

LCGT の長さ制御の設計仕様

干渉計制御法ワーキンググループ

平成 17 年 7 月 28 日

1 はじめに

LCGT では、両腕に Fabry-Perot 共振器を備えたマイケルソン型干渉計に、Power Recycling および Resonant Sideband Extraction を加えた、いわゆる RSE 干渉計方式を採用する。Signal Extraction Cavity における電場の共振状態を選ぶことにより、重力波検出器として異なる稼働モード¹が実現できるが、LCGT では広帯域モードでの運用が決定しているので、その制御法について基本設計仕様を示す。

本編では、LCGT の基本設計として決定された仕様について、要求項目および仕様の骨子を要約するとともに、ひき続く節でその詳細について述べる。制御方法の設計思想・指針と、これまでの議論の中で候補として挙げられた仕様についての紹介、およびそれらの比較、詳細な議論の内容、議論の経過等については、仕様決定の記録・今後の参考資料としてのために、補遺として付録する。

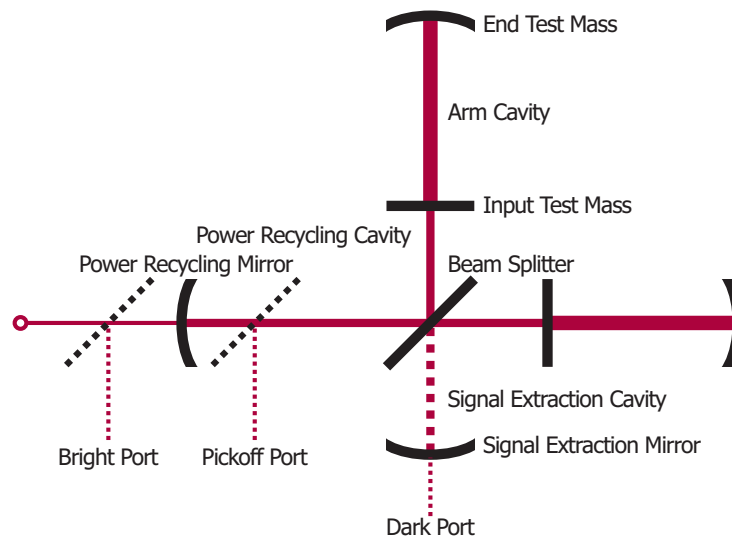


図 1: LCGT 干渉計の光学設計：RSE 型の干渉計を用い、広帯域運用とする。信号取得は主に 3 つのポートから行うが、Pickoff に関して、実際には Pickoff 鏡を使用せず、テストマス、ビームスプリッター等の AR 反射から同等の信号を得る。

¹広帯域での運用 (Broad band operation)、もしくはキャリア光を少し完全共振からずらし (Detune)、特定の周波数帯域の感度を改善した狭帯域での運用 (Narrow band operation) 方法がある。

2 設計仕様への要求

ここでは干渉計の長さ制御設計に要求される項目を挙げる。

- 重力波検出器として動作するように、干渉計を制御できること
- 種々の干渉計パラメータの設計値からのずれに対して、制御設計が堅牢であること
- 干渉計を動作点まで引き込むことが比較的容易にできること
- 種々の雑音に対して、設計感度に影響しないように結合効率を抑えられること

現時点で LCGT の設計仕様を決定するにあたっては、主に最初の 2 点に重点を置くことによって制御法の選定を行った。その他の項目についても今後の引き続く研究によって定量的な評価を行い、補足していく必要がある。

3 LCGT 制御設計仕様

3.1 設計仕様の概要

詳細に立ち入る前に、現時点での基本設計仕様を要約してまとめておく。

- 変調方式：RF 位相変調と RF 強度変調の 2 種類の変調を印可し、キャリア光電場の上下併せて 4 本の RF サイドバンドを用いる。ただし、サブサイドバンドが生成されないように、変調方法を工夫する
- アシンメトリ因子：2 種類のサイドバンドのうち一方は、マイケルソン干渉計を完全に透過し、ダークポート側へ抜ける設定、他方は完全反射され、レーザー側へ跳ね返される設定を実現する条件で Schnupp アシンメトリ、および変調周波数を設定する
- 共振条件：その結果、一方のサイドバンドはパワーリサイクリング (PRC) とシグナルリサイクリング (SEC) の両方の共振器で完全共振し、他方は PRC のみで共振するように設定する
- 対角化：この状態で信号取得マトリクスは、適度に「直交化」できているのでマクロずらしによる「対角化」はオプションとする
- 具体的な変調周波数、アシンメトリ長、共振器長については現在 LCGT に合わせて精査中であり、今後順次決定される

以下の小節では、上記の設計について少し詳しく説明する。

3.2 設計仕様の詳細

3.2.1 変調方式

これまでの第一世代 PRFPMI 干渉計で用いられてきた位相変調 (f_1) に加え、さらに別の周波数で変調サイドバンド (f_2) を立てる方法を採用する²。これら 2 種類の変調サイドバンド間のビートから、中央干渉計部分の制御信号を得るのであるが、そのために

²キャリア光は腕共振器の大きな情報を運ぶので、キャリアと位相変調サイドバンドのビート信号から中央干渉計部分の I 系の信号をきれいに取り出すことは難しい。そこで、腕共振器に入らない 2 種類の電場を用意し、これらのビートから I 系の信号を取り出すことを考える。追補も参照のこと。

- 重力波信号はキャリア光と位相変調 (f_1) サイドバンドのビートから得る
- 2 種類目の変調は強度変調にする
- 2 種類の周波数間のビート信号を取るために二重複調をする³
- サブサイドバンド⁴を生成しないための工夫をする

といった条件で変調を印可する。光周波数領域で見ると図 2 のように、キャリア電場の周りに併せて 4 本の RF 変調サイドバンドの電場を生成する。

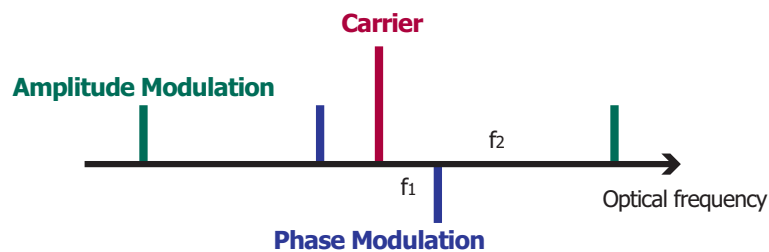


図 2: 光周波数軸でみた使用電場：キャリア周りに位相変調、強度変調併せて 4 本の RF サイドバンドを用意する。実際には高次のサイドバンドが生成されるが、ここでは書いていない。

3.2.2 アシンメトリ因子

Schnupp アシンメトリ (l_-)⁵と変調周波数 (ω_m) との組合せで決まるアシンメトリ因子 $\alpha = l_- \omega / c$ は、変調サイドバンドのマイケルソン干渉計における振る舞いを決定する。キャリア光がダークポートで暗縞になるように制御されている場合には、変調サイドバンドのマイケルソン干渉計反射率は $\cos \alpha$ 、透過率は $\pm i \sin \alpha$ で表される。Schnupp アシンメトリはマイケルソン干渉計の 2 つの腕の長さの物理的な非対称性であるから、2 つのサイドバンドに対して共通になるが、変調周波数は選べる自由度があるので、2 つの異なる周波数の変調サイドバンドに対して MI 干渉計の反射率・透過率を独立に設定できる。本設計では図 3 に示すように、2 つの変調のうち、一つ (変調 1) は $\pm \sin \alpha_1 = \pm 1$ ($l_- \omega_1 / c = \pi/2 + n\pi$) として MI 干渉計を完全透過するように選ぶ⁶。したがってこの変調は MI 干渉計を素通りしてダークポート側に向かい、SEM によって反射され、打ち返されることとなる。一方、もう片方の変調 2 は $\pm \sin \alpha_2 = 0$ ($l_- \omega_2 / c = n'\pi$) とし、MI 干渉計で完全に反射されるようにする。従って変調 2 はダークポート側に漏れることなく、MI 干渉計と PRM の間で行き来するのみとなる。

³ 復調操作が一回増える事になるが、それは復調位相の自由度が一つ増える事でもあり、一長一短である。2 重複調の操作自体に問題がなければ、信号取得の最適化の観点から、自由度が増える方がメリットが大きい。

⁴ サイドバンドのサイドバンド：位相変調は通常ポッケルスセルにレーザー光を通す事で実現されるが、その延長で「直列」に強度変調器を通すと、位相変調サイドバンド ($\pm f_1$) の周りにも強度変調がかかり、いわゆるサブサイドバンド ($\pm f_1 \pm f_2$) が生成される。サブサイドバンドは二重複調の際にキャリア光の運ぶ信号を復調してしまい、干渉計中央部分の制御信号に腕共振器の情報が混入してしまう。

⁵ ビームスプリッター (BS: Beam Splitter) から、両腕のインプット鏡 (ITMs: Input Test Masses) までの距離の差で定義される

⁶ この変調はダークポートまで辿り着いて重力波信号を読み取る際の参照信号 (LO) となるため、位相変調とする

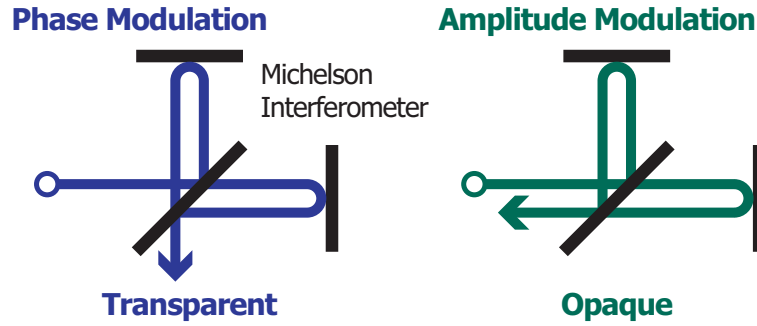


図 3: 変調サイドバンドの MI 干渉計での振る舞い: 変調 1 (PM) は MI 干渉計を完全透過し、ダークポート側へすべて通り抜ける。一方変調 2 (AM) は MI 干渉計で完全に反射され、すべてブライトポート側へ戻る。

3.2.3 共振条件

両方の変調共に、腕共振器に対しては共振線幅からは十分に離れていて、キャリア光が正しく共振している状態では、ほぼ反共振とみなせるようにする。この場合、変調サイドバンドにとって腕共振器は反射率 1 の鏡とみなして差し支えないので、PRM、MI 干渉計、SEM でつくる中央干渉計部分の共振条件を考えれば良い。

変調 1 は MI 干渉計を素通りするので、PRC と SEC を併せた共振器で共振するように設定する。MI 干渉計を通過するごとに光の位相が 90 度廻るので [1]、PRC と SEC のそれぞれにおいて共振/反共振（またはその逆）を満たしたときに、往復の位相差が共振条件を満たすことになる⁷。一方、変調 2 は MI 干渉計で完全に反射されるので、MI 干渉計と PRM のつくる PRC のみで共振するように選ぶ。

3.2.4 直交化・対角化

以上の条件で信号取得を行った場合、 L 系、 l 系の信号共に適当な信号取得ポートから、適当な大きさの信号が得られる（表 1）。

	$\partial/\partial\Phi_C$	$\partial/\partial\Phi_D$	$\partial/\partial\phi_P$	$\partial/\partial\phi_M$	$\partial/\partial\phi_S$
V_B	1	0	-3.6×10^{-3}	0	2.6×10^{-3}
V_D	0	1	0	1.0×10^{-3}	0
V_P	1.7×10^{-3}	0	1	0	7.3×10^{-1}
V_P	0	1.0×10^{-3}	0	1	0
V_P	-3.2×10^{-4}	0	-1.3×10^0	0	1

表 1: ***未クロスチェック***

腕共振器に関する L 系の信号はそれぞれのポートでほぼ独立に取得できる一方で、中央部分のデュアルリサイクリングマイケルソン干渉計部分の l 系の信号は、特に l_p と l_s とが混合している。

⁷PRC と SEC を併せた共振器全体として共振条件を満たすためだけならば、非共振/非共振の組合せでも可能であるが、 l_- の信号を効率よく取得するためには共振/反共振（またはその逆）の組合せがよい。

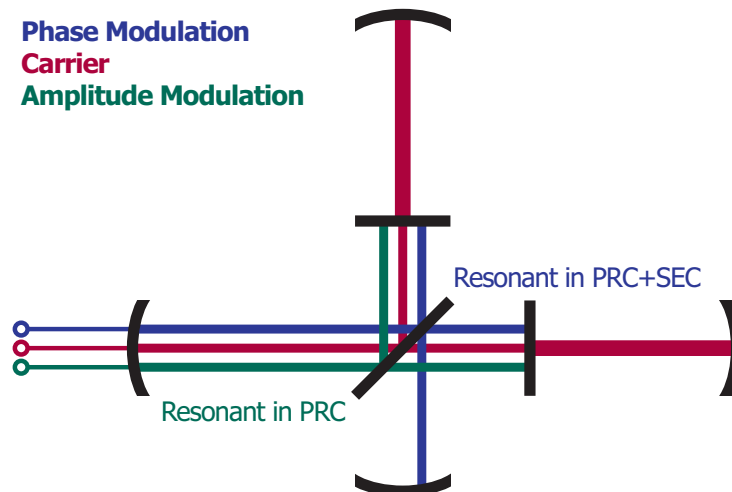


図 4: 干渉計内での電場の共振状態：PM は PRC と SEC を併せた共振器内で共振し、そのほとんどがダークポートへ抜ける。一方、AM は PRC のみで共振し、理想的にはすべてレーザー側へ跳ね返される。

一方の信号を最大効率で取り出す場合、他方も最大効率で信号が現れる、つまり復調位相の自由度では誤差信号が単独で分離できない、対角化できないということである。

しかしながら、二つのポートに現れる I_s 信号は反転していることから、制御すべき自由度に対して対角化はしていないが、直交はしていることがわかる。つまり、これら二つのポートの信号の加減算によって、よく対角化した信号が得られるということであり、比較的素性のよい信号取得マトリクスであると言える。大きな違いは信号取得ポートで得た誤差信号の段階で対角化できているか、あるいはその後の演算で対角化できるか、という点である。

4 今後の展望

以上のように、広帯域型 RSE(BBRSE) 干渉計の制御法について、LCGT で採用する信号取得系の基本設計を示してきた。今後、

- 信号取得行列・制御系の堅牢性
- ロックアクイジション
- 散射雑音・レーザー/発信器雑音のカップリング

などについて引き続き研究をすすめ、更に仕様を詳細に詰めてゆく。併せて、その他の設計

- アライメント制御系
- 散射雑音の見積もりと変調指数の設計
- 入出射光学系の設計との擦り合わせ

を進める。

A 追補：これまでに考慮された制御方式

ここでは、ワーキンググループで提案・議論された、その他の制御方式について紹介する。

A.1 変調・復調法 ～サイドバンドの準備～

光共振器の制御を考え得る場合、共振器内に入る電場は共振器長さの情報を位相変化として運ぶ一方で、共振器に入らない電場は共振器長変化に感度がない。この応答のちがいを利用して共振器の長さ信号を得るわけである。干渉計の場合で考えると、腕共振器に入るキャリア光は腕共振器長の大きな信号を運ぶので、一般論として中央干渉計部分の制御信号取得には向かない。そこで、腕共振器に入らない、2種類の電場を用意して、これらの応答の違いを利用して中央干渉計部分の制御信号を得ることを考える。これら2種類の電場は制御対象に対する応答が異なることが本質なので、どういう方法でサイドバンドを生成し、どういう種類のサイドバンドを用いるかについてはいくつかが方法があってもよい。位相変調+強度変調の他にシングルサイドバンドを使う方法が提案されている。詳細に立ち入る前に、2つの方法を比較整理してまとめると、

- 位相変調+強度変調：現在の技術の延長で問題なく実現できると期待される
- シングルサイドバンド+位相変調は：異なる偏光状態を使うため、要素技術を確立することが必要となろう

となる。以下、それぞれについて簡単に紹介する。LCGTの基本設計となっている方法に関して内容が本編と重複する部分があるが、比較のために敢えて載せておく。

A.1.1 位相変調+強度変調

第一世代のPRFPMI干渉計で用いられてきた位相変調に加え、さらに別の周波数で変調サイドバンドを立てる方法である。これら2種類の変調サイドバンド間のビートから信号を得るのであるが、そのために

- 二つ目の変調は強度変調でなくてはならない
- 位相変調および強度変調の2種類の周波数で復調操作が必要なため、いわゆる二重復調の操作が必要になる。復調操作が一回増える事になるが、それは復調位相の自由度が一つ増える事でもあり、一長一短である。
- 位相変調は通常ポッケルスセルにレーザー光を通す事で実現されるが、その延長でシリーズに強度変調器を通すと、いわゆるサブサイドバンド(サイドバンドのサイドバンド)が生成される。サブサイドバンドは二重復調の際にキャリア光とビートを起こして腕共振器の信号が大量に混入してしまうため、避ける必要がある。これを実現する方法としてはMach-Zehnder干渉計を構成し、2種類の変調を別々に印可した後に二光束干渉で足し合わせる方法か、若しくは光の偏光を用いてポッケルスセルを一度通過させる事で2変調を一気に印可する方法が提案されている。

といった条件を満たす事が必要となる。

A.1.2 シングルサイドバンド + 位相変調

中央部分の干渉計の制御のために新たに別の「キャリア光 + 位相変調」のセットを用意しようというアイデアである。具体的にはレーザーからのキャリア光を一部分けとり、AOM を用いて光周波数をシフトさせる事でシングルサイドバンド (SSB) ⁸ を生成する。キャリア光とこのシングルサイドバンドにそれぞれ位相変調を印可した後に足し合わせることで必要な変調のセットを得る事ができる。この場合、レーザーパワーをできるだけ効率よく使うために

- サブサイドバンドを生成する過程で Mach-Zehnder 干渉計を構成するが、分岐比が非対称なため、レーザーパワーを効率的に使うためには偏光を用いて光を分離・二光束干渉させる必要がある
- 二重復調しないので復調位相の自由度が一つ減ることになり、後述の “Delocation” による信号取得行列の対角化ができない

A.2 共振条件・Schnupp アシンメトリの設定 ～サイドバンドの使い方～

ここでは、前の小節で準備した 2 種類の電場をどういう共振条件・アシンメトリの条件で使うかについて紹介する。本編で述べたように、この 2 種類の電場の応答の違いを利用して中央干渉計部分、特に PRC と SEC の制御信号を得ようとするわけであるから、一方のサイドバンドは PRC を通して SEC まで入り、一方は SEC に入らないようにすることになる。この条件を満たす、もしくは近い条件を実現するために幾つかの方法が提案された。まず、SEC まで入る方のサイドバンドについて、

- 1A : MI 干渉計の透過率を 1 に設定する
 - $\alpha_1 = l_- \omega_1 / c = \pi / 2 (+n\pi)$ で実現される
 - PRC 内の電場が MI 干渉計を経由してすべてダークポート側へ素通りするため、MI 干渉計は単なるステアリング鏡に相当する。このため、制御対象は PRM と SEM でつくる単共振器と等価になり単純化される
 - LCGT の光学設計では PRM と SEM の反射率が近いことから、Critical coupling の場合に近い大きな信号量が得られる
- 1B : MI 干渉計と SEC で作る共振器反射率が、PRM の反射率と同じになる (Critical coupling) ように設定する
 - SEC 内の光強度が (与えられた PRM、SEM の反射率のもとで) 最大になるため、SEM の信号強度が最大になる
 - Critical coupling のためブライトポート側にサイドバンドが戻らず、 L_+ の信号を取れない
 - Critical coupling は外乱による干渉計パラメータ変動の影響を受けやすく、反射側では制御信号の反転が起りやすい

⁸ レーザーからのキャリア光の上下に光周波数軸上対称に二本のサイドバンドの立つ変調と異なり、キャリア光から一定の周波数だけずれた単体のサイドバンドである、という意味で、別色のレーザーを足し合わせたものと捉えることもできる。別名 Frequency Shifted Sub Carrier (FSSC) ともいう。

の2種類の方法が提案された。一方、SECに入らない方のサイドバンドについては、

- 2A : MI 干渉計の反射率を 1 に設定する
 - $\alpha_2 = l_- \omega_2 / c = n\pi$ で実現される
 - PRC 内の電場がすべてブライトポート側へ反射されるため、MI 干渉計は単なる完全反射鏡に相当する。このため、制御対象は PRM と MI 干渉計でつくる単共振器と等価になり単純化される
 - ダークポート側へ漏れないことから、SEM の情報を全く運ばない
 - ダークポート側へ漏れないことから、ダークポートでは PRM の信号が混入しない
 - 次の方法に比べ、変調周波数が高くなる/アシンメトリが大きくなる
- 2B : MI 干渉計の反射率を、 α_2 をちいさくすることで、できるだけ 1 に近く設定する
 - $\alpha_2 = l_- \omega_2 / c \simeq 0$ とし、 $l_- \omega_2$ をできるだけ小さくする
 - 変調周波数を低く抑えられる
 - α_2 を 0 にはできないので、いくらかダークポート側に漏れ、SEM の情報を運ぶ
 - ダークポート側に漏れるので、ダークポートで PRM の信号が混入してしまう

の2つの方法が提案された。干渉計全体としてのサイドバンドの使い方は、それぞれのサイドバンドに対し2つの方法があるので、そのコンビネーションから4通りの組み合わせがある。以下、それぞれの方法についてもう少し具体的にみていく。各方法の命名、および特徴については参考文献 [2] も参照のこと。

- 1A+2A : 「対角化法」
 - 2 種類のサイドバンドの使い方が非常にシンプルで直感的
 - 重力波信号用の変調周波数を低く抑えられる
 - 信号取得行列はよく直交化されている
 - マクロずらしにより、対角化できる
 - アシンメトリが大きくなりやすいが、現時点では問題にならない程度
 - 具体的には、10MHz+60MHz+3m で実現できる
- 1B+2A : 「合併法」
 - 重力波信号用の変調周波数を低く抑えられる
 - 変調 2 の周波数が高くなる
 - × Critical coupling のため、ブライトポートから L_+ 信号が取れない
 - 具体的には、10MHz+190MHz+0.79m で実現できる
- 1A+2B : 「Ad-LIGO 法」
 - アシンメトリを小さく抑えられる

- × 重力波信号用の変調周波数が高い⁹
- 具体的には、180MHz+9MHz+0.42m で実現できる
- 1B+2B : 「低周波法」
 - アシンメトリを小さく抑えられる
 - × l_p と l_s が縮退している
 - × Critical coupling のため、ブライトポートから L_+ 信号が取れない
 - 具体的には、35MHz+15MHz+0.24m で実現できる

以上の4つの方法の特徴的なパラメータをまとめると表5のようになる。

		Resonance condition of PM (in PRC+SEC)	
		MI : Transparent $\alpha_1 = \pi/2 + 2n\pi$	Critical coupling $\alpha_1 \sim (\text{depends})$
Resonance condition of AM (in PRC)	MI : Opaque $\alpha_2 = \pi + 2n'\pi$	“対角化法” PM : 10MHz AM : 60MHz Asymmetry : 7.5m	“合併法” PM : 10MHz AM : 190MHz Asymmetry : 0.75m
	MI : Small leakage $\alpha_2 \sim 0$	“AdLIGO法” PM : 180MHz AM : 9MHz Asymmetry : 0.42m	“低周波法” PM : 35MHz AM : 15MHz Asymmetry : 0.24m

図 5: 4 種類の制御法のまとめ：それぞれの方法を実現する場合の例として変調周波数とアシンメトリの組み合わせを挙げた。もちろん他のパラメータセットでも実現可能である。

A.3 信号取得マトリクスの対角化

最後に信号取得行列の対角化について。特に「対角化法」において、重力波信号に関与しないサイドバンド2のPRC内での共振条件を工夫することによって、 l 系の3つの制御信号を完全に対角化できることが示された。キャリアおよびサイドバンド1の共振条件を変えないために、PRMとSEMをマクロにずらす“delocation”という操作をする。電場を完全共振からずらすわけであるから、関与する信号量はいくらか減少するが、それと引き換えに2つの縮退した信号を分離することができる。“delocation”によって、「直交」していた行列が以下のように「対角化」される。

⁹LIGO-I 干渉計の空間的制約からくるため、ある意味やむを得ない

	$\partial/\partial\Phi_C$	$\partial/\partial\Phi_D$	$\partial/\partial\phi_P$	$\partial/\partial\phi_M$	$\partial/\partial\phi_S$
V_B	1	0	3.6×10^{-3}	0	2.6×10^{-3}
V_D	0	1	0	1.0×10^{-3}	0
V_B	1.0×10^{-3}	0	1	0	0
V_D	0	1.0×10^{-3}	0	1	0
V_P	1.0×10^{-3}	0	0	0	1

表 2: ***未クロスチェック***

参考文献

- [1] 川村 静児：“Resonant Seidebend Extraction” in *LCGT design document* 2003
- [2] 宗宮 健太郎：「LCGT 制御法検討レポート」2005