

日本物理学会シンポジウム「重力波宇宙論の展望」 オンライン 2022.3.18

宇宙論、重力波、そして重力子

### 早田次郎 神戸大学理学研究科

### 重力波:人類の新たな眼



周波数フロンティア





### 高周波重力波物理学

電磁波は電波からガンマ線まで約20桁

干渉計では10Hz-1kHz

LISA, DECIGOでは1mHzまで

PTAでもnHzが限界

10kHzから10THzくらいまでいければ

太陽質量以下の原始ブラックホール QCDアクシオン インフレーション終了時の物理 素粒子相転移現象 重力子観測 その他予期せぬこと

### Axion - Graviton 双対対応



Photon, phonon, any excitation mode

A. Ito, T. Ikeda, K. Miuchi and J.S, `Probing GHz gravitational waves with graviton-magnon resonance,'' Eur. Phys. J. C80, no. 3, 179 (2020) [arXiv:1903.04843 [gr-qc]].

A. Ito and J.S,
``A formalism for magnon gravitational wave detectors,''
Eur. Phys. J. C80, no. 6, 545 (2020) [arXiv:2004.04646 [gr-qc]].

マグノンによるGHz重力波探索

#### Ito et al. 2018 Ito & J.S. 2020

アクシオンへの制限

-24

-26-

-28-

2

1

3

4

5

 $\log(f)$ 

6

7

8

 $g_{eff} < \begin{cases} 3.5 \times 10^{-12} \text{eV} & \text{QUAX, Crescini et al. 2018} \\ 3.1 \times 10^{-11} \text{eV} & \text{Flower et al. 2018} \end{cases}$ 

10 11

9



## 重力波を使った基礎物理学研究

自然界の4つの相互作用の統一

電磁相互作用、弱い相互作用、強い相互作用、重力相互作用

→ 重力波で相転移を探る

宇宙やブラックホールの時空構造を探る

→ 重力波で重力理論を探る

インフレーション中に生成される原始重力波

→ 重力波で量子重力理論を探る







### B-モード観測は量子重力の証拠か?

時空の量子ゆらぎ -> 原始重力波 -> CMBのBモード観測 -> 量子重力の証拠

Objection:線形重力を量子化したところで古典的重力波と何が違うのか?

調和振動子は量子的か? 
$$L = \frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 - \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

量子状態を観測できればよい  $|\psi\rangle = |x_1(t)\rangle + |x_2(t)\rangle$ 

Objection: そんなもの観測できるのか?

できないという証明は存在しない

できるかどうか分からないから面白い

CMB Bモード観測は量子重力理論への大きな一歩となることは間違いない

# ここから先の話

- 原始重力波の基本
- 統計分布の観測
- ベル不等式
- HBT強度干渉計
- デコヒーレンス
- まとめ

# 原始重力波の基本

### 原始重力波

FLRW 宇宙  
$$ds^{2} = -dt^{2} + a^{2}(t) \Big[ dx^{2} + dy^{2} + dz^{2} \Big]$$
$$= a^{2}(\eta) \Big[ -d\eta^{2} + \delta_{ij} dx^{i} dx^{j} \Big]$$



$$S_{g} = \int dt \sum_{\mathbf{k},A} \left[ \frac{1}{2} h_{\mathbf{k}}^{\prime A}(\eta) h_{-\mathbf{k}}^{\prime A}(\eta) - \frac{1}{2} \left( k^{2} - \frac{a''}{a} \right) h_{\mathbf{k}}^{A}(\eta) h_{-\mathbf{k}}^{A}(\eta) \right] \qquad \qquad h_{ij} = \frac{2}{a(\eta) M_{p} \sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k},A} h_{\mathbf{k}}^{A}(\eta) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} e_{ij}^{A}(\mathbf{k})$$

グラビトンのモード関数

$$h_{k}^{\prime\prime A}(\eta) + \left(k^{2} - \frac{a^{\prime\prime}}{a}\right)h_{k}^{A}(\eta) = 0$$

$$u_{k}(\eta)\Big|_{\text{inflation}} = \frac{1}{\sqrt{2k}}\left(1 - \frac{i}{k(\eta - 2\eta_{1})}\right)e^{-ik(\eta - 2\eta_{1})}$$

$$v_{k}(\eta)\Big|_{\text{radiation}} = \frac{1}{\sqrt{2k}}e^{-ik\eta}$$

11

スクイーズ状態

Grishchuk 1998

初期条件は

BD 真空  $a_k | BD \rangle = 0$   $h_k^A(\eta) = a_k u_k(\eta) + a_k^{\dagger} u_k^*(\eta)$ 2つの基底の間の関係  $u_k(\eta) = \alpha_k v_k(\eta) + \beta_k v_k^*(\eta)$ 

$$\alpha_{k} = \left(1 + \frac{i}{k\eta_{1}} - \frac{1}{2k^{2}\eta_{1}^{2}}\right)e^{2ik\eta_{1}} \qquad \beta_{k} = \frac{1}{2k^{2}\eta_{1}^{2}}$$

ボゴリューボフ変換 
$$a_k = \alpha_k^* b_k - \beta_k^* b_k^\dagger$$

スクイーズ状態  
$$|BD\rangle \propto \exp\left[\sum_{k} \frac{\beta_{k}^{*}}{\alpha_{k}^{*}} b_{k}^{\dagger} b_{-k}^{\dagger}\right] |0_{R}\rangle \qquad b_{k} |0_{R}\rangle = 0$$
$$\approx |0_{k}\rangle \otimes |0_{-k}\rangle + \frac{\beta_{k}^{*}}{\alpha_{k}^{*}} |1_{k}\rangle \otimes |1_{-k}\rangle + \frac{1}{2} \left(\frac{\beta_{k}^{*}}{\alpha_{k}^{*}}\right)^{2} |2_{k}\rangle \otimes |2_{-k}\rangle + \cdots$$

宇宙膨張が two-modeがentangleした スクイーズ状態 を作る

# 統計分布の観測

## スクイーズ状態を統計的に観測できるか?

B. Allen et al. 2000



FIG. 1. Histogram of amplitudes  $R_n$  for the *stationary* (upper panel) and *squeezed* (lower panel) cases for a mode with  $\sigma_n^2 = 1$ , from a total of  $10^5$  points.



FIG. 2. The distribution of the complex vectors of a mode with  $\sigma_n^2 = 1$  in the *stationary* and in the *squeezed* case (from a total of  $10^3$  points).



擬スピン演算子

場の理論でベルの不等式を構成するためには擬スピン演算子

$$s_{z} = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ |2n+1\rangle \langle 2n+1| - |2n\rangle \langle 2n| \right\}$$
$$s_{-} = \sum_{n=0}^{\infty} |2n\rangle \langle 2n+1| = (s_{+})^{\dagger}$$

を定義する

$$\begin{bmatrix} s_z, s_{\pm} \end{bmatrix} = \pm 2 s_{\pm} \qquad \begin{bmatrix} s_+, s_- \end{bmatrix} = s_z$$

単位方向ベクトル  $\vec{a} = (\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta)$ 

測定演算子

$$O = \vec{a} \cdot \vec{s} = \cos\theta \, s_z + \sin\theta \left( e^{i\varphi} s_- + e^{-i\varphi} s_+ \right) \quad \Longrightarrow \quad O^2 = 1$$

Kanno & J.S. 2017

バンチ・デービス状態 
$$|BD\rangle = \prod_{\mathbf{k}} \frac{1}{\cosh r_k} \sum_{n=0}^{\infty} \tanh^n r_k |n_{\mathbf{k}}^{out}\rangle \otimes |n_{-\mathbf{k}}^{out}\rangle$$

密度演算子 
$$\rho = |BD\rangle\langle BD|$$

測定演算子 
$$O = \cos \theta s_z + \sin \theta (s_- + s_+)$$

 $E(a_1,a_2) = \operatorname{Tr} O_1 \otimes O_2 \rho = \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \tanh 2r_k \sin \theta_1 \sin \theta_2$ 

$$\theta_1' = -\theta_1, \quad \theta_2 = 0, \quad \theta_2' = \frac{\pi}{2}$$
$$\langle BD | M_2 | BD \rangle = \frac{1}{2} \Big[ E(a_1, a_2) + E(a_1, a_2') + E(a_1', a_2) - E(a_1', a_2') \Big]$$
$$= \cos \theta_1 + \tanh 2r_k \sin \theta_1$$

$$\tan \theta_1 = \tanh 2r_k \quad \text{のとき最大で}$$

$$\langle BD | M_2 | BD \rangle = \sqrt{1 + \tanh^2 2r_k} > 1$$

ベルの不等式は破れている

# HBT強度干涉計

### HBT 強度干涉計

強度相関 
$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\left\langle E^{-}(t)E^{-}(t+\tau)E^{+}(t+\tau)E^{+}(t)\right\rangle}{\sqrt{\left\langle E^{-}(t)E^{+}(t)\right\rangle \left\langle E^{-}(t+\tau)E^{+}(t+\tau)\right\rangle}} = \frac{\left\langle I(t)I(t+\tau)\right\rangle}{\sqrt{\left\langle I(t)\right\rangle \left\langle I(t+\tau)\right\rangle}}$$

#### スクイーズ状態に対しては

$$g^{(2)} = 1 + \frac{\left|\alpha\right|^{2} \left[\left(e^{-4r} - e^{-2r}\right)\cos^{2}\left(\theta - \frac{\varphi}{2}\right) + \left(e^{4r} - e^{2r}\right)\sin^{2}\left(\theta - \frac{\varphi}{2}\right)\right] + \sinh^{2}r + 2\sinh^{4}r}{\left[\left|\alpha\right|^{2} \left[e^{-2r}\cos^{2}\left(\theta - \frac{\varphi}{2}\right) + e^{2r}\sin^{2}\left(\theta - \frac{\varphi}{2}\right)\right] + \sinh^{2}r\right]^{2}}$$
$$= 1 + \frac{\left(\Delta n\right)^{2} - \left\langle\alpha\right|\hat{n}\right|\alpha}{\left\langle\alpha\right|\hat{n}\right|\alpha\right\rangle^{2}}$$

サブポアッソン分布  $\left(\Delta n\right)^2 < \left\langle \alpha \left| \hat{n} \right| \alpha \right\rangle$  であればアンチバンチング

#### 原始重力波の量子性を観測できるのか? Kanno & J.S. 2019

位相が 
$$\theta - \frac{\varphi}{2} = 0$$
 のときアンチバンチングの条件  $g^{(2)} < 1$  は

$$|\alpha|^{2}(e^{-2r}-e^{-4r})>\sinh^{2}r+2\sinh^{4}r$$

アンチバンチングの条件

$$\left|\alpha\right|^2 > \sinh^6 r \simeq \left(\frac{f_c}{f}\right)^{12}$$
  $f_c = 10^9 \sqrt{\frac{H}{10^{-4}M_p}} \text{ Hz}$ 

$$f > 10^9 \left| \alpha \right|^{-\frac{1}{6}} \left( \frac{H}{10^{-4} M_p} \right)^{\frac{1}{2}}$$
 Hz

ゲージ場がある場合

$$\left|\alpha\right|^{2} \approx \left(\frac{H}{M_{p}}\right)^{4} e^{4\pi\xi} \quad \Longrightarrow \quad f > 10^{10} e^{-\frac{\pi}{3}\xi} \left(\frac{H}{10^{-4} M_{p}}\right)^{\frac{1}{6}} \quad \text{Hz}$$

For  $\xi \approx 10$ ,

 $f > 100 \, \rm kHz$ 

デコヒーレンス

## 重力子背景での測地線偏差方程式

$$\ddot{h}^{A}(\mathbf{k},t) + k^{2}h^{A}(\mathbf{k},t) = \frac{m}{2M_{p}\sqrt{V}}e_{ij}^{*A}(\mathbf{k})\frac{d^{2}}{dt^{2}}\left\{\xi^{k}(t)\xi^{l}(t)\right\}$$
$$\ddot{\xi}(t) = \frac{1}{M_{p}\sqrt{V}}\sum_{\mathbf{k},A}e_{ij}^{A}(\mathbf{k})\ddot{h}^{A}(k,t)\xi^{j}(t)$$



量子化

$$h^{A}(\mathbf{k},t) = h_{I}^{A}(\mathbf{k},t) + \frac{m}{2M_{p}\sqrt{V}}e_{ij}^{*A}(\mathbf{k})\int_{0}^{t}dt'\frac{\sin k(t-t')}{k}\frac{d^{2}}{dt'^{2}}\left\{\xi^{k}(t')\xi^{l}(t')\right\}$$
$$h_{I}^{A}(\mathbf{k},t) = a_{A}(\mathbf{k})u_{k}(t) + a_{A}^{\dagger}(-\mathbf{k})u_{k}^{*}(t) \qquad \left[a_{A}(\mathbf{k}),a_{A'}^{\dagger}(\mathbf{k}')\right] = \delta_{AA'}\delta_{\mathbf{k},\mathbf{k}'}$$

量子ランジュバン方程式

Parikh, Wilczek, Zahariade 2020,2021 Kanno, Tokuda, J.S. 2021

$$\ddot{\xi}^{i}(t) + \frac{m}{40\pi M_{p}^{2}} \left( \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \delta_{kl} \right) \xi^{j} \frac{d^{5}}{dt^{5}} \left\{ \xi^{k} \xi^{l} \right\} = -N_{ij} \xi^{j}$$
$$N_{ij} = \frac{2}{M_{p} \sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}, A} k^{2} h^{A}(\mathbf{k}, t) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} e_{ij}^{A}(\mathbf{k})$$

22

ノイズ相関関数

ノイズ相関  $\langle \psi | \{ N_{ij}(t), N_{ij}(0) \} | \psi \rangle = \frac{1}{10\pi^2 M_n^2} \left( \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \delta_{kl} \right) F(\Omega_m t)$  $u_k^M(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2k}} e^{-i\omega\eta}$  $F(\Omega_m t) = \int_0^{\Omega_m} dk \, k^6 \operatorname{Re}\left(u_k^{sq}(t) u_k^{sq*}(0)\right)$  $u_k^{sq}(t) = u_k^M(t) \cosh r_k - e^{-i\varphi_k} u_k^{M*}(t) \sinh r_k$ ボゴリューボフ係数を思い出すと  $F(x)/(2\pi)^4 f_1^4 \Omega_m^2$  $\beta_k = \sinh r_k = \frac{1}{2k^2 n^2}$ 0.4 *r*<sub>*k*</sub>≫1 のとき 0.2  $F(x) = (2\pi)^4 f_1^4 \Omega_m^2 \frac{x \sin x + \cos x - 1}{x^2}$ 5 10

-0.2

20

X

15

実験セットアップ

量子制御技術によって重い鏡を基底状態に制御できる

 $|\psi(t_i)\rangle = |0\rangle \otimes |0\rangle \otimes |g\rangle$ 

光子1個をビームスプリッターに入射させて重ね合わせ状態をつくる 光子が鏡に衝突することで鏡の振動状態をつくる 鏡の振動の重ね合わせ状態ができる



エンタングルした鏡のデコヒーレンス

鏡は重力場と相互作用する

$$S \simeq \sum_{A=1,2} \int dt \left[ \frac{m}{4} \ddot{h}_{11}(0,t) \xi_{A}^{1} \xi_{A}^{1} + \frac{m}{4} \ddot{h}_{22}(0,t) \xi_{A}^{2} \xi_{A}^{2} \right]$$

結果として、鏡と重力子の間にエンタングルメントが生じる

$$\left|\psi(t_{i})\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left|\xi_{1}\right\rangle \otimes \left|0\right\rangle \otimes \left|g;\xi_{1}\right\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}\left|0\right\rangle \otimes \left|\xi_{2}\right\rangle \otimes \left|g;\xi_{2}\right\rangle$$

結果的に重力子によって鏡の状態にデコヒーレンスが起きる

$$\rho(t) = \operatorname{Tr}_{g} |\psi(t)\rangle \langle \psi(t) |$$

$$= \frac{1}{2} |\xi_{1}\rangle \langle \xi_{1}| \otimes |0\rangle \langle 0| + \frac{1}{2} \langle g; \xi_{1}|g; \xi_{2}\rangle |0\rangle \langle \xi_{1}| \otimes |\xi_{2}\rangle \langle 0| + \frac{1}{\sqrt{2}} \langle g; \xi_{2}|g; \xi_{1}\rangle |\xi_{1}\rangle \langle 0| \otimes |0\rangle \langle \xi_{2}| + \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle \langle 0| \otimes |\xi_{2}\rangle \langle \xi_{2}|$$
interference terms

デコヒーレンス汎関数  

$$\begin{split} \begin{split} \widehat{\tau}(\Omega_m t) &= \frac{m^2}{120M_p^2} \int_0^t dt' \Delta \xi_1^2(t') \int_0^t dt'' \Delta \xi_1^2(t'') F(t'-t'') \\ &+ \frac{m^2}{120M_p^2} \int_0^t dt' \Delta \xi_2^2(t') \int_0^t dt'' \Delta \xi_2^2(t'') F(t'-t'') - \frac{m^2}{120M_p^2} \int_0^t dt' \Delta \xi_1^2(t') \int_0^t dt'' \Delta \xi_2^2(t'') F(t'-t'') \end{split}$$

non-Markovian master equationを解くと

$$\begin{split} \Gamma &= \frac{4\pi^3}{5} \left(\frac{m}{M_p}\right)^2 \quad \left(Lf_c\right)^4 \quad \left(\frac{A}{L}\right)^2 \omega \qquad M_p \approx 10^{-5}g \\ &\text{effective coupling} \qquad \text{squeezing factor} \\ \ddot{\varkappa} I \vec{x} \qquad m = 40 \, \text{kg} \,, \quad L = 40 \, \text{km} \,, \quad A = 10 \frac{\hbar}{\sqrt{2m\omega}} = 10^{-17} \, \text{cm} \,, \quad \omega = 1 \, \text{kHz} \,, \quad f_c = 1 \, \text{GHz} \end{split}$$

20sという数字が得られる

例えば

### まとめ

- マルチメッセンンジャー天文学と重力波宇宙論は順調に発展
- 相補的な方向性として、周波数フロンティアと重力波を使った 基礎物理研究
- 原始重力波の観測は重要
- 原始重力波の量子性が観測できれば素晴らしい
- グラビトンが見つかれば良い
- HBT干渉計、デコヒーレンスなど量子情報を使った様々な方法が 存在する
- 観測・実験の重要性はますます大きくなる

### 原始重力波の基本的な性質

宇宙膨張のために、ボゴリューボフ変換で特徴付けられる粒子生成が起きる

生成された粒子の個数

$$N_{k} = \langle BD | b_{k}^{\dagger} b_{k} | BD \rangle = |\beta_{k}|^{2} = \frac{1}{4k^{4}\eta_{1}^{4}} = \frac{1}{4} \left(\frac{f_{1}}{f}\right)^{4} \qquad k_{1} = 2\pi f_{1} = \frac{1}{\eta_{1}}$$

重力波のエネルギー密度

$$\rho_{g} = 2 \int \frac{d^{3}k}{(2\pi)^{3}} 2\pi f N_{k} = 16\pi^{2} \int_{0}^{\infty} d\log f f^{4} N_{k}$$

最大の振動数はインフレーションのエネルギースケールで決まる

$$f_1 = 10^9 \sqrt{\frac{H}{10^{-4} M_p}} \,\mathrm{Hz}$$

結局、重力波の密度パラメータは

$$\Omega_g = \frac{1}{\rho_c} \frac{d\rho_g}{d\log f} = \frac{16\pi^2}{\rho_c} f^4 N_k = 10^{-14} \left(\frac{H}{10^{-4} M_p}\right)^2$$

### 1光子による鏡の励起

光子と鏡の結合 
$$\begin{split} L: キャビティーサイズ \\ \Omega = \frac{2\pi}{L-q} \approx \frac{2\pi}{L} \left( 1 - \frac{q}{L} \right) \approx \Omega_c - \Omega_c \frac{q}{L} \\ H = \Omega_c a^{\dagger} a + \omega_m b^{\dagger} b - \Omega_c \frac{q_{zp}}{L} a^{\dagger} a \left( b + b^{\dagger} \right) \\ \end{split}$$

鏡の励起条件:

1個の光子からの運動量移送は鏡の運動量の量子論的不確定性より大きくなければいけない



空気分子によるデコヒーレンスが熱的光子によるデコヒーレンスより効いていて

$$t_d = \frac{1}{\Lambda \left(\Delta x\right)^2} \qquad \qquad \Lambda = \frac{8}{3\hbar^2} \frac{N}{V} \left(2\pi m\right)^{1/2} a^2 \left(k_B T\right)^{3/2}$$

 $\Delta x$ : spatial separation of superposition states

*a* : particle size, m: mass of a molecule, N/V: number density

今の場合、デコヒーレンス時間は

$$t_d = 1200 \left(\frac{a}{0.17 \text{m}}\right)^{-2} \left(\frac{T}{10 \text{K}}\right)^{-3/2} \text{s}$$

重力場によるデコヒーレンス時間の方が短いので重力子の間接的観測が可能かもしれない