

干渉計応答の全天平平均

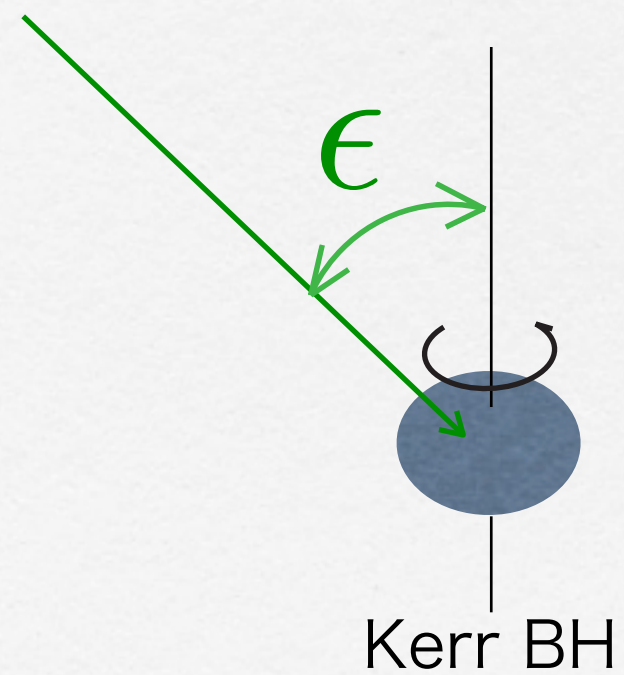
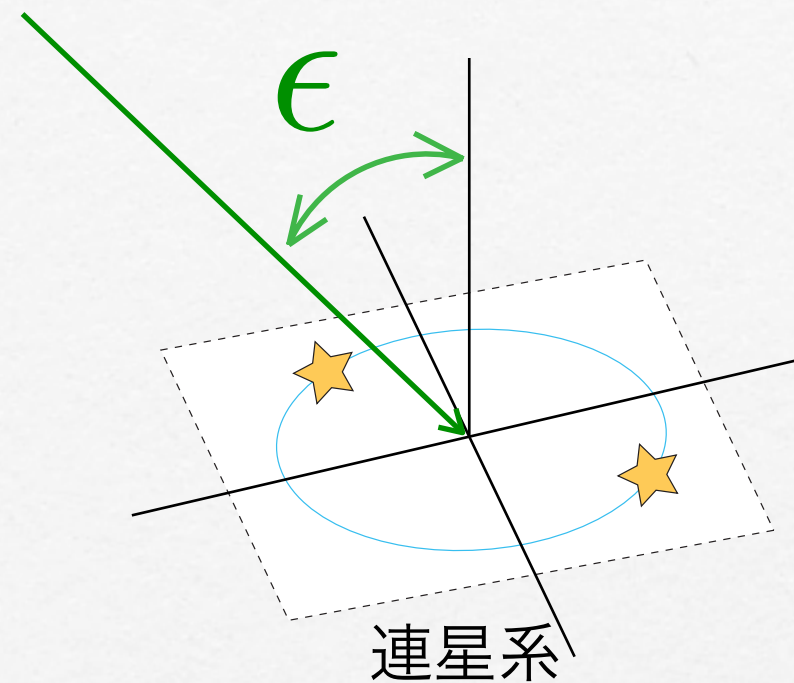
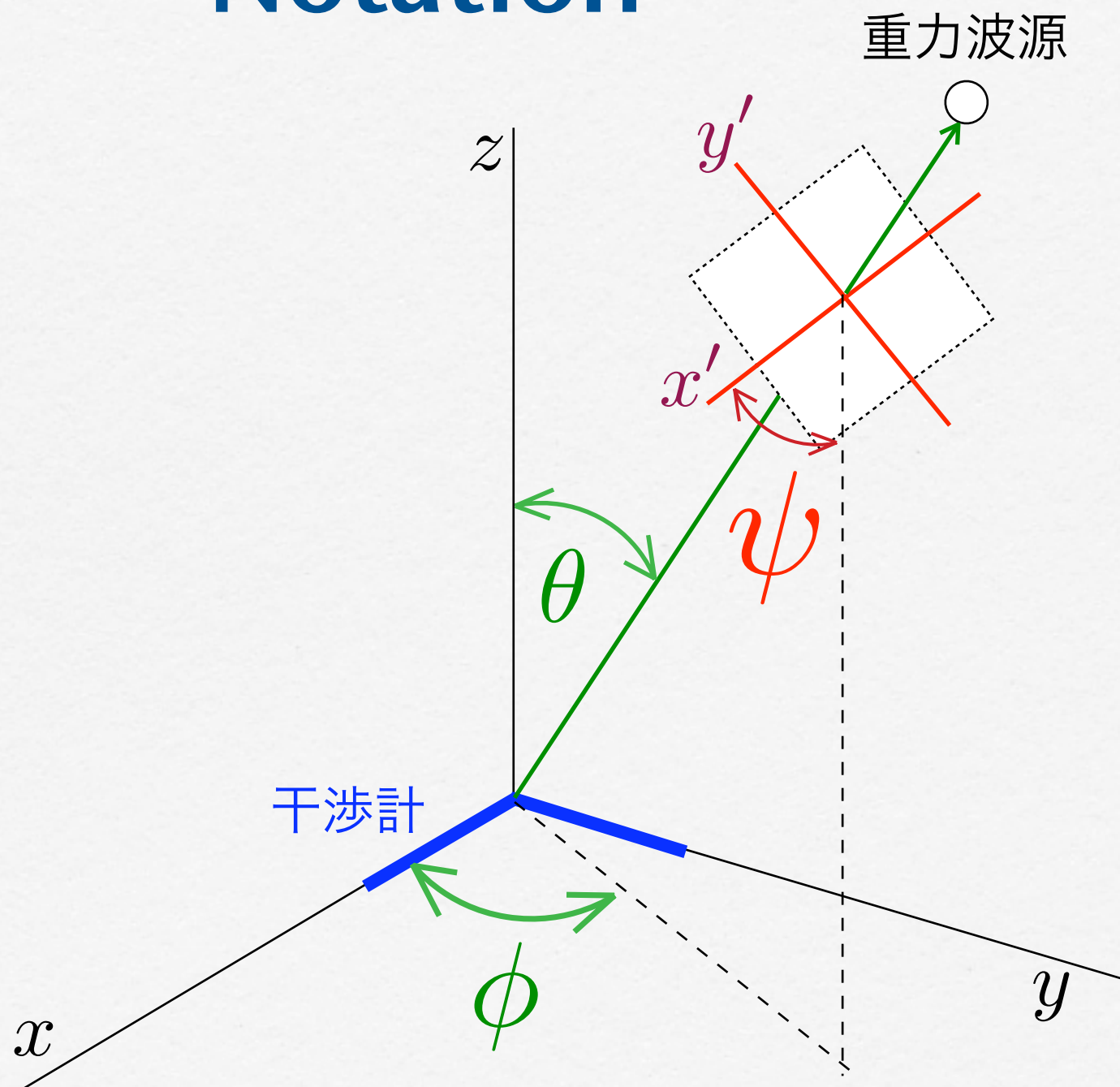
神田展行／大阪市大理
於：LCGTミーティング

4/9/2004
東大本郷（山上会館）

目次

- 干渉計のアンテナパターン
- 重力波源の放射パターン
- 全天・偏極・波源方向についての応答平均
- 付：LCGTのアンテナパターン

Notation



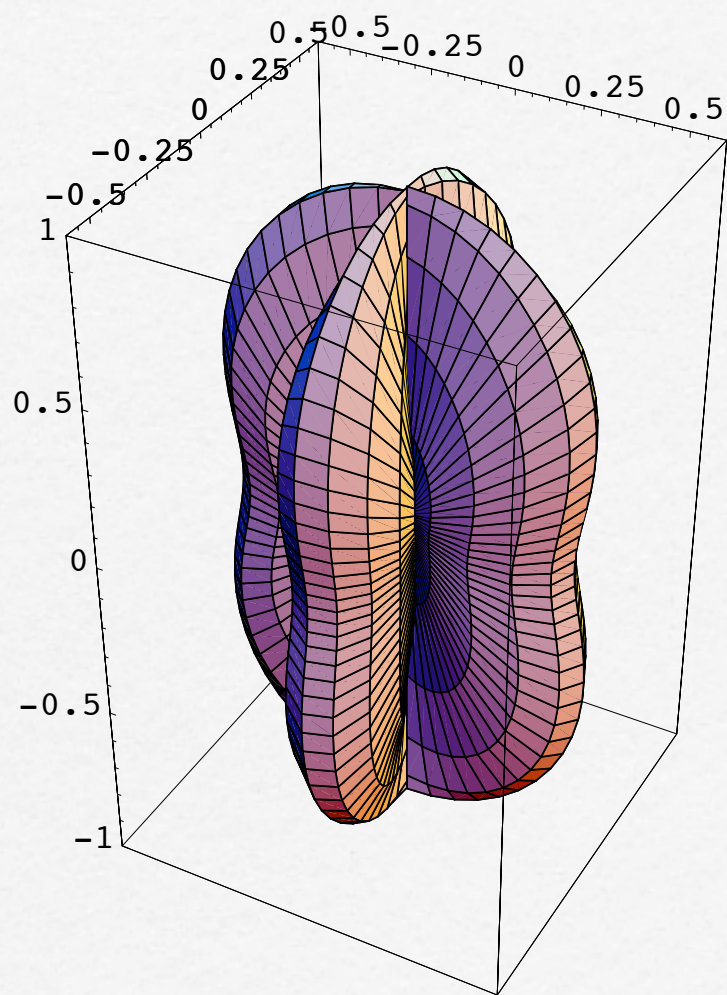
干渉計のアンテナパターン

$$F_+(\theta, \phi, \psi) = \frac{1}{2}(1 + \cos^2 \theta) \cos 2\phi \cos 2\psi - \cos \theta \sin 2\phi \sin 2\psi$$

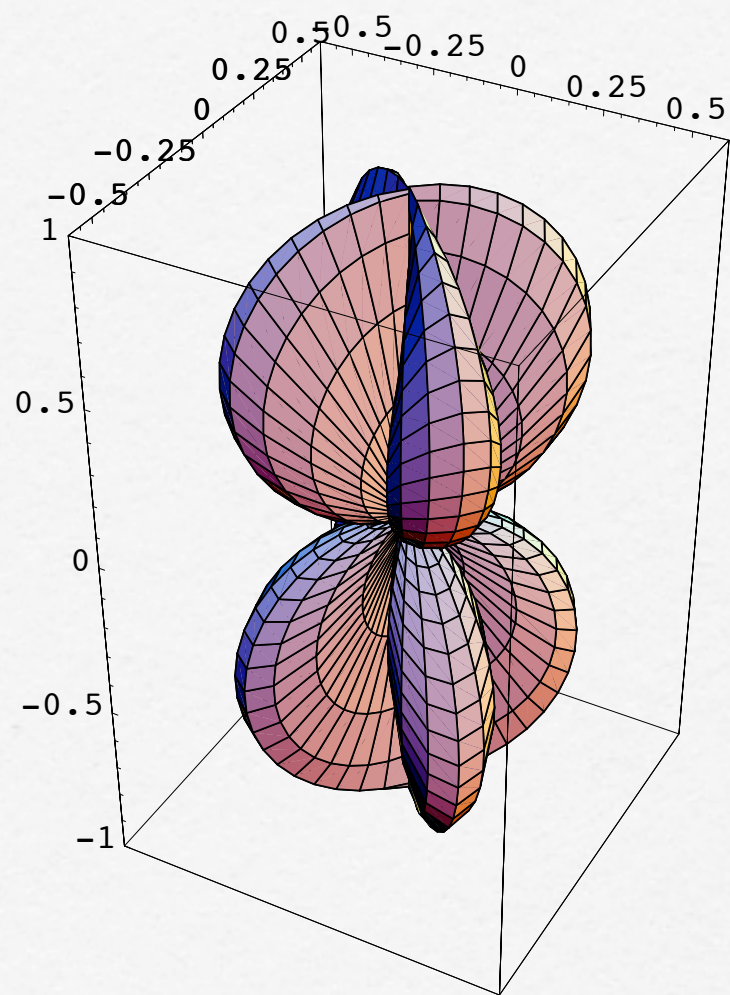
$$F_\times(\theta, \phi, \psi) = \frac{1}{2}(1 + \cos^2 \theta) \cos 2\phi \sin 2\psi + \cos \theta \sin 2\phi \cos 2\psi$$

$$h_{det} = F_+ h_+ + F_\times h_\times$$

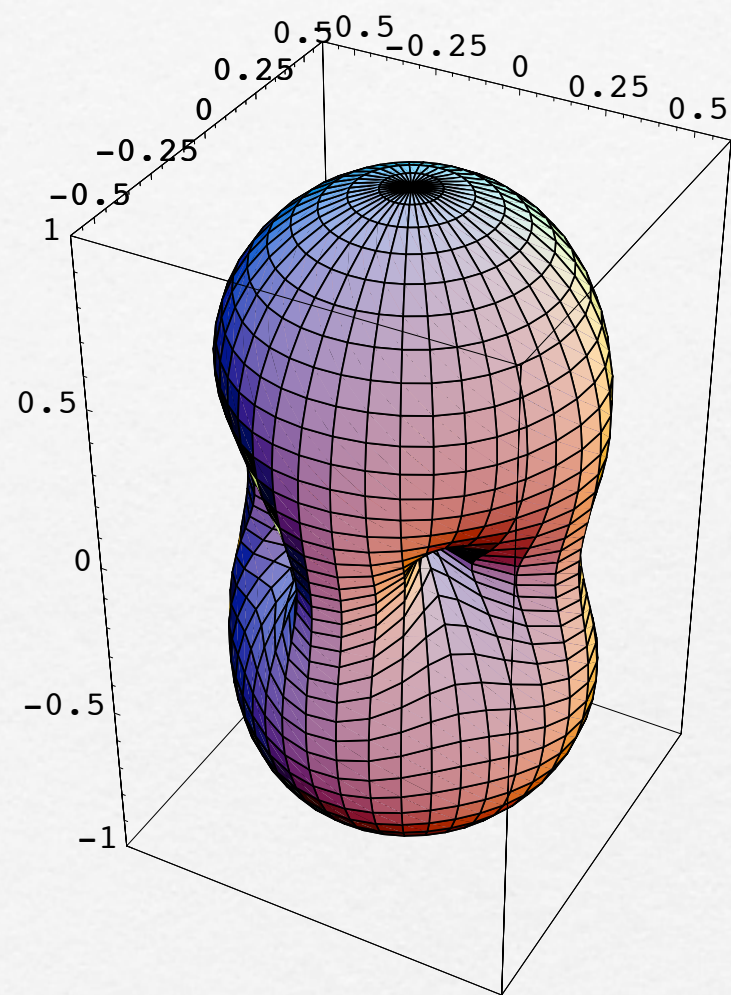
cf:いつもQuadratic sumの図が出てくるが、あれは無偏極重力波源の場合の期待値



$$F_+(\theta, \phi, 0)$$

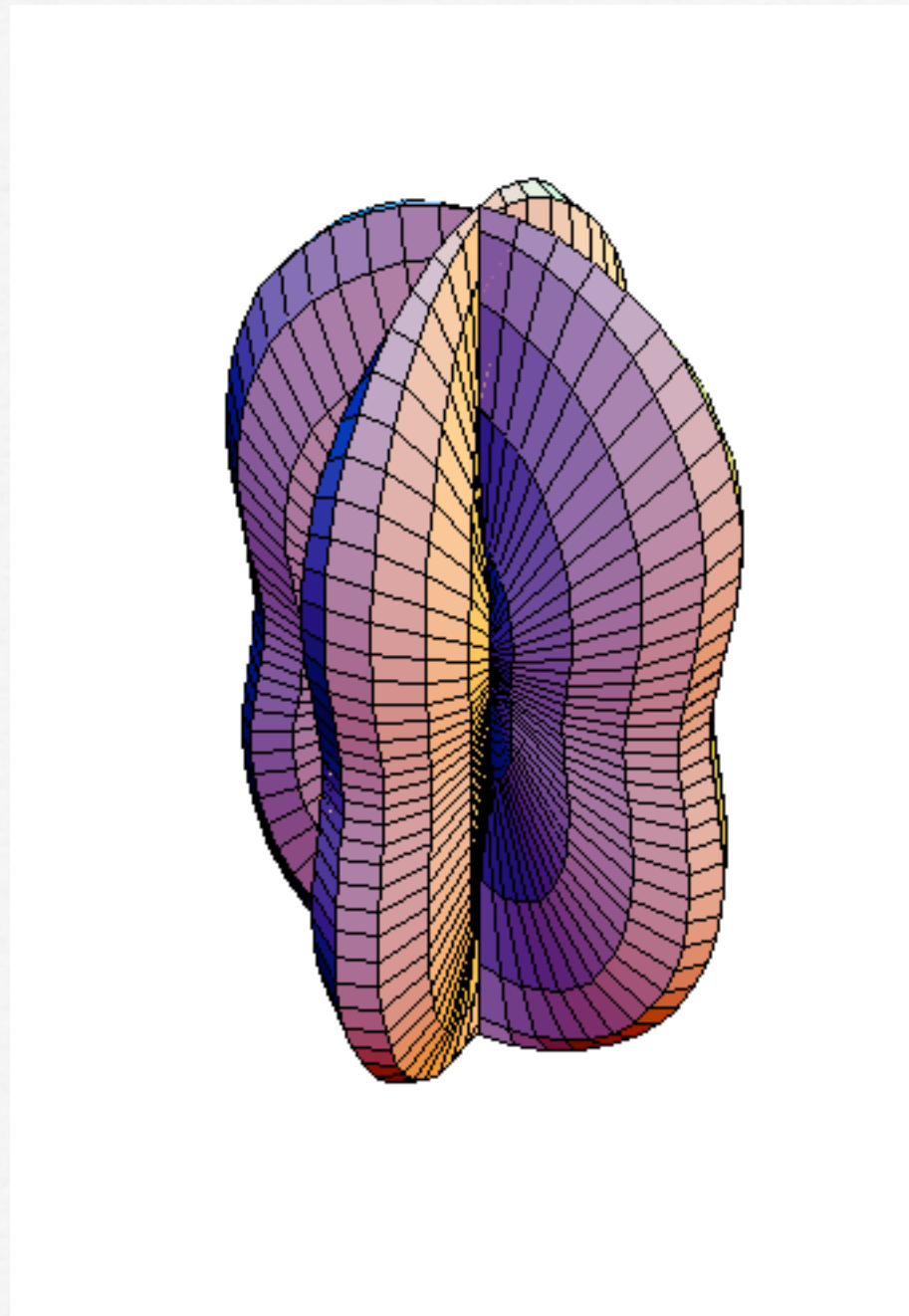


$$F_\times(\theta, \phi, 0)$$



$$\sqrt{F_+(\theta, \phi, \psi)^2 + F_\times(\theta, \phi, \psi)^2}$$

take note for variation of ψ



$$F_{+}(\theta, \phi, \psi) \quad (\text{or } F_{\times}(\theta, \phi, \psi))$$

重力波源の放射パターン

- 直線偏極 (lin. polarized)

h_+ のみ

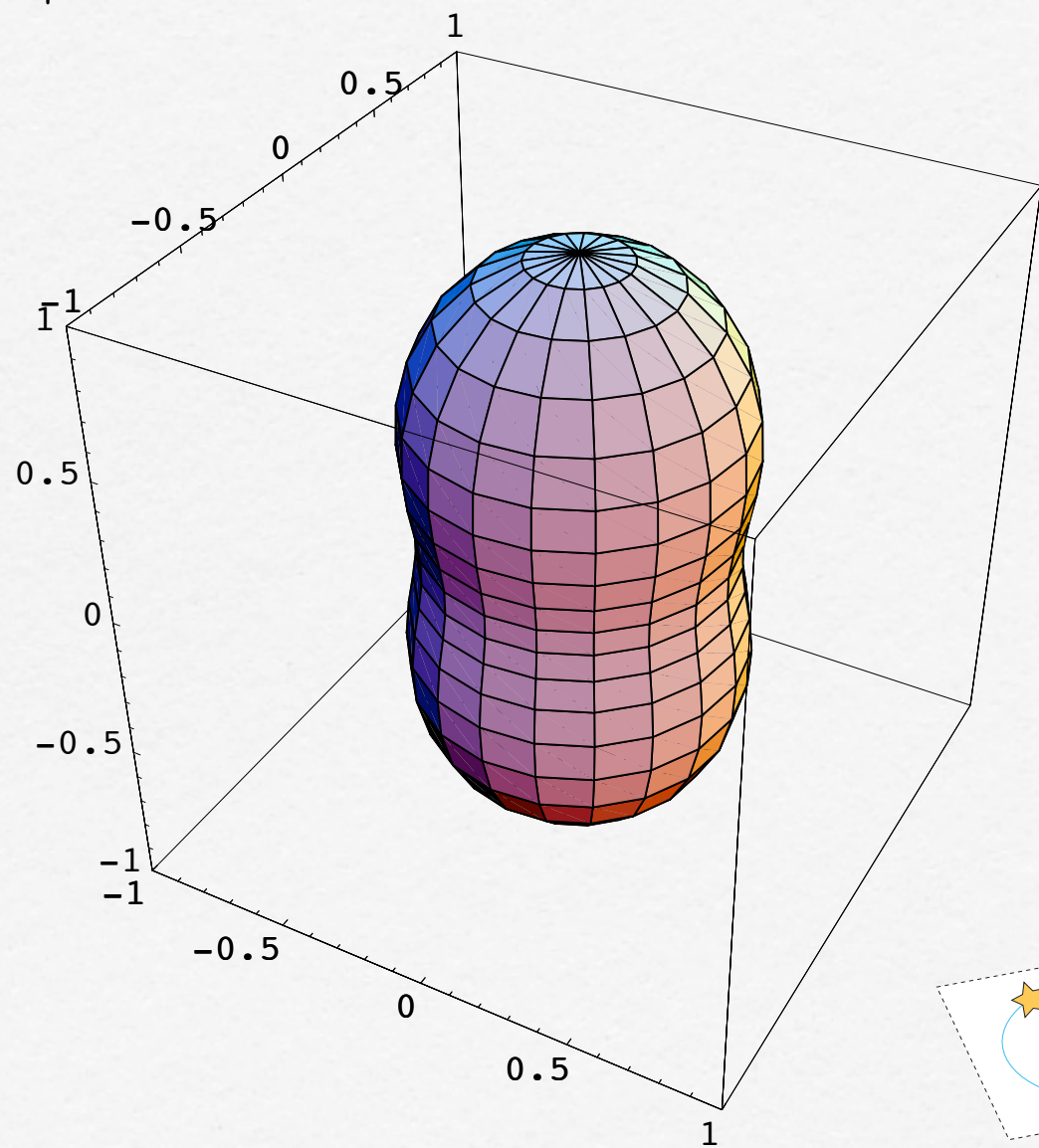
- 無偏極 (non-polarized)

h_+ , $h_\times$ が同じだけ

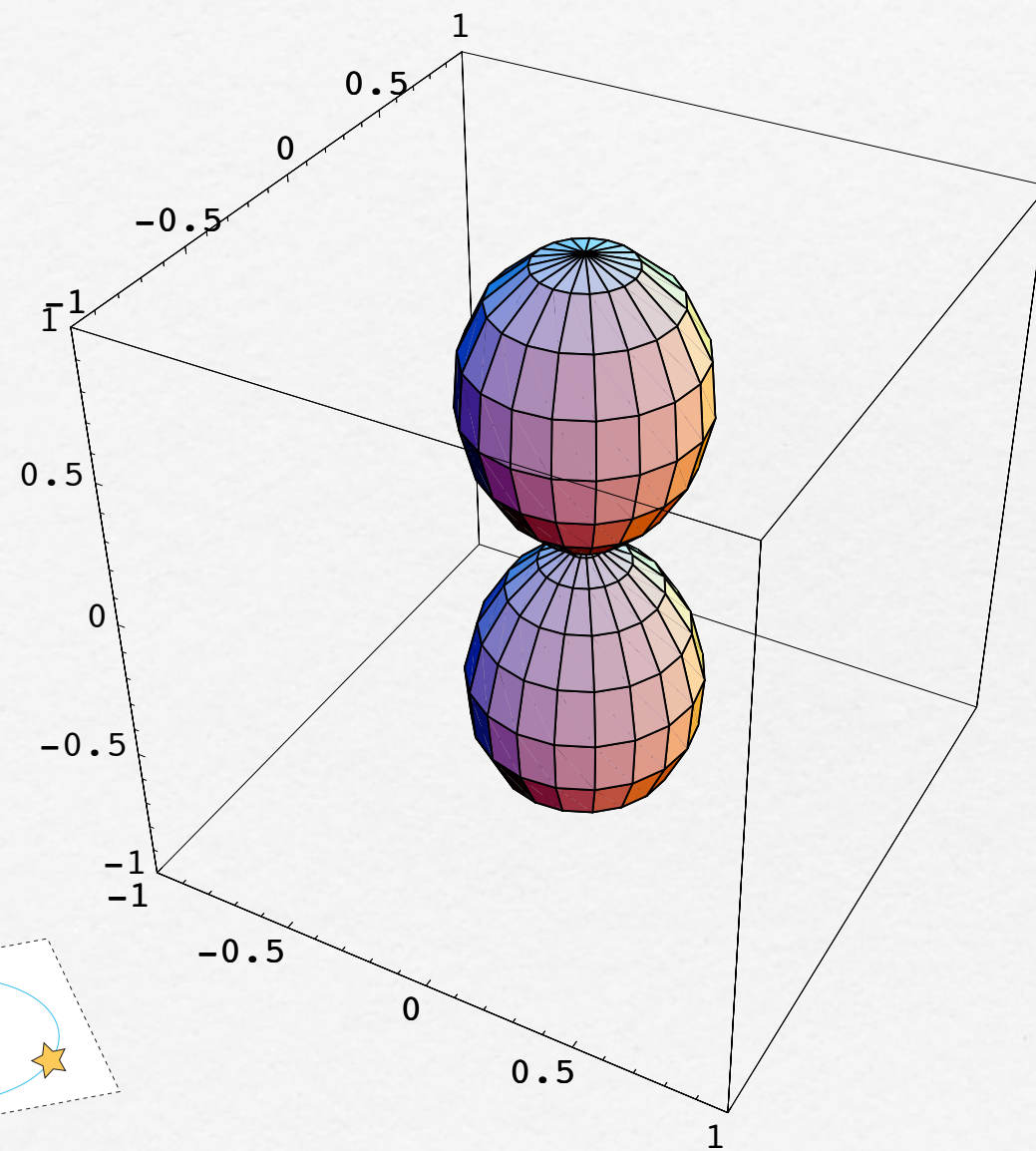
2つの偏極の位相差については、ソースによる

□ 連星合体

$$H_{+}^{(0)} = -(1 + \cos^2 \epsilon) \cos 2\alpha$$



$$H_{\times}^{(0)} = -2 \cos \epsilon \sin 2\alpha$$

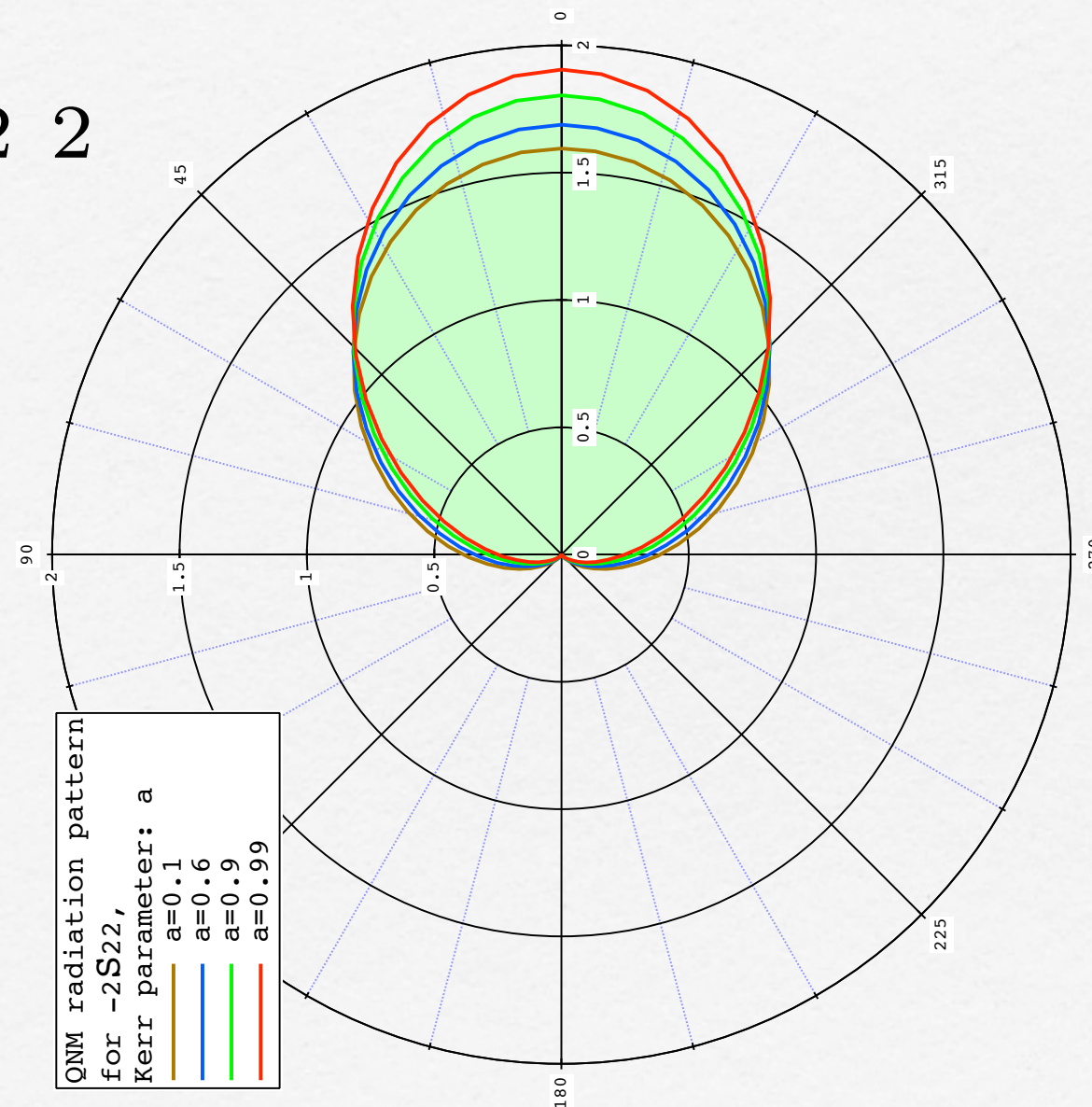
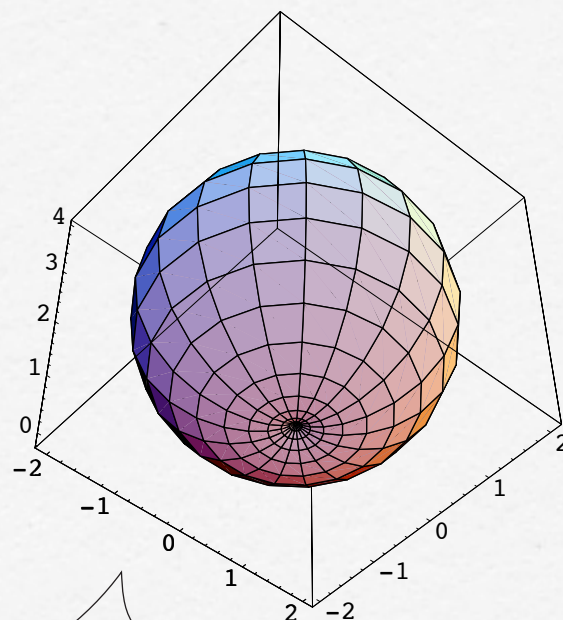
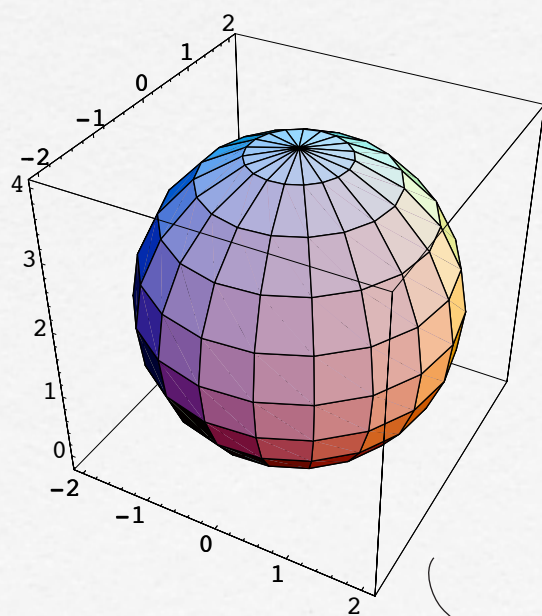


□ BH QNM ringdown

spin-weighted spheroidal harmonics

○ lowest order $_{-2}S_2$

○ Kerr param



(たいへんなので、今回はこれについては後の計算は省略します)

全天・偏光・波源方向についての応答平均

□ 直線偏極 $\frac{\int F_+^2 d\Omega}{4\pi}$ または $\frac{\int F_\times^2 d\Omega}{4\pi}$

$$\int F_+^2 d\Omega = \frac{1}{128} \pi \left(102 + \frac{4}{5} \cos^2 2\psi + \frac{50}{3} \cos 4\psi \right)$$

$$\int F_\times^2 d\Omega = \frac{1}{128} \pi \left(102 + \frac{4}{5} \cos^2 2\psi - \frac{50}{3} \cos 4\psi \right)$$

当然、直線偏極の重力波源については ψ に依存する。

偏極 ψ について平均すると...

$$\sqrt{\frac{\int F_{+,\times}^2 d\Omega}{4\pi}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

(平均は、無偏極のときと同じ(あたりまえ))

□ 無偏極

$$h_{det} = F_+ h_+ + F_\times h_\times$$

それぞれの偏極について

振幅が同じ (= 無偏極)

位相は無相関

とすると、 $h_{\{det\}}$ の期待値 ($h_{\{+, \times\}}$ を基準に) は
 F_+ , $F_\times$ の2乗平均。

$$\int \sqrt{\frac{F_+^2 + F_\times^2}{2}} d\Omega / (4\pi) = \frac{1}{\sqrt{5}} = 0.4472...$$

□ 連星合体

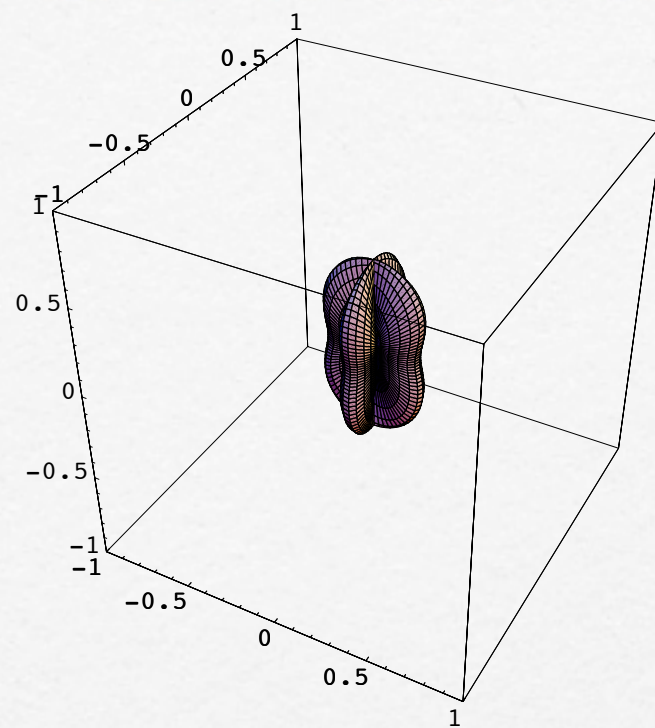
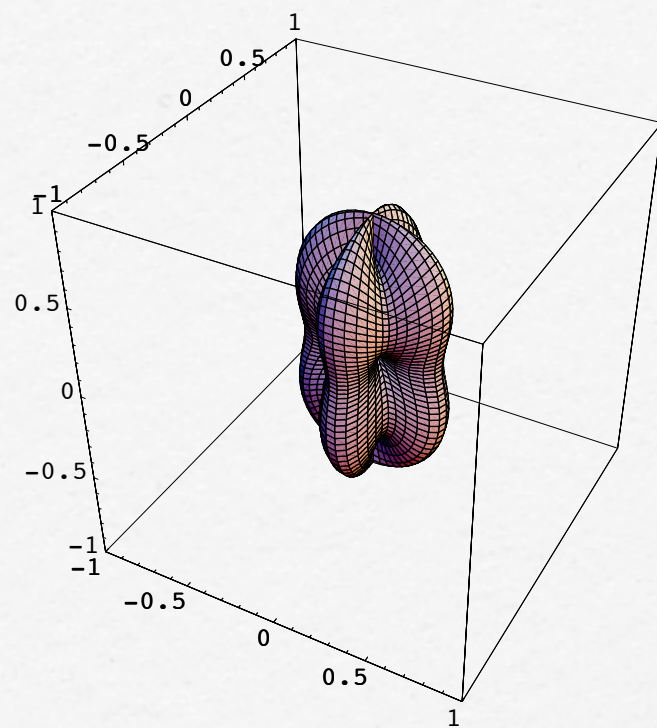
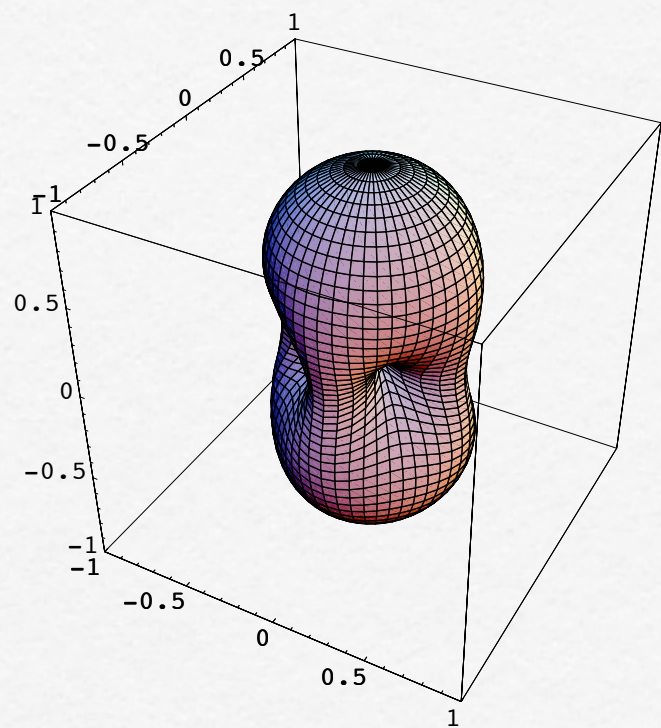
連星の放射パターンで h_+ , $h_\times$ を与えて、いかについて平均する

- 到来方向 θ ϕ
- 軌道面の傾き ϵ
- 軌道面のアジマス角 ψ

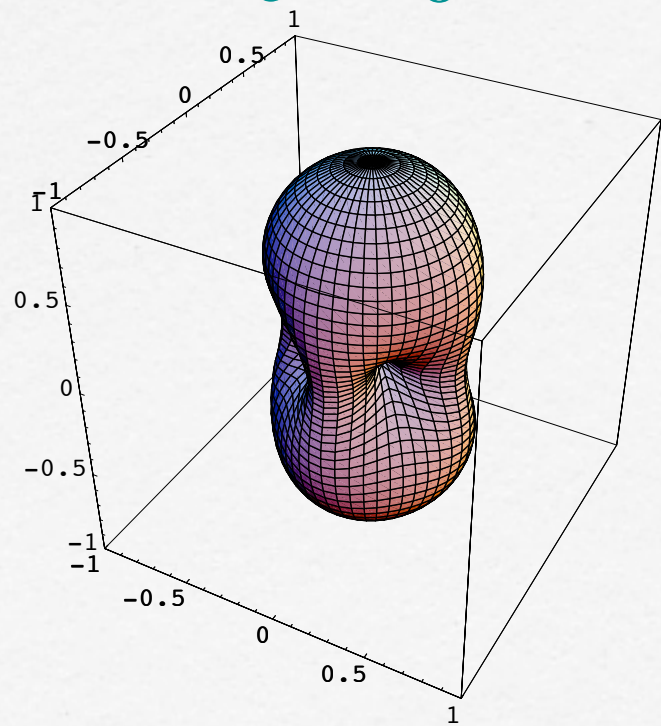
h_+ と $h_\times$ の位相に注意

$$\begin{aligned} h_{det} &= F_+ h_+ \cos(\omega t) + F_\times h_\times \sin(\omega t) \\ &= \sqrt{\underbrace{F_+^2 h_+^2(\psi, \epsilon)} + \underbrace{F_\times^2 h_\times^2(\psi, \epsilon)}} \cos(\omega t + \phi_0) \end{aligned}$$

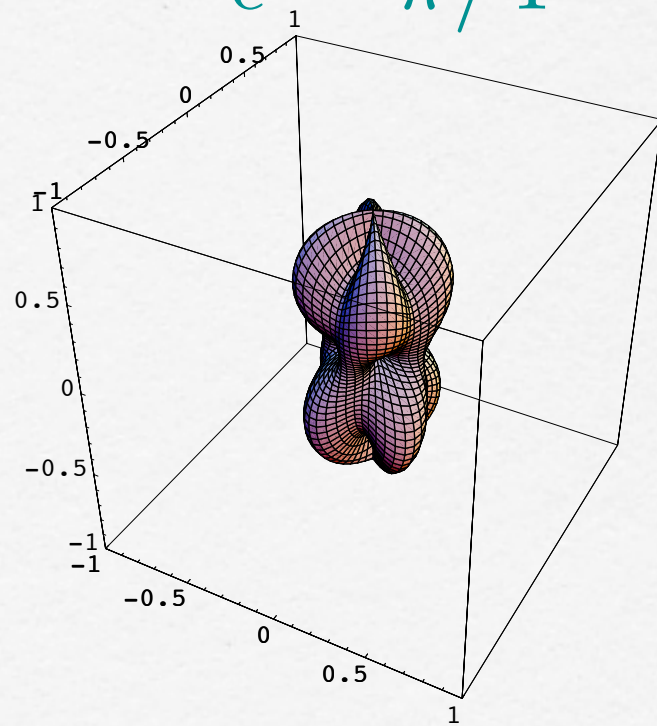
$$\psi = 0$$



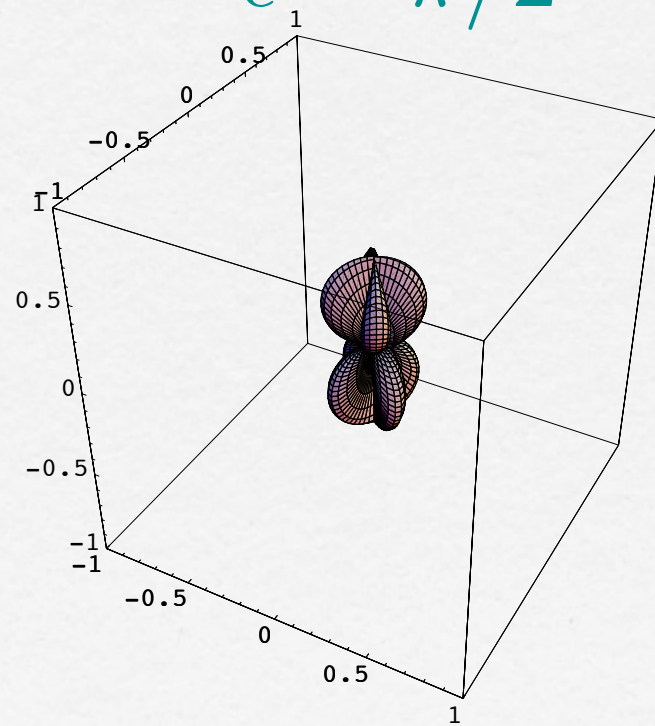
$$\epsilon = 0$$



$$\epsilon = \pi/4$$



$$\epsilon = \pi/2$$



$$\psi = 1$$

□ 連星合体(cont.)

ソースのパラメタ（軌道の傾き、偏極面）および到来方向について全天平均した結果：

$$\langle \sqrt{(F_+ h_+)^2 + (F_\times h_\times)^2} \rangle = 0.44556...$$

TAMA等を出しているoptimal directionの場合の検出レンジにこの値を掛けると、全天&連星系の向きについて平均したレンジとなる。

おまけ：LCGTのアンテナパターン

