

一般相対性理論 100年の歩みシンポジウム

25pSB7
大阪市立大

一般相対性理論の実験的基礎

東大宇宙線研
黒田和明



内容

- はじめに
- 相対性理論の古典的検証実験
 - 光の湾曲
 - 水星近日点移動
 - 赤方偏移
- 太陽重力場での実験
 - シャピロ遅延
- パルサー観測に基づく検証
- これからの検証実験
 - 重力波
 - 精密実験



はじめに

- 一般相対性理論はローレンツ系に重力をメトリックとして取り入れた重力の理論
- 物理は等価原理によりいつでもどこでも局所的にはローレンツ系で表すことが可能
- 弱い重力の極限で重力法則はニュートン重力になり、光速に比べて遅い運動はニュートンの運動法則に従う
- ニュートン重力からのはずれを精密に観測し、理論の予測を検証する
- 重力波の検出により直接検証を行う

等価原理

- 弱い等価原理

- 重力質量と慣性質量の等価性

Eötvösら, Dickeら(Ann. Phys. (NY)26, 442(1964)),
Braginskii(Sov. Phys. JETP 34, 463 (1972))

$\sim 10^{-11}$

- Einsteinの等価原理

- 重力を除く物理法則が等しく成立

- 強い等価原理

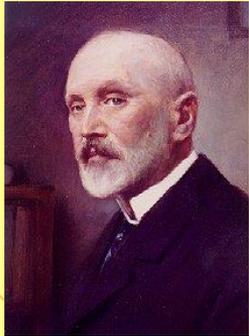
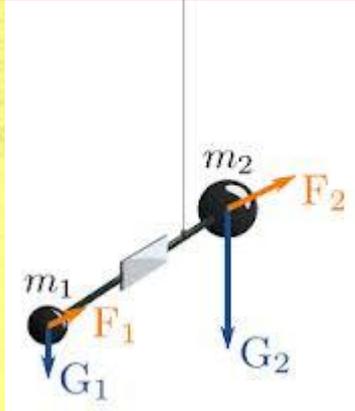
- 自己重力場のmass-energyを含めても等しく成立

T. Damourら(Phys. Rev. Lett. 66, 2549(1991))

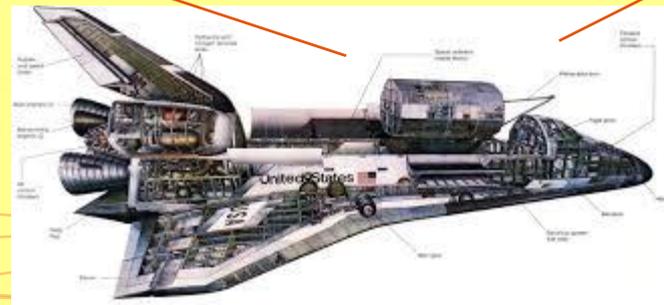
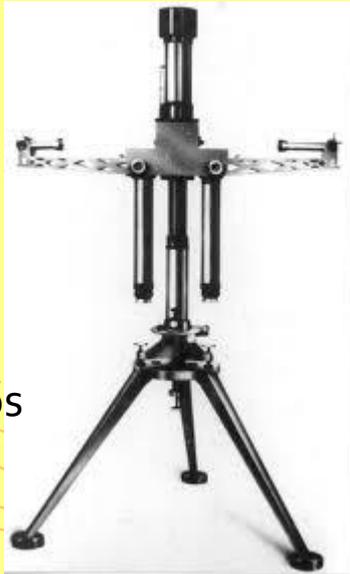


等価原理が破れると何が起こるか？

Test of the equality of inertial mass and gravity mass

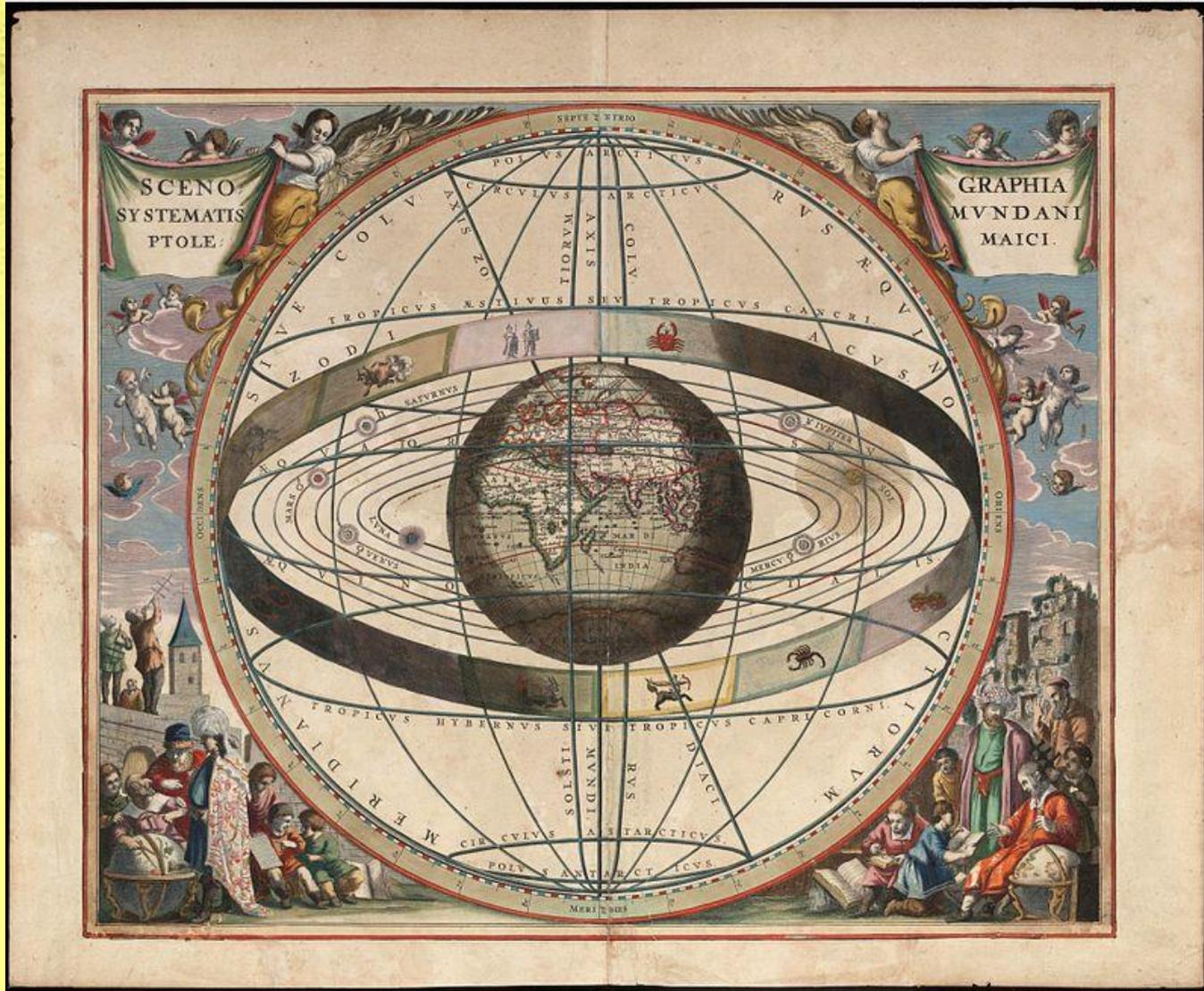


Lorand Eötvös



Credit: NASA





https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cellarius_ptolemaic_system.jpg#/media/File:Cellarius_ptolemaic_system.jpg



太陽の周りの重力場

- Schwarzschild時空（静的、球対称解）で近似
 - 太陽質量中心の球座標(r, Θ, ϕ)では
$$ds^2 = -c^2(1-r_g/r)dt^2 + 1/(1-r_g/r)dr^2 + r^2(d\Theta^2 + \sin^2\Theta d\phi^2)$$
ただし、太陽質量を M_\odot としてSchwarzschild半径 $r_g = 2GM/c^2$ である。
- 地球や太陽は自転しているが回転速度が小さいのでその効果は無視する（その正当性はカー解で検証できる）。

Parametrized Post-Newtonian formalism ⁸

- γ 質量でどれだけの曲率が生み出されるか？
- β 重力の重ね合せ則にどれだけ非線形性がある？
- β_1 運動エネルギーからどれだけ重力が生まれるか
- β_2 重力ポテンシャルからどれだけ重力が生まれるか
- β_3 内部エネルギーからどれだけ重力が生まれるか
- β_4 圧力からどれだけ重力が生まれるか
- ζ 運動エネルギーから生まれる重力のうち、観測者に向かう向きと直交する向きの差を記述
- η 応力から生まれる重力のうち、観測者に向かう向きと直交する向きの差を記述
- Δ_1 運動量によってどれだけ慣性系引きずりが起こるか？
- Δ_2 運動量で生まれる重力のうち、観測者に向かう向きと直交する向きの差

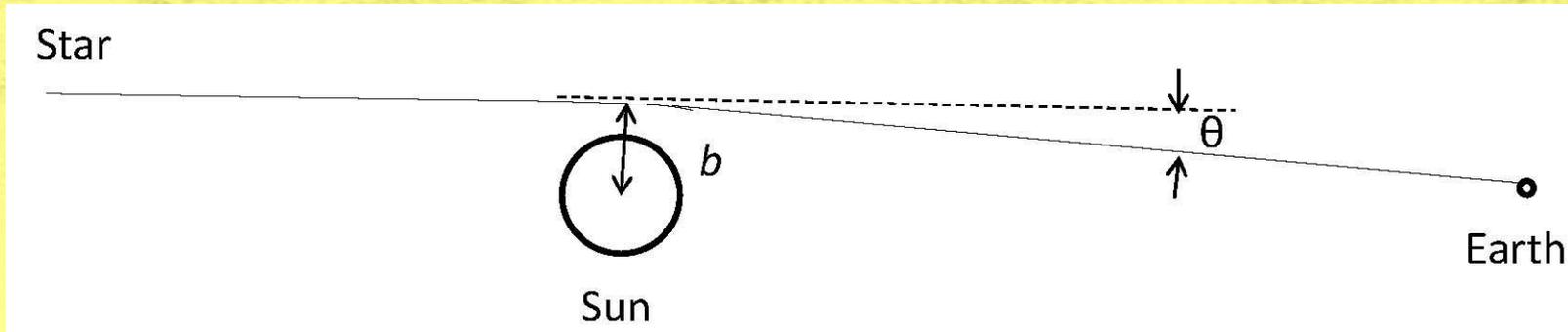
光の湾曲

- 太陽による曲がり

$$\Theta = (1 + \gamma) GM_{\odot}(1 + \cos\Phi)/c^2b$$

b:太陽半径で1.75as

Φ :地球から見た太陽と光源とのなす角



Phys. Rev. Lett. 92, 121101(2004) VLBI利用 $\gamma=0.9998 \pm 0.0004$
 arXiv:0903.1615v1[gr-qc] 限界値 2×10^{-4}

- 木星をよぎる衛星からの電波
 一昨年打ち上げられたGAIA利用の精密星地図作成（昨年から1年間観測を遂行）

Class. Quantum Gravity 23, 4853 (2006)

赤方偏移

- Schwarzschild解を用いて地表に設置された時計の刻み Δt_E と高さHの位置に設置された時計の刻み Δt_H との関係は

$$(1-r_g/r_{\oplus})^{1/2} \Delta t_E = (1-r_g/r_H)^{1/2} \Delta t_H$$

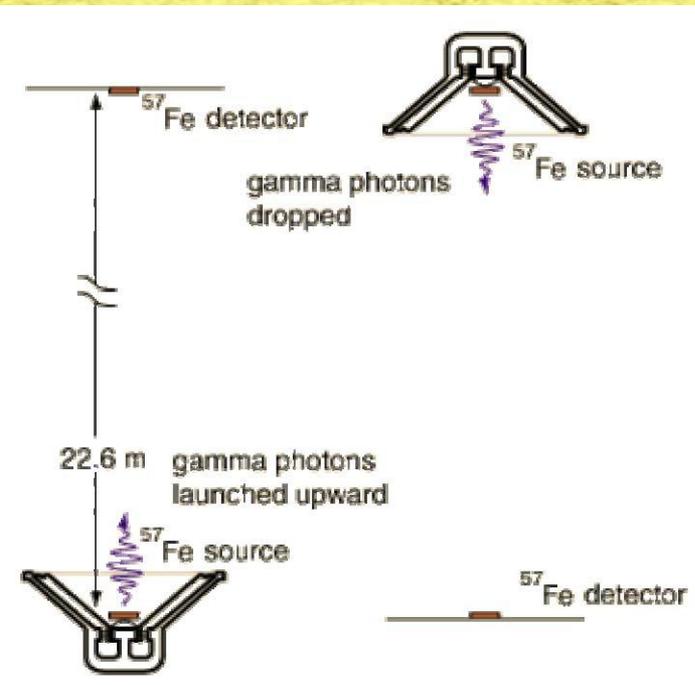
$$\Delta t_H / \Delta t_E = (1-r_g/r_{\oplus})^{1/2} / (1-r_g/(r_{\oplus} + H))^{1/2}$$

$$\sim 1 - (1/2)(r_g/r_{\oplus})(H/r_{\oplus})$$

$r_g = 8.85\text{cm}$, $r_{\oplus} = 6370\text{km}$ であり、 $H = 22.5\text{m}$ なら上の時計は下の時計より 2.5×10^{-15} だけ短く時を刻む

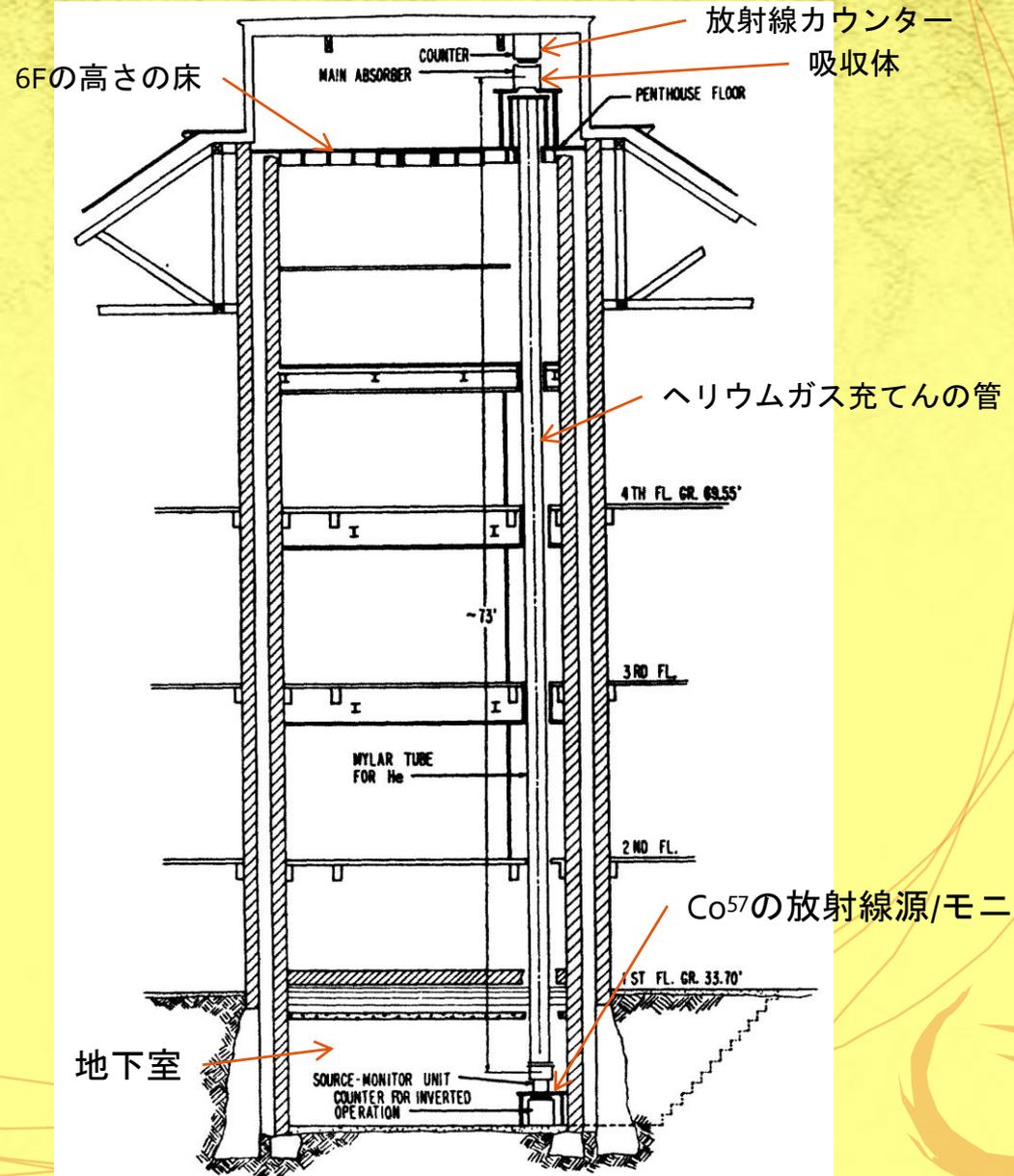
- 地表で周波数 f_E の光を打ち上げて高さ $H = 22.5\text{m}$ に置かれた時計でこの光の周波数を計るとするとその周波数は相対的に 2.5×10^{-15} だけ小さい
- 以上の効果はフォトンが重力に逆らって上昇する際エネルギーを失う効果とも捉えることが可能

Pound-Rebka-Snider Experiment



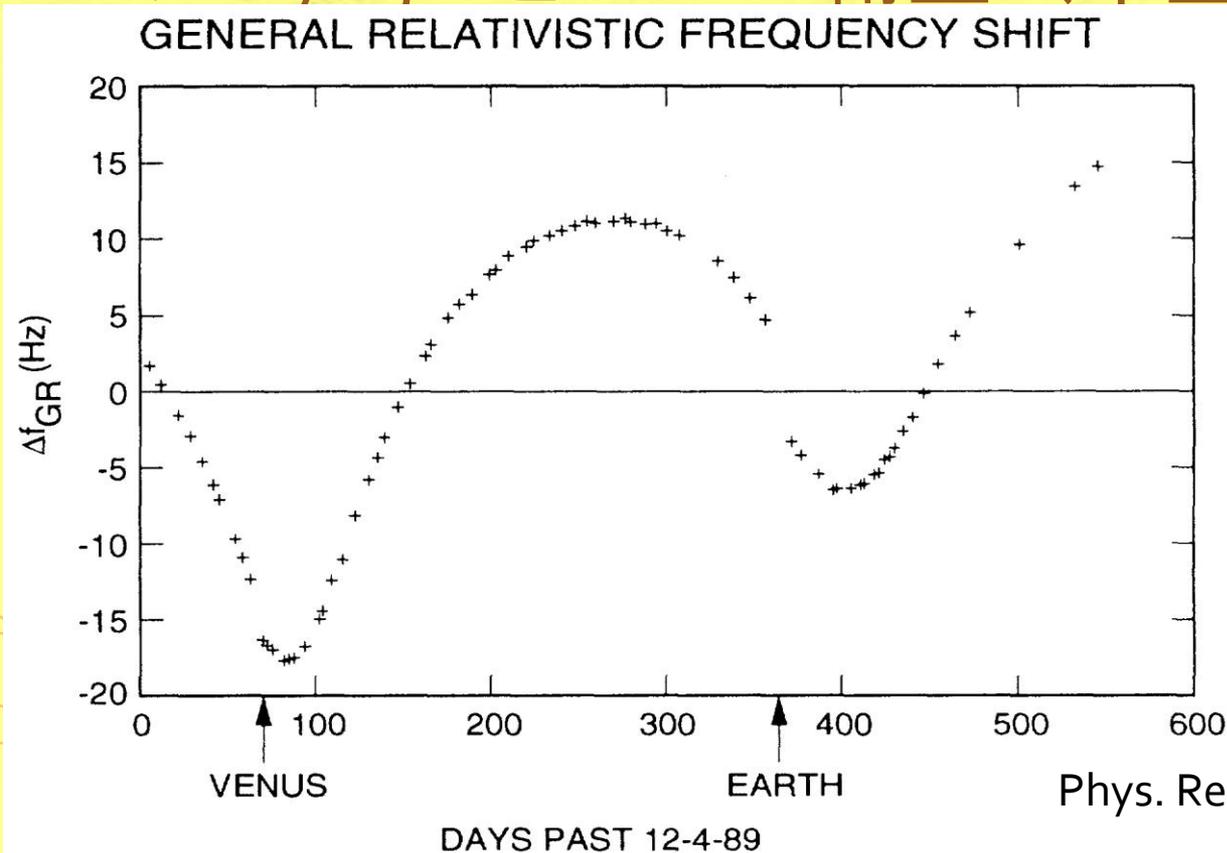
Mossbauer効果で
最終的には1%の精度で
検証。

Phys. Rev. Lett. 3,
439 (1959)



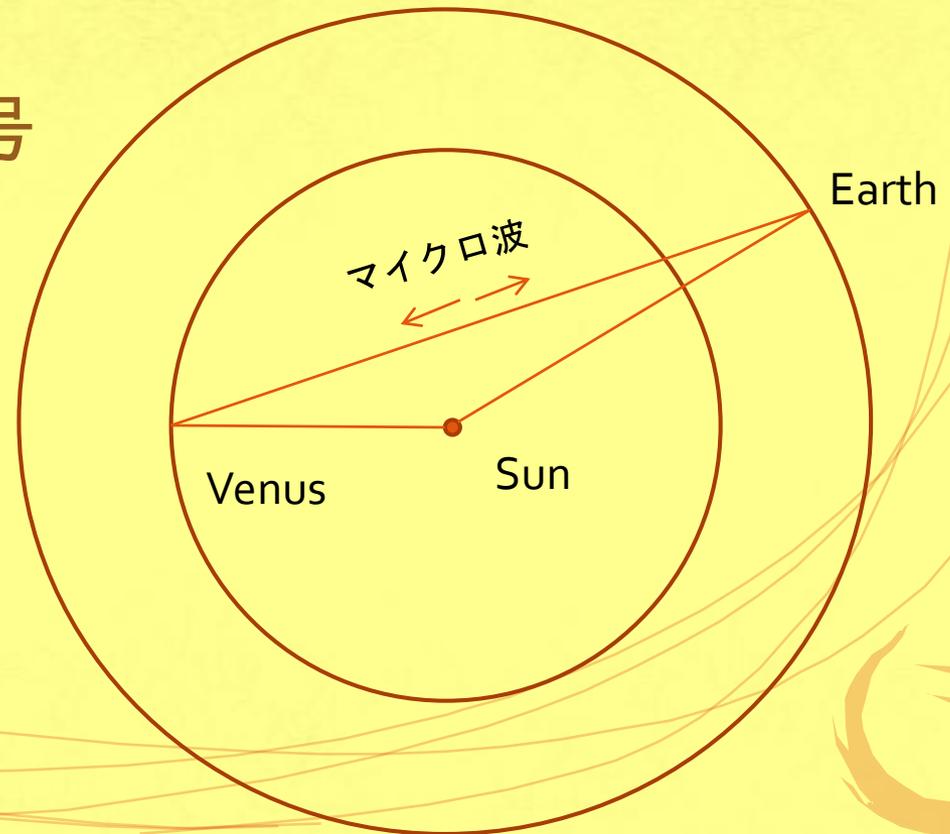
ガリレオ衛星を用いた赤方偏移実験

- 地球重力でのテスト：Gravity Probe A 水素レーザー搭載、1980
- 惑星間空間でのテスト：超安定水晶振動子、2つのVoyagerとGalileo衛星（木星）、1989



シャピロ遅延1

- 金星や水星からのレーダーエコーの遅れ
 - I.I.Shapiro, Phys. Rev. 141, 1219 (1966)
- 火星探査衛星搭載のトランスポンダー利用
 - Mariner 6号、7号



シャピロ遅延2

- Cassini衛星による計測

- 衛星と地球の位置を太陽中心座標で r_1 、 r_2 とし、レーダー波の衝突パラメーターを b とすると遅れ時間は

$$\Delta t = 2(1+\gamma)GM_{\odot}/c^3 \ln(4r_1 r_2 / b^2) \sim 74 \mu\text{s}$$

$$|\gamma-1| < 2.3 \times 10^{-5}$$

B. Bertotti and P. Tortora, Nature 425, 274 (2003)

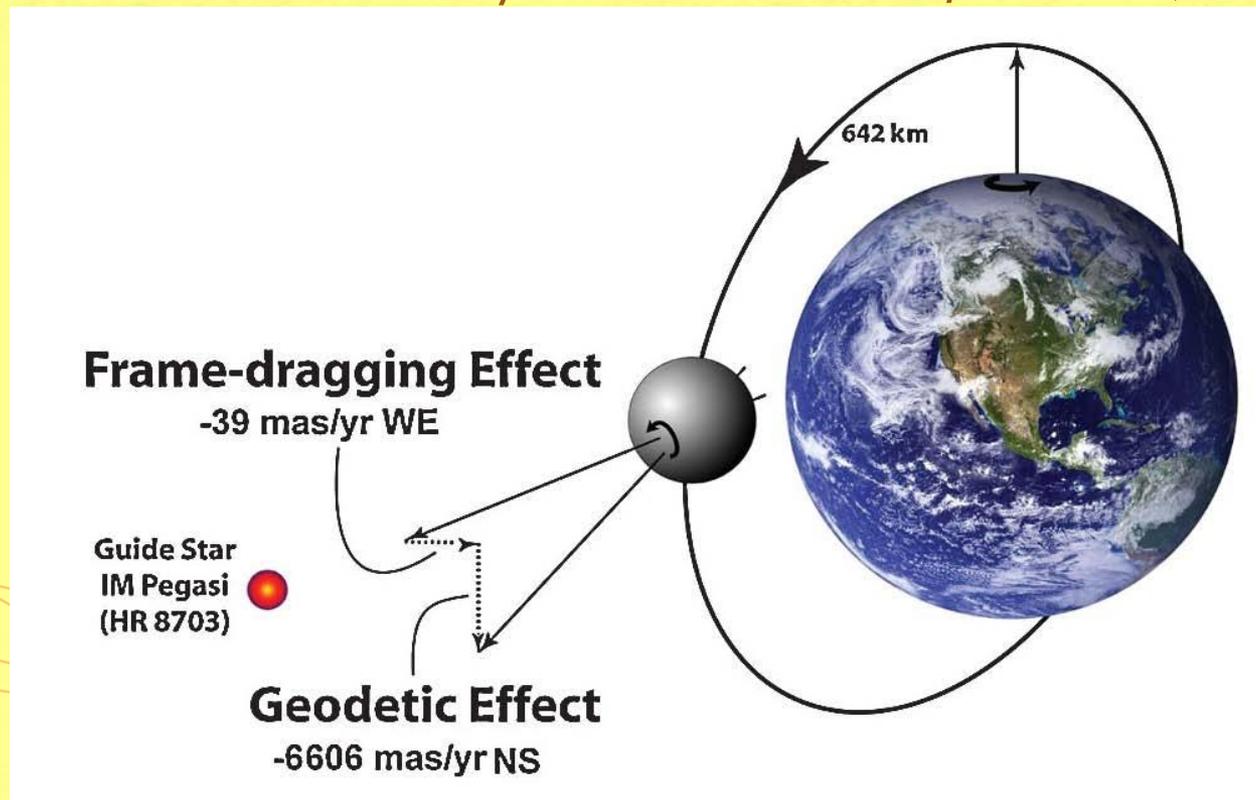


慣性系引きずり効果

● Gravity Probe B

- 回転する質量は運動電荷や磁気双極子の電磁場と同様、重力場に影響を与える
- 多額の費用を要した困難なプロジェクトの一つ

CWF Everitt et al. Phys. Rev. Lett. 106, 221101(2011)



水星の近日点の移動

- ニュートンの法則では惑星の楕円軌道の長軸は空間に固定されて移動しない
- 水星の近日点は100年あたり5600秒の移動があり、一般歳差によるもの89%、他の惑星の影響10%で99%は説明できていたが、残りの43秒は不明だった
- 一般相対性理論では
 - $\delta\phi = 6\pi M_{\odot}/a(1-e^2)$
だけ移動する。これは100年あたり43秒。



連星パルサーを用いた検証

天の川銀河にある主な連星パルサー

文献	P_s (ms)	P_b (hr)	e	τ_{life} (Gyr)	
B1913+16	59.03	7.75	0.62	0.37	1
B1534+12	37.40	10.10	0.27	2.93	2
J0737-3039A	22.70	2.45	0.088	0.23	3
J1756-2251	28.46	7.67	0.18	2.03	4
J1906+0746	144.14	3.98	0.085	0.082	5
J2127+11C	32.76	8.04	0.68	0.32	6

1. J. M. Weisberg *et al.*, *Astrophys. J.* **722**, 1030 (2010)、 2. E. Fonseca *et al.*, *Astrophys. J.* **787**, 82(2014)、 3. M. Kramers *et al.* *Science* **314**, 97 (2006)、 4. R. D. Ferdman *et al.*, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **443**, 2183 (2014)、 5. J. van Leeuwen *et al.*, arXiv:1411.1518v1[astro-ph.SR] (2014)、 6. S. B. Anderson *et al.*, *Nature* **346**, 42 (1992)

電波天文学の進展

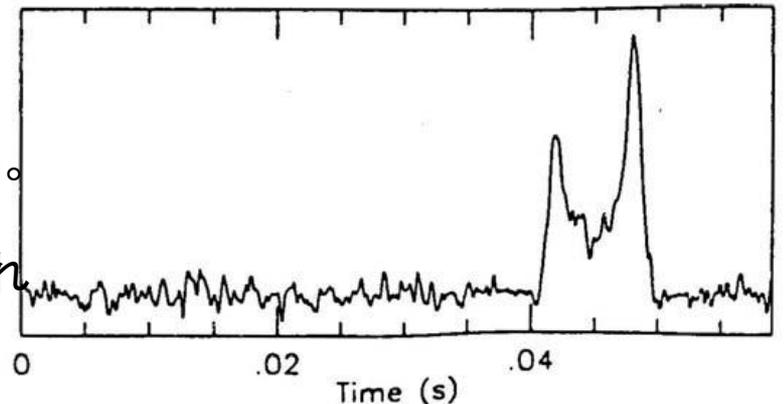
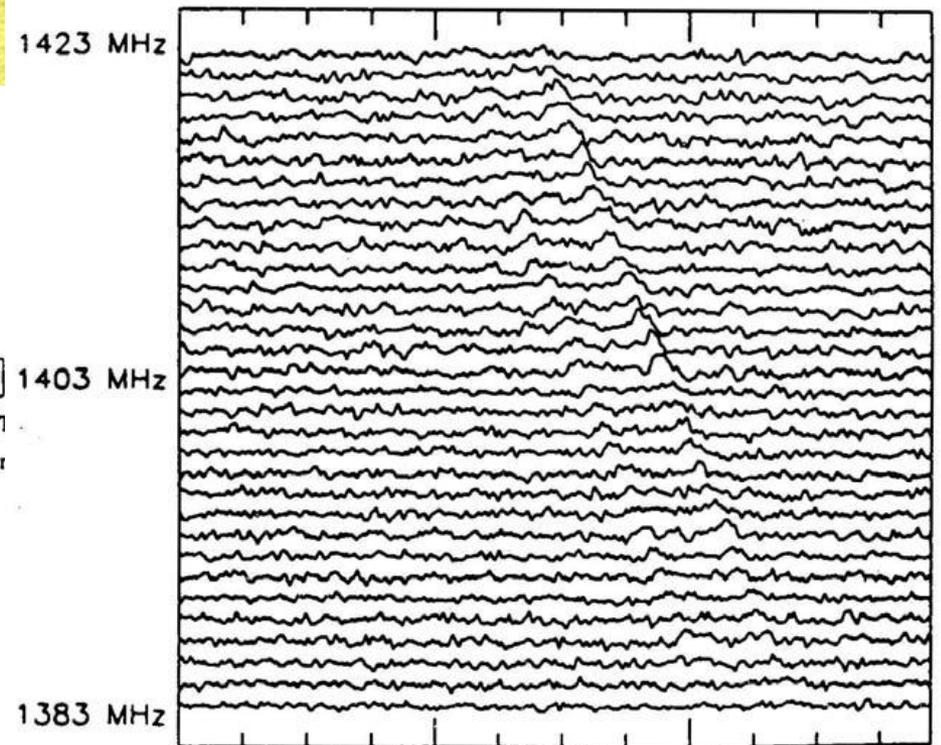
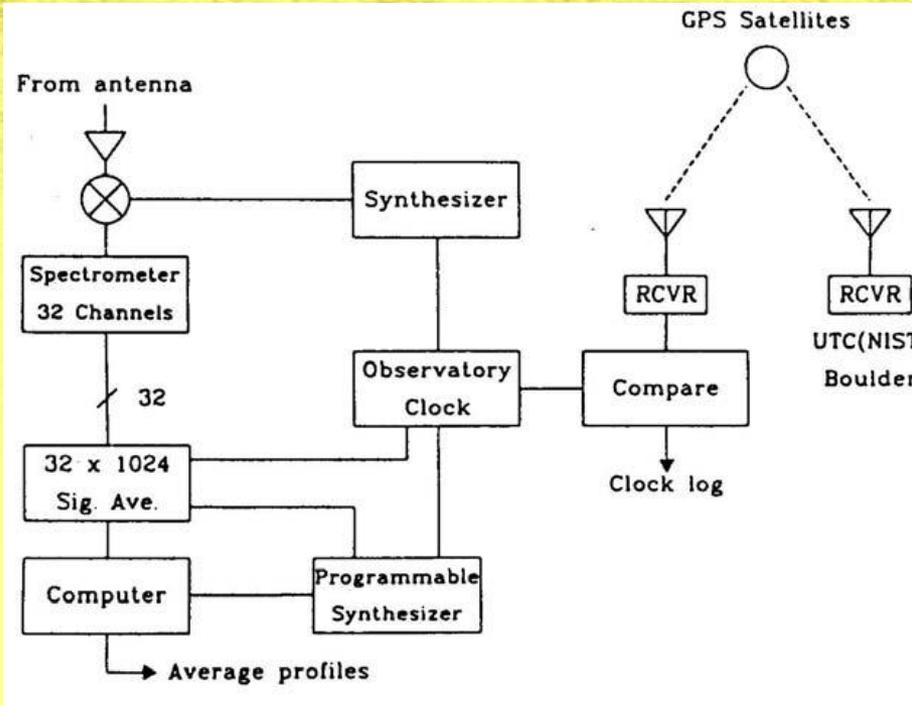


プエルトリコ、アレシボ電波天文台、305mの電波望遠鏡



パルサーの観測(1)

Weisberg & Taylor



電波周波数は430MHz, 1410MHzであり、分解能が1974年当時の5ミリ秒から1988年の125マイクロ秒にまで向上した。現在はさらに良い。1秒ごとにpulsarと地球の運動に基づくドップラーシフトを補正するように参照信号の周期が変更され、右図のような信号波形を数分に1回の割合での積分で求める。

パルサーの観測(2)

- TOAをpulsarの固有座標に変換することでpulsarの位置、軌道、スピンなどが得られる
- Pulsarの回転位相は $\phi(T) = \nu T + \dot{\nu} T^2/2$ ϕ は回転数、 ν は回転速度

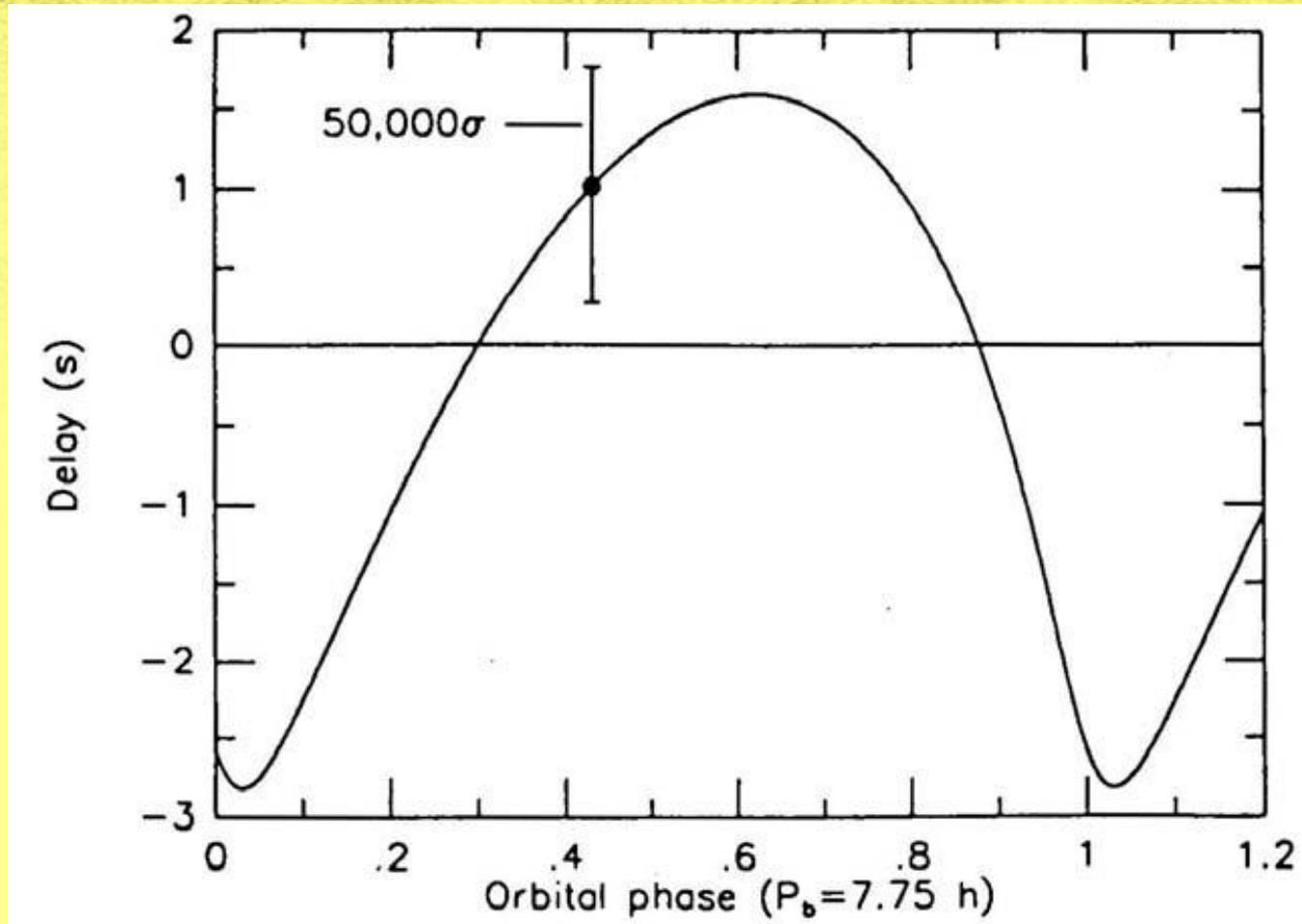
$$\begin{aligned} T = & t_{\text{obs}} - t_0 + \Delta_C - D/f^2 + \Delta_{R\odot}(\alpha, \delta, \mu_\alpha, \mu_\delta, \pi) \\ & + \Delta_{E\odot} - \Delta_{S\odot}(\alpha, \delta) \\ & - \Delta_R(\mathbf{x}, \mathbf{e}, P_b, T_0, \omega, \dot{\omega}, \dot{P}_b) - \Delta_E(\gamma) - \Delta_S(\tau, s) \end{aligned}$$

TOAは相対論的時空のeventなので4元ベクトルとして変換される必要がある。

太陽系座標での到着時間、

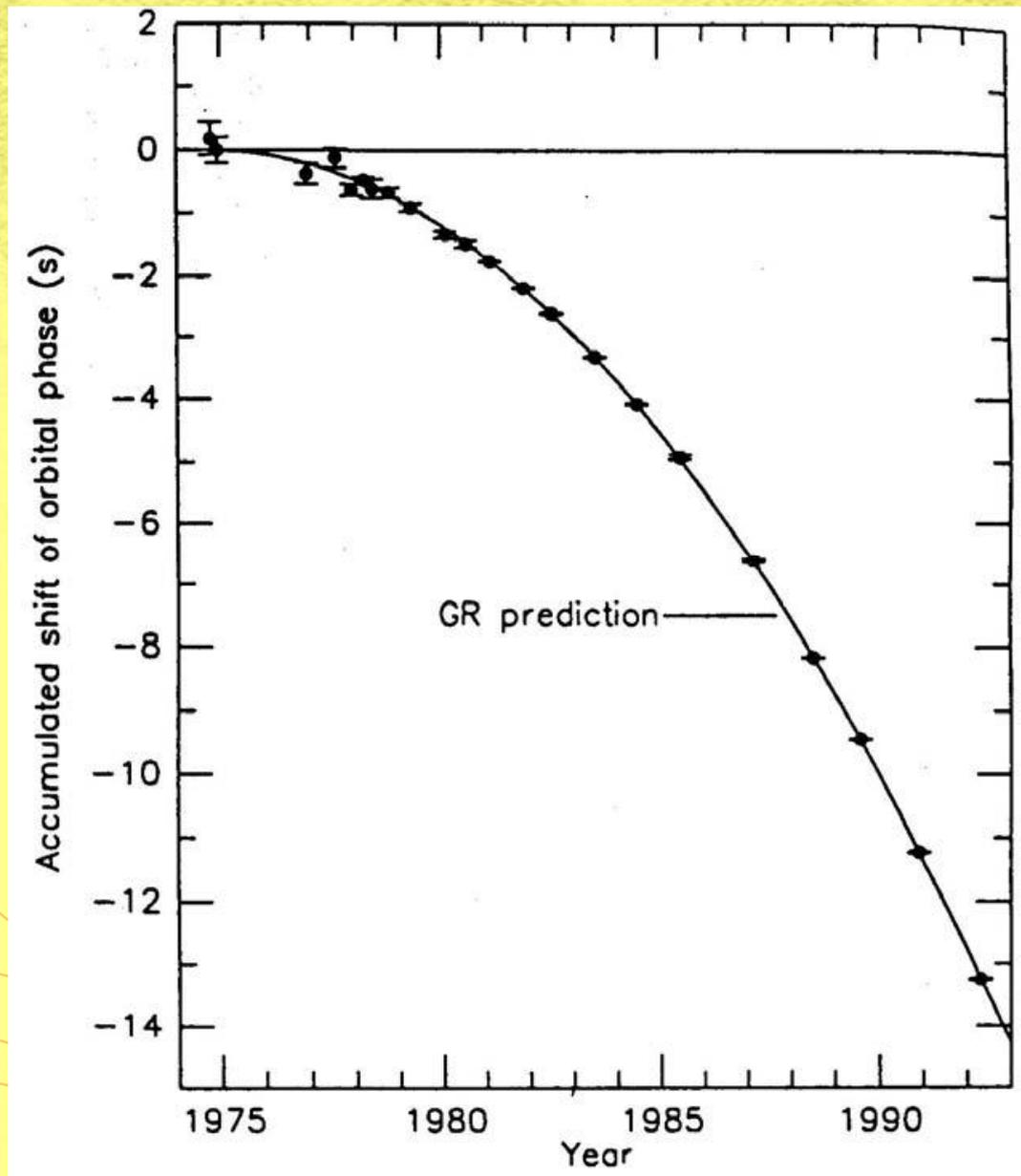
パルサーの観測(3)

Weisberg & Taylor



PSR1913+16のパルス到着時間のbinary system内での遅れ項合計の変化、1988年のデータ。5分積分計測値は図示した誤差棒の5万分の1。太陽系では150マイクロ秒程度であるがここでは2秒にもなる。

パルサーの観測(4)



PSR1913+16の近星点の一定周期を仮定した近星点の位置からの時間遅れを示す。GR predictionは重力波放出を仮定したエネルギー損失によるものを示す。

また、軌道のずれは15年間で60度に及び、水星の近日点移動の100年で43秒と比較すると極めて重力の効果が大きいことが分かる。

強い重力場での検証

- PSR1913+16の近星点移動は1年あたり4度
- J0737-3039の場合は、1年あたり16.9度
- 連星の地上への向きによりシャピロ遅延が大きく現れて来る。
- 重力波放出による公転軌道の縮小観測から相対論の検証が可能
- ニュートン重力定数の時間変化を追う観測



重力波による検証

- ブラックホール誕生のような強い重力のもとで発生する重力波の観測による検証
- 連星パルサーの場合、質量4重極子展開による近似の段階から合体に至るまで時系列で検証可能
- 地上での観測 aLIGO, adVirgo, GEOHF, KAGRA
- 宇宙での観測 eLISA, DECIGO, BBO, . . .
- パルサーでの観測 PTA, . . .



新たな検証実験の例

- Shwarzshild時空の動径方向に進む光の速さは $c(1-r_g/r)$
- 一方、周方向に進む光の速さはその距離が天体の半径に比べて無視できるくらい小さい時、 $c(1-r_g/r)^{1/2} \sim c(1-r_g/2r)$
- 地球の重力場では垂直方向と水平方向に2つの腕をもつマイケルソン干渉計を用いると速度差に応じた干渉フリンジの計測ができるはずである。

マイケルソン干渉計による検証 1

- 地表に設置した腕の長さLのマイケルソン干渉計で水平方向と垂直方向に進む光の速さの違いによる位相差は $2L/\lambda \cdot r_g/2r_\oplus \sim 0.3$ (地表、 $L=10\text{m}$, $\lambda=0.5\mu\text{m}$)
- 通常の精密実験のレベルで十分検出できる大きさである。
- しかしながら、腕の長さが同じである保証はなく、2つの腕に直交する軸の周りにゆっくり回転させて変調法を適用したとしても、重力による干渉計枠組みの変形のために変化する量の方が大きい。
- 特別に工夫が必要である。

マイケルソン干渉計による検証2

- それなら、地球重力場でなく、太陽重力場の中でのSchwarzschild時空の検証に適用することを考える。
- 19世紀末にMichelson-Morelyが行った実験では、干渉計の腕の方向が地球自転の方向に合わせた東西方向であったが、太陽との関係で見れば、太陽からの動径方向に近づいたり離れたたりしている。



マイケルソンーモーレイの実験

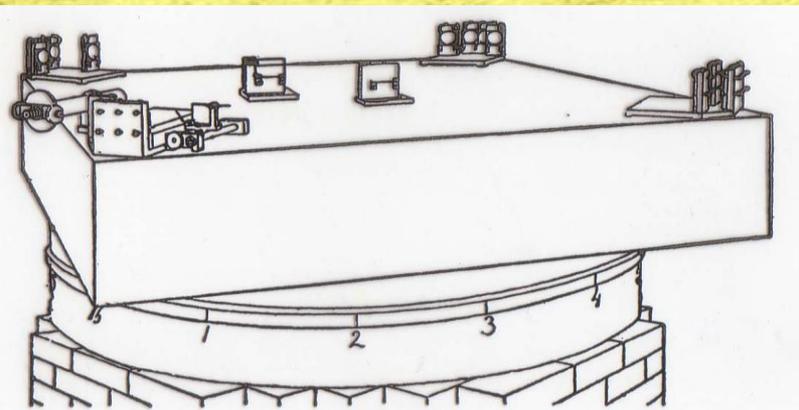
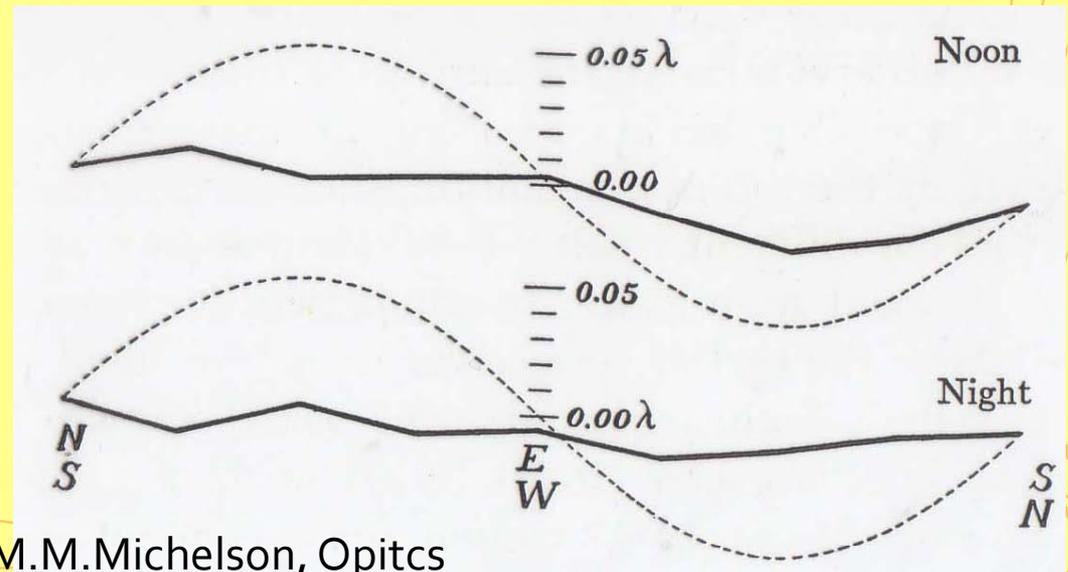
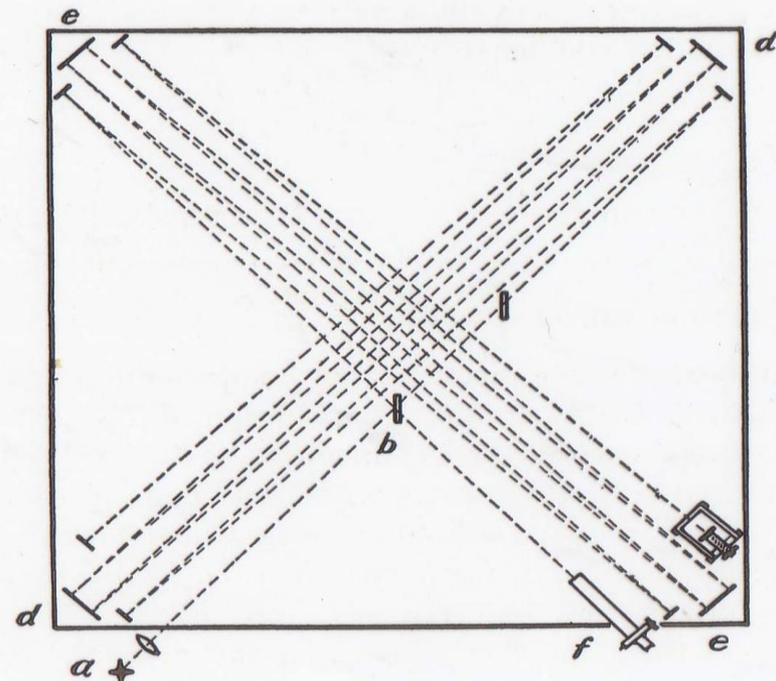


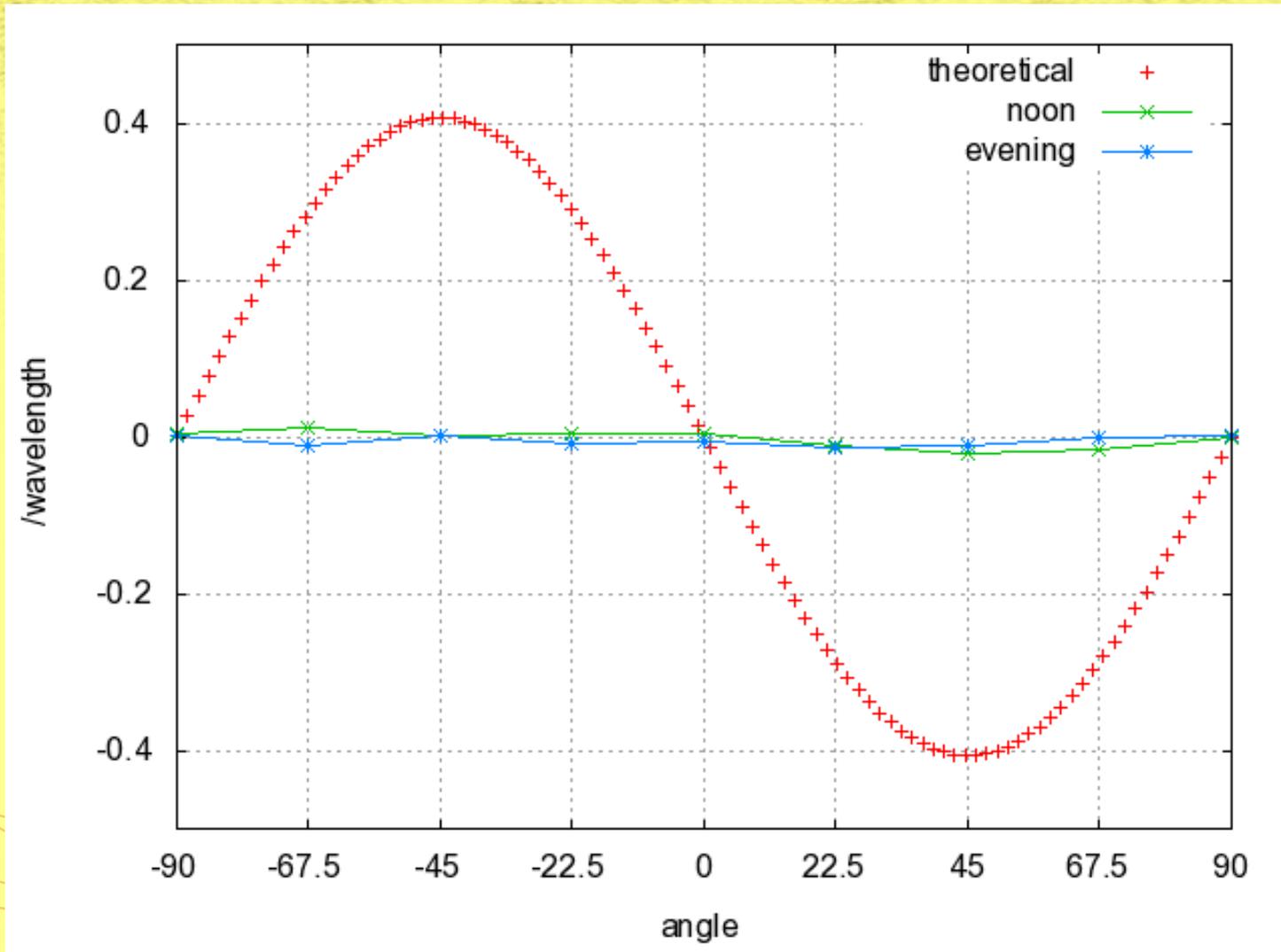
FIG. 85

米国クリーブランドで実験が行われた。振動による影響を避けるために水銀のプールに定盤を浮かべて向きを変更。
 基線長は11mナトリウムD線のランプを使用。より近代的な実験はA. Brilliet & J. Hall, PRL 42, 549 (1979)



M.M. Michelson, Optics

Michelson-Morely実験の結果を Schwarzschild時空に応用



マイケルソン干渉計による検証3

- 渡辺君の修士論文ではこの効果を取り入れた速度差を見積もり、実験結果と比べてSchwarzschild時空の異方性による速度差が検出できなかったという結論であった。
- このことは、地球上では太陽重力が慣性力により打ち消されてSchwarzschild時空の異方性はないということになる。Einsteinの等価原理の結果とも合致する。
- 同じように、地球を回る人工衛星の中では地球の重力ポテンシャルは遠心力に打ち消されてSchwarzschild時空の異方性は観測できない。

GPS衛星の時計の進み

- Neil Ashby先生によるとGPS衛星の時計は地球の重力ポテンシャルの影響を受ける。
 - Living Rev. Relativity, 6, (2003), 1
 - <http://www.livingreviews.org/lrr-2003-1>
- しかし、これはこれまで見て来たように間違いである。人工衛星は地球の重力場の中を自由落下しており、地球の重力の影響は一義的に受けない。
- しかしながら、実験的にこれを確かめたものはない。人工衛星では特殊相対性理論による速度の効果と重力ポテンシャルとの効果を区別できないため、検証は困難。

重力ポテンシャルでの時計

- 時計のどのような物理が重力ポテンシャルの影響を受けるのか？
- 決まった距離を走る光パルスの往復時間を刻み幅とする時計を考える。
- 水平方向にパルス光を発する発信器とLの位置に反射板を置き、反射パルスを受ける受信器を発信器と対称の位置にセットする。鏡と発信器/受信器を支える枠組みは重力により変形する可能性があるが、変形により時間刻みに影響は与えないとする。
- 地球中心からrの高さにおける一刻みの時間は $2L/c \cdot (1+r_g/2r_\oplus)$
- これは無限遠に置かれた時計の刻み幅に比べて $L/c \cdot r_g/r_\oplus \sim 10^{-16} s$ だけ大きい（ゆっくり進む）。
- この器械を自由落下させる。一刻みの幅は無限遠に置かれた時計と同じになるはずである。Lを折り返して大きくとることでその違いを実験的に計測できる。

最後に

- 重力波検出技術の先端化により応用できる実験の精度が飛躍的に上がっている
- 太陽重力場の検証実験でもより精密な実験により新たな地平が開ける可能性がある
- 連星パルサー観測技術の発展により、これまで以上に各種理論の選別が進むと期待される
- ???