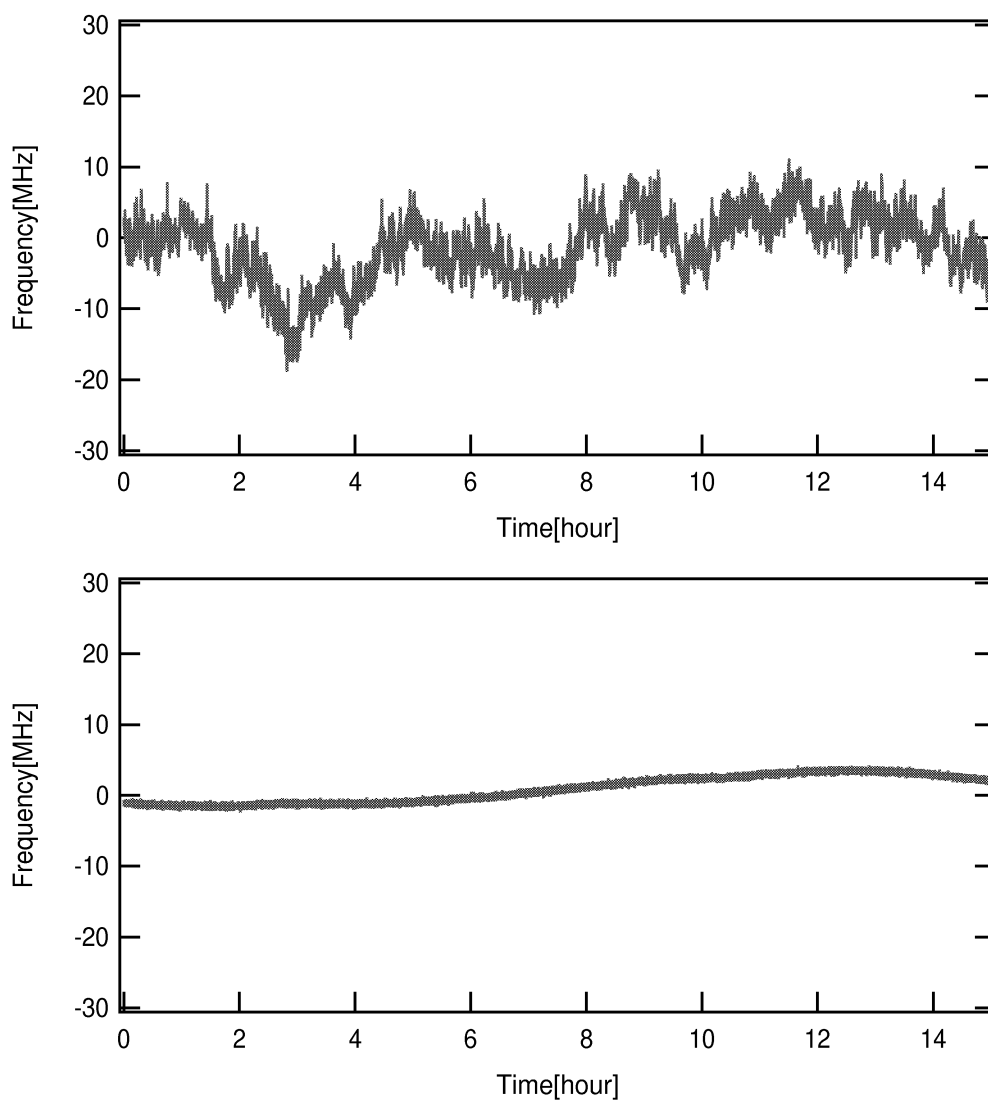


Fig. 4.33: 安定化前後の周波数ドリフト:上は周波数安定化前、下は周波数安定化後のレーザーの周波数ドリフトである。レーザーの安定化後は周波数ドリフトが小さくなっている。

まずレーザーを Fabry-Perot 共振器に周波数安定化していないときのレーザーのドリフトを観測した。観測した日時は 2001/12/22 の 15 時から 15 時間のデータである。このとき観測中の実験室の気温変化量は 1 度以内である。Fig.4.33 よりフリーランニングのレーザーは数時間で $\pm 15\text{MHz}$

を周波数ドリフトしている。

次に周波数安定化したときのレーザーの周波数ドリフトを観測した。測定日は 2001/12/23 の 15 時から 15 時間測定した結果である。このときも観測中の実験室の気温変化量は 1 度以内である。またこのとき実験で 1 週間以上の安定化を確認した。安定化前のデータより明らかにレーザーの周波数ドリフトが軽減しているのがわかる。

Fabry-Perot 共振器のスペーサーに用いたスーパーインバーの熱膨張率 α は他の金属と比較すると小さい。ここで熱膨張率を $\alpha = 0.4 \times 10^{-6}/\text{K}$ と仮定すると、共振器長 z が 0.2m のときレーザーの周波数ドリフトは

$$\delta f = -1.5 \text{ (kHz/K)} \quad (4.37)$$

となる。Fig.4.33 の結果では観測中実験室の気温変化がほとんどなかったにも関わらず、レーザー周波数が $\pm 4\text{MHz}$ 程ドリフトしている。つまりこのドリフトは Fabry-Perot 共振器の共振器長の温度による変化以外によって起こったものと考えられる。

レーザーの周波数雑音スペクトルの評価

ピエゾ付共振器の共振器長をレーザーの周波数に追従させ、そのフィードバック信号からレーザーの周波数雑音スペクトルを評価しようと試みた [19]。安定化前後のレーザーに追従させたピエゾ付共振器のフィードバック信号を測定し、周波数雑音スペクトルを計算した。その結果を Fig.4.34 に示す。それぞれ実線は安定化前、破線は安定化後の周波数雑音スペクトルである。また薄いドットで表示したのは Fig.4.29 で示した安定化前後のレーザー周波数雑音スペクトルである。

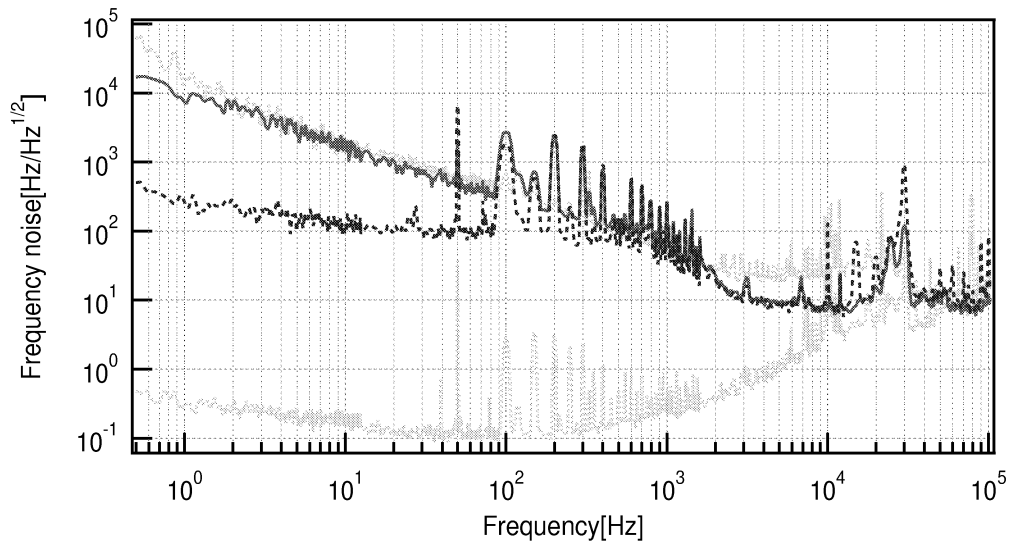


Fig. 4.34: ピエゾ付共振器から求めたレーザーの周波数雑音スペクトル:実線は周波数安定化前、破線は周波数安定化後の周波数雑音スペクトルを表している。また薄いドットは Fig.4.29 の周波数雑音の結果である。

この結果より安定化前のレーザーの周波数雑音はほぼ評価できている。しかしピエゾ付共振器では光学系の共振が 7kHz 付近にあるため、この共振器の制御帯域 ($< 2 \sim 3\text{kHz}$) よりも高い周波数帯域ではレーザーの周波数雑音に追従できていない。また安定化したレーザーよりピエゾ付共振器の揺らぎの方が大きいため、安定化後のレーザーの周波数安定度が評価できていない。そのため周波数安定度を評価するためにはもっと別の方法が必要と考えられる。

第5章 まとめ

実験の成果を以下にまとめると

- 高反射ミラーを用いた Fabry-Perot 共振器を周波数基準とした Pound-Drever 法で LD 励起 Nd:YAG の倍波レーザーを周波数安定化できた。

- レーザーの周波数雑音スペクトルを推定すると 10Hz から数 100Hz までの周波数帯域で基準共振器に対して約 $10^{-1}\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ の安定度となった。

- 1 週間以上の安定化を確認した。

- Fabry-Perot 共振器に用いた高反射ミラーの性能をほぼ仕様通りに引き出すことができた。

となる。しかし今回の実験での周波数雑音はショットノイズと比較してまだ数十倍近く大きい値である。そこで課題として

- Fabry-Perot 共振器を温度安定化したり、振りに吊るすなど周波数基準の更なる安定化。

- Fabry-Perot 共振器の共振器長の変化以外に原因があると思われるドリフトの発生を抑える。

- 重力波検出器の光源として使用するために数ヶ月から数年の期間安定化させる。

などがある。特に周波数基準となる共振器を安定な環境にすることは重要である。またレーザーの周波数安定度を評価する場合、その方法を改良すべきである

Nd:YAG の基本波レーザーは古くから研究されていて高度な安定化やその他の光学技術は充分確立しているが、Nd:YAG の倍波レーザーや SHG 技術はまだ未開発な部分が多い。そのため今後技術の進歩により、将来は Nd:YAG の倍波レーザーが基本波レーザーと同様に扱えるようになることを期待している。

関連図書

- [1] Eds. K.Tsubono:TAMA Status Report 99: (1999)
- [2] LCGT Collaboration:LARGE-SCALE CRYOGENIC GRAVITATIONAL WAVE TELESCOPE, Int.J.Mod.Phys.D Vol.8,557 (1999)
- [3] 大橋正健:レーザー干渉計型重力波検出器用超高性能ミラーの開発, 応用物理 68,663 (1999)
- [4] 中村卓志, 三尾典克, 大橋正健:重力波をとらえる, 京都大学学術出版会 (1998)
- [5] 大橋正健, 三尾典克:重力波アンテナ技術検討書 (1992)
- [6] Mitsuru Musha, Takeshi Kanaya, Ken'ichi Nakagawa, Ken-ichi Ueda:The short- and long-term frequency stabilization of an injection-locked Nd:YAG laser in reference to a Fabry-Perot cavity and an iodine saturated absorption line, Opt.Comm. 183 (2000) 165
- [7] Stefan Seel, Rafael Storz, Giuseppe Ruoso, Jurgen Mylynek, and Stephan Schiller:Cryogenic Optical Resonators: A New Tool for Laser Frequency Stabilization at the 1Hz Level, Phys.Rev.Lett. Vol.78,4741 (1997)
- [8] R. Storz, C. Braxmaier, K. Jack, O. Prall, and S. Schiller:Ultrahigh long-term dimensional stability of a sapphire cryogenic optical resonator, Opt.Lett. Vol.23,1031 (1998)
- [9] B. C. Young, F. C. Cruz, W. M. Itano, and J. C. Bergquist:Visible Lasers with Subhertz Linewidths, Phys.Rev.Lett. Vol.82,3799 (1999)
- [10] R. W. P. Drever:Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator, Appl.Phys.B 31,97 (1983)
- [11] 宅間宏:量子エレクトロニクス入門, 培風館 (1972)
- [12] I. Matsushima:Laser-plasma interaction research and laser-irradiation uniformity improvement technique development for the short-wavelength laser nuclear fusion, Researchs of the Electrotechnical Laboratory No.990
- [13] Xiaoying Li, Qing Pan, Jietai Jing, Changde Xie, Kunchi Peng:LD pumped intracavity frequency-doubled and frequency-stabilized Nd:YAG/KTP laser with 1.1W output at 540nm, Opt.Comm. 201,165 (2002)

- [14] Axel Schenzle, Ralph G. DeVoe, Richard G. Brewer:Phase-modulation laser spectroscopy, Phys.Rev.A Vol.25,2606 (1982)
- [15] Thomas J. Kane and Robert L. Byer:Monolithic, unidirectional single-mode Nd:YAG ring laser, Opt.Lett. Vol.10,65 (1985)
- [16] 霜田光一:レーザー物理入門, 岩波書店 (1983)
- [17] 頼本賢治:Fabry-Perot 共振器を用いた半導体レーザー励起 Nd:YAG レーザーの周波数安定化, 修士論文, 東京大学 (1999)
- [18] 丸山純孝:ヨウ素安定化 Nd:YAG レーザーの開発, 修士論文, 東京大学 (1998)
- [19] K. Nakagawa, A. S. Shelkovnikov, T. Katsuda, and M. Ohtsu:Absolute frequency stability of a diode-laser-pumped Nd:YAG laser stabilized to a high-finesse optical cavity
- [20] LightWaves 社レーザー Model142 の取り扱い説明書
- [21] 杉江俊治, 藤田政之共著:フィードバック制御入門, コロナ社 (1999)
- [22] Edited by S.Kawamura, N.Mio:GRAVITATIONAL WAVE DETECTION II,Universal Academy Press,Inc.
- [23] 浜松ホトニクス社フォトダイオードカタログ

謝辞

本論文の研究を進めるにあたり大変多くの方にご支援とご指導をいただきました。

担当教官の黒田和明教授には研究への取り組み方など研究をしていく上で大変重要なことを教えていただきました。また私に自由奔放に研究をさせていただき、このような環境を用意して下さったことに感謝いたします。この研究室独特の雰囲気は先生の人柄の賜物だと思います。また何度かおいしい料理を作ってわざわざ柏まで届けてくださった先生の奥様にもお礼申し上げます。ありがとうございました。

修士1年の夏に助教授の大橋正健氏にレーザーを渡されたのがこの研究の始まりでした。最初532nm用の光学部品が実験室に全くなかったため本当に0からの出発で大変でしたが、この研究の立ち上げができたことを幸運に思います。またお忙しい中 Fabry-Perot 共振器用の高反射ミラーを探してきてくれて、大変助かりました。

助手の三代木伸二氏には実験のこと全般について何から何までお世話になりました。特に532nm用の光学部品を購入するにあたり、何も知らない私に様々なことを教えていただきました。また実験装置の使い方や制御系のことなど、実験を進めていく上での重要なアドバイスを何度もいただきありがとうございました。学会出発当日の朝まで実験に付き合ってくださいったことは絶対忘れません。

研究員の山元一広氏には実験のことから物理一般のことまで様々な相談や質問に答えていただき助けられました。都丸さん輪講での山元氏の知識の豊富さには驚くとともに、自分の勉強不足を痛感させられました。

普段筑波にいるため余り一緒にいる機会がありませんでしたが、KEKの研究員の都丸隆行氏にはゼミや輪講のたびにわざわざ筑波から来ていただきいろいろなことを教わりました。来年からは都丸さん輪講が1年間継続できることを期待しています。

KEKの研究員の内山隆氏はイタリアに行っていたため一緒に過ごしたのは半年という短い期間でしたが、マイペースな私の実験の進み具合を心配して下さいました。ありがとうございました。

修士2年の奥富聡氏、近藤寿浩氏、辻勲氏と過ごした2年間は非常に楽しかったです。奥富氏とはフィードバック制御や制御回路のことについて様々な議論をし、とても参考になりました。これからいろいろなことを極めてください。近藤氏とは研究のことだけでなくいろいろなことを話し合い、とても刺激になりました。1トンの鉛は重かったです。辻氏には干渉計の理論的なことについてさまざまな質問について答えていただきました。来年からはソニーで頑張ってください。彼らのおかげでとても有意義な修士生活を送ることができたと思っています。

修士1年の笠原邦彦氏は研究熱心で非常に刺激を受けました。これからは研究生活とバンド活動の両立という難関に立ち向かって頑張ってください。またこの1年将棋の奥深さを知ることができたのは笠原氏のおかげです。笠原氏のおかげで楽しい研究生活が送れたことを感謝いたします。

技官の石塚秀喜氏は設計図を書くときに参考となる本を快く貸してくださいました。ありがとうございました。

最後に大学生生活をあらゆる面で支えてくれた私の家族と私の研究を支えて下さった全ての皆様に心より感謝いたします。

付 録 A

A.1 Phase shifter

Fig.A.1 に使用した Phase shifter の回路図を示す。駆動周波数は 12MHz としてポテンショメータの値を変えることにより、DBM に入力する信号の位相を調整した。また OP アンプには高周波用 OP アンプ AD811 を用いた。

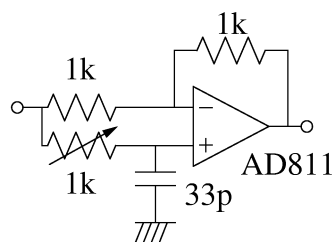


Fig. A.1: Phase shifter:今回の実験で作成した駆動周波数 12MHz の Phase shifter の回路図である。

A.2 Photo Detector

今回の実験で作成した Photo Detector の回路図を Fig.A.2 に示す [22]。フォトダイオードには浜松ホトニクス社製 S5821-02 を使用している [23]。カタログより S5821-02 の端子間容量を 3pF として計算し、 V_{RF} には変調周波数 12MHz の Band-pass Filter を通した。その計算結果を Fig.A.3 に示す。実線は V_{DC} の OP27 の-端子が完全にショートしている場合の計算である。また破線は回路シミュレーター (B2 Spice A/D 2000) の計算結果を表す。どの計算結果も 12MHz の Band-pass Filter となっていることが確認できる。また OP27 の-端子は Virtual-short しているため Spice の結果には 10nF のコンデンサーの影響により、わずかに 1MHz の Band-eject Filter となっている。

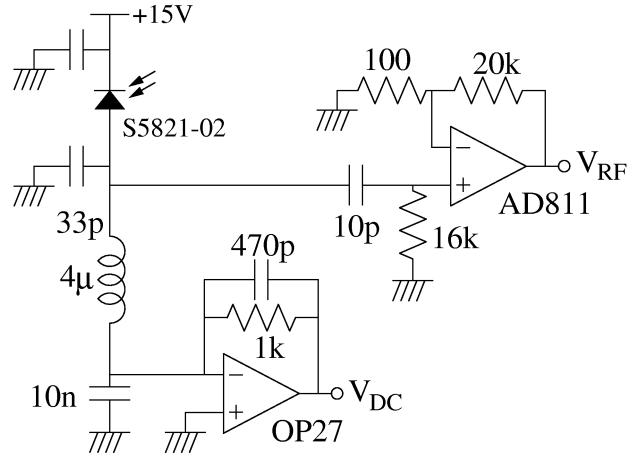


Fig. A.2: Photo Detector:今回作成した Photo Detector の回路図である。V_{RF} には 12MHz の Band-pass Filter が組まれている。

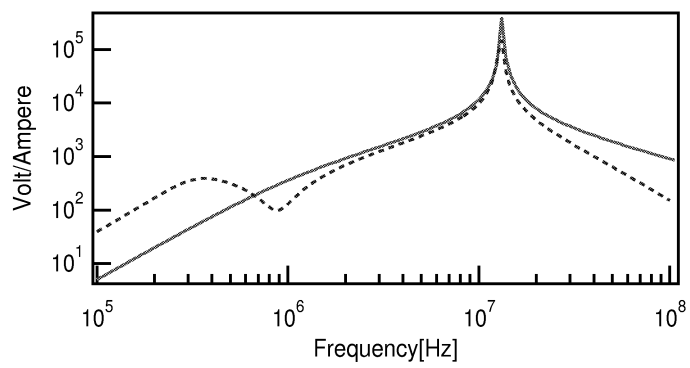


Fig. A.3: V_{RF} の計算結果:V_{RF} の出力の計算結果である。実線は OP27 の-端子がショートしているときの計算結果、破線は回路シミュレーター (B2 Spice A/D 2000) の計算結果である。フォトダイオード S5821-02 は端子間容量 3pF として計算した。周波数 12MHz の Band-pass Filter となっているのがわかる。

A.3 実験室の気温

レーザーの周波数ドリフトの観測を2001/12/22と12/23に行ったが、その頃の1週間(2001/12/19～12/27)の地下実験室の気温変化をFig.A.4に示す。観測のとき実験室内の温度変化は1℃以内で比較的安定であった。

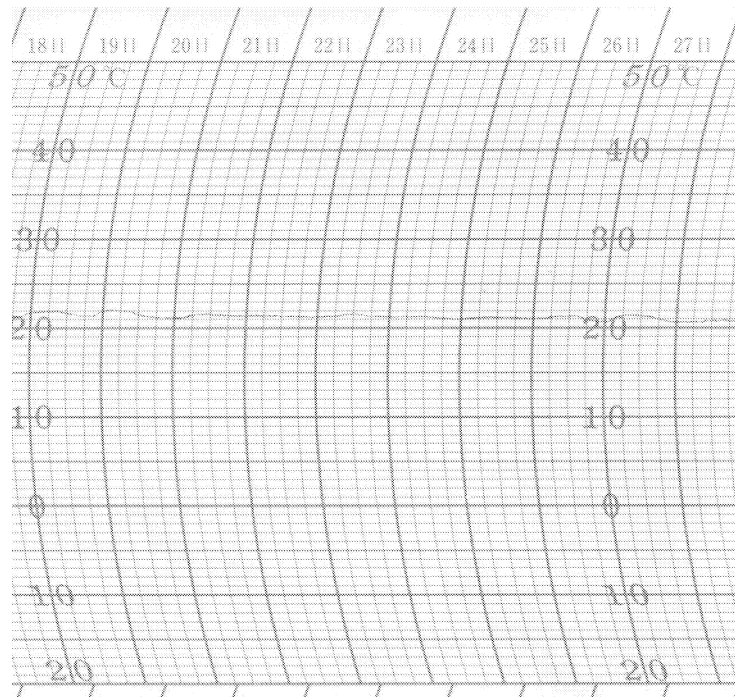


Fig. A.4: 実験室の気温変化:千葉県柏市の東京大学宇宙線研究所地下1階にある実験室の気温変化(2001/12/19～12/27)である。