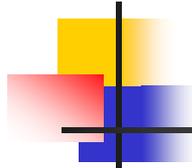


余剰次元と 素粒子模型

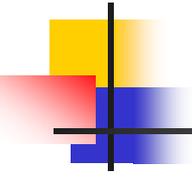
山口 昌弘 (東北大学)

2003年 5月 20日 @宇宙線研究所



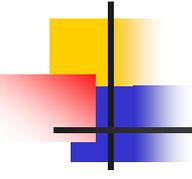
トークのプラン

- はじめに
- スケールの問題へのアプローチ
 - 少し大きな余剰次元 heterotic M-theory
 - 大きな余剰次元
- “Symmetry” から “Geometry” へ
- 高次元での対称性の破れ
- まとめ



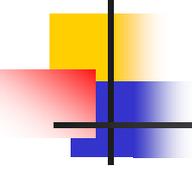
1. はじめに

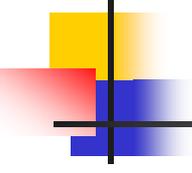
- 余剰次元：特にブレンワールド
 - 高次元時空 bulk + brane
 - Brane上に局在する場
 - 重力
 - 宇宙
 - 素粒子模型



素粒子模型

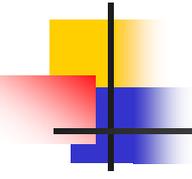
- 素粒子の統一像を目指すアプローチ
- 対称性が果たしてきた重要な役割
 - 時空と場の幾何学の重要性

- 
- 次のようなことについて新しいアプローチが提案されてきている。これらについて紹介したい。
 - 異なるスケールの問題
 - プランクスケールと電弱スケール
 - GUTスケールとストリングスケール
 - 自然さの拡張
 - 望まない相互作用を抑制 (例 陽子崩壊)
 - 小さな結合定数 (例 小さなクォーク質量)
 - 対称性の破れの新たな方法
 - 高次元でのGUTの破れ

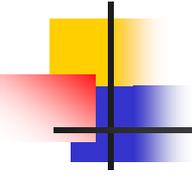


余剰次元はほんとはあるの？

- ないという証拠はない。実験で排除されていない。
- 内部空間も外部空間 (余剰次元) も $\Phi^a(x, y)$ あまり大差ない。
- 超弦理論 10次元 (M理論 11次元) ! 余剰次元はあるはず。。。
- 素粒子のmodel buildingの立場からすると、問題は、どのような大きさでどんな形のものが？ 余剰次元の幾何学 が重要！

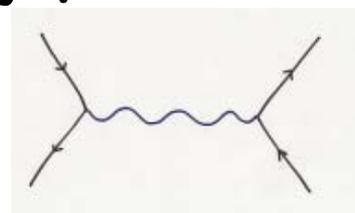


2. スケールの問題 へのアプローチ

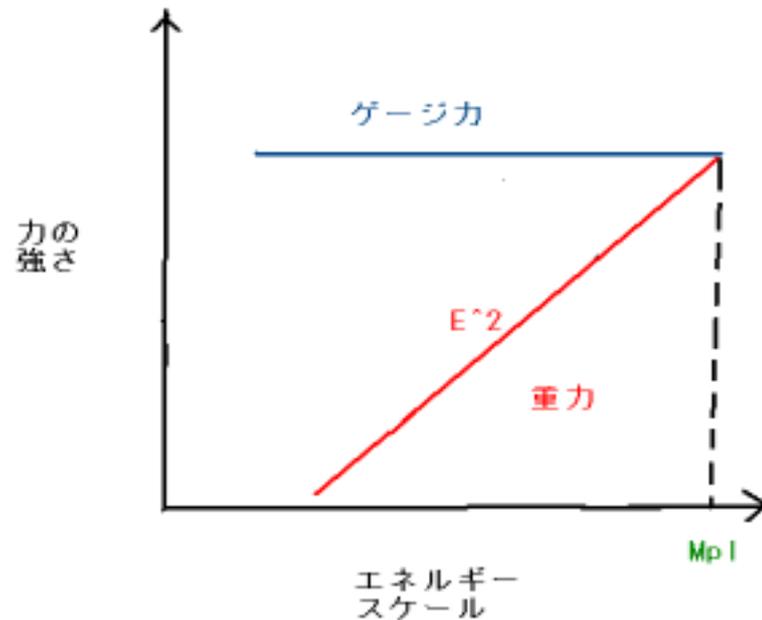


力の統一のスケール

- ゲージ相互作用と重力相互作用の統一
どのスケールで力が等しくなるか？
- ゲージ ボソンの交換
 - 散乱断面積 $\sigma \gg (g^2)^2/E^2$
- 重力子の交換
 - 散乱断面積 $\sigma \gg G_N^2 E^2 \gg (G_N E^2)^2 / E^2$
- これらが等しくなるのは $G_N E^2 \gg g^2$
- すなわち $E \gg 1/G_N^{1/2} \gg M_{Pl}$! プランクスケール



力の強さとエネルギースケール



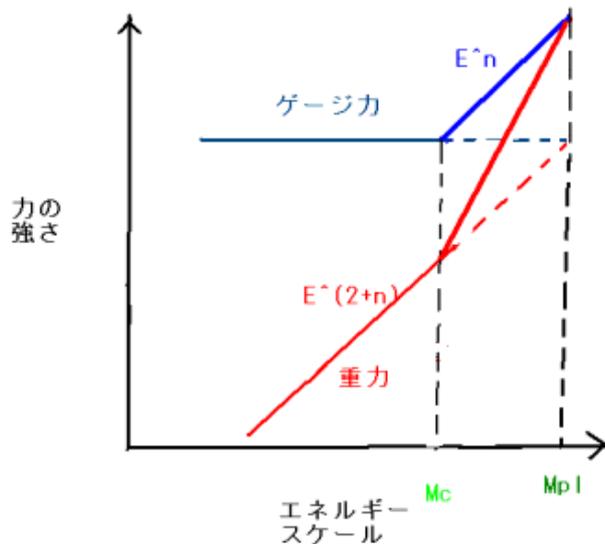
高次元理論

- 4+n次元の (flatな) 高次元時空を考える。
力の伝播の仕方：

$$1/r^2! 1/r^{2+n}$$

- 結合の強さのエネルギー依存性が変更される
 - ゲージ力： $g_{4+n}^2 E^n$
 - 重力： $G_N^{(4+n)} E^{2+n}$

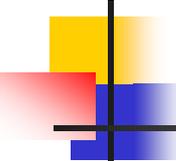
ゲージ力も重力も同じ n 次元の余剰次元（コンパクト化の大きさ $R_C = M_C^{-1}$ ）を感じる時



やはり M_{Pl} で力の統一が起こる

- しかも、コンパクト化のスケール M_C が M_{Pl} よりもはるかに小さいと、ゲージ力（重力も）が統一の前にとっても大きくなる！ 予言不可能
- 通常、 $M_C \gg M_{Pl}$ を仮定。非常に小さな余剰次元
- 実際、perturbative string では、このような状況を想定。
- No room to play!!!!

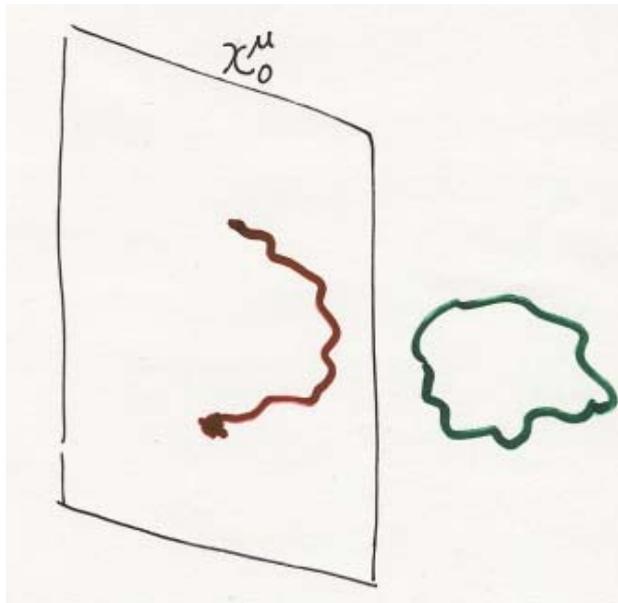
- D-braneの存在
- Duality
 - ある弦理論の強結合領域
 - \$ (別な)弦理論の弱結合領域



Brane-like Objects

- ゲージ場や物質場などが、全体の時空の (bulk) に localize している
 - D-brane
 - Orbifold fixed point
 - Domain wall
 - Fermion localization under solitonic background
 - etc.....

D-brane



Open stringの
境界条件 (Dirichlet 境界条件)
 $X^\mu(\sigma = 0 \text{ or } \pi, \tau) = x_0^\mu$
fixed

closed string: 重力子
open string: ゲージ粒子
(クォーク etc)

Orbifold Fixed Point

簡単な例 S^1/Z_2

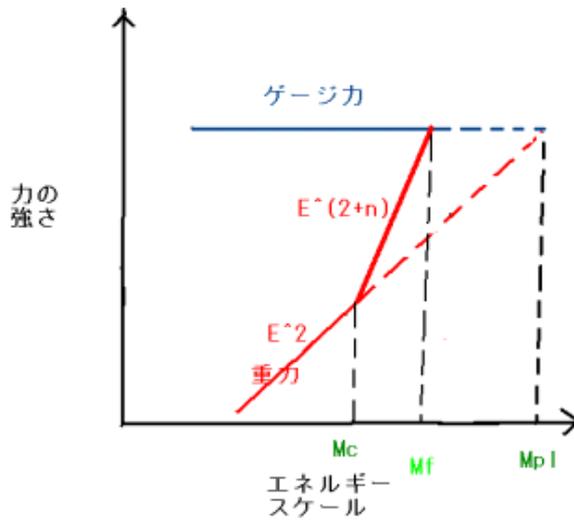


端点はsingular: orbifold

Orbifoldのfixed pointにゲージ場や物質場が局在
しているシナリオを考える

ブレンワールドでの力の統一

簡単のため、ゲージ場は4次元にlocalizeして
いると仮定。



M_c 、 M_f が M_{pl} より
小さくできる

M_f と R_C と M_{pl} の関係

M_f : fundamental scale

R_C : compactification scale

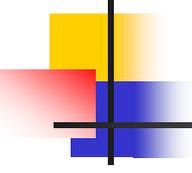
(余剰次元のサイズ)

$M_{pl} \sim 10^{18} \text{GeV}$: Planck scale

この間には次の関係がある

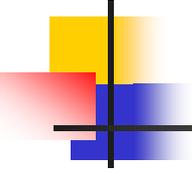
$$M_{pl}^2 \sim \frac{1}{4} M_f^{2+n} R_C^n$$

M_{pl} は見かけのスケール: 余剰次元の大き
きさで決まっている



(補足) 重力の強さ

- M_f : 4+n次元理論でのfundamental gravitational scale
- R_c : コンパクト化の大きさ (余剰次元のサイズ)
- **重力ポテンシャル**
 - $V(r) \propto \frac{1}{M_f^{2+n} r^{1+n}}$ (距離 $r < R_c$ のとき)
 - $V(r) \propto \frac{1}{M_f^{2+n} R_c^n r}$ (距離 $r > R_c$ のとき)
- **長距離でNewtonポテンシャルに一致**



ブレーンワールドの誕生

- **BEFORE**
 - (基本的に)すべての場が同じ余剰次元に住んでいる
 - fundamental scaleは常にPlanck scale
 - プランク長さ程度の小さな余剰次元
- **AFTER**
 - 一部の場が(いくつかの)ブレーンに局在する配位が可能
 - fundamental scaleがPlanck scaleより小さい可能性
 - Fundamental scaleより大きな余剰次元が可能
 - 有効場の理論による(弦理論そのものを用いない)アプローチがある程度可能!?

2.1. (ちょっと)大きな余剰次元 Heterotic M theory

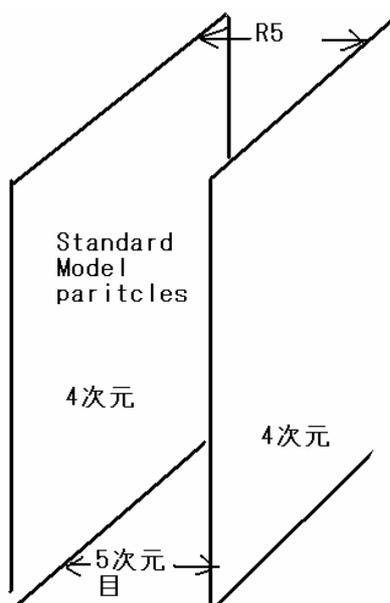
- 実験から示唆されるGauge Coupling Unificationのスケール

$$M_U \sim 10^{16} \text{GeV}$$

- M_U スケールがプランクスケールやストリングスケールに比べ小さいことが気になる。特に超弦理論でGauge coupling unificationを説明しようとする問題になる。

(つづき)

- 5次元理論(11次元)を考える



$$R_5 \sim M_U^3 / M_{pl}^2 \sim 10^{13 \pm ?} \text{GeV}$$

! $M_f \sim M_U$ とできる

Heterotic M theory

- 超弦理論 10次元 M理論 11次元
11次元目の長さが大きい：
\$ 超弦理論では強結合に対応

Witten '96

Gauge Coupling Unification scale 10^{16}GeV でコンパクト化された $E_8 \times E_8$ heterotic stringは強結合理論

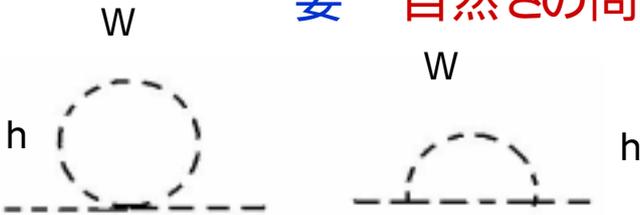
Heterotic M-theory on S_1/Z_2 で記述される

2.2. 大きな余剰次元



電弱スケールの起源と 標準模型を超える物理

- 電弱スケールの量子補正に対する不安定性
 - m_W (Higgsのmass parameter)
 - Scalar場の質量に対する量子補正
 - 2次発散 (理論のUV cut-offの2乗に比例)
 - Cut-off scaleが $\Lambda \gg m_{pl} \gg 10^{19}\text{GeV} \sim 10^2\text{GeV}$ とすると m_W を得るのに不自然なパラメータの微調整が必要 「自然さの問題」



「自然さの問題」を解くアイデア

1. No elementary scalar Higgs: (Landau-Ginzburg description) Compelling model???
2. Supersymmetry (超対称性)
3. 大きな余剰次元

分かれ道



M_W vs. M_{Pl}

Which is fundamental?

- Conventional Approach
 - M_{Pl} : 重力の量子効果が重要になるエネルギースケール
 - 通常 M_{Pl} がより fundamental energy scale に近いと考える
 - Try to explain the small weak scale
 - eg). SUSY
 - Weak Scale $\tilde{\Lambda}$ Scale of Dynamical Supersymmetry Breaking

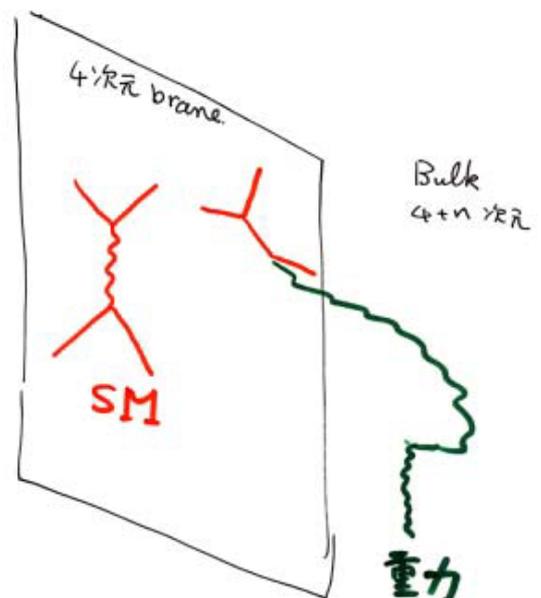
Large Extra Dimensions: A Radical Approach

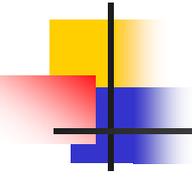
Arkani-Hamed, Dimopoulos & Dvali 98

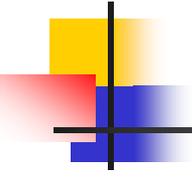
- $M_{\text{fund}} \gg 1 \text{ TeV}$ の可能性を提唱
! 電弱スケールがより基本的なスケールになり、Higgs massの「自然さの問題」を解決
- このとき $M_{\text{pl}} \sim M_{\text{w}}$ はどのように説明するか? **大きな余剰次元の導入**

Set Up

- Bulk(全空間):
4+n次元
 - 重力
- Brane: 4次元
 - SMの粒子はこのbrane上に閉じ込められている
 - 余分なn次元空間は小さく丸められている(コンパクト化)



- 
- 重力の強さを再現 (Planck scaleを再現)するには
 $R_C \gg 10^{-17+30/n} \text{ cm } (1\text{TeV}/M_f)^{(n+2)/n}$
 - $M_f=1\text{TeV}$ とすると n を余剰次元の次元として
 - $n=1$ $R_C \gg 10^{13}\text{cm}$ (ぜんぜん駄目！)
 - 2 10^{-2}cm (ruled out by astrophysical argument, e.g. SN cooling)
 - 3 10^{-7}cm OK!
 -



Constraints

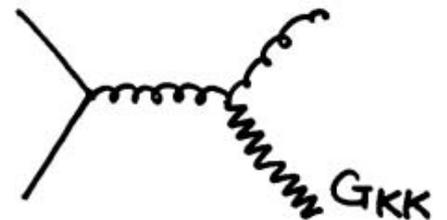
- 重力の逆 2乗則からのずれ
 - $R_C \sim \text{mm}$
- Supernova cooling (cf. axion)
 - $M_f \sim 100\text{TeV}$ for $n=2$
 - $M_f \gg 1\text{TeV}$ OK for higher n
- Diffuse photon background
 - Graviton production in early universe & its late decay into photons ! T_R, M_f

余剰次元を見る

- 例) 4+1次元のmassless particle
 - 4+1次元の運動量 $p^M = (p^\mu; p^5)$
 $p^M p_M = p^\mu p_\mu - (p^5)^2 = 0$
 - 余剰次元方向の運動量 (離散的)
4次元で見ると質量のように見える
 - ! Kaluza-Klein mode
- 余剰次元の存在 \$ Kaluza-Klein tower

実験での検証可能性

- コライダー実験 (LHC, LC) で
量子重力/Stringを見る!
- 重力子の生成 :
 - many Kaluza-Klein modes of graviton
- Black hole production at LHC
 - Low fundamental scale
- String Excitations
- KK modes of SM particles

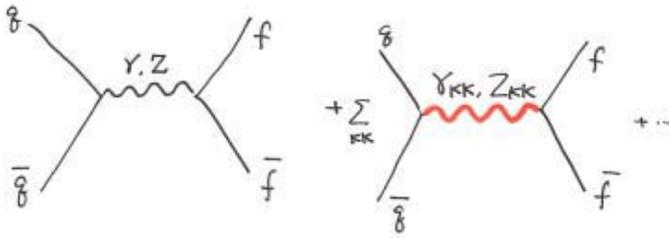


Kaluza-Klein Resonance

@LHC?

Nath, Yamada & MY 99

- Drell-Yan process



- Photon, Z-bosonの
KK modeの交換

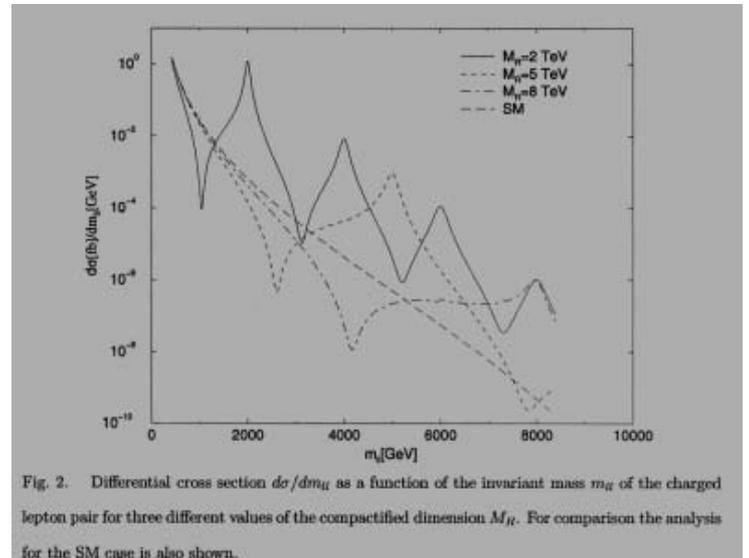


Fig. 2. Differential cross section $d\sigma/dm_{ll}$ as a function of the invariant mass m_{ll} of the charged lepton pair for three different values of the compactified dimension M_D . For comparison the analysis for the SM case is also shown.

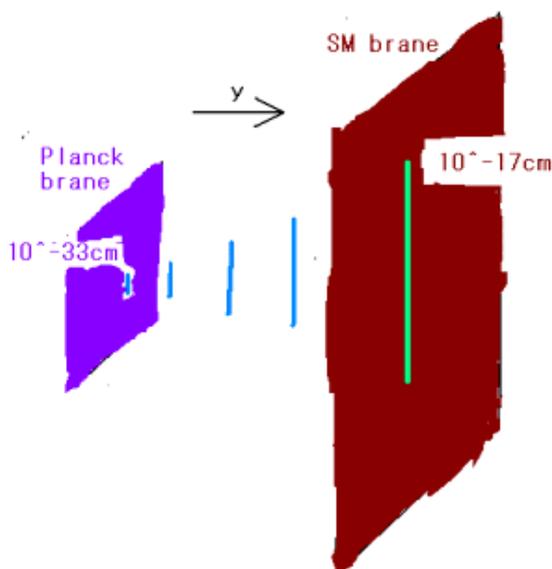
大きな余剰次元のシナリオの問題点

- 誰が大きな余剰次元を用意するのか？
どんなdynamics??!!!
- 余剰次元の半径 :力学的な場の期待値
Radion Stabilization?
- Cosmology:
Inflation, Baryogenesis
fundamental scaleが低すぎてどうやったら
うまくいか分からない

- very low inflation scale
 - 密度揺らぎをどうやって作る？
- very low reheat temperature: $T_R \sim 1 \text{ MeV}$
 - (constraint from diffuse photon background
 - Difficulty in baryogenesis !
- Radion potential is supposed to be very flat
 - Radion cannot stop or disappear at $T=1\text{MeV}$.

Warped Extra Dimension

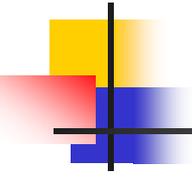
- Randall & Sundrum 99 RSI



5D anti-de Sitter slice
sandwiched by two
branes

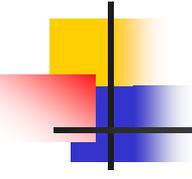
$$ds^2 = e^{-2ky} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + dy^2$$

SM brane上では
電弱スケールが
自然なスケール

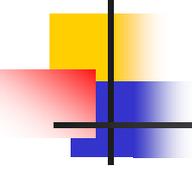


NOTE:

- AdS background in the bulk is essential
- May be disturbed by light bulk fields



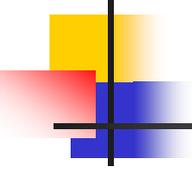
3. “Symmetry ”から
“Geometry ”へ



コントロールされるべき相互作用

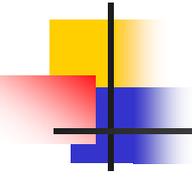
- 例)

- 陽子崩壊 (LED/SUSY)
- Squark/Slepton のフレーバー混合 (SUSY)
- Quark, Lepton Masses & Mixing (LED/SUSY)



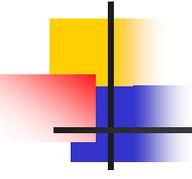
陽子崩壊

- 観測されていない $\tau_p \sim 10^{33}$ yrs @SuperK
 $qqql / Mx^2$ q: quark l: lepton
 $Mx \sim (\text{a few}) \times 10^{15}$ GeV
- 次の場合に問題になる
 - Low Scale GUT (model dependent)
 - Low Fundamental Scale (LED)
 - SUSYの場合 $Mx^2 \sim Mx M_{\text{susy}}$
 $Mx \sim 10^{27}$ GeV!!



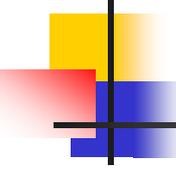
Squark/Sleptonの フレーバー混合

- Quark (Lepton) の質量と Squark (Slepton) の質量は(一般には)同時に対角化されない
!フレーバー混合が引き起こされる
Kaon mixing, $\mu \rightarrow e \gamma$ etc.
- 実験から Squark/Slepton のフレーバー混合は著しく抑制されなければならない。 10^{-4} - 10^{-3}
- どのように抑制するか？
- SUSYの破れと伝播に対する大問題。



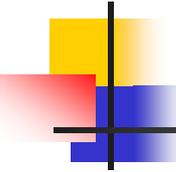
Quark/Lepton Masses & Mixing

- Quark Mass Hierarchy
 - $M_t \gg M_c \gg M_u$ etc.
- Small Mixing in Quark Sector
(CKM matrix)
- Large Mixing in Neutrino Sector
 - Large mixing for ν_μ - ν_τ (atmospheric ν)
 - Large mixing for ν_e - ν_μ (solar ν)
- こうした性質をどのように説明するか？



Geometry of Extra Dimensions

- Conventional Approach
 - これらの問題に答えるのに対称性に訴える
 - 例) Flavor Symmetry
- キュートなアイデア
 - Use of Geometry of Extra Dimension
 - **Separation of Fields** in Braneworld
 - ! Suppressed Interaction!!
 - Small Coupling!!



Out of this world supersymmetry breaking

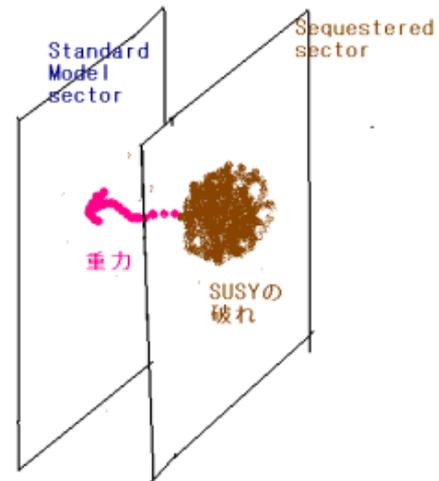
Randall and Sundrum

Nucl.Phys.B557 (99) 79

“Essentially the **higher dimensional theory generalizes the notion of naturalness**: the absence of counterterms might **not be obvious from symmetries** of the low-energy theory, but can be nonetheless be **guaranteed by assumptions in the higher dimensional theory.**”

Sequestered Sector SUSY breaking

- Standard Modelのsector と SUSY breaking sector が余剰次元の中で十分離れている
 - Bulkに(重力以外)軽い場が存在しない
- !
- SUSY breakingは、重力のみを通じて伝わる。
- ! Flavorによらない Squarkや Sleptonの質量

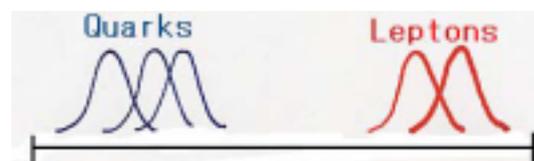


Suppression of Proton Decay

Arkani-Hamed & Schmaltz

(in the context of LED)

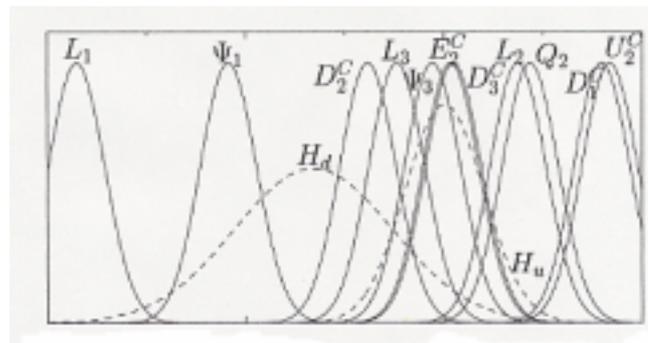
- 余剰次元の中でクォークとレプトンが離れている。(かつクォークとレプトンの間に働く長距離力がない)
- 余剰次元の size $\gg \text{TeV}^{-1}$



- Fermion Localizationを利用して、Fermion Mass (Yukawa相互作用)の構造を説明する試みもある。
- LEDのシナリオにかぎらず、SUSY unificationのシナリオにも応用できる。その場合、余剰次元の大きさは、 $M_u \gg 10^{16} \text{ GeV}$

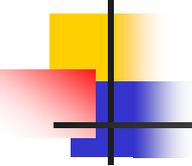
Ugly??!!

A realistic configuration

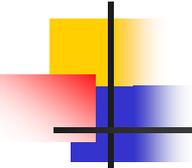


柿崎 & 山口

現状ではBraneworldの描像でフレーバーの問題がクリアに理解されるか不明。今後の課題。



4. 高次元での対称性の破れ



一つの例 :Orbifold GUT

Kawamura
Hall & Nomura

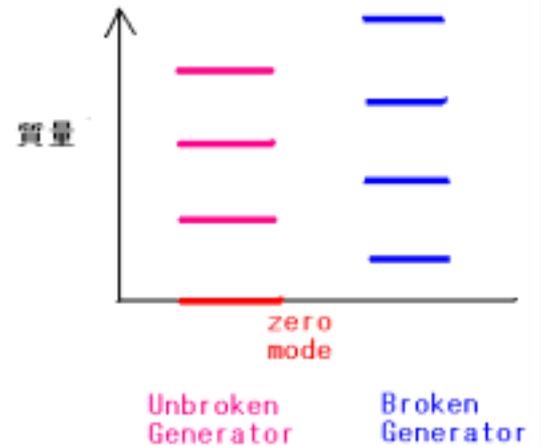
- 5次元 S^1/Z_2 orbifold SU(5) GUT
5次元座標 $y=0, \pi R$: fixed points
- 一つのfixed point($y=0$)でSU(5)対称でない境界条件を課す：
 - $A_\mu^a(x, -y) = A_\mu^a(x, y)$ $a=1, \dots, 12$
for unbroken generator
 - $A_\mu^i(x, -y) = -A_\mu^i(x, y)$ $i=13, \dots, 24$
for broken generator

Gauge 場の質量スペクトル

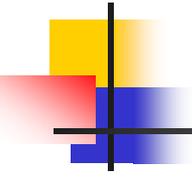
$$A_{\mu}^{1, \dots, 12} / \cos(ny/R)$$

$$A_{\mu}^{13, \dots, 24} / \sin(n+1/2 y/R)$$

- Unbroken Generator のみにゼロモード、すなわち low energy で massless ゲージ場が存在する。

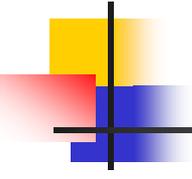


- 一つの fixed point でのみ SU(5) が破れている
! SU(5) non-invariant な counter-terms はこの fixed point に局在
- Explicit Breaking だが性質はよい
 - BRS 量子化
 - Gauge Coupling Unification (strong coupling のとき)
- A more realistic model $S^1/Z_2 \times Z_2^0$
 - SUSY GUT
 - 3-2 splitting in Higgs
 - Proton decay が抑制される



5.まとめ

- ブレーンワールド
- 高次元時空 bulk+brane(s)
- **ちょっと/非常に**大きな余剰次元の可能性
 - スケールの問題
 - 場の局在! Naturalnessの概念を一般化
小さな結合定数を説明
 - 高次元での(ゲージ)対称性の破れ



(つづき)

- Braneworld/Extra Dimensions
 - Model buildingにとって有用なTool
 - 対称性と同等(以上)に重要
- 「有効場の理論」を用いたアプローチ：
本質的な部分を切り出していると期待
- 実験的検証の可能性 (LED, RS)

- 現時点 現実的なBraneworldを探している段階
- 将来は、そのdynamical originを問うべき

