

# 次世代チェレンコフ望遠鏡の考察

東京大学大学院  
理学系研究科物理学専攻  
学籍番号 46125

湯川 洋平

2006年1月6日

## 概要

TeV $\gamma$  線天文学は、解像型大気チェレンコフ望遠鏡によってここ 20 年の間に飛躍的に発展を遂げた。さらに、口径 10m 級望遠鏡によるステレオ観測というスタイルの確立によって、第二世代型を迎えたチェレンコフ望遠鏡が南北両半球でそれぞれ 2 グループ、計 4ヶ所での本格的に運用が開始されたこれからは、TeV $\gamma$  線天文学にとって新たな収穫期となるものと期待されている。

一方 10GeV $\sim$ 100GeV に依然として残る Unopened Window を解消すべく、今後更に大気チェレンコフ望遠鏡で一桁低い低エネルギー閾値を目指すためには、口径 30m クラスの大型望遠鏡が必要となると考えられる。口径 30m 級の望遠鏡は光学望遠鏡でもまだ実現例を見ないものの、光学分野でも次期大型望遠鏡計画として同じく 30m 以上が検討されていることは興味深い。チェレンコフ望遠鏡の観測原理は他の光学望遠鏡とは幾分異なる光学性能を要求するため単純には比較できないもので、次期チェレンコフ望遠鏡として 30m クラスの大口径のものを独自に検討する必要がある。

現在のチェレンコフ望遠鏡は直焦点型が主流であるが、この理由について光学特性の視点からまとめるとともに、今後の大型化をにらんで光軸方向のサイズを現状よりも抑える光学系として複数回反射型チェレンコフ望遠鏡について解析的方法及びレイトレースシミュレーションを用いて検討を行った。具体的には、クラシカルカセグレンと Ritchy-Chrétien 型カセグレンと呼ばれるタイプの光学系について、大気チェレンコフ望遠鏡として必要な設計について追求した。

その結果、可能な光学設計のパラメータ範囲を決定することができた。また、副鏡の影などにより集光効率が低下することを補えるよう、構造のコンパクト化によるコストの低減が出来れば、採用しうることが分かった。特に Ritchy-Chrétien 型カセグレン望遠鏡を用いることで 1 $^\circ$  入射光に対して像サイズを RMS0.05 以下に保ったまま、従来の回転放物面型に比べて光軸方向のサイズを最大で  $\frac{1}{6}$  程度までの長さに抑えられることが分かった。

# Contents

<b>1</b>	<b>序論</b>	<b>2</b>
1.1	宇宙線	2
1.1.1	$\gamma$ 線観測の意義	3
1.1.2	$\gamma$ 線の波長による分類	4
1.2	$\gamma$ 線地上観測	4
<b>2</b>	<b>大気チェレンコフ実験</b>	<b>6</b>
2.1	空気シャワー現象	6
2.1.1	電磁カスケード	6
2.1.2	核カスケード	10
2.1.3	空気シャワー観測	11
2.2	媒質中でのチェレンコフ放射	11
2.3	解像型チェレンコフ望遠鏡	14
2.3.1	IACTsに求められる光学性能	15
2.3.2	$\gamma$ 線検出原理	16
2.4	IACTsの現在と未来	20
2.4.1	世界のIACTs	20
<b>3</b>	<b>光学系デザイン</b>	<b>23</b>
3.1	用語の定義	23
3.1.1	理想像と近軸光線	23
3.1.2	絞り	24
3.1.3	光線収差	24
3.1.4	像の広がり	25
3.2	チェレンコフ望遠鏡大口径化への準備	27
3.2.1	反射系と屈折系	27
3.2.2	望遠鏡F値と望遠鏡サイズ	28
3.2.3	複合鏡構造	28
3.3	直焦点型チェレンコフ望遠鏡	29
3.3.1	回転放物面型	29
3.3.2	Davies-Cotton型望遠鏡	30
3.4	複数反射型チェレンコフ望遠鏡	31
3.4.1	カセグレン光学系	32

4	チェレンコフ望遠鏡 要求光学性能の解析的評価	36
4.1	直焦点型光学系の収差解析	36
4.1.1	円錐曲線回転体の収差	36
4.1.2	Davies-Cotton 型の収差	39
4.2	カセグレン型望遠鏡の収差解析	42
4.2.1	クラシカルカセグレン型の収差	42
4.2.2	Ritchy-Chrétien 型の収差	43
5	IACTs 光学性能の数値シミュレーション	44
5.1	レイトレースシミュレーションの開発	44
5.1.1	小型鏡による複合鏡構造への対応	44
5.1.2	鏡のぼけの効果	45
5.2	要求光学性能	45
5.2.1	要求スポットサイズ	45
5.2.2	要求視野	46
5.2.3	要求時間分解能	46
5.3	カセグレン型の副鏡位置とスポットサイズの関係	46
5.3.1	副鏡口径及び遮光比	47
5.3.2	主鏡副鏡間の距離	48
5.3.3	副鏡の慣性モーメントの評価	48
5.3.4	スポットサイズの要求が満たされる領域	49
5.4	Ritchy-Chrétien( $F_{prim}, t) = (0.25, 0.2)$ の光学性能評価	51
5.4.1	ミラー形状	51
5.4.2	像サイズと光量の角度依存性	51
6	ディスカッション	53
6.0.3	副鏡位置の最適化について	53
6.0.4	複合鏡併用時のスポットサイズ	53
6.0.5	カセグレン型望遠鏡のコスト削減目標	53
6.0.6	カセグレン型望遠鏡のカメラ位置について	54
7	結論と今後の課題	56
7.1	チェレンコフ望遠鏡の幾何光学的評価	56
7.2	一枚鏡からなるカセグレン型望遠鏡による光軸方向のコンパクト化に関する考察	56
7.3	カセグレン光学系によるコストダウンの可能性	56
7.4	今後の課題	57
8	謝辞	58
A	収差に関しての具体的な計算	60
A.1	収差関数の導出	60
A.1.1	ザイデルの 5 収差	60

---

A.1.2 波面収差 . . . . .	62
<b>Bibliography</b>	<b>66</b>

# List of Figures

1.1	宇宙線エネルギースペクトル	3
1.2	親粒子の加速機構と $\gamma$ 線スペクトルの違い	4
1.3	SubTeV~TeV 領域の検出感度とカニ星雲のスペクトル	5
2.1	窒素中の光子の散乱断面積	7
2.2	銅中での電子の臨界エネルギー	8
2.3	電子の臨界エネルギーと原子番号の関係	9
2.4	縦方向のシャワー発達の様子	9
2.5	ハドロンによる空気シャワー模式図	10
2.6	1TeV $\gamma$ 線のチェレンコフイメージ	12
2.7	100GeV $\gamma$ 線のチェレンコフイメージ	12
2.8	3TeV陽子のチェレンコフイメージ	13
2.9	300GeV陽子のチェレンコフイメージ	13
2.10	チェレンコフ光到達時間分布の一次宇宙線種による違い	14
2.11	フォーカス距離を変えたときのシャワーイメージの変化 (1TeV)	17
2.12	フォーカス距離を変えたときのシャワーイメージの変化 (100GeV)	18
2.13	イメージパラメータ	19
2.14	ステレオ再構築の原理	20
2.15	SubTeV~TeV 領域の検出感度とカニ星雲のスペクトル (再掲)	21
3.1	入射瞳と出射瞳	24
3.2	光線収差の模式図	25
3.3	Chinese Future Giant Telescope のセグメントミラー構造	30
3.4	回転放物面型と Davies-Cotton 型の望遠鏡形状の比較	31
3.5	カセグレン光学系のパラメータ定義	33
3.6	クラシカルカセグレン型カセグレンと、同じ口径・合成焦点距離の Ritchy-Chrétien 型の曲面形状の比較	34
3.7	カセグレン型望遠鏡の副鏡サイズの決め方	35
4.1	Davies-Cotton 型の 3 次収差と 5 次収差の違い (1)	41
4.2	Davies-Cotton 型の 3 次収差と 5 次収差の違い (2)	41
5.1	カメラを望遠鏡中心に固定したときのカセグレン型望遠鏡の自由度 $F_{prim}, t$	47

---

5.2	カセグレン望遠鏡で副鏡サイズよりもカメラサイズの方が大きくなる領域 . . . . .	48
5.3	カセグレン型望遠鏡のスポットサイズの要求を満たす領域 . . . . .	49
5.4	カセグレン型望遠鏡のスポットサイズ分布 . . . . .	50
5.5	$(F_{prim}, t) = (0.25, 0.2)$ の Ritchy-Chrétien 型と, F/1.2 の回転放物面型のサイズ比較 . . . . .	51
5.6	$(F_{prim}, t) = (0.25, 0.2)$ の Ritchy-Chrétien 型と回転放物面型のスポットサイズ・取得光量の入射角依存性 . . . . .	52
6.1	スポットサイズの要求を満たす領域 . . . . .	54
6.2	カメラを遠くに配置したカセグレン系 . . . . .	55
A.1	光線収差の模式図 (再掲) . . . . .	61
A.2	波面収差の概念図 . . . . .	63
A.3	波面収差と光線収差の関係 . . . . .	64

# List of Tables

1.1	$\gamma$ 線天文学の名称と検出器 . . . . .	4
2.1	世界の IACTs と次世代望遠鏡計画 . . . . .	20
3.1	チェレンコフ望遠鏡と光学望遠鏡の主鏡 F 値の比較 . . . . .	29
4.1	Conic 係数と曲面形状の対応 . . . . .	37



# Chapter 1

## 序論

### 1.1 宇宙線

宇宙線による宇宙観測の始まりは宇宙線そのものの発見であった。1910年代初めにヴィクトル・ヘスは気球観測によって宇宙から高エネルギーの粒子が飛来していることを発見した（1936年ノーベル物理学賞）。それから約100年の間に、宇宙観測は電波観測（ $\sim 10^{-6}eV$ ）から最高エネルギー宇宙線（ $> 10^{20}eV$ ）とその波長域を大幅に拡大している。ライルによる電波天文学における先駆的研究（1974年ノーベル物理学賞）、ヒューイッシュによるパルサーの発見（1974年ノーベル物理学賞）、ペンジアスとウィルソンによる宇宙マイクロ波背景放射の発見（1978年ノーベル物理学賞）、ジャコーニによる宇宙X線源の発見を導いた天体物理学への先駆的貢献（2003年ノーベル物理学賞）など、様々な波長域での観測を組み合わせることで、新しい宇宙の姿が明らかになってきている。宇宙線天文学は中でも宇宙の高エネルギー事象の解明に大きく貢献してきた。

大型の粒子加速器が存在しなかった時代は、高エネルギー宇宙線が引き起こす空気シャワー現象はまさに天然の高エネルギー粒子源として注目された。実際、気球観測によって空気シャワーから生成された $\pi$ 中間子を見つけたセシル・パウエルは、これにより1950年のノーベル物理学賞を受賞している。技術的な発展と共に素粒子物理学はその軸足を地上粒子加速器に移していったが、2007年に完成予定の大型コライダーLHCによる陽子陽子衝突実験で達成される14TeVを超える宇宙線が、少なくとも $10^{19}eV$ 付近までは幕方のエネルギーフラックスで宇宙のどこからか飛来していることが分かっている（図1.1）。

このような超高エネルギー粒子を人類はまだ作ることはできないが、観測可能な宇宙線のエネルギー領域はそれでも徐々に広がっている。超高エネルギー宇宙線の存在は熱的輻射で説明するにはあまりにもエネルギーが高すぎるため、宇宙のどこかでは非常に強力な加速メカニズムが存在すると考えられている。これらの宇宙線の起源がどこにあり、どのような方法で加速が行われているのか、エネルギー収支がどうなっているのかという謎の解明に向け、様々な観測が行われている。

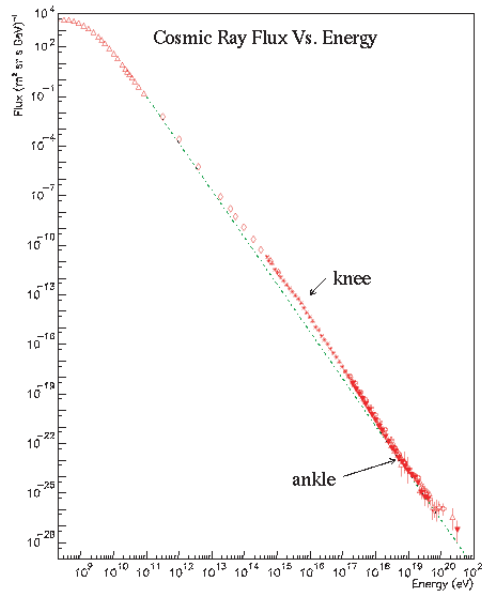


Figure 1.1: 宇宙線のエネルギーフラックス．横軸はエネルギー．縦軸は微分エネルギーフラックス．

### 1.1.1 $\gamma$ 線観測の意義

$\gamma$  線は星間磁場によって進行方向を曲げられることがないため，天体  $\gamma$  線観測によって宇宙線が加速する現場を直接おさえることができる．我々の銀河系内にもいくつかの TeV  $\gamma$  線天体が存在することが分かっており，詳細なエネルギースペクトルの測定と高分解能なイメージングによって天体における粒子加速機構の解明に繋がるものと期待される．また銀河系外背景放射 (Extragalactic Background Light; EBL) との光子光子衝突のため，これまで銀河系外からの TeV  $\gamma$  線は減衰していると予想され，銀河系外天体の観測は近傍に限られ，その数は少ないと思われてきた．しかし，Mkn 421, PKS 2155 など，2003 年で 7 つ知られていた TeV  $\gamma$  線を放射する活動銀河核の数は 2005 年には 11 に増え，さらに増加が予想されている<sup>1</sup>．今後銀河における高エネルギー物理現象を知るための強力な武器となるとともに，EBL の間接観測により宇宙論に制限を加えられる可能性も期待されている．現在までにパルサー星雲，超新星残骸，活動銀河核，銀河中心などから TeV  $\gamma$  線が観測されている．

$\gamma$  線の生成過程として，高エネルギー電子による光子の逆コンプトン散乱，高エネルギー陽子と物質から核反応で生成される  $\pi^0$  の崩壊などが考えられている．いずれの場合も  $\gamma$  線のエネルギースペクトルは加速機構解明の重要な鍵を握る．

<sup>1</sup>現在知られている最も遠い TeV  $\gamma$  線天体は，confirmation はまだであるが，H.E.S.S. 望遠鏡による 1ES 1101-232(赤方偏移  $z=0.186$ ) の観測がある [1]．

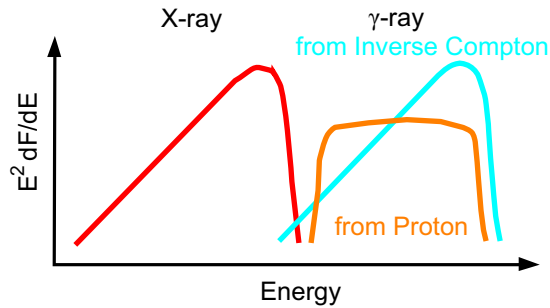


Figure 1.2: 親粒子とその加速機構の違いが  $\gamma$  線スペクトルに反映されると考えられる。また親粒子が他波長でも観測される場合は、加速機構の強い観測的証拠となる。

Table 1.1:  $\gamma$  線天文学の名称と検出器

エネルギー領域	名称	検出方法
10MeV-30MeV	medium	直接 (コンプトン検出器)
30MeV-30GeV	high (HE)	直接 (トラッキング検出器)
30GeV-30TeV	very high (VHE)	間接 (空気シャワー光学観測)
30TeV-30PeV	ultrahigh (UHE)	間接 (空気シャワー観測)
30PeV 以上	extremely high(EHE)	間接 (空気シャワー観測)

### 1.1.2 $\gamma$ 線の波長による分類

表 1.1 に MeV 以上の  $\gamma$  線を区別するときによく使われる名称とその検出器をまとめた。本論文では、この中の VHE $\gamma$  線による宇宙線観測について扱っていく。

## 1.2 $\gamma$ 線地上観測

図 1.1 のように冪型のスペクトルと 100% の検出効率を持つ検出器の存在を仮定した場合、1GeV 領域を観測する検出器と同じイベント数を 1TeV 領域で得るには、約  $10^7$  倍の有効検出面積が必要となり、高エネルギー側では、また、エネルギーの増大と共に光子のエネルギーを完全に吸収するための装置は大型化してしまう。これら 2 つの要因により、あるエネルギー領域から上の高エネルギー宇宙線は直接観測するよりも地球大気との相互作用を利用して地上から間接的に観測する方法が主流となっている。地上観測では空気シャワー現象を利用するため検出面積を広げることが出来る。 $\gamma$  線については現在この境界は約 1GeV から 100GeV にあって、観測が行われていない Unopened Window となっている。図 (1.3) に示すように、このエネルギー領域については、今後数年以内に打ち上げられる予定の GLAST 衛星と、従来よりも低エネルギーの感度を向上させた解像型チェレンコフ望遠鏡 (Imaging Air Cherenkov Telescopes; IACTs) によってスペクトルの接

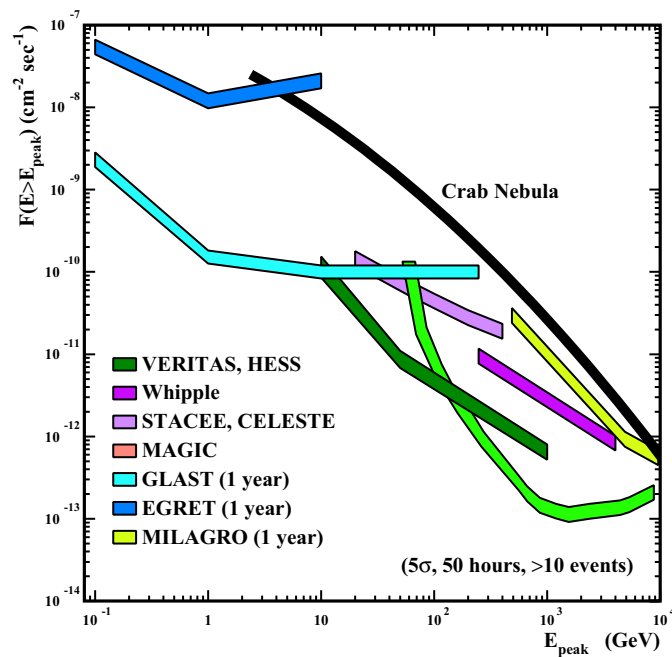


Figure 1.3: 横軸エネルギー，縦軸はあるエネルギー以上を積分したときのフラックス総量として，SubTeV~TeV領域の各検出器の検出感度とカニ星雲のフラックスをプロットしたもの [2]．衛星観測 (EGRET, GLAST) については一年間の合計である．地上観測と飛翔体観測の狭間にあたる 10GeV~100GeV の隙間を埋める努力がなされている．

続が行われると考えられている．

# Chapter 2

## 大気チェレンコフ実験

### 2.1 空気シャワー現象

宇宙から地球大気中へ入射した高エネルギーの $\gamma$ 線や電子・陽子は、大気中の原子核と相互作用を繰り返しながら粒子数を増大させる。この現象を空気シャワーと呼ぶ。空気シャワー中では粒子生成・崩壊や光子の放射・吸収などの複数の過程が複合的に起こり、一次線のエネルギーと運動量は多段階に分割・拡散されていく。宇宙線による空気シャワーは、相互作用の違いによって電子・光子から始まる電磁カスケードと、陽子(原子核)から始まる核カスケードに分けられる。 $10^{12}eV$ 以上の宇宙線観測では、空気シャワー現象を観測することで間接的に一次宇宙線の情報を得るという方法が主流である。

#### 2.1.1 電磁カスケード

高エネルギーの電子(陽電子)は物質中で次のような現象を起こす。

1. 原子の電離 (ionization)
2. 電磁散乱 (multiple Coulomb scattering)
3. 制動輻射 (Bremsstrahlung)

一方高エネルギーの光子( $\gamma$ 線)は物質中で次のような現象を起こす。

1. コンプトン散乱 (Compton scattering)
2.  $e^+e^-$  対生成 (pair production)

電子(陽電子)は制動輻射によって光子の数を増幅し、光子は $e^+e^-$ 対生成によって電子と陽電子に分裂する。高エネルギー電子または $\gamma$ 線はこのサイクルによってお互いの数を増やしながらかスケードシャワーを引き起こす。この現象は電磁相互作用によって引き起こされることから電磁カスケードと呼ばれている。

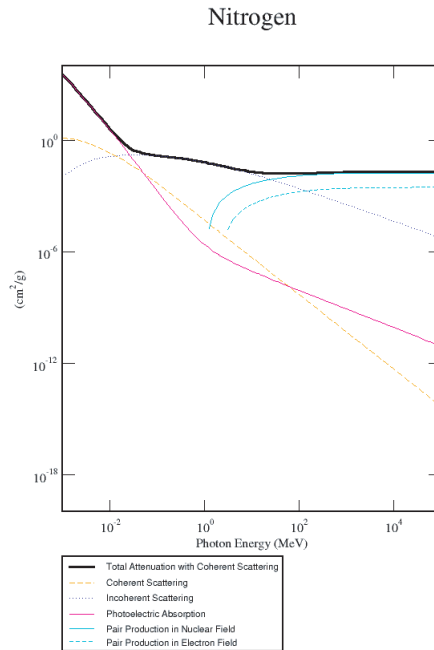


Figure 2.1: 窒素中の光子の散乱断面積 .

1keV 以下では光電吸収が, 1keV から数 10MeV まではコンプトン散乱が, それ以上では  $e^+e^-$  の対生成が優勢である . 他の原子や混合物についてのグラフも以下のサイトから得られる .

<http://physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/Text/XCOM.html>

図 2.1 に窒素中の光子の散乱断面積を示す . 光子のエネルギーが  $e^+e^-$  の静止エネルギーを超える約 1MeV 付近から対生成の断面積が増加してくることが分かる .



高エネルギー光子が対生成を起こすまでの平均自由行程の  $\frac{7}{9}$  は放射長 (Radiation Length) と呼ばれている .

また, 高エネルギー  $e^+e^-$  も大気原子核の磁場で散乱を受け, 制動輻射によって高エネルギー光子を放射する . 図 2.2 に示す臨界エネルギー以上の電子では, 制動輻射が主なエネルギー損失となる<sup>1</sup>. 大気中での電磁シャワーは, 生成された  $e^+e^-$  が臨界エネルギーを下回るまで発達を続けることとなる . 図 2.3 にさまざまな物質中での電子の臨界エネルギーを示す .

その後は電離損失が上回り, 粒子数は減少に転じる (図 2.4) .

<sup>1</sup>実際には 0.5TeV を越えるあたりから LPM 効果が徐々に現れてきて制動輻射と  $e^+e^-$  の断面積は減少し始める . さらに  $10^{18}$ eV を超えるような超高エネルギーでは地磁気との相互作用も現れ始めるため, 電磁カスケードの発達は複雑な振る舞いを示すようになる

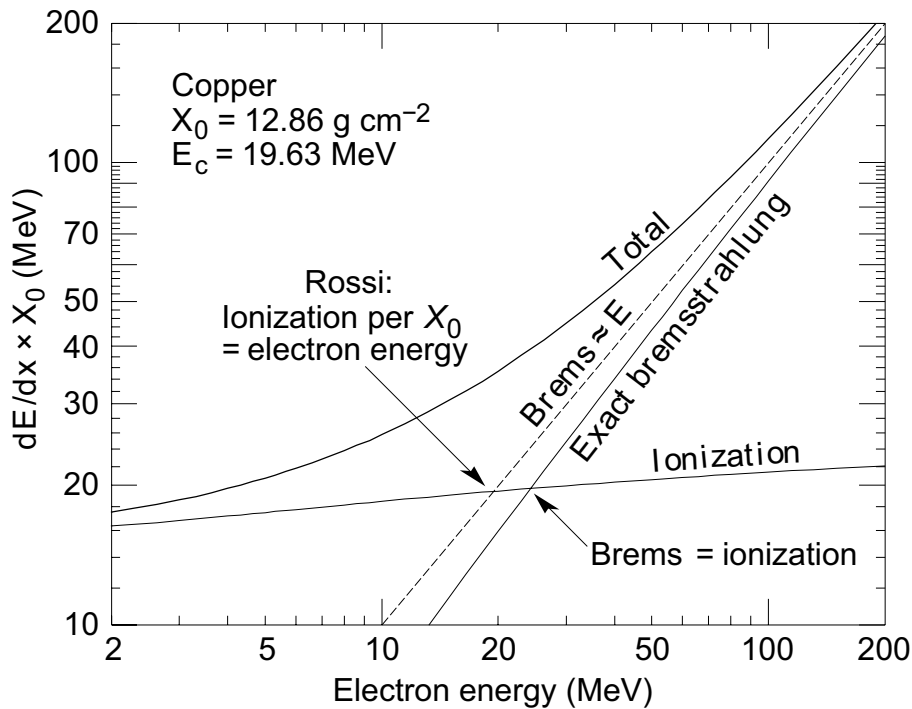


Figure 2.2: 高エネルギー電子が制動輻射でエネルギーを  $1/e$  にまで減らす距離もまた放射長 (Radiation Length) と呼ばれている。グラフは銅中で放射長あたりに電子が失うエネルギーを、制動輻射と銅原子のイオン化についてそれぞれ示したものである [3]。Exact bremsstrahlung のラインは、定義より元の電子のエネルギーが制動輻射で実際に放射されるエネルギーにあたる、電子の入射エネルギーの  $1 - 1/e$  倍のラインである。これと Ionization のラインの交点は、通過電子が制動輻射で実際に失うエネルギーと、通過電子が原子の電離によって失うエネルギーがちょうど釣り合う点に相当する。このエネルギーは臨界エネルギー (Critical Energy) と呼ばれ、通過電子のエネルギー損失を制動放射とイオン化のどちらが主に引き起こすかの境目となる特徴的エネルギーとしてしばしば用いられる。一方、Rossi らは 1 放射長で通過電子のエネルギーが全て電離損失で失われてしまう電子のエネルギーを臨界エネルギーと定義している [4]。Rossi らの定義は、生成された電子がさらに電磁シャワーを発達させられるかどうかのエネルギー閾値としてより現実の値に近いので、シャワーを発達するときしばしば用いられる。

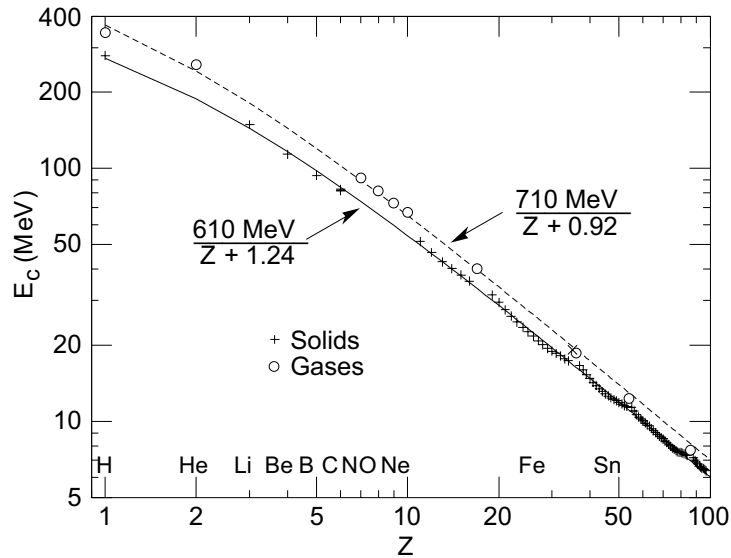


Figure 2.3: 横軸は物質の原子番号，縦軸はその物質中での Rossi の定義による電子の臨界エネルギーである [3]．図中の丸印は物質が気体のときの測定値，クロスは物質が固体の場合の測定値で，点線と実線はそれぞれのフィット結果である．軽い原子からなる物質中では，より高いエネルギーで電磁カスケードが収束に向かい始める．

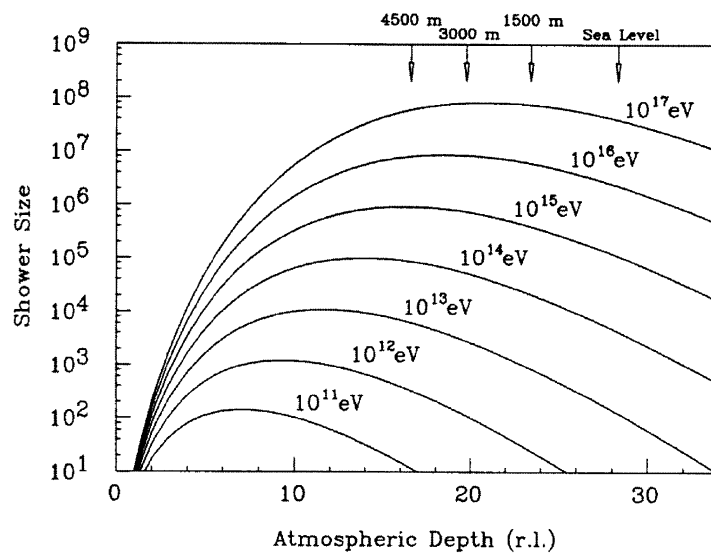


Figure 2.4: 一次宇宙線として  $10^{11} \text{ eV}$  から  $10^{17} \text{ eV}$  までの  $\gamma$  線の進行方向のシャワー発達の様子 [5]．縦軸は粒子数，横軸は大気の深さを放射長単位で表している．空気の 1 放射長 (r.l.) は  $37 \text{ g cm}^{-2}$  である．



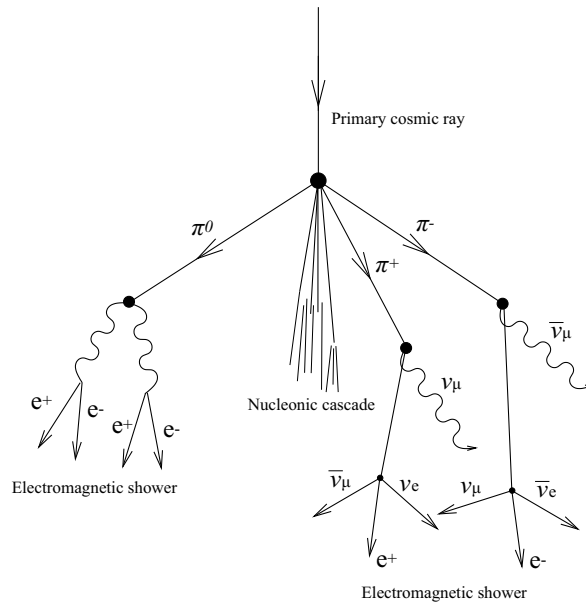


Figure 2.5: ハドロンによって引き起こされる空気シャワー模式図．中心の核カスケードと， $\pi^0$  の崩壊によってできた  $\gamma$  線から始まる電磁サブシャワーがあり，複雑な発達をする．

### 2.1.2 核カスケード

大気中に入射したハドロン (核子・原子核) は大気原子との相互作用によって陽子，中性子， $K$  中間子， $\pi$  中間子などのハドロンを生成し，カスケードシャワーを引き起こす．陽子と中性子以外のハドロンは比較的短命で，再び大気原子と相互作用して粒子生成を行う場合と，それ以前に崩壊する場合がある．

中性パイオン  $\pi^0$  は静止系で  $\tau = 1.78 \times 10^{-16} \text{s}$  で光子 2 つに崩壊する．

$$\pi^0 \longrightarrow 2\gamma \quad (2.2)$$

生成された  $\gamma$  線は以降電磁シャワーを形成する．一方荷電パイオン  $\pi^+$ ,  $\pi^-$  は  $\tau = 2.60 \times 10^{-8} \text{s}$  で

$$\pi^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (2.3)$$

$$\pi^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (2.4)$$

の崩壊を起こす．さらに  $\mu^+$ ,  $\mu^-$  は  $\tau = 2.20 \times 10^{-6} \text{s}$  で

$$\mu^+ \longrightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \quad (2.5)$$

$$\mu^- \longrightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \quad (2.6)$$

のように崩壊する． $\mu^+$ ,  $\mu^-$  は強い相互作用をしなため，主に電離損失によってエネルギーを失いながら大気中を進行し，数 GeV 以上では地上まで到達する．

### 2.1.3 空気シャワー観測

空気シャワーの観測には主に3種類の方法があり、場合によっては複数の観測方法を組み合わせて使う。

1. 生成されたシャワー粒子の地上計数
2. シャワー中の荷電粒子のチェレンコフ放射の光学観測
3. シャワー通過によって励起された窒素分子の蛍光・燐光観測

間接的な観測になるため、通常は計算機シミュレーションによって一次宇宙線の種類・到来方向・エネルギーとシャワー発達との相関を予め得ておき、観測されたシャワー情報から一次宇宙線を推定することとなる。超高エネルギー領域では粒子加速器による実験データの存在しないため、計算機シミュレーションと理論的予想に依るところが大きい。またシャワー現象自体が統計現象であることに由来する揺らぎを持つため、シャワーシミュレーションの統計精度にも考慮する必要がある。

## 2.2 媒質中でのチェレンコフ放射

媒質中の光速を超える速度で進行する荷電粒子は、チェレンコフ放射によって運動エネルギーを光子に変換する。荷電粒子と放射される光子について運動量保存とエネルギー保存から光子の放射方向は一意に定まり、

$$\beta \cos \theta = \frac{1}{n} \quad (2.7)$$

となる。ここで  $\beta$  は荷電粒子の  $\beta$  ファクター、 $n$  は媒質の屈折率である。1気圧の大気では  $n \sim 1.00029$  であり、 $\theta$  は約 1.4 度となる。

荷電粒子が単位長進む間に放出される波長  $\lambda$  の光子数  $N$  は

$$\frac{d^2 N}{dx d\lambda} = \frac{2\pi\alpha z^2}{\lambda^2} \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}\right) = \frac{2\pi\alpha z^2}{\lambda^2} \sin^2 \theta \quad (2.8)$$

となる。ここに  $\alpha = e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c = 1/137$  は微細構造定数、 $z$  は媒質の原子番号である。このようにチェレンコフ放射は荷電粒子の速度と媒質の種類によってのみ決まり、荷電粒子の種類によらない。

電磁カスケードは入射エネルギーに対する荷電粒子の生成数が多いため、チェレンコフ放射の発生効率が高い。電磁カスケードシャワーから発生し地上に到達するチェレンコフ光は、元のシャワー形状にチェレンコフ角を畳み込んだものになる。図 2.6 と図 2.7 に地上に到達したチェレンコフ光のシミュレーション結果を示す。

一方核カスケード由来のチェレンコフ光は、複数のサブ電磁シャワーによるチェレンコフ光や、荷電パイオンの崩壊によって生成されるミューオンによるチェ

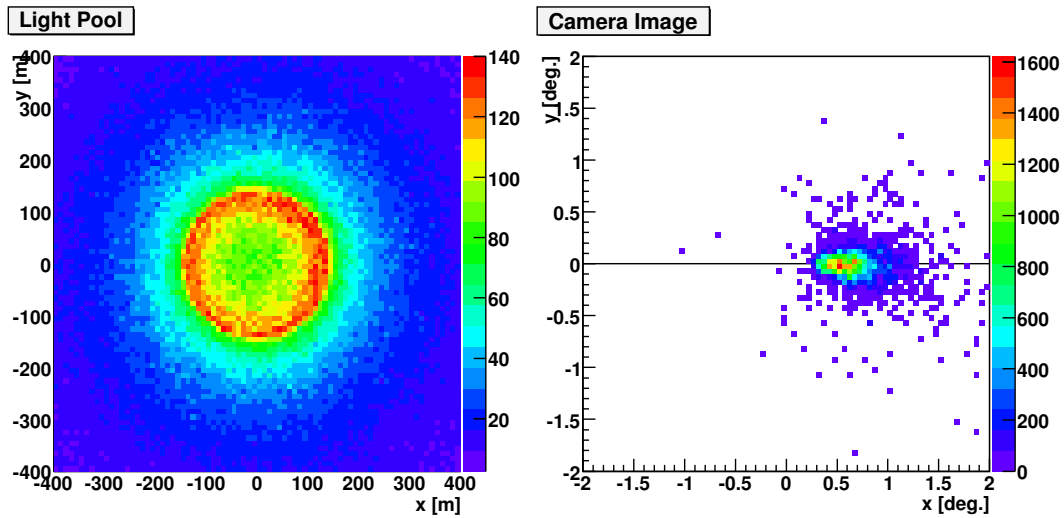


Figure 2.6: シミュレーションソフト CORSIKA[6] による計算結果．一次粒子は  $1\text{TeV}$  の  $\gamma$  線で，座標系原点方向に鉛直下向きに入射させた．観測地点は海拔  $160\text{m}$  を設定した．

左図は地表到達位置ごとの光子数の分布を表し，各 bin の数値は  $\text{photons}/\text{m}^2$  に対応している．半径約  $140\text{m}$  のライトプール内では比較的均一な光量が得られ，実質的に検出器の有効面積が広く取れていることが分かる．

右図は無収差な直径  $30\text{m}$  の望遠鏡を  $(x, y) = (75\text{m}, 0\text{m})$  の位置に設置し，無限遠に焦点をあわせたと仮定した場合のカメライメージである．ピクセルサイズは  $0.05\text{deg} \times 0.05\text{deg}$  の正方形で，数値はピクセルに集まった光子数に対応している．

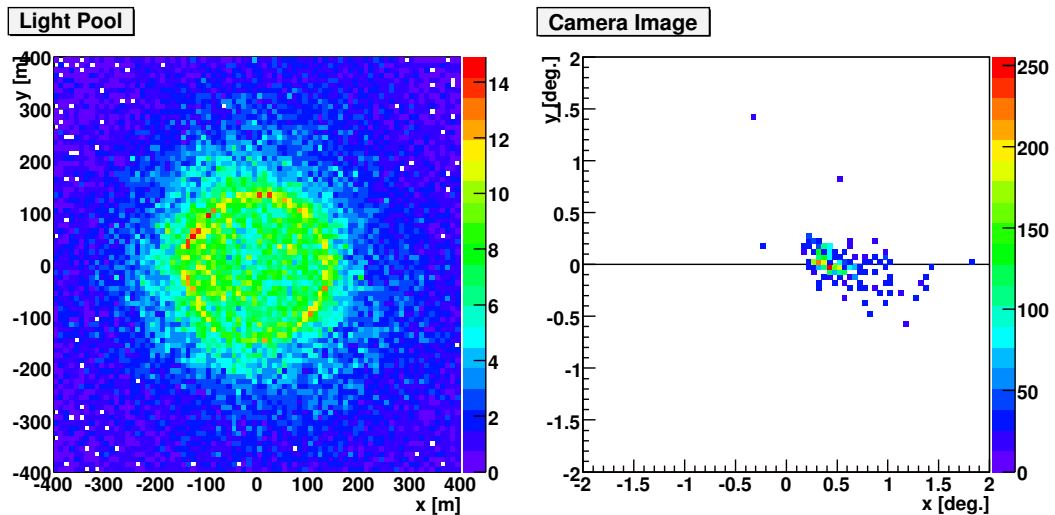


Figure 2.7: シミュレーションソフト CORSIKA[6] による計算結果．一次粒子は  $100\text{GeV}$  の  $\gamma$  線で，その他の設定は図 2.6 と同じである． $1\text{TeV}$  のときに比べ，取得光量が約  $1/10$  に減少し，カメライメージのシャワーサイズも小さくなっていることが分かる．

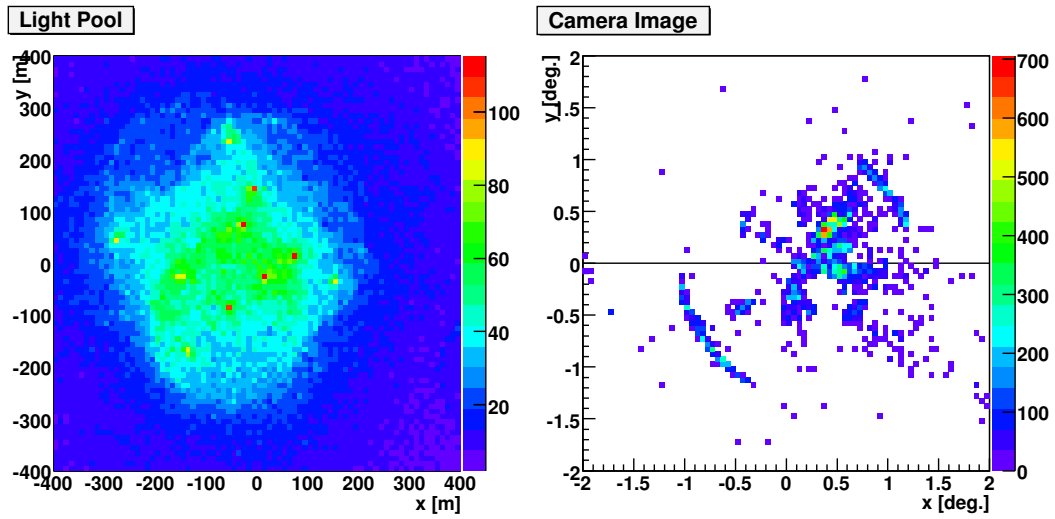


Figure 2.8: シミュレーションソフト CORSIKA[6] による計算結果．一次粒子は 3TeV の陽子で，その他の設定は図 2.6 と同じである．サブシャワーが複雑に重なり非対称な形状をしている．

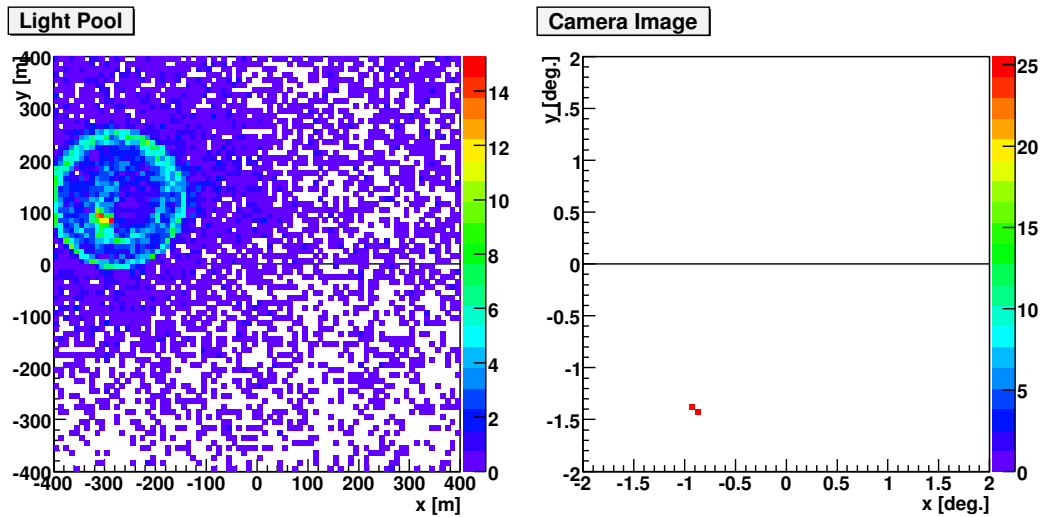


Figure 2.9: シミュレーションソフト CORSIKA[6] による計算結果．一次粒子は 300GeV の陽子で，その他の設定は図 2.7 と同じである．

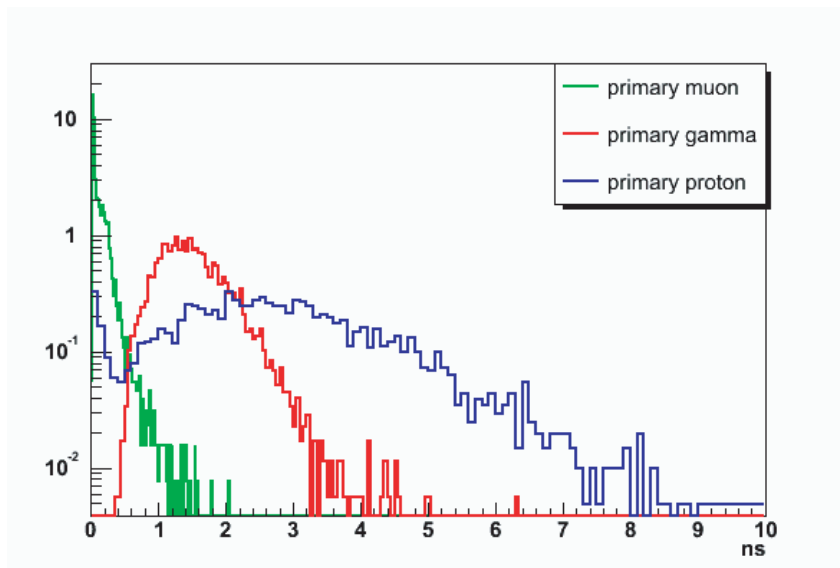


Figure 2.10: 元となるイベント別の，チェレンコフ光の地表到達時間分布の違い [7]．チェレンコフ光の地表到達時間分布は最大でも  $10\text{nsec}$  以下の幅に収まっており，イベントの種類ごとに時間幅が異なる．

レンコフ光などが複雑に重なり合い，一般に非対称で複雑な地表光子密度分布を形成する (図 2.8 1, 図 2.9)．また地表付近まで生き残ったミュオンが放射するチェレンコフ光は大気による減衰をほとんど受けないため，ミュオン単体で  $\gamma$  線イベントと同程度の光量が観測されることがある．前述のように地上で  $\beta \sim 1$  の高エネルギー荷電粒子に対するチェレンコフ角は  $1^\circ.36$  である．またチェレンコフ光を放射できるエネルギー閾値は電子  $21\text{MeV}$ ，ミュオン  $4.4\text{GeV}$  となる．半径  $1^\circ.36$  のリング状のイベントのほとんどは， $4.4\text{GeV}$  以上のエネルギーを持ったまま地表付近まで生き残ったミュオンによって放射されたものと考えられる．

図 2.10 に元となるイベントごとのチェレンコフ光地表到達時間分布を示す．夜光ノイズとしてランダムに入ってくる光子によるシャワー光量の擾乱を抑えるためにゲート幅は出来るだけ短いほうが望ましく， $\gamma$  線イベントであれば  $5\text{nsec}$  程度の時間分解能が必要となる．また，時間分布は  $\gamma$  線イベントとミュオンイベント，陽子イベントの識別にも応用できる．

## 2.3 解像型チェレンコフ望遠鏡

解像型チェレンコフ望遠鏡 (Imaging Air Cherenkov Telescopes; IACTs) の  $\gamma$  線検出原理は，宇宙線由来の空気シャワー中の荷電粒子が放射するチェレンコフ光を大口径望遠鏡で集光し，緑～紫外線領域に感度を持つイメージング検出器で角度情報と時間情報を取得し，イメージング法によってオフラインで  $\gamma$  線イベントのみを抽出することで一次宇宙線の間接観測を行うというものである．

$\gamma$  線イベントではライトプール (半径約  $140\text{m}$ ; 図 2.6) 内の光量は比較的一定な

ので、ライトプールサイズは有効検出面積の目安となる。有効検出面積  $\sim 1m^2$  の飛翔体と比較して、約1万倍以上の有効検出面積を得られることが IACTs の利点の1つである。またシャワー軸に近いところのみ観測が可能なので軸方向の決定精度を上げやすく、複数台のステレオ観測でシャワー軸の3次元再構成を行ったときの角度分解能は  $0.1$  度を切ることも可能である。

### 2.3.1 IACTs に求められる光学性能

チェレンコフ望遠鏡は、ある大きさを持って広がった形状からの異方性のある発光現象を観測するため、光源が非常に遠い通常の光学望遠鏡とは異なった特性が要求される。

#### 結像性能

図 2.6 に見るように、地上から見えるシャワーイメージは楕円状の形をしており、長軸方向に  $1^\circ$  程度の広がりを持っている。幾何的な配置から、楕円の長軸はシャワーの縦方向の発達、短軸には横方向の発達の様子が反映されている。また、 $\gamma$  線によるシャワーはほぼ軸対称であることから、シャワー長軸方向はシャワー進行方向と一致していると考えられる。シャワー軸が望遠鏡光軸と並行である場合は楕円の長軸は視野中心を向くことになる。カメラと光学系にはこれらの情報を  $\gamma$  線識別に必要な十分な程度の精度で観測することが求められる。一般には  $0.1$  度前後の半径のカメラピクセルと、カメラピクセルの半分程度の結像性能を持った光学系が用いられる。

#### 視野

IACTs の視野は有効検出面積と密接な関係がある。簡単のため望遠鏡光軸と平行に入射するイベントを考える。このときインパクトパラメータが大きな  $\gamma$  線シャワーは、重心が視野の外縁部に近く長軸が視野の中心を向いた楕円形のイメージにある。すなわち、視野を広く取ることはより遠くに落下する  $\gamma$  線シャワーも観測できるようになることを意味し、有効検出面積の増加につながる。一方で望遠鏡がライトプールより外側に出ってしまうと取得光量は急激に減少するため、1次  $\gamma$  線のエネルギー決定精度が悪化してしまう。そのためあまり視野を広く取りすぎても、エネルギー分解能は向上しない。ただしカメラの端でシャワーイメージが切断されてしまってもシャワー識別やエネルギー再構築が困難になるため、可能なら広い視野が確保できることに越したことはない。一般的な IACTs の視野は半径  $1.5^\circ$  から  $2.5^\circ$  である。

#### フォーカス

IACTs ではシャワーの形状情報をノイズ除去に使用するため、より特徴が強調される形でシャワーイメージが観測できることが望ましい。シャワー現象は大気中の有限の高さで起こるため、光学系の焦点をどこにあわせるべきかという問題は自明ではない。

Hofmann は、IACTs の光学系を (1) 無限遠に焦点を合わせた場合と (2) シャワー最大発達高度に焦点を合わせた場合の違いについて考察を行ない、IACTs の大口径化を行っていった場合、無限遠に焦点を合わせる方式では視差の影響により像サイズが広がる影響が無視できないとしている [8] .

図 2.11 と図 2.12 に望遠鏡焦点距離を変えていったときのシャワーイメージの変化を示す。口径 30m の望遠鏡では、無限遠ではなくシャワー最大発達高度 ( $\sim 10km$ ) にフォーカスしたほうがシャワーイメージの短軸が短くなることがグラフから見て取れる。

### 時間分解能

図 2.10 で見たように、光学系による時間軸方向のインパルス応答は数 nsec 程度であることが望ましい。

## 2.3.2 $\gamma$ 線検出原理

IACTs による TeV $\gamma$  線観測は、高速多チャンネルのカメラで  $\gamma$  線由来のチェレンコフ光子を撮像し、精度良く一次  $\gamma$  線情報の再構築を行うというものである。この際に問題となるバックグラウンドとその除去方法について述べる。

### バックグラウンドノイズ

TeV 領域での  $\gamma$  線観測での主なバックグラウンドは陽子や原子によるハドロンシャワーであり、そのフラックスは視野内で  $\gamma$  線の約 1,000 倍以上である。また、ハドロンシャワーにより生成されるミュオンも地上付近まで生き残ったものがチェレンコフ光を残しバックグラウンドとなる。

100GeV 以下の領域では、フラックスのと霧の違いと核カスケードの発達が十分起こらなくなるにより一般にハドロンイベントは減少する。一方で一次電子の引き起こす電磁カスケードが増加するが、これは原理上  $\gamma$  線イベントと区別がつかないため、厄介なバックグラウンドとなる。また、1 次  $\gamma$  線のエネルギーが低下することによってシャワー構成粒子の数が減り、放射されるチェレンコフ光の光量も低下する。このことは相対的に夜光ノイズの影響が大きくなることを意味し、エネルギー分解能の低下をもたらす。

IACTs による  $\gamma$  線観測では、いかにバックグラウンドノイズを減らすかが工夫のしどころとなる。

### イメージング法

イメージング法に用いられるパラメータには、視野内の光子の分布の二次モーメントを用いてシャワー形状と方向を現すものとして Alpha, Width, Length, Distance などがある [9]。図 2.13 にこれらのパラメータとシャワーの関係を示す。

- ▷ Width シャワー形状を楕円でフィットしたときの短軸方向の RMS。

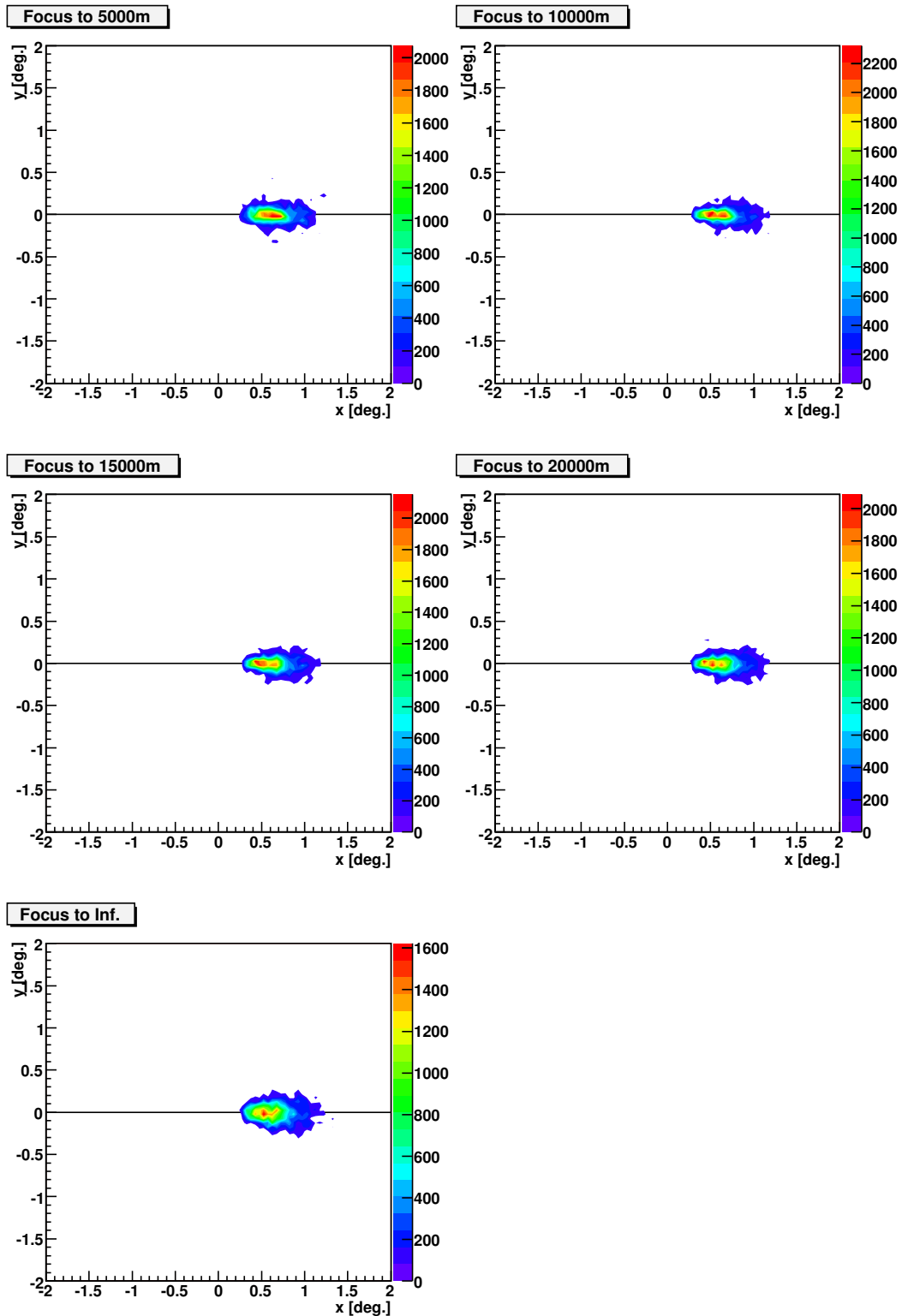


Figure 2.11: 図 2.6 と同じ条件で，光学系のフォーカス距離を変えたときの焦点面上の光子密度分布の変化．シャワーデータも同一のものであり，光学系だけの差である．左上から 5km，10km，15km，20km，無限遠にそれぞれフォーカスをあわせた場合．



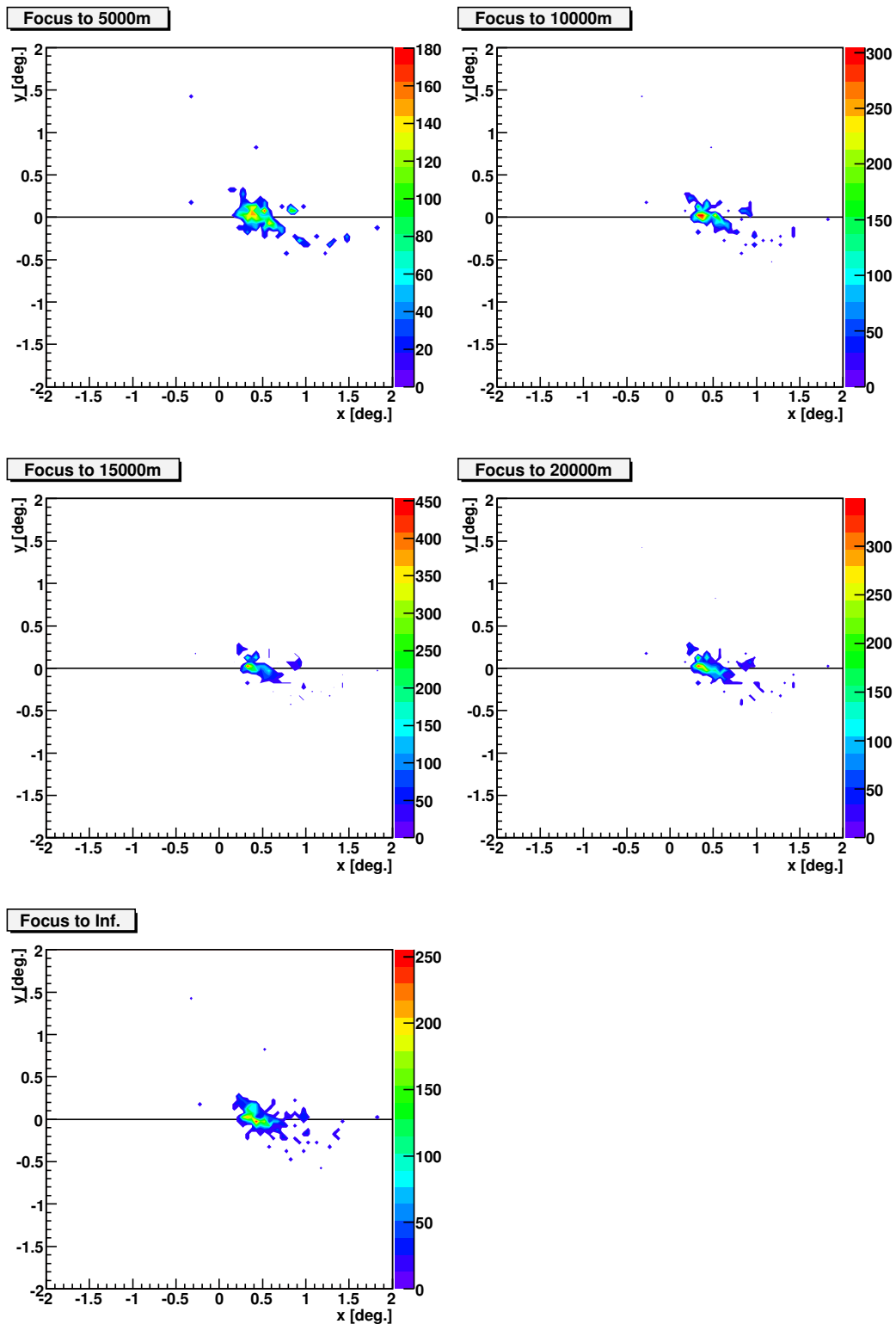


Figure 2.12: 図 2.7 と同じ条件で，光学系のフォーカス距離を変えたときの焦点面上の光子密度分布の変化．シャワーデータも同一のものであり，光学系だけの差である．左上から 5km，10km，15km，20km，無限遠にそれぞれフォーカスをあわせた場合．

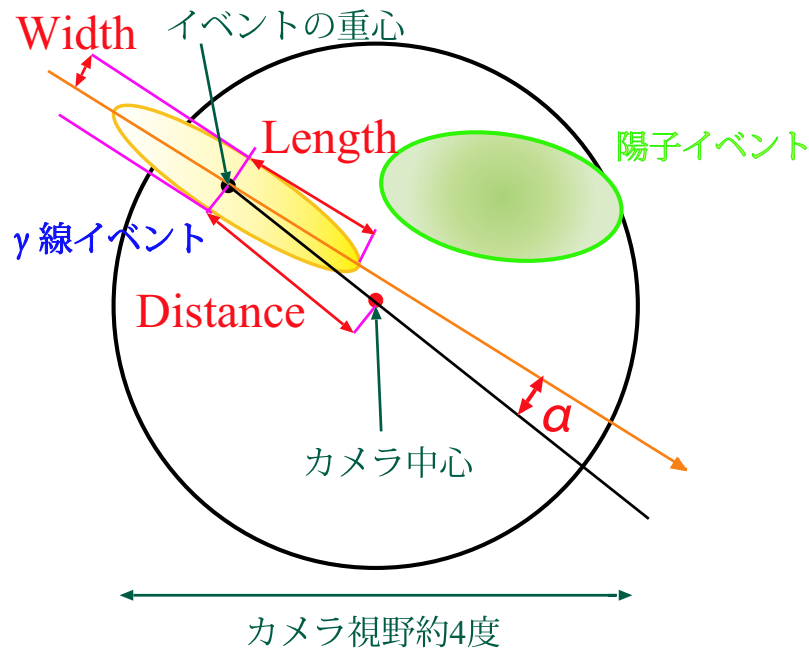


Figure 2.13: イメージング法に用いられるパラメータを示す。

- ▷ Length シャワー形状を楕円でフィットしたときの長軸方向の RMS .
- ▷ Distance シャワー重心と視野中心との距離 .

また、これらから Alpha と呼ばれる角度が計算される。

- ▷ Alpha シャワー重心と視野中心を結ぶ直線は、望遠鏡中心から見たシャワー重心の方向に対応する。この方向とシャワー長軸の成す角が Alpha である。

イメージング法は、一次粒子がハドロンか  $\gamma$  線かでイメージパラメータ分布に違いが生まれることを利用して識別を行う。またシャワー方向についても情報が得られることから、イベントごとに到来方向との結びつけが可能となる。ある天体が  $\gamma$  線天体かどうかは、Alpha が 0 に近いイベントのみに注目し望遠鏡がトラックしている天体から来るイベントが有意に高いフラックスを示すかどうかで決定できる [10]。またこのような点源からの  $\gamma$  線が存在すれば Distance 分布は  $\propto \theta$  と振舞うのに対し、一様に降り注ぐ宇宙線陽子については  $\propto \theta \sin \theta \approx \theta^2$  の分布を持つことになる。

### ステレオ観測

望遠鏡一台だけの観測ではシャワー軸を完全に再構築することは出来ない。複数台の望遠鏡によるステレオ観測によって初めてシャワー軸の交点として  $\gamma$  線の到来方向を精度良く再構築することができるようになる。図 2.14 はこの関係を地表に投影した形で図示したものである。

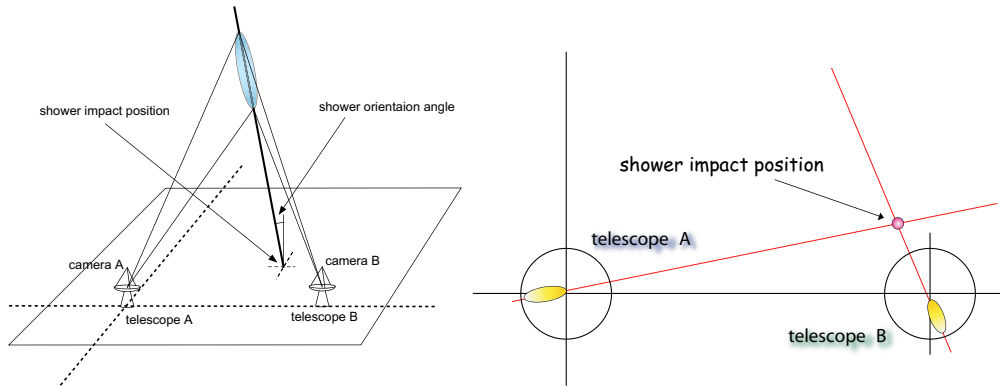


Figure 2.14: ステレオ観測によるシャワー軸再構築の原理 .

名称	設置場所	標高	望遠鏡形状	視野	主鏡 F 値	主鏡口径	主鏡焦点距離	台数
CANGAROO-III	オーストラリア	160m	Parabolic	4°.0	0.8	10m	8m	4
MAGIC	カナリア諸島	2200m	Parabolic	3°.6	1.03	17m	17m	2(1)
HESS	ナミビア	1800m	Davies-Cotton	5°.0	1.25	12m	15m	16(4)
VERITAS	アリゾナ	1350m	Davies-Cotton	4°.0	1.2	10.9m	10m	11(1)
ECO-1000(計画)	?	?	Parabolic	5°.0	1.14	35m	40m	1
HESS II(計画)	ナミビア	1800m	Parabolic	3°.2	1.2	32m×24m	36m	1

Table 2.1: 世界のチェレンコフ望遠鏡 . 台数の括弧内は現在までに完成している台数 . H.E.S.S.-II の F 値は主鏡口径を 30m として計算した .

シャワーがどのように発達したかの詳細な情報が得られることで一次宇宙線エネルギーの推定精度も向上し、角度情報の向上は点状天体を仮定したときのバックグラウンド判別の効率向上にも繋がる。また、ステレオトリガーを要求することで、同じライトプール内に複数台の望遠鏡が存在するイベントを効率よく弁別可能となる。ランダムな夜光ノイズや地表付近の局所的なミュオンイベントは、ステレオ観測でオンライン除去が可能である。一般的に低エネルギー側ではノイズイベントが増加するため、それらについては高速なオンライン処理でなるべく除去し、データ収集システム段階でのイベントレートが上がり過ぎないようにすることも、エネルギー閾値を下げるためには重要な要素となる。

## 2.4 IACTs の現在と未来

### 2.4.1 世界の IACTs

現在世界で稼働中の IACTs と、明らかになっている将来計画について特徴を図 2.1 にまとめた。

現世代の IACTs の特徴として、10m 級大口径望遠鏡とステレオ観測を挙げることができる。これらの IACTs により、現在 100GeV に迫るエネルギー閾値が達成されている。衛星, IACTs, さらに水チェレンコフ検出器の MILAGRO と太陽光集光鏡を用いた IACTs である STACEE, CELESTE の検出感度について、典

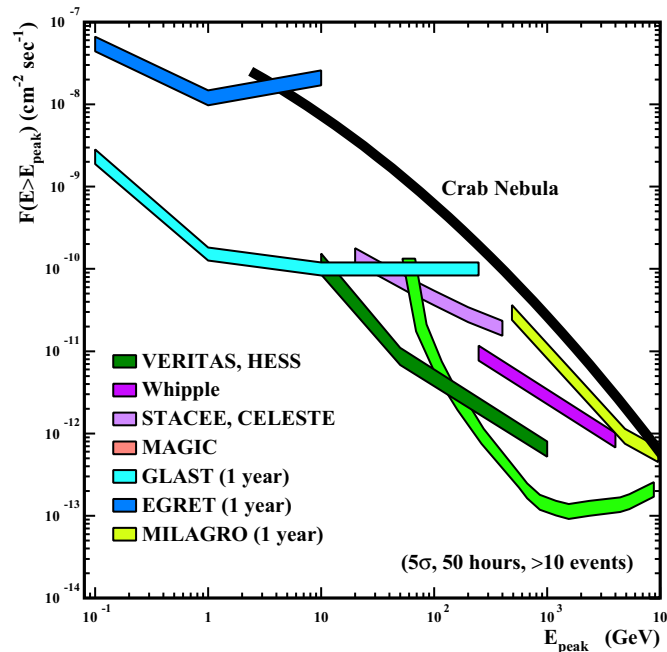


Figure 2.15: 横軸エネルギー，縦軸はあるエネルギー以上を積分したときのフラックス総量として，SubTeV~TeV 領域の各検出器の検出感度とカニ星雲のフラックスをプロットしたもの [2]．衛星観測 (EGRET, GLAST) については一年間の合計である．地上観測と飛翔体観測の狭間にあたる 10GeV~100GeV の隙間を埋める努力がなされている．

典型的な  $\gamma$  線天体であるカニ星雲のフラックスとの比較が図 2.15 である．

図 2.15 から，今後 IACTs が進むべき方向として 3 つの方向性が考えられる．

### 低エネルギー閾値化

まずエネルギー閾値を下げることで，従来観測が行われていなかったエネルギー領域の探索を目指すという方向性が考えられる．物理的な意義としては，銀河系外天体の観測やパルサーでの宇宙線加速モデルの検証，EGRET 未同定天体の同定，ダークマター候補の探索などが挙げられている．

エネルギー閾値を下げることを阻む要因としてまず大きなものは，親  $\gamma$  線のエネルギー低下とともにチェレンコフ光量が下がるため，検出器で検出できなくなるといことがあげられる．これについては

1. 高地観測により大気による減衰を減らす
2. 望遠鏡を大口径化により取得光量を増やす
3. 高感度カメラの開発の開発によりシグナルを大きくする

などの方法が研究されている．本論文ではこのうち大口径化について詳しく考察を行うこととする．なお，低エネルギー側では電子由来のシャワーと夜光ノイズ

の影響が大きくなると言われている．そのためエネルギー閾値を下げるためには  $\gamma$  線の検出感度も無関係とは言えず，10GeV $\sim$ 100GeV に特化した考慮が必要となる．

#### 感度の向上

次に，従来のエネルギー領域で，より検出感度の高い観測を行うという方向性が考えられる．これにより EGRET 未同定天体の同定，ダークマター候補の探索などが推進されると考えられる．

検出感度を向上させる方法としては，望遠鏡台数を増やしアレイ化を進めるという方法があげられる．

#### 広視野化

上の2つの方向とは別の次元として，広視野化を目指すという方向性もある．従来の IACTs は4°程度の視野しか持たないため，予め決めて望遠鏡を向けた方向しか情報を得ることができなかった．視野を広げることで， $\gamma$ -ray burst や時間変化する天体の観測を効率よく行うことができ，また広がった天体や未知の  $\gamma$  線天体についても長時間観測を行うことが出来るものと期待できる．

このような広視野化のためには光学系の改良が必要で，フレネルレンズの使用などが候補として挙げられている．

# Chapter 3

## 光学系デザイン

### 3.1 用語の定義

光学系の考察に必要な用語の定義を行う。

#### 3.1.1 理想像と近軸光線

レンズやプリズム，反射鏡などを用いて物体の映像を作る装置を，一般に光学系 (*optical system*) と呼ぶ。光学系の多くは軸対称であり，このときの対称軸は光軸 (*optical axis*) と呼ばれる。光学系の手前側を物界 (*object space*)，光学系を通過した後の領域を像界 (*image space*) と言う。

物界上の一点を物点といい，それに対応する像界の一点は像点と呼ばれる。物点から放射された光が光学系を通過して全てある像点に到達するとき，この逆も成り立ち，その像点から放射された光は元の物点に集まる。このような関係が成り立つとき，物点と像点は共役 (*conjugate*) の関係にあると言う。

光学系が完全系 (*perfect system*) であるとは，以下の条件が満たされることを言う。

1. 物界の一点から出た光は，光学系を通過したのち，像界の一点に集まる。
2. 物界において光軸に垂直な平面は，像界においても光軸に垂直な平面に対応する。
3. 物界面上の或る図形は，これと共役な像界面上において，物体と相似な図形に対応する。

実際にはこの定義は後に述べる 3 次光線収差が無いということの意味している。光軸に十分近い領域ではこの性質が成り立つことが知られており，このような領域を近軸領域と呼んでいる。近軸領域に含まれる光線を近軸光線と呼ぶ。完全系の光学系は光軸と像点の成す角度を測定する装置として使用することができる。

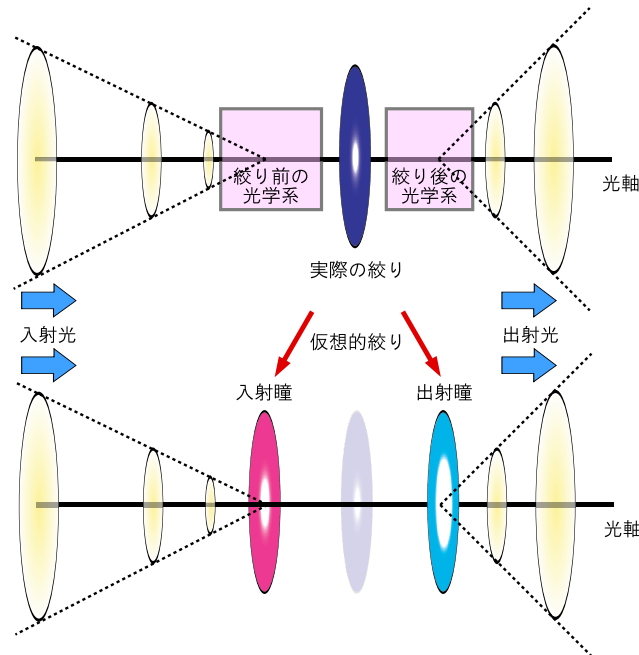


Figure 3.1: 入射瞳と出射瞳の関係を示す。

### 3.1.2 絞り

光学系はしばしば扱う光束の太さに制限を持つ。この光束の太さを制限する孔を絞り (*stop*) と呼ぶ。実際には孔以外の形で制限を持つ光学系であっても、多くの場合は便宜上絞りが存在するものとして考えることができる。

絞りの前後それぞれに光学系が存在する場合、実際の絞りの効果はその前後の光学系の影響を受けてしまうため、実際の絞りの径そのものを比較してもあまり意味がない。そこで絞りの前にある光学系の効果を繰り込んだ仮想的な絞りを考え、これを入射瞳 (*entrance pupil*) と呼ぶ (図 3.1)。例えば一眼レフカメラを正面から見たときにレンズ越しに見える (像としての) 絞りが入射瞳である。入射瞳の直径は有効径 (*effective aperture*)、または単に口径と呼ばれている。チェレンコフ望遠鏡は絞りがないため鏡の口径が有効径となる。同様に出射瞳 (*exit pupil*) は絞りの後方の光学系に対応する仮想的な絞りである。

有効径を  $D$ 、光学系の焦点距離を  $f$  とするとき、 $F = f/D$  で定義される無次元量  $F$  は  $F$  値または  $F$  ナンバーと呼ばれ、 $F/1.2$  や  $F/2$  と表される。後の計算で見ると、光学系の性質を表す式はしばしば  $F$  値の関数として表現することが出来るため、光学系の特性を表す値として多く用いられている。

### 3.1.3 光線収差

近軸光線を使用すれば理想像を得られるが、この近軸光線では光束が細く非常に限られた視野しか得られない。従って、理想像から外れてしまうとしても、現実の光学系では近軸領域よりも外の光線も取り入れざるを得ない。近軸領域から外

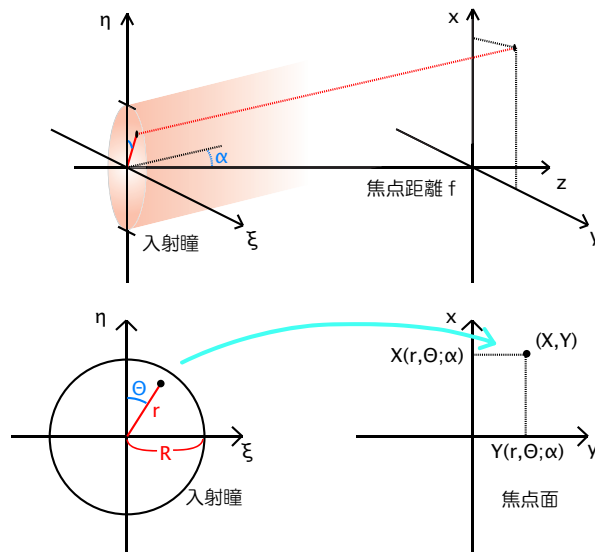


Figure 3.2: 光線収差の模式図を示す．

れた光線が像面上に到達する点と理想像点との間の差を光線収差 (*ray aberration*) と呼ぶ．以下単に収差と言ったら光線収差のことを指すものとする<sup>1</sup>．光を光線として扱う光学を幾何光学 (*Geometrical Optics*) と言う．

今，光軸と角度  $\alpha$  をなす光束が半径  $R$  の入射瞳を通過し，入射瞳から  $f$  だけ離れた位置にある焦点面に作る像を考えよう．軸対称な光学系を仮定しているので，光束は  $X$  軸方向に傾いているとして一般性を失わない．この光束に含まれる光線として，入射瞳上の極座標  $(r, \theta)$  の位置を通過したものが，光学系を経て焦点距離  $f$  にある焦点面上の  $(X, Y)$  に到達したとする (図 3.2)．ここで  $X(h, \theta)$ ， $Y(h, \theta)$  は光学系によって定まる関数である．ただし  $h = \frac{r}{R}$  である．収差の変位量は  $h, \theta, \alpha$  の関数であり，これを有効径全体すなわち  $0 \leq h \leq \frac{r}{R}$ ， $0 \leq \theta \leq 2\pi$  で積分するとある分布をもって広がることとなる．この分布関数は *Point Spread Function (PSF)* と呼ばれる．厳密に一樣な光が入射瞳を通過したことが分かっている場合は，PSF の逆応答を計算することで元の物点を再現できる．

### 3.1.4 像の広がりの定義

像点がどの程度広がっているかを示すための指標として，以下の値を使用する．

1. PSF の重心から求めた平均二乗根 (RMS:Root Mean Square)  $R_{rms}$  ．
2. PSF の重心を中心とする円で，円内に全光量の  $X\%$  を含む円の半径  $R_{X\%}$  ．

<sup>1</sup>光子の波動性が無視できなくなる極限では，波面収差による取り扱いが必要となってくる．Appendix で簡単な紹介を行っている．



ここで、PSF の重心と RMS は次の式で計算する．レイトレースなどでは離散形の定義を、解析解については連続形の定義をそれぞれ用いることとする．

$$\langle \vec{r} \rangle = \vec{g} = \begin{cases} \sum_{i=0}^{n-1} \vec{r}_i / n \\ \int_{\vec{x} \in \Omega} \vec{r}(\vec{x}) P(\vec{x}) d\vec{x} / \int_{\vec{x} \in \Omega} P(\vec{x}) d\vec{x} \end{cases}$$

$$R_{rms} = \sqrt{\langle (\vec{r} - \vec{g})^2 \rangle} = \begin{cases} \sqrt{\sum_{i=0}^{n-1} (\vec{r}_i - \vec{g})^2 / n} \\ \sqrt{\int_{\vec{x} \in \Omega} (\vec{r}(\vec{x}) - \vec{g})^2 P(\vec{x}) d\vec{x} / \int_{\vec{x} \in \Omega} P(\vec{x}) d\vec{x}} \end{cases}$$

上段の式は離散値に対する  $R_{rms}$  の定義であり、 $\vec{r}_i$  は各像点の位置ベクトル、 $\vec{g}$  は像点の重心の位置ベクトル、 $n$  は像点の数を現す．下段の式は連続関数に対する  $R_{rms}$  の定義で、 $\vec{r}(\vec{x})$  はパラメータ  $\vec{x}$  に対応する像点の位置、 $\Omega$  は  $\vec{x}$  の定義域を現す．ここに  $P(\vec{x})$  は確率密度関数である．

また、radial 方向と tangential 方向の像の広がりを区別して扱いたいときのために、次のような  $X_{rms}$ 、 $Y_{rms}$  も定義しておく．

$$X_{rms} = \langle (\vec{r}_x - \vec{g}_x)^2 \rangle \quad (3.1)$$

$$Y_{rms} = \langle (\vec{r}_y - \vec{g}_y)^2 \rangle \quad (3.2)$$

定義よりこれらは  $R_{rms}$  と次の関係で結ばれている．

$$R_{rms} = \sqrt{X_{rms}^2 + Y_{rms}^2} \quad (3.3)$$

確率的な取り扱いのために、PSF が二次元正規分布  $a$  であると仮定した場合の  $R_{X\%}$  と  $R_{rms}$  の関係式を求めておく．簡単のため等方的な二次元正規分布を考える．

$$P(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2} - \frac{y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.4)$$

$$= \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.5)$$

この分布を  $X$  軸または  $Y$  軸に投影すると一次元正規分布を成すが、 $\sigma$  はこのときの分散  $\sigma$  に対応する．

一般的な有効径として定義域  $\Omega$  を  $0 \leq r \leq R$ 、 $0 \leq \theta \leq 2\pi$  とする．このときの  $R_{rms}$  は、

$$R_{rms} = \sqrt{\frac{\int_0^{2\pi} \int_0^R r^2 P(r, \theta) r dr d\theta}{\int_0^{2\pi} \int_0^R P(r, \theta) r dr d\theta}} \quad (3.6)$$

$$= \sqrt{\frac{2\sigma^2 - e^{-\frac{R^2}{2\sigma^2}} (R^2 + 2\sigma^2)}{1 - e^{-\frac{R^2}{2\sigma^2}}}} \quad (3.7)$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} R_{rms} = \sqrt{2}\sigma \quad (3.8)$$

すなわち  $R_{rms}$  は各軸に投影した分散  $\sigma$  の約  $\sqrt{2}$  倍になる．また  $R_{X\%}$  と  $\sigma$  は次の関係で結ばれる．

$$R_{X\%} = \sigma \sqrt{2 \ln \frac{100}{100 - X}} \quad (3.9)$$

$$= R_{rms} \sqrt{\ln \frac{100}{100 - X}} \quad (3.10)$$

$$R_{80\%} = 1.79412 \sigma = 1.26864 R_{rms}$$

$$R_{60\%} = 1.35373 \sigma = 0.95723 R_{rms}$$

ただし現実の PSF は必ずしも二次元正規分布でよく近似できるとは言えないことがある．式 3.10 が成り立たない状況では，よく PSF を再現する分布関数で再計算を行うか，あるいはシミュレーションでそれぞれの値を独立に求める必要がある．

収差関数の積分区間は通常入射瞳全体だが，具体的な望遠鏡を想定するときには入射瞳中央が遮蔽される可能性について考慮する必要がある．実際カセグレン式望遠鏡では副鏡が比較的大きな遮蔽面積を持つことが予想される．また直焦点型望遠鏡でもカメラが主鏡に影を落とす効果は 0 ではない．そこで  $0 \leq \gamma \leq 1$  なるパラメータ  $\gamma$  を導入し，同径方向の積分区間を  $\gamma R \leq r \leq R$  とした一般解を求めておくことにする．主鏡全体について積分した結果で十分であれば改めて後で  $\gamma \rightarrow 0$  とすればよい．

## 3.2 チェレンコフ望遠鏡大口径化への準備

一般的な赤外・可視領域の望遠鏡（以下単に「一般的な光学望遠鏡」と呼ぶ）では，望遠鏡口径  $D$  に対し建設コストが  $D^{2.7}$  に比例するという経験則が知られている [11]．例えばチェレンコフ望遠鏡のエネルギー閾値を一桁下げること大口径化によって実現しようと思えば，単純に考えれば口径を約 3 倍大きくすることとなるが，このときコストに関する経験則がチェレンコフ望遠鏡にも適用されると仮定すれば，従来型望遠鏡の約 20 倍のコストが必要になる．このように大口径化では恐らく最大の問題が予算であり，なるべく低予算に大口径化を行うという視点で光学系としてのチェレンコフ望遠鏡について改めて考察を行ってみた．

### 3.2.1 反射系と屈折系

光学系の構成要素は，鏡による反射とレンズやプリズムによる屈折に大別することができる．一般に反射系は軽量で色収差が無く，大型化が容易という特徴があるが，低収差と広視野を両立するのが困難と言われている．一方屈折系は大型化が困難で色収差が存在するものの，組み合わせによって様々な収差補正が行え，広視野を確保しやすいという特徴がある．これら欠点を補い合うために反射と屈折を組み合わせた光学系を catadioptric system と呼ぶ．

チェレンコフ望遠鏡として実際の光学系の集光量性能を評価する際には、波長依存性についても考慮する必要がある。式 2.8 から、チェレンコフ光は波長が短いほど光量が多い。ただし約 260nm 以下の波長ではオゾンによる吸収を受けて地上には到達しない。例えば通常のガラスレンズやプラスチックレンズは紫外線を透過しないため、チェレンコフ光に対する光学系には適さない。ミラーのコーティングについても紫外線領域での反射率が高いものを採用する必要がある。

### 3.2.2 望遠鏡 F 値と望遠鏡サイズ

現在のチェレンコフ望遠鏡の主流は一回反射系、いわゆる直焦点型である。これにはエネルギー閾値を下げるという目的から反射やレンズ透過の回数を増やしたくないという理由が大きいと考えられる。一方で、チェレンコフ望遠鏡に要求される光学性能では結果的に F/1.2 程度の直焦点型望遠鏡で済んでいるという側面もある。

望遠鏡の口径  $D$  と焦点距離  $f$  に対し、 $F = f/D$  を F 値と呼び、F/2 や F/15.0 と記述する。主鏡サイズが望遠鏡の「横」のサイズとすると、F 値は「横」に対して光軸方向すなわち「奥行き」がどれくらい長いかを現している。一般に光学系の光軸方向にも何らかのサポート構造が必要なため、口径が同じでも F 値が大きければ建設コストも膨らむと考えられる。ただし複数反射型望遠鏡の場合は実際の「奥行き」に相当するのはしばしば主鏡 F 値（正確には主鏡と副鏡の間の距離）であり、合成 F 値ではない。すなわち複数反射型望遠鏡では望遠鏡の光軸方向のサイズを維持しながら合成 F 値を大きくすることができる。複数反射型望遠鏡のメリットの 1 つと言える。

参考までに表 3.1 で一般の光学系とチェレンコフ望遠鏡で F 値の比較を行った。それぞれ現在稼動中のものと、将来の大口径化計画について示した。表 3.1 よりチェレンコフ望遠鏡の主鏡構造とカメラの構造は一般の光学望遠鏡と比較しても巨大過ぎるとは言えないことが分かる。カメラ重量やたわみに関する許容誤差といった違いはあるものの、直焦点型のチェレンコフ望遠鏡のデザインは構造上は一般の光学望遠鏡に近い。このことから、30m 級の直焦点型チェレンコフ望遠鏡というのはコンセプトとしては自然な発想であることが分かる。

### 3.2.3 複合鏡構造

現在の 10m 級のチェレンコフ望遠鏡では、1m 以下の小型球面鏡を並べた複合鏡構造が主流である。小型鏡の F 値は F/10 から F/20 となる。このような F 値の大きな球面鏡では、入射角が小さいうちは小型鏡の収差よりも表面精度に由来するぼけの効果の方が優勢になりやすく、入射角が大きくなると今度は光学系全体の収差（主にコマ収差）の方が早く大きくなり、結果として小型複合鏡を採用することによる像サイズの悪化はあまり大きくない。

以上のような理由からチェレンコフ望遠鏡では早くから複合鏡構造を取り入れることで低コスト化を行っていたが、一般の光学望遠鏡について言えば現在は一枚鏡から複合鏡への転換期にある。世界最大の一枚鏡を使用する望遠鏡としてすばる望遠鏡が有名であるが、現在計画中の 20m 以上の光学望遠鏡はほぼ全て

名称	口径 [m]	F 値	(主鏡-副鏡間距離)/主鏡口径
CNAGAROO-III	10	0.8	
MAGIC	17	1	
H.E.S.S.	12	1.25	
VERITAS	10.9	1.2	
Eco-1000	35	1.14	
H.E.S.S.-II	32×24	1.2	
Keck	10	1.75	?
すばる	8.2	1.83	1.5
TMT (CELT 案)	30	1.5	1.3
TMT (GSMT 案)	30	1	?
OWL	100	1.42	0.95
GMT	21.4	0.7	?
Euro50	50	0.85	0.92

Table 3.1: チェレンコフ望遠鏡と光学望遠鏡の主鏡 F 値の比較．すばるについては [12]，光学次世代望遠鏡については [13] のデータを使用した．H.E.S.S.-II の F 値は主鏡口径を 30m として計算している．主鏡サイズに対する光軸方向のサイズはチェレンコフ望遠鏡も一般の光学望遠鏡も似た値であることが分かる．

複合鏡構造となっている．そのため一般の光学望遠鏡についても複合鏡構造の大口径望遠鏡について様々な研究開発が行われている最中である．

チェレンコフ望遠鏡の小型複合鏡の形状については，円形と六角形があるが，円形の鏡を敷き詰める場合は集光面積が約  $\frac{\pi}{2\sqrt{3}} = 0.9$  倍に減少する．一般の光学望遠鏡大口径化計画では，中国のグループが採用している扇型の分割方法などがユニークである [14](図 3.3)．

### 3.3 直焦点型チェレンコフ望遠鏡

現在のチェレンコフ望遠鏡で主流な光学系である．

#### 3.3.1 回転放物面型

放物線を回転させた形状をした，よく知られた望遠鏡で，電波通信などのアンテナとしても広く使われている．焦点距離  $f$  の法物面である．

$$z = \frac{r^2}{4f} \quad (3.11)$$

現世代のチェレンコフ望遠鏡では CANGAROO，MAGIC が採用している．H.E.S.S. グループが現在計画中の口径 30m 望遠鏡 H.E.S.S.-II も回転放物面型を使用している [15]．次のような特徴を持った光学系である．

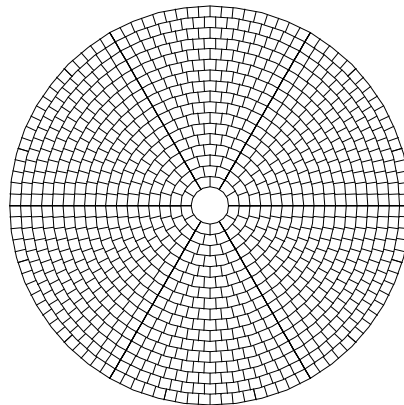


Figure 3.3: 中国のグループが大型光学望遠鏡である Chinese Future Giant Telescope (CGFT) 用に開発しているセグメントミラー構造 [14] . 直径 30m の主鏡を動径方向に 17 等分し , それを円周方向に分割することで 17 種類の扇形のセグメントミラーとなる .

1. 球面収差が存在しない .
2. 主な収差はコマ収差である .
3. 光路長は一定である . そのため時間応答に優れる .
4. 小型鏡の焦点距離は一定とならない .

後で述べるように , 入射角  $1^\circ$  付近では望遠鏡主鏡構造に由来するコマ収差が大きくなり ,  $1^\circ$  入射光に対して RMS  $0.05$  のスポットサイズを実現するには  $F/1$  では若干不足で ,  $F/1.2$  が必要となる . すなわち口径 30m に対して , 「奥行き」が 36m の建造物を作ることになることになる .

### 3.3.2 Davies-Cotton 型望遠鏡

Davies-Cotton 型望遠鏡は球面鏡の上に小型鏡を多数並べた特殊な光学系で , 高温の輻射を作るための太陽光集光装置としてアメリカ陸軍補給本部兵站研究所によって開発された [16] .

曲率半径  $f$  の球面

$$z = f - \sqrt{f^2 - r^2} \quad (3.12)$$

の上に , 焦点距離  $f$  の球面鏡を光軸が望遠鏡中心から  $2f$  のところで交わるように配置する . このため , 主鏡法線と小型鏡の光軸は一致しない . 図 3.4 に回転放物面型と Davies-Cotton 型の望遠鏡形状を比較したものを示す .

現世代のチェレンコフ望遠鏡では VERITAS , H.E.S.S. が採用している光学系である . 次のような特徴がある .

1. 球面収差が存在しない (複合鏡ではなく理想的な極限を考えた場合)

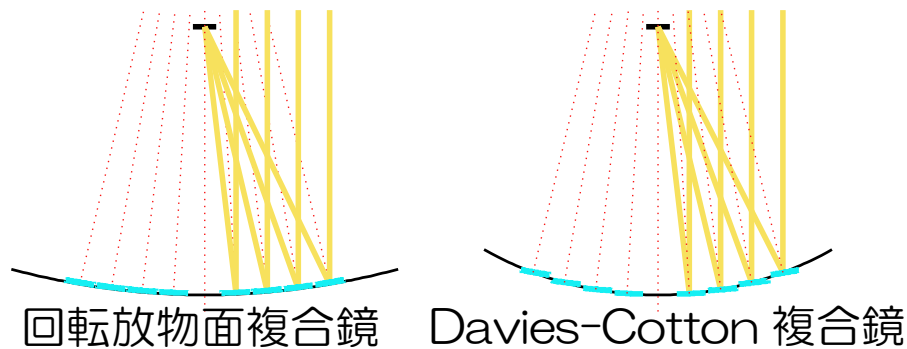


Figure 3.4: 回転放物面型と Davies-Cotton 型の望遠鏡形状の比較

2. 回転放物面型に比べコマ収差が小さく広視野を確保しやすい
3. 小型鏡の焦点距離が厳密に一定となる
4. 光路長は一定ではなく、カメラ面上での到達時刻にはばらつきが発生する

回転放物面型に比べコマ収差が小さいため同じ F 値でもより広い視野が確保できる(同じ光学性能を達成するのに、奥行きが短くてすむとも言える)。

しかし、大口径化していくとカメラ面上の光子到達時刻の時間幅が  $\gamma$  線シャワーの時間幅に比べて無視できなくなるほどに大きくなることが知られており、口径 17m の MAGIC 望遠鏡はこの理由で Davies-Cotton 型を採用しなかった。Akhperjanian などは口径 20m の望遠鏡に 10GeV の VHE  $\gamma$  線を入射したという設定でシミュレーションを行っている [17]。これによると  $\gamma$  線シャワー本来の時間分布が 5-8nsec であるのに対し、Davies-Cotton 型の望遠鏡では 15-20nsec に広がって観測されてしまうということであった。ゲート幅を広くとることになるために結果として夜光 (NSB: Night Sky Background) ノイズの影響を強く受けるようになり、回転放物面型の方がより低いエネルギー閾値が達成できるとしている。口径 30m 級の次世代計画についても、このような理由から Davies-Cotton 型よりも回転放物面型が選ばれているようである。

### 3.4 複数反射型チェレンコフ望遠鏡

ここで、改めて複数反射型のチェレンコフ望遠鏡の可能性について検討を行うこととする。最大の動機は 30m 口径直焦点型の光軸方向に 36m というサイズを複数反射型でどこまで短くすることが出来るか、チェレンコフ望遠鏡の視点で考察を行っておく必要があると考えたためである。というのも構造物を大型化すると、サポート構造の剛性を高めるためにサポート構造の重量が増し、そのことでさらにサポート構造が重くなるという連鎖が問題となってくるはずである。従って、複数反射型望遠鏡によって主鏡 F 値を 1.2 から大幅に縮小することが出来るならば、コスト的な理由により複数反射型望遠鏡がチェレンコフ望遠鏡大口径化の有効なオプションとなる可能性があるかと予想される。

チェレンコフ望遠鏡にとって、複数反射型望遠鏡には次のようなメリットがある。

1. 追加の収差補正が可能で、デザイン上の自由度が増える。
2. 同じ F 値の光学系に比べ、(合成 F 値が同じなら) 光軸方向のサイズを減らすことができる。
  - (a) サポート構造の必要剛性を緩和し軽量化することができ、結果として低コストな望遠鏡となる。
  - (b) 慣性モーメントを減少させることができ、駆動性能の向上または駆動機構の低コスト化が可能となる。

このうち本論文では主に大口径化について扱い、広視野化の可能性についての研究は今後の課題とした。また、駆動性能は必ずしもチェレンコフ望遠鏡にとって優先度が高い項目ではない。高い駆動性能が必要となるのは、 $\gamma$ -Ray Burst や活動天体の観測など高速のポインティングを重視した場合である。

一方、チェレンコフ望遠鏡にとってのデメリットもある。

1. 同口径の直焦点型望遠鏡と比較して、取得光量が減少する。
  - (a) 反射回数が増加するため。
  - (b) 主鏡の一部が副鏡の影になるため。
2. 従来 of 複合鏡を使用した場合の光学性能が劣化する可能性がある。
  - (a) 複合鏡構造そのものに由来する劣化の可能性。
  - (b) 複合鏡のぼけの効果が副鏡で相乗される可能性。

最終的にはこれらのデメリットがメリットを上回るかどうかを考えることとなる。

今回は複数反射型望遠鏡のうち光量のロスを最低限にするため 2 回反射型を採用し、さらに副鏡の面積が小さくて済むと言われているカセグレン型望遠鏡について考察を行うことにした。

### 3.4.1 カセグレン光学系

図 3.5 にカセグレン光学系を特徴付けるパラメータを示す。

カセグレン光学系は、ミラー形状(クラシカルカセグレン型や Ritchy-Chrétien 型など)と、図 3.5 に示すミラー・カメラ間の相対距離  $p, q, d$  及び主鏡口径  $D$  が定まれば一意に決まる。サイズによらない比較には次に示す無次元量  $m, s$  及び主鏡の F 値  $F_{prim}$  または光学系の合成 F 値  $F_{total}$  いずれかを加えた合計 3 パラメー

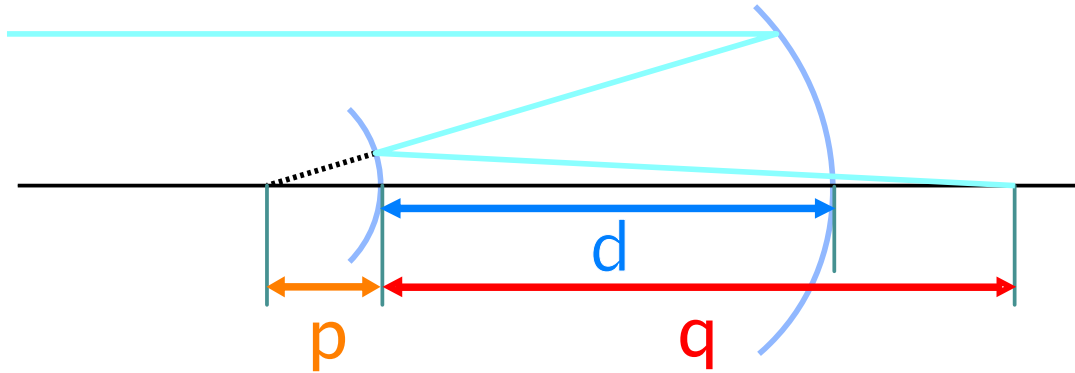


Figure 3.5: カセグレン光学系のパラメータ定義のパラメータ,  $p, q, d$  を定義する .

タを用いるのが便利である .

$$m = \frac{q}{p} \quad (3.13)$$

$$s = \frac{d}{p} \quad (3.14)$$

$$F_{prim} = \frac{d+p}{D} \quad (3.15)$$

$$F_{total} = mF_{prim} \quad (3.16)$$

今回はカセグレン光学系として, クラシカルカセグレン型と Ritchy-Chrétien 型について考察を行った .

#### クラシカルカセグレン型

主鏡として回転放物面, 副鏡として回転双曲面を用いる光学系で, カセグレン光学系の基本形にあたる . 望遠鏡形状を表す式がシンプルであることと, 光学特性が回転放物面に近いことをふまえて今回考察対象に加えた .

クラシカルカセグレン型カセグレンの主鏡・副鏡形状は次の式に定義される ( $e_1, e_2$  は後ほど 4.1.1 章の式 4.3 で定義する円錐曲線回転体の形状パラメータである)[18] .

$$e_1 = 0 \quad (3.17)$$

$$e_2 = -\frac{4m}{(m-1)^2} \quad (3.18)$$

回転放物面の収差特性は球面収差が存在しないというものであるが, 副鏡についても球面収差 0 を要請すると副鏡形状も一意に決まり, クラシカルカセグレン型となる<sup>2</sup> .

<sup>2</sup>副鏡に平面鏡を用いても系全体の球面収差は 0 となる . ただし, 一般にカセグレン型望遠鏡の方が合成 F 値が同じなら副鏡サイズはより小さくなるため, 今回は検討から除外している . また, 副鏡を主鏡焦点距離の半分の位置に置くときは, クラシカルカセグレンの副鏡形状は平面に一致する .



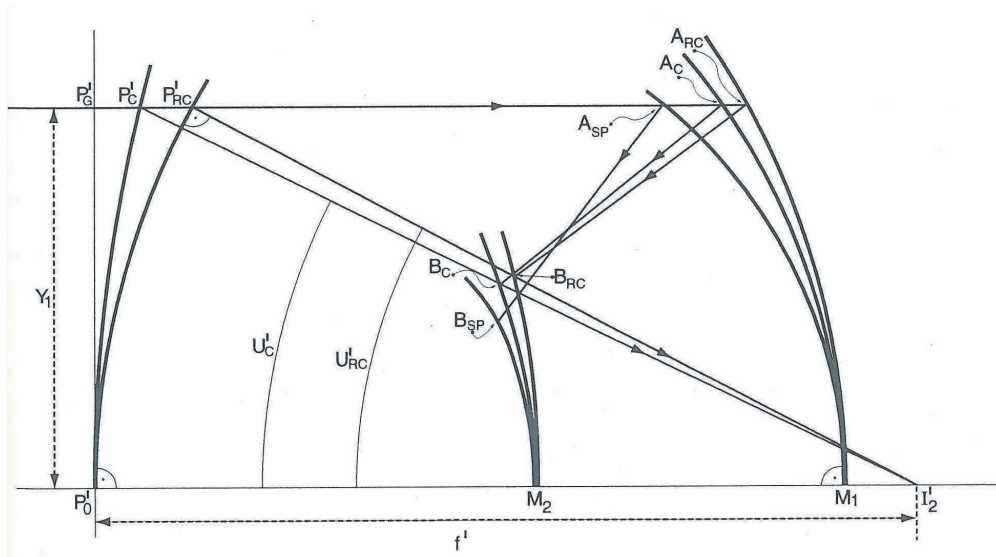


Figure 3.6: クラシカルカセグレン型カセグレンと、同じ口径・合成焦点距離の Ritchey-Chrétien 型の曲面形状の比較 [19]．主鏡・副鏡ともに Ritchey-Chrétien 型によりクラシカルカセグレン型の方が球面に近い．

### Ritchey-Chrétien 型

Ritchey-Chrétien 型カセグレン望遠鏡は、球面収差と (3 次) コマ収差を同時に補正する光学系 (aplanatic optical system) である．

Ritchey-Chrétien 型の形状決定は、次のような順序で行われていると考えられると分かりやすい [19]．副鏡の位置と焦点位置が既に定まった状態で、残りの自由度で何らかの収差を 0 にするという条件を考える．このとき、合成系の 3 次コマ収差を 0 にするという条件を課すと、副鏡の曲面形状は決定される．こうして定まった副鏡形状は球面収差を持っているが、このときちょうど副鏡の球面収差が打ち消されるような主鏡形状を選ぶことができる．これが Ritchey-Chrétien 型望遠鏡である．3 次コマ収差の補正を行うためには一般に主鏡・副鏡ともに回転双曲面となる．より高次のコマ収差を補正するためには、鏡形状もより高次の曲面を用いる必要がある．

Ritchey-Chrétien 型カセグレンの主鏡・副鏡形状は次の式で定義される ( $e_1, e_2$  は後ほど 4.1.1 章の式 4.3 で定義する円錐曲線回転体の形状パラメータである) [18]．

$$e_1 = -\frac{2s}{m^3} \quad (3.19)$$

$$e_2 = -\frac{4m(m-1) + 2(m+s)}{(m-1)^3} \quad (3.20)$$

### カセグレン光学系の副鏡口径

カセグレン光学系の副鏡口径を決める際には図 3.7 の関係が基準となる．光軸に

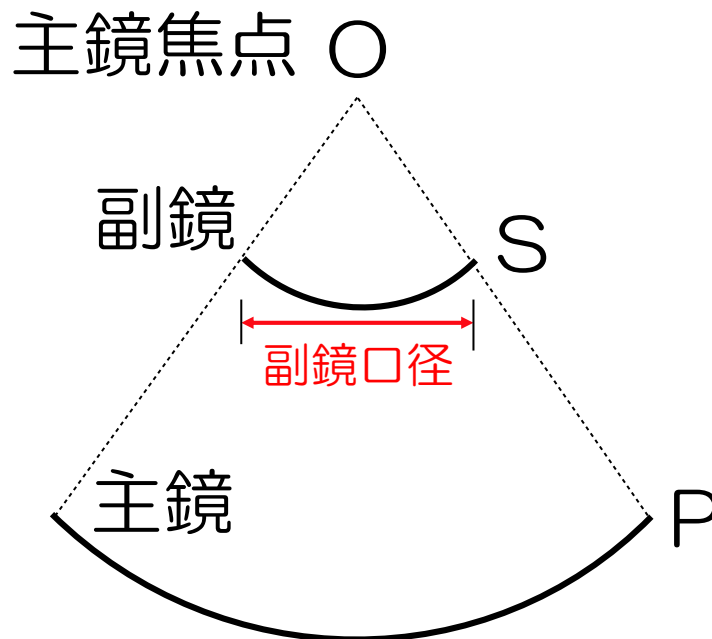


Figure 3.7: カセグレン型望遠鏡の副鏡サイズの決め方を示す．On-Axis に入射した光が点 P で反射し，主鏡焦点 O に向かう．このときの光を副鏡で反射させるには，線分 OP と交わる場所まで副鏡の口径を広げておく必要がある．

平行な光が主鏡に入射すると，反射光は主鏡焦点に向かう．主鏡からの反射光全てを副鏡で再反射するためには，副鏡は図 3.7 の S の位置に対応する口径である必要がある．副鏡半径がこれより小さい場合には，主鏡から反射された光の一部が逃げてしまい総取得光量は減少する．一方，副鏡口径が線分 OP よりも外側まで広がってしまうと，主鏡の影となる部分が広がりやはり総取得光量は減少する．クラシカルカセグレン型のカセグレン望遠鏡については，図 3.7 の関係を満たす副鏡口径を計算すると比較的簡単な解になり．このときの副鏡口径を主鏡口径で割った値を  $\gamma$  とおくと， $\gamma$  は次のように表される．

$$\gamma = \frac{16 F_{total}^2 m s}{(16 F_{total}^2 m - 1) (m + s)} \quad (3.21)$$

Ritchy-Chrétien 型の場合は副鏡口径をきれいな形で求めることはできない．

# Chapter 4

## チェレンコフ望遠鏡 要求光学性能の 解析的評価

3章で述べた4つの光学系について、幾何光学の手法によって形状パラメータと像サイズの関係性を求めた。

### 4.1 直焦点型光学系の収差解析

回転放物面の収差係数は従来から知られているが、今回は Appendix の方法に基づいて近似抜きで導出を行い極限操作によって改めて同じ結果を得た。また Davies-Cotton については文献値が見つからなかったが、これについても AppendixAppendixAppendixAppendixAppendix から求めることで良い近似を得た。

本章での式中の  $h, \theta, \alpha$  については、3.1.3 章で定義したものと同一意味とする。

#### 4.1.1 円錐曲線回転体の収差

回転放物面型について求める代わりに、円錐曲線回転体の一般解を求めた。

光学系の設計では、軸対称なレンズや鏡の表面形状の表現として円錐曲線の回転体を用いることが多い。対称軸を  $z$  軸とし、光学ユニットの表面形状を、 $z$  軸中心からの距離  $r$  の関数としてみたとき、式 4.1 のような円錐曲線による表現がしばしば用いられる。

$$z = \frac{cr^2}{1 + \sqrt{1 - (1+k)c^2r^2}} \quad (4.1)$$

ここで  $c$  は中心の曲率、 $k$  は Conic 係数である。この円錐曲線の回転体について収差関数の一般解を求めることを考えよう。なお、円錐曲線は  $c$  と  $k$  の値によって変化する。Conic 係数の範囲とそれに対応する曲面形状を表 4.1 にまとめた。

Conic 係数	曲率
$k < -1$	回転双曲面
$k = -1$	回転放物面
$-1 < k < 0$	楕円球面 (prolate spheroid)
$k = 0$	球面
$0 < k$	偏球面 (oblate spheroid)

Table 4.1: Conic 係数と曲面形状の対応関係を示す.

実際の光線収差の計算では、以下のように変数を変換して放物面を基準に取った方が式が簡単になる。

$$e = k + 1 \quad (4.2)$$

$$4f = \frac{1}{2c} \quad (4.3)$$

これらを式 4.1 に代入・整理して式 4.4 を得る。

$$r^2 = 4fz - ez^2 \quad (4.4)$$

$f$  は焦点距離に対応している。 $e$  は Conic 係数に単純に 1 を加えたもので、実際  $k = -1$ 、すなわち  $e = 0$  のとき式 4.4 は回転放物面を表すことが分かる。

式 4.4 と直線の式を連立させ、交点で法線に対して折り返す。これにより反射光が焦点距離  $f$  離れた位置にある焦点面と交差する位置を解析的に求められる。交点を Appendix に従って評価することで、交点の radial 成分を得た。

$$\begin{aligned}
X_{conic} = & \alpha \\
& - \frac{e h^3}{8} \cos(\theta) \\
& + \frac{h^2 \alpha}{4} \sqrt{1 - \frac{e}{16 F^2}} (2 + \cos(2\theta)) \\
& + \alpha^2 \left( 1 + \frac{6}{e^2} - \frac{6}{e} - \frac{6 \sqrt{1 - \frac{e}{16 F^2}}}{e^2} + \frac{6 \sqrt{1 - \frac{e}{16 F^2}}}{e} - \frac{3 \sqrt{1 - \frac{e}{16 F^2}}}{16 e F^2} \right)
\end{aligned}$$

tangential 方向についても同様に計算できる。

$$\begin{aligned}
Y_{conic} = & -\frac{e h^3}{8} \sin(\theta) \\
& + \frac{h^2 \alpha}{4} \sqrt{1 - \frac{e}{16 F^2}} \sin(2\theta)
\end{aligned}$$

特別な場合として、放物面についての結果を示す。これらはそれぞれ  $X_{conic}$ 、 $Y_{conic}$

で  $e \rightarrow 0$  としたときの極限值に一致している .

$$\begin{aligned} X_{parabola} &= \alpha \\ &+ \frac{h^2 \alpha}{4} (2 + \cos(2\theta)) \\ &+ \alpha^3 \left( 1 + \frac{9}{1024 F^4} - \frac{3}{16 F^2} \right) \\ Y_{parabola} &= \frac{h^2 \alpha}{4} \sin(2\theta) \end{aligned}$$

これらの式から  $\langle X \rangle$  ,  $\langle Y \rangle$  ,  $X_{rms}$  ,  $Y_{rms}$  ,  $R_{rms}$  を求める . まず重心位置は次のようになる .

$$\begin{aligned} \langle X_{conic} \rangle &= \alpha \left( 1 + \frac{\sqrt{16 - \frac{e}{F^2}} (1 + \gamma^2)}{64 F^2} \right) \\ &- \alpha^3 \frac{3e \sqrt{16 - \frac{e}{F^2}} + 32 (2 (6 + (-6 + e) e) - 3 \sqrt{16 - \frac{e}{F^2}} + 3e \sqrt{16 - \frac{e}{F^2}}) F^2}{64 e^2 F^2} \\ \langle Y_{conic} \rangle &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle X_{parabola} \rangle &= \alpha \left( 1 + \frac{1 + \gamma^2}{16 F^2} \right) \\ &+ \alpha^3 \left( 1 + \frac{9}{1024 F^4} - \frac{3}{16 F^2} \right) \\ \langle Y_{parabola} \rangle &= 0 \end{aligned}$$

ここで  $F$  は光学系の  $F$  値 ,  $\gamma$  は入射瞳上の積分範囲を定義する  $0 \leq \gamma \leq 1$  なるパラメータである . これは同径方向の  $0 \leq r \leq \gamma R$  の領域は何らかの要因で光が遮られているものとし<sup>1</sup> , 積分範囲から除外した場合の結果であることを意味する .

この式からスポット重心は入射角  $\alpha$  とは一致しないことが分かる . このことは定性的にも , コマ収差が長く tail を引くことで重心が移動する効果として解釈できる . スポット中心を測定するような使い方においては , これは実効的な視野の減少を意味している .  $F = 1$  ,  $\alpha = 2deg$  のときスポット重心は外側に約 0.127 度ずれ , 重心位置の観測には少なくとも 2.127 度半径の視野が必要となる .

さらに像サイズに関する積分結果を示す .

<sup>1</sup>直焦点型であれば , カメラの影が像に与える影響を反映させることが出来る . 二回反射鏡として用いる場合 , 副鏡の影の効果を  $\gamma$  に取り込む .

$$\begin{aligned}
X_{conic-rms} &= \frac{1}{128 F^3} \sqrt{2 \alpha^2 (16 F^2 - e) (1 - \gamma^2 + \gamma^4) + \frac{e^2 (1 + \gamma^2 + \gamma^4 + \gamma^6)}{2}} \\
Y_{conic-rms} &= \frac{1}{128 F^3} \sqrt{\frac{2 \alpha^2 (16 F^2 - e) (1 + \gamma^2 + \gamma^4)}{3} + \frac{e^2 (1 + \gamma^2 + \gamma^4 + \gamma^6)}{2}} \\
R_{conic-rms} &= \sqrt{X_{conic-rms}^2 + Y_{conic-rms}^2} \\
&= \frac{1}{128 F^3} \sqrt{\frac{4}{3} \alpha^3 (16 F^2 - e) (2 - \gamma^2 + 2 \gamma^4) + e^2 (1 + \gamma^2 + \gamma^4 + \gamma^6)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X_{parabola-rms} &= \frac{|\alpha|}{16 F^2} \sqrt{\frac{1 - \gamma^2 + \gamma^4}{2}} \\
Y_{parabola-rms} &= \frac{|\alpha|}{16 F^2} \sqrt{\frac{1 + \gamma^2 + \gamma^4}{6}} \\
R_{parabola-rms} &= \frac{|\alpha|}{16 F^2} \sqrt{\frac{2 - \gamma^2 + 2 \gamma^4}{3}}
\end{aligned}$$

これらの式は、回転放物面鏡の像サイズが  $F$  値の 2 乗に反比例し、入射角  $\alpha$  に比例することを示している。MAGIC グループの Schliesser らも回転放物面型望遠鏡について同様の評価を行っているが、その結果は今回求めた式と 3 次収差の範囲内で一致している [20]。

#### 4.1.2 Davies-Cotton 型の収差

元々 Davies-Cotton 型の望遠鏡は複合鏡の使用を前提としているが、複合鏡のサイズを縮小していった極限として理想的な Davies-Cotton 型光学系を考えることが出来る。結果は次のようになる。

$$\begin{aligned}
X_{d.c.} &= \alpha \\
&+ \frac{(-3 + 8 F^2) \alpha^3}{24 F^2} \\
&+ \frac{h^2 \alpha}{4} (1 + \cos(2\theta)) \\
&- \frac{h \alpha^2}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{4 F^2}} \cos(\theta) \\
Y_{d.c.} &= \frac{h^2 \alpha}{4} \sin(2\theta) \\
&+ \frac{h \alpha^2}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{4 F^2}}\right) \sin(\theta) \\
\langle X_{d.c.} \rangle &= \left(1 + \frac{1 + \gamma^2}{32 F^2}\right) \alpha + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{8 F^2}\right) \alpha^3 \\
\langle Y_{d.c.} \rangle &= 0 \\
X_{d.c.-rms} &= \frac{|\alpha|}{32 F^2} \sqrt{1 + \gamma^4 + 4(-1 + 4 F^2) \alpha^2 (1 + \gamma^2)} \\
Y_{d.c.-rms} &= \frac{|\alpha|}{32 F^2} \sqrt{4 \left(4 \left(2 - \sqrt{4 - F^{-2}}\right) F^2 - 1\right) \alpha^2 (1 + \gamma^2) + \frac{2(1 + \gamma^2 + \gamma^4)}{3}} \\
R_{d.c.-rms} &= \frac{|\alpha|}{32 F^2} \sqrt{8 \left(2 \left(3 - \sqrt{4 - F^{-2}}\right) F^2 - 1\right) \alpha^2 (1 + \gamma^2) + \frac{5 + 2\gamma^2 + 5\gamma^4}{3}}
\end{aligned}$$

回転放物面の式に比べ Davies-Cotton の収差関数  $X_{d.c.}, Y_{d.c.}$  は,  $h^2 \alpha$  に比例する項 (コマ収差に対応する項) が  $\frac{1}{4}$  だけ小さいことが分かる。「Davies-Cotton 型は回転放物面型に比べコマ収差が小さい」という性質はこの違いによって説明できる。重心位置を現す式  $\langle X_{d.c.} \rangle$  にもこの差は現れている。Davies-Cotton 型のスポット重心のズレは同じ  $F$  値,  $\alpha$  に対する回転放物面型のその約半分であることを示している。Davies-Cotton 型の像サイズの  $F, \alpha$  依存性は回転放物面型に比べればやや複雑だが, 0 方向に近づけたときは漸近的に  $F$  の-1 乗から-2 乗へ,  $\alpha$  の 1 乗から 2 乗へ近づくことが分かる。

最終的に 3 次の展開式ではレイトレース計算によって得られた値と 10% 近い差が出てしまうことが分かったため, Davies-Cotton 型のみ 5 次の展開も行った。どの程度結果が変わるかについては図 4.1 及び図??に示す。結果については長くなるため Appendix に係数行列  $M_{i,j}$  を載せた。

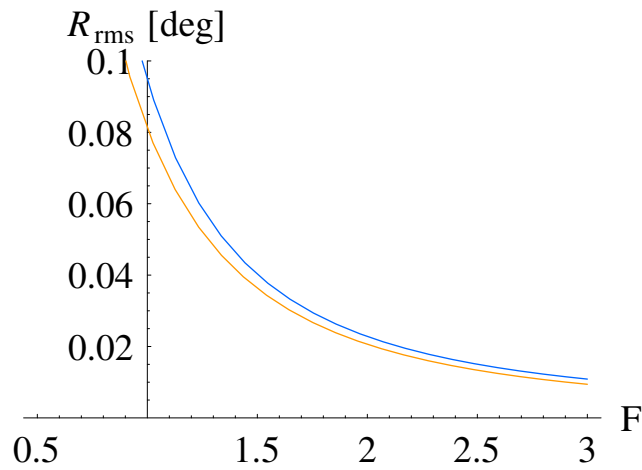


Figure 4.1: Davies-Cotton 型の 3 次収差と 5 次収差の違い．入射角を  $2^\circ$  に固定している．横軸が  $F$  で縦軸が像サイズ  $R_{rms}$  である．橙が 5 次収差から計算した値で，青が 3 次収差からのものである．

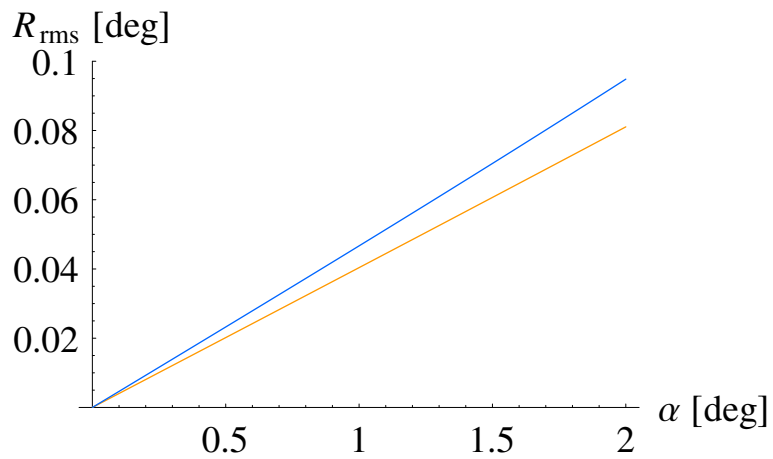


Figure 4.2: Davies-Cotton 型の 3 次収差と 5 次収差の違い．同様に  $F$  を 1 に固定したときの，入射角  $\alpha$  [°] と像サイズ  $R_{rms}$  の関係を示す．



## 4.2 カセグレン型望遠鏡の収差解析

カセグレン型については近似抜きでは式の導出が煩雑になりすぎるため、3次収差として文献値 [19] を参照し、以後の積分計算のみを行った。

以降  $F$  は光学系の合成  $F$  値、 $\gamma$  は入射瞳上の積分範囲を定義する  $0 \leq \gamma \leq 1$  なるパラメータである。カセグレン型では同径方向の  $0 \leq r \leq \gamma R$  の領域は副鏡によって光が遮られる (3.4.1 章参照) が、この効果が像サイズに与える影響を見ることができる。またパラメータ  $m, s$  は式 3.13 及び式 3.14 で定義されている。 $h, \theta, \alpha$  については 3.1.3 章の定義に従う。

### 4.2.1 クラシカルカセグレン型の収差

クラシカルカセグレン型の計算結果について示す。

$$\begin{aligned}
 X_{classical} &= \alpha \\
 &+ (2 + \cos(2\theta)) \frac{h^2 \alpha}{4} \\
 &+ \frac{(-3 + 2m + m^2 + 2s)}{2s} h \alpha^2 \cos(\theta) \\
 Y_{classical} &= \frac{h^2 \alpha}{4} \sin(2\theta) \\
 &+ \frac{(m^2 - 1)}{2s} h \alpha^2 \sin(\theta)
 \end{aligned}$$

同様に、PSF 重心、像サイズを計算する。

$$\begin{aligned}
 \langle X_{classical} \rangle &= \left( 1 + \frac{1 + \gamma^2}{16 F^2} \right) \alpha \\
 \langle Y_{classical} \rangle &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 X_{classical-rms} &= \frac{|\alpha|}{16 F^2 s} \sqrt{\frac{8 F^2 (-3 + 2m + m^2 + 2s)^2 \alpha^2 (1 + \gamma^2) + s^2 (1 - \gamma^2 + \gamma^4)}{2}} \\
 Y_{classical-rms} &= \frac{|\alpha|}{16 F^2 s} \sqrt{\frac{24 F^2 (m^2 - 1)^2 \alpha^2 (1 + \gamma^2) + s^2 (1 + \gamma^2 + \gamma^4)}{6}} \\
 R_{classical-rms} &= \sqrt{X_{c.c.-rms}^2 + Y_{c.c.-rms}^2}
 \end{aligned}$$

クラシカルカセグレン型も、直焦点型と同じく定性的には  $F$  値を大きくすることで像サイズは縮小し、また入射角  $\alpha$  の 1 次関数から 2 次関数的に像サイズが大きくなることが分かる。

### 4.2.2 Ritchy-Chrétien 型の収差

Ritchy-Chrétien 型の計算結果について示す．

$$\begin{aligned}
 X_{Ritchey-Chretien} &= \alpha \\
 &+ \frac{(-3 + 4m + 2m^2 + 4s)}{4s} h \alpha^2 \cos(\theta) \\
 Y_{Ritchey-Chretien} &= \frac{2m^2 - 1}{4s} h \alpha^2 \cos(\theta)
 \end{aligned}$$

同様に，PSF 重心，像サイズを計算する．

$$\langle X_{Ritchey-Chretien} \rangle = \alpha \quad (4.5)$$

$$\langle Y_{Ritchey-Chretien} \rangle = 0 \quad (4.6)$$

$$X_{Ritchey-Chretien-rms} = \frac{-3 + 4m + 2m^2 + 4s}{16Fs} \alpha^2 \sqrt{1 + \gamma^2} \quad (4.7)$$

$$Y_{Ritchey-Chretien-rms} = \frac{2m^2 - 1}{16Fs} \alpha^2 \sqrt{1 + \gamma^2} \quad (4.8)$$

$$R_{Ritchey-Chretien-rms} = \frac{\sqrt{(2m^2 - 1)^2 + (-3 + 4m + 2m^2 + 4s)^2}}{16Fs} \alpha^2 \sqrt{1 + \gamma^2} \quad (4.9)$$

このように Ritchy-Chrétien 型では像サイズが  $F$  値に反比例し  $\alpha$  の 2 乗に比例するという点で，上で見てきた 3 つの光学系とは異なる光学特性を持つといえる．

# Chapter 5

## IACTs 光学性能の数値シミュレーション

### 5.1 レイトレースシミュレーションの開発

現実的な設定でチェレンコフ望遠鏡の光学性能を評価するには、鏡表面のぼけの効果や複合鏡を採用することによる効果をレイトレースシミュレーションによって取り入れる必要がある。そこで今回レイトレースシミュレーションプログラムを作成し、今まで見てきた4つの光学系について評価を行った。

今回作成したレイトレースプログラムは空間に以下の3タイプの物体を配置し物体表面での光線反射を追跡することができる。

1. 回転二次曲線 (球, 回転放物面, 回転双曲面など)
2. 円盤
3. 矩形

オブジェクトはそれぞれローカル座標系での衝突判定コードを持っており、衝突・反射計算はローカル座標系で行われる。このため、新しいオブジェクト形状の追加が容易である。さらにオブジェクト間に階層構造を作ることが可能なように作っており、既に作成した光学系を簡単に組み合わせ使用することができる。実際に光線が衝突したオブジェクトは、光線の出発点からもっとも短い距離で衝突したオブジェクトということになる。

#### 5.1.1 小型鏡による複合鏡構造への対応

複合鏡をシミュレーションに使用する場合の形状とサイズについては、現在CANGAROO-IIIで用いられている小型鏡と同じ直径が80cmの円形球面鏡を使用した。複合鏡使用時は主鏡・副鏡ともに複合鏡となり、六方最密に小型鏡が配置される。小型鏡間の隙間は不透明な材質で塞いだものとして扱い、迷光が生まれないようにしている。

30m 口径の望遠鏡を 80cm 口径の小型鏡で埋め尽くすためには、千枚を超える小型鏡が必要になるため、計算の高速化には注意をしている。光線追跡の手法では、光線が真に衝突したオブジェクトを知るために全てのオブジェクトの中から最も近い距離で光線と交差するものを探索する必要があるが、これらの全てのオブジェクトと毎回交差判定を行っていたのでは非常に多くの時間がかかってしまう。そこで衝突判定を高速化するために空間をいくつかの領域に分割し、分割統治法による衝突判定の高速化を行っている。この手法により、計算に要する時間は約 10 分の 1 に短縮されている。

小型球面鏡の焦点距離は、ちょうど小型球面鏡の位置から焦点に像を結ぶように選んでいる。ここで球面鏡の焦点距離を  $f$ 、曲率半径を  $R$  とすると、 $R = 2f$  である。

カセグレン型の副鏡は凸面鏡を用いることとなる。これについても小型球面鏡を凸面として使用した。

### 5.1.2 鏡のぼけの効果

実際の小型鏡は研磨によって目的とする表面形状を形成するが、このとき表面に残った微小な凹凸が反射に影響を与えられている。この効果は鏡形状からの収差の影響が小さい On-Axis 領域で特に強くスポットサイズに現れ、本来一点に集まるはずの  $0^\circ$  入射光のスポットサイズが有限の広がりを持つ理由の 1 つとなっている。今回は凹凸は波長に対し十分小さく散乱はガウシアンで近似できると仮定し、散乱によって鏡表面の反射ごとに光線方向が成す角  $\theta$  変化するとし、 $\theta$  の平均が 0、分散が  $\sigma_R$  となるようなガウス分布による散乱効果を加えている。また散乱は、ベクトルの成す角が  $\theta$  となる方向全てに一様と仮定し、一様乱数によって最終的な方向を決めている。注意すべき点として、スポットサイズの評価に光子分布を X 軸または Y 軸方向に射影後の分布をガウシアンフィットした場合の数値との比較が挙げられる。射影後の光子分布に対する分散  $\sigma$  と、成す角に対して加えた散乱効果  $\sigma_R$  は、3.1.4 章で求めたように  $\sigma_R = \sqrt{2}\sigma$  の関係がある。そのため  $\sigma_R$  の値は射影後の値を用いている文献値に比べ  $\sqrt{2}$  倍程度大きく見えることに注意が必要である。

シミュレーションでは  $X_{rms} = Y_{rms} = 0.3mrad = 0^\circ.0172$  を使用した ( $R_{rms}$  では  $R_{rms} = \sqrt{2} \times 0.3mrad = 0^\circ.0243$  に相当する)。これは H.E.S.S. 望遠鏡の実測値に基づく値であり、H.E.S.S.-II 計画の設計時にレイトレースシミュレーションで用いられている値である [15]。今回は直焦点型との光学系の比較に興味があったためこの値を用いることとした。

## 5.2 要求光学性能

### 5.2.1 要求スポットサイズ

VHE ガンマ線を効率よく識別するためには、直径 3 度から 4 度程度の視野全体にわたって約  $0.1$  程度のピクセルサイズが必要がある。100GeV 以下のガンマ線に

より生成される空気シャワーは、より暗くサイズも小さなものになるため、さらに2倍以上角度分解能を向上させる必要とされている。そこで、入射角 $1^\circ$ のときに光学系による像サイズ  $R_{rms}$  が  $0.05$  以下であることを要請することにした。

### 5.2.2 要求視野

反射系を用いる限り、広視野の確保は大きなコスト要因となる。今回は現状維持を考え直径 $4^\circ$ 視野をカバーできるカメラサイズで計算を行ったが、特に数値的な要求性能は課さなかった。一般論としては、図2.7のように低エネルギーイベントではシャワーイメージは小さくなる傾向があり、若干視野を減らせる可能性がある。高地における観測の場合もチェレンコフ角が小さくなるため視野は減らせる可能性がある。

### 5.2.3 要求時間分解能

Akhperjanian らの研究を踏まえ [17]、 $\gamma$  線による空気シャワーの時間幅約 5nsec が識別可能な光学系であることを要請した。

## 5.3 カセグレン型の副鏡位置とスポットサイズの関係

3.4 章で述べたように、カセグレン型光学系の採用によって望遠鏡を光軸方向にコンパクト化可能かどうかについて調べた。カセグレン型では一般的にカメラは主鏡中央からやや後方(観測する物体と反対方向)に配置されるが、今回はカメラを主鏡中心に固定した。これは重いカメラはを望遠鏡中心に設置することで慣性モーメントが削減されることと、望遠鏡後方に張り出さない構造にすることで光軸方向のサイズを縮小することを意図したものである。

カメラ位置を主鏡中心に固定したとき、カセグレン型光学系は次の2つのパラメータ  $F_{prim}$ ,  $t$ , 及び主鏡と副鏡の Conic 定数で一意に決定される。

1. 主鏡焦点距離  $f_{prim}$  を主鏡口径  $D = 2R_0$ (ただし  $R_0$  は主鏡半径) で割った  $F_{prim} = D/f_{prim}$
2. 主鏡焦点距離に対する副鏡(頂点)位置  $t = \frac{p}{p+d}$

ただし、 $p$ ,  $d$  については3.4 章で定義したものである。図5.1にこの  $F_{prim}$ ,  $t$  の関係を示す。

カメラを主鏡中心に固定したため、 $s = 1$  となっている。ここで  $t = \frac{p}{p+d} = \frac{s}{m+s}$  は近似的には主鏡口径に対する副鏡口径の比と見ることができる。この仮定が成り立つ範囲で副鏡サイズは  $t$  によってのみ決まり、 $F_{prim}$  によらない。実際の主鏡口径と副鏡口径の比  $\gamma$  は式3.21で表される。

このような設定のカセグレン型望遠鏡について、 $F_{prim} - t$  空間をグリッドに切って各点での入射角 $1^\circ$ のスポットサイズをシミュレーションで計算し、5.2.1 章の条件を満たすかどうかを調べた。一般にセグメント鏡より一枚鏡の方がスポッ

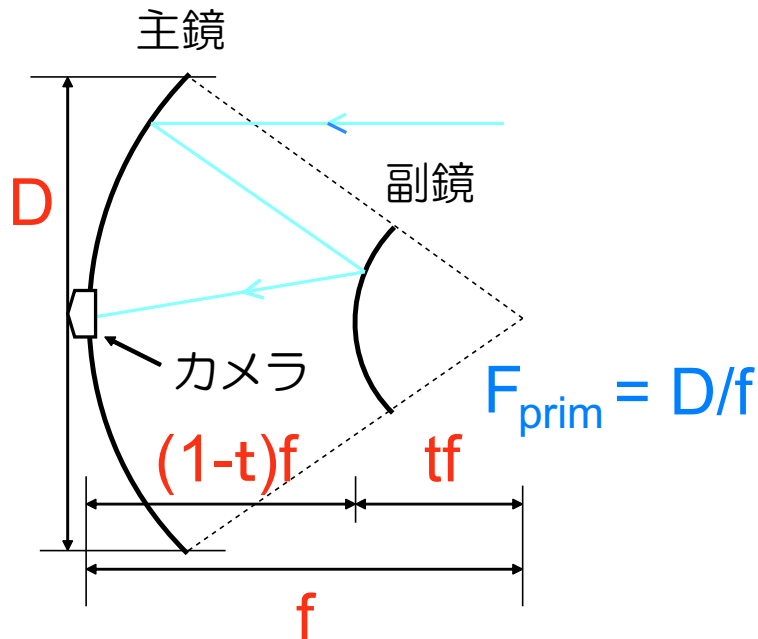


Figure 5.1: カメラを望遠鏡中心に固定したとき，カセグレン型望遠鏡のミラー配置の自由度は  $F_{\text{prim}}$  ,  $t$  の2パラメータで尽くせる．

トサイズは小さいため，セグメント鏡で5.2.1章の条件が満たされるなら一枚鏡についても満たされるはずである．一枚鏡の場合のほうが計算が速く終わることと，カセグレン型についての上限值を確認するため，一枚鏡についての解の探索を行い，見込みがある  $F_{\text{prim}} - t$  空間を調べた．

### 5.3.1 副鏡口径及び遮光比

副鏡サイズが  $tR_0$  で近似できると仮定すると<sup>1</sup>，副鏡によって主鏡にできる影の面積は  $t^2S_0$  (ただし  $S_0$  は主鏡面積) となる．このことから， $t$  が小さいほど副鏡によって遮られる面積は小さくなり，

$$\frac{\text{副鏡影の面積}}{\text{主鏡の面積}} = t^2 \quad (5.1)$$

となることが分かる．

カメラサイズに関する注意

カセグレン系の合成焦点距離  $f_{\text{total}}$  は，

$$f_{\text{total}} = F_{\text{prim}} D \frac{1-t}{t} \quad (5.2)$$

<sup>1</sup>これが近似である理由については3.4.1章参照のこと

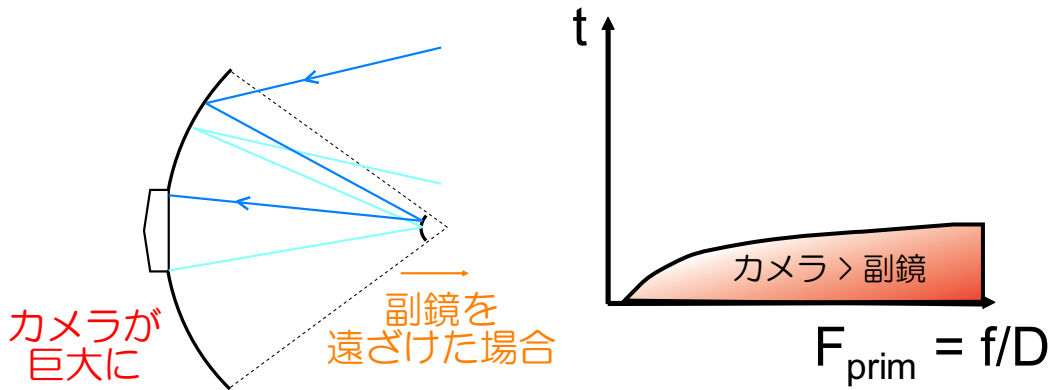


Figure 5.2: 定性的にはグラフの赤い領域でカメラサイズが副鏡よりも大きくなる．実際にはカメラと重なってしまう部分の主鏡は使えないため，このような解には注意する必要がある．

となる． $t$  が 0 に近づくとき  $f_{total}$  も急激に大きくなり，これに伴いある広さの視野を確保するためのカメラサイズも大型化する．そしてある段階でカメラサイズが副鏡サイズより大きくなってしまふ (図 5.2) ．

副鏡サイズが  $tR_0$  で近似できる場合は，(副鏡サイズ) > (カメラサイズ) である条件は

$$t > \left( \sqrt{1 + \frac{2}{F_{prim} \tan \alpha_{max}}} - 1 \right) F_{prim} \tan \alpha_{max} \quad (5.3)$$

となる．ここで  $\alpha_{max}$  はカメラ視野 (半径) である．

### 5.3.2 主鏡副鏡間の距離

主鏡副鏡間の距離は  $l$  であり，

$$l = f(1 - t) \quad (5.4)$$

$$= F_{prim} D(1 - t) \quad (5.5)$$

となる．主鏡副鏡間の距離一定というラインは  $(F_{prim}, t) = (0, 1)$  を中心とした反比例のグラフになる．

### 5.3.3 副鏡の慣性モーメントの評価

実際のサポート構造には，主鏡副鏡間の距離だけでなく副鏡の大きさも関係してくると考えられる．そこで副鏡の慣性モーメントについても評価を行った．主鏡から距離  $f(1 - t)$  のところにある半径  $tR_0$ ，面密度  $\rho$  の円盤として近似すると，副鏡の質量  $M_{sec}$ ，副鏡の慣性モーメント  $I_{sec}$  は，

$$M_{sec} = \rho \pi (tR_0)^2 \quad (5.6)$$

$$I_{sec} = \frac{\rho \pi R_0^4}{4} (t^4 + 16(t(1 - t)F_{prim})^2) \quad (5.7)$$

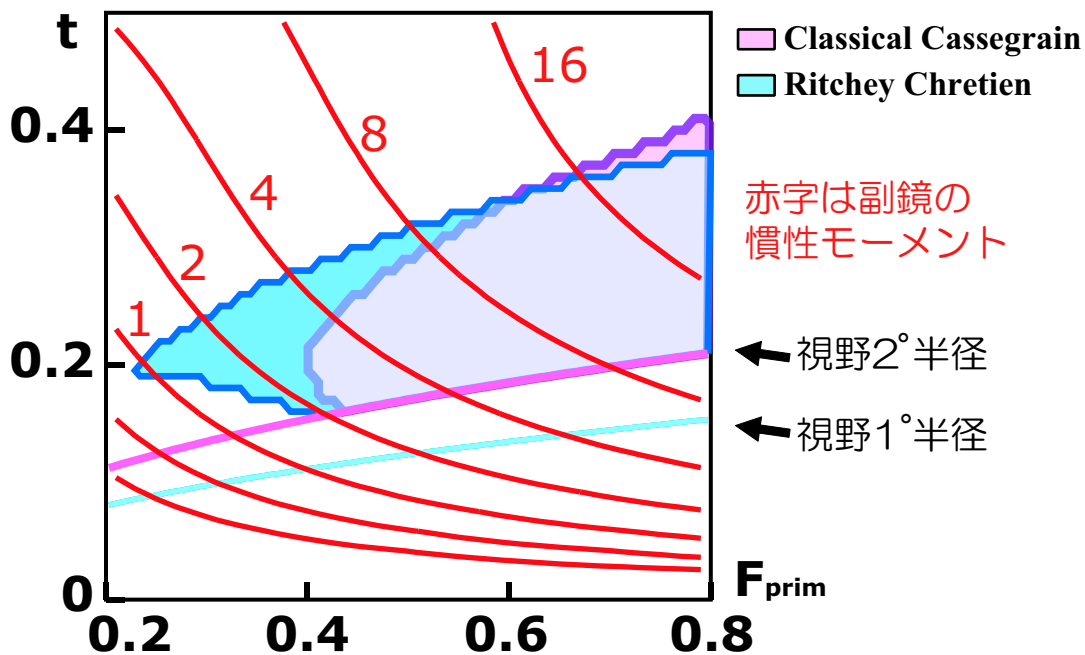


Figure 5.3: クラシカルカセグレン型と Ritchey-Chrétien 型について，スポットサイズの要求 ( $R_{rms}$  が  $0.05$  以下) が満たされる領域を示す．横軸は  $F_{prim}$  で縦軸は  $t$  である．それぞれ一枚鏡で鏡のぼけの効果は  $R_{rms} = 0.0172$  で，入射角は  $1^\circ$  である．空白部分は計算を省略しているため値が存在しない領域である．ピンク色の領域がクラシカルカセグレン型がスポットサイズの要求が満たされる領域で，見ず色の領域が同じく Ritchey-Chrétien 型となる．横に引かれているラインはカメラサイズと副鏡のサイズが等しくなる条件で，これより下はカメラサイズの方が副鏡よりも大きくなる．赤いラインは，式 5.7 で計算した副鏡の慣性モーメントの大きさを表す等高線である．慣性モーメントの脇の数字はノーマライズされた相対値である．

となる．

#### 5.3.4 スポットサイズの要求が満たされる領域

クラシカルカセグレン型と Ritchey-Chrétien 型について，スポットサイズの要求が満たされる領域をグラフ 5.3 に示す．グラフから，定性的には Ritchey-Chrétien 型の方がクラシカルカセグレン型よりも小さい  $F_{prim}$  を達成できることがわかる．慣性モーメントを最小にしている点は Ritchey-Chrétien 型の  $(F_{prim}, t) = (0.25, 0.2)$  である．式 5.5 の関係からも分かるようにこの点は主鏡-副鏡間距離が最小の解でもある．

$F_{prim} - t$  空間でそれぞれの光学系のスポットサイズがどのように変化するかについては改めて 5.4 に示した．



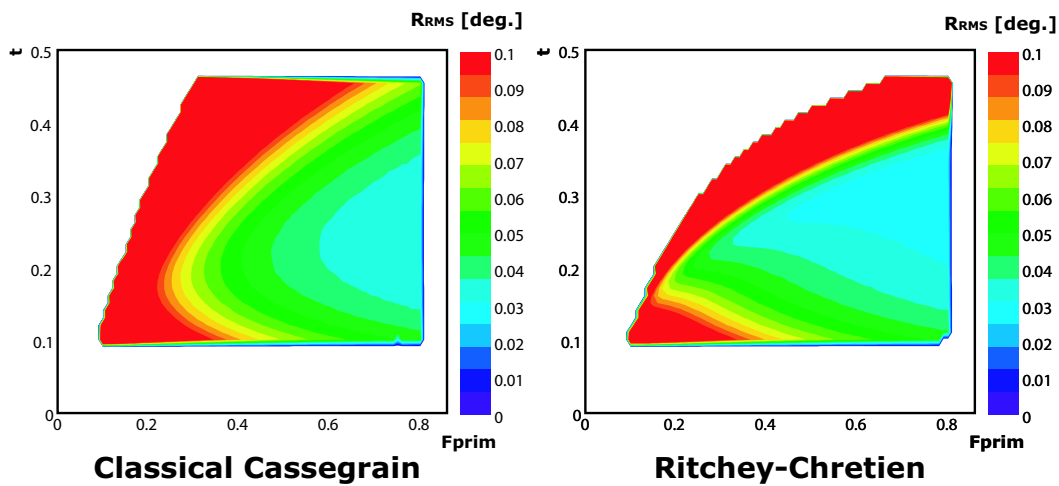


Figure 5.4: クラシカルカセグレン型と Ritchey-Chrétien 型について，スポットサイズの分布を示す．横軸は  $F_{prim}$  で縦軸は  $t$  である．スポットサイズの定義は 3.1.4 章で定義した  $R_{rms}$  である．それぞれ一枚鏡で鏡のぼけの効果は  $R_{rms} = 0^{\circ}.0172$  で，入射角は  $1^{\circ}$  である．空白部分は計算を省略しているため値が存在しない領域である．左がクラシカルカセグレン型，右が Ritchey-Chrétien 型である．  
 $R_{rms}$  が  $0.03$  あたりより低くならないのは，鏡のぼけの影響であると考えられる．外周部で  $R_{rms} = 0^{\circ}.1$  の領域が広がっているように見えるがこれは，描画時に値が飽和しているためで，実際には内側の谷上の構造がそのまま延長された徐々に  $R_{rms}$  が増大する傾向を示す．

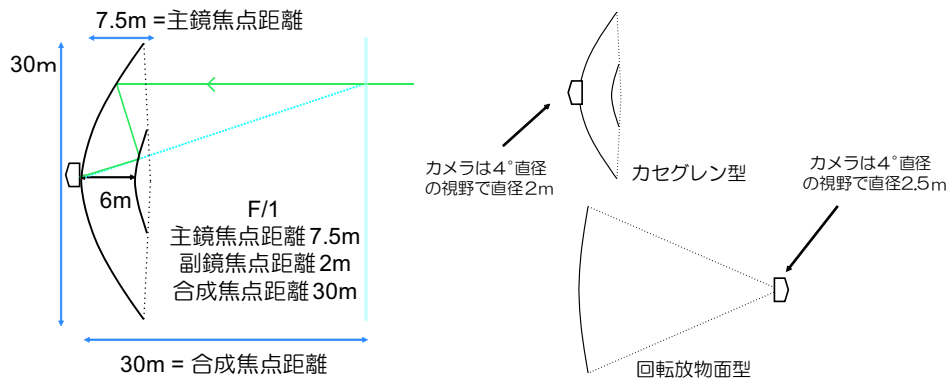


Figure 5.5: 左図は  $(F_{prim}, t) = (0.25, 0.2)$  の Ritchy-Chrétien 型各部の実際の長さを示す．右図は  $(F_{prim}, t) = (0.25, 0.2)$  の Ritchy-Chrétien 型 (上) と, F/1.2 の回転放物面型 (下) を同じスケールで描いたもの．Ritchy-Chrétien 型では光軸方向にかなりサイズを短く出来ていることがわかる．

## 5.4 Ritchy-Chrétien( $F_{prim}, t) = (0.25, 0.2)$ の光学性能評価

$(F_{prim}, t) = (0.25, 0.2)$  なる Ritchy-Chrétien 型光学系は, 典型的なぼけのサイズ  $R_{rms} = 0^\circ.0172$  の一枚鏡を使用した場合でも,  $1^\circ$  入射光に対して  $R_{rms} \leq 0^\circ.05$  以下のスポットサイズを実現できることが分かった．この光学系について改めて形状及び光学特性を示す．

### 5.4.1 ミラー形状

ミラー形状を図示したものが図 5.5 である．F/1.2 の回転放物面型と比較すると, 光軸方向にかなりサイズを減らすことができているのがわかる．

また, 合成 F 値  $F_{total} = 1$  で, カメラサイズは F/1.2 の回転放物面よりも小さくなる．

### 5.4.2 像サイズと光量の角度依存性

グラフ 5.6 にスポットサイズの角度依存性を示す．

グラフ 5.6 より, 回転放物面型と比較して  $(F_{prim}, t) = (0.25, 0.2)$  の Ritchy-Chrétien 型の取得光量を見積もると, 回転放物面型の約 94% という値になった．これは予想される値  $1 - t^2 = 0.96$  から若干低い値であるが, 実際には副鏡サイズが  $tR_0$  よりも少し大きくなっていることで説明がつく．いずれにせよ, 反射率を  $X$  とすると, 回転放物面に比べたときの実際の取得光量は  $0.94 \times X$  となると考えられる．

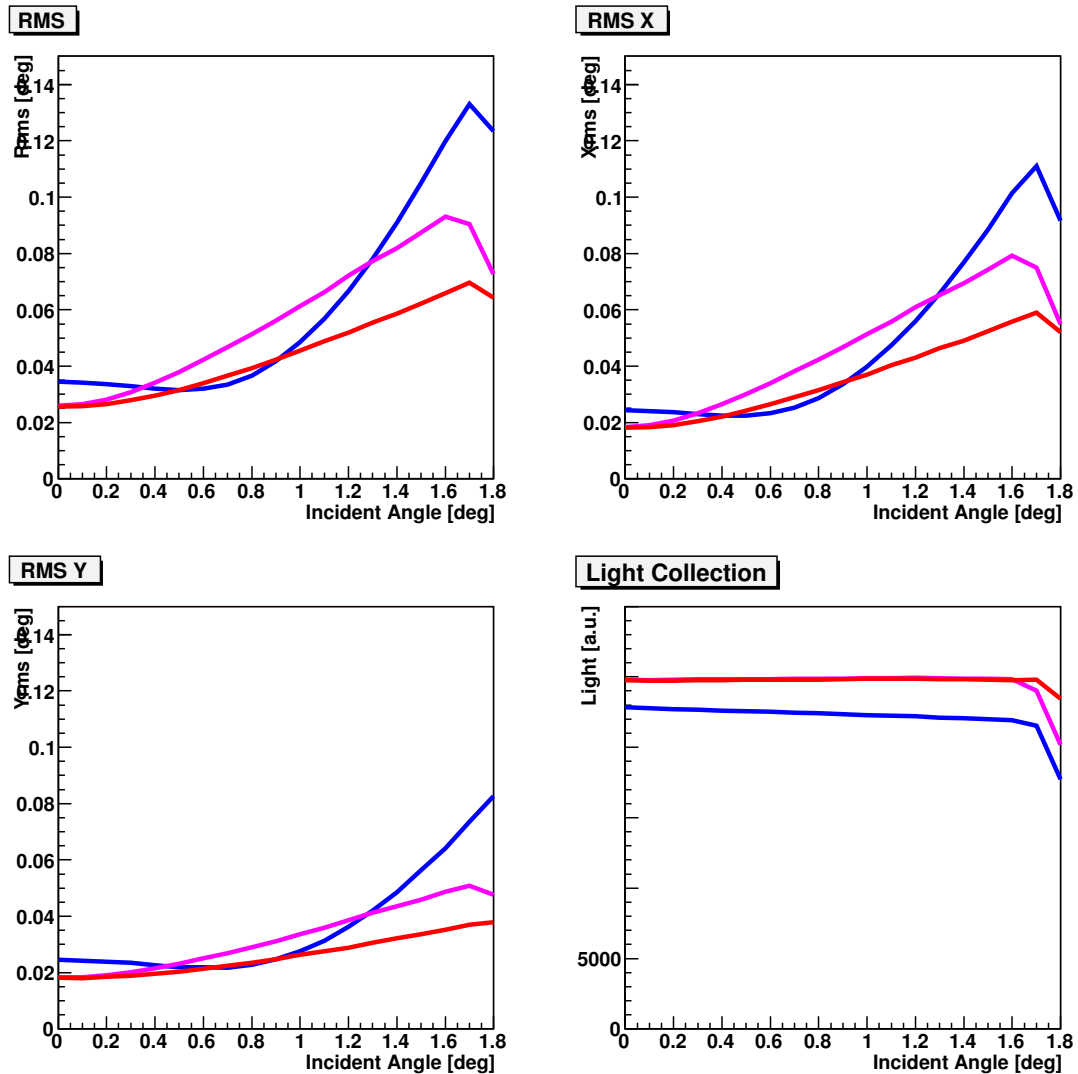


Figure 5.6: 横軸は入射角，縦軸は像サイズのRMS(左上)，像サイズの Radial 成分の RMS(左下)，像サイズの Tangential 成分の RMS(右上)，取得光量(右下)である．青色が  $(F_{prim}, t) = (0.25, 0.2)$  の Ritchy-Chrétien 型，ピンク色が F/1 の回転放物面型，赤が F/1.2 の回転放物面型である．Ritchy-Chrétien 型の像サイズが入射角  $0^\circ.1$  以上で急激に大きくなるのは，スポットサイズに関する条件ギリギリのものを選んだためと考えられる．入射角  $1^\circ.6$  付近からグラフの形状が乱れるのは，収差によって広がった像の一部がカメラ(半径  $2^\circ$ )の外にでてしまったためと考えられる．

また一回反射型の回転放物面型では，入射角  $0^\circ$ での像サイズが，ぼけの効果 ( $R_{rms} = \sqrt{2} \times 0.3\text{mrad} = 0^\circ0243$ ) と consistent になっている．

# Chapter 6

## ディスカッション

### 6.0.3 副鏡位置の最適化について

5章では主鏡副鏡間の距離が最小となるような構成について考察を行ったが、 $(F_{prim}, t) = (0.25, 0.20)$  付近で動かすのであればそこまで急激にコストに影響を与えるとは考えにくい。そこでチェレンコフ望遠鏡として最終的なデザインを決定するときは、他の入射角での像サイズなども総合的に評価して配置を決定する必要があると考えられる。

### 6.0.4 複合鏡併用時のスポットサイズ

直径 80cm 小型球面鏡による複合鏡構造のときの像サイズについても、Ritchy-Chrétien 型で計算を行ってみた結果が図 6.1 である。直径 80cm 小型球面鏡をもちいることで像サイズが大きくなっていることが分かる。複合鏡の直径を小さなものにすると像サイズには改善が見られることから、球面鏡による近似が不十分であると予想される。なお、このとき条件「 $1^\circ$  入射光に対して  $R_{rms}$  が  $0.05$  以下」を要請すると、 $(F_{prim}, t) = (0.89, 0.23)$  となることが分かった。考えられる方法として、

1. 小型鏡の口径を小さくする。
2. 小型鏡を球面鏡ではなく、図 3.3 のような分割鏡で構成してみる。

等の方法が考えられる。

### 6.0.5 カセグレン型望遠鏡のコスト削減目標

カセグレン望遠鏡の取得光量減少分をデメリットとしてコスト換算する方法を考えてみる。以下、直焦点型の口径と取得光量の関係を、望遠鏡口径  $D$  についての経験則 [11]  $cost \propto D^{2.7}$  が成り立つと仮定しよう。直焦点型の口径と取得光量の関係を、この式に当てはめると、(直焦点型についての) 取得光量  $L$  とコストの対

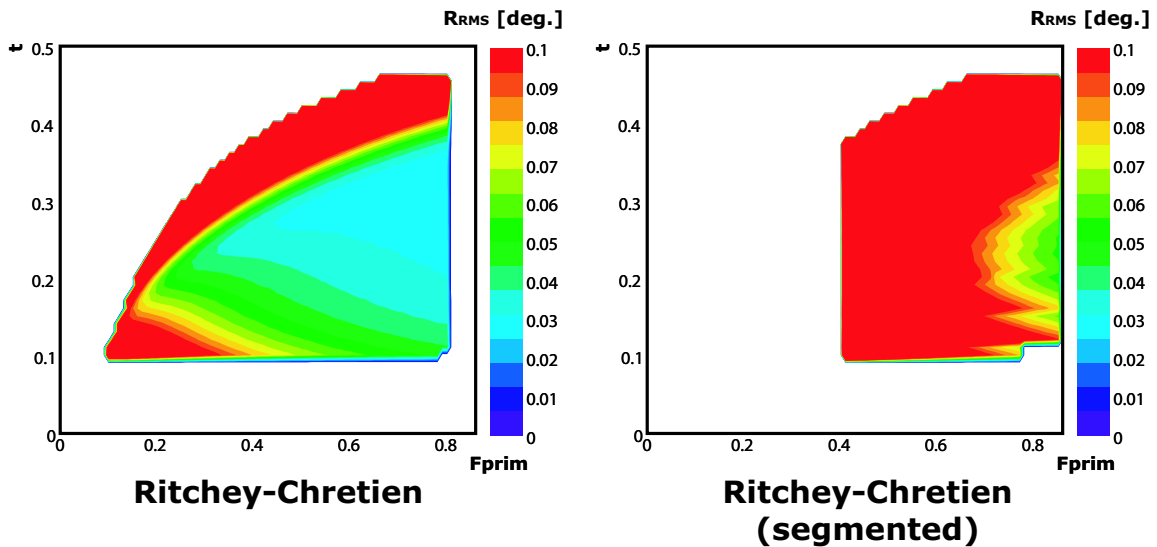


Figure 6.1: Ritchey-Chrétien 型の一枚鏡とセグメント鏡について，スポットサイズ分布を示す．空白部分は計算を省略しているため値が存在しない領域である．左が一枚鏡で右が直径 80cm のセグメント鏡．鏡のぼけの効果は  $R_{rms} = 0^{\circ}.0172$  で，入射角は  $1^{\circ}$  である．横軸は  $F_{prim}$  で縦軸は  $t$  である．

応が得られる．

$$L \propto D^2 \quad (6.1)$$

$$\text{cost} \propto D^{2.7} \propto L^{1.35} \quad (6.2)$$

つまり光量を増やすためにどれだけコストがかかるかという視点で  $\text{cost} \propto D^{2.7}$  を書き直したことになる．参考までに 5 章で求めた Ritchey-Chrétien 型の主鏡-副鏡間距離最小解について，その光量の減少分に相当するコスト変化を計算してみる．

副鏡の反射率として 80% と 90% という値を想定すると，カセグレン型を採用したことによる光量のロスはいずれも 75.2% (反射率 80%)，84.6% (反射率 90%) となる．よってカセグレン型を採用したことによるデメリットはコスト換算でそれぞれ 33% (反射率 80%)，20% (反射率 90%) と見積もられる．これは見方を変えればカセグレン型望遠鏡でそれぞれ 33%，20% 以上のコスト削減が可能であれば，直焦点型の口径を小さくするよりもカセグレン型に移行したほうがコスト的に有利という意味として見る事ができる．

### 6.0.6 カセグレン型望遠鏡のカメラ位置について

本研究ではカメラ位置を最初に主鏡中心付近に存在するものという仮定があって，その上でカメラ位置は主鏡中心に配置するという判断を行った．しかし，最初から十分にカメラを遠ざけるといふ解も存在するという例を示す (図 6.2)．

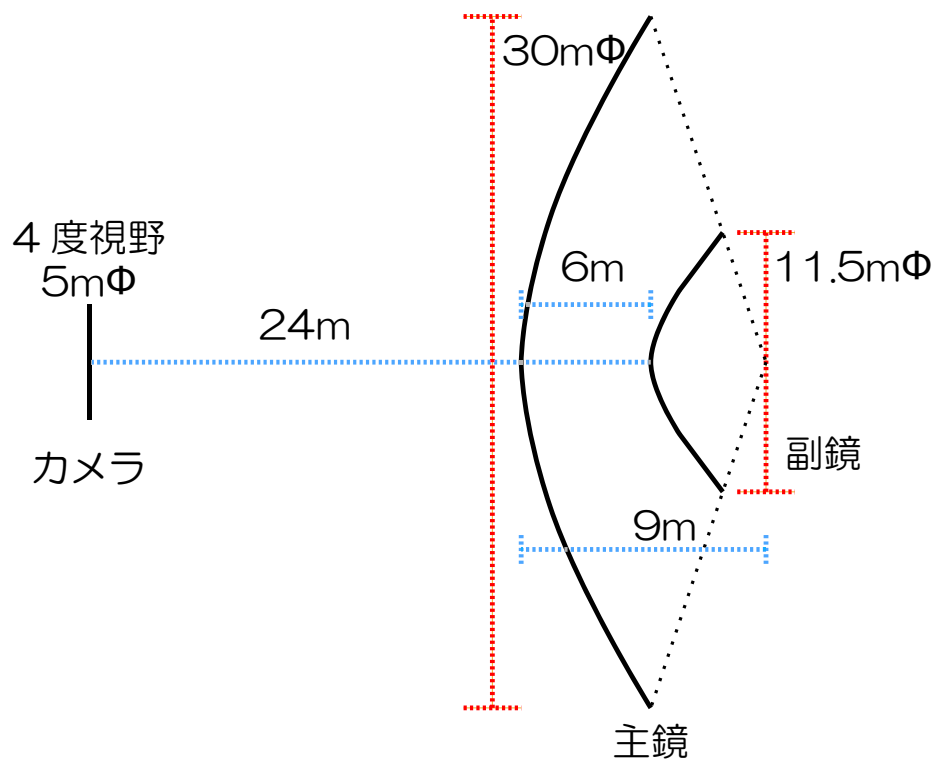


Figure 6.2: 敢えてカメラを遠くに配置することから出発したカセグレン望遠鏡。望遠鏡中心を地上から 19m 程度の高さとするれば、この望遠鏡が天頂方向を向くときにカメラは地上から 1m の位置にある。このような高さであれば、カメラを地上からサポートすることも可能となり、望遠鏡本体とカメラを完全に切り離れた構造が考えられるかもしれない。

望遠鏡の動きにカメラを合わせるには、半径 18m の円弧の形をしたレールの上にジェットコースターのようにカメラを設置し、望遠鏡が Elevation 方向に向きを変えるのに合わせてレールの上を移動させれば良い。この方法の欠点は構造を簡略化しようとして返って大掛かりにしまいなねないところであるが、従来の望遠鏡とは異なる方向性として一度検討を行ってみたいと考えている。

# Chapter 7

## 結論と今後の課題

### 7.1 チェレンコフ望遠鏡の幾何光学的評価

チェレンコフ望遠鏡としてよく用いられる回転放物面型, Davies-Cotton 型に加え, クラシカルカセグレン型, Ritchy-Chrétien 型の望遠鏡について幾何光学の立場から収差関数のまとめを行った. 入射角と像重心の移動と像サイズの関係として, 一枚鏡でぼけの効果が全く無い理想的な光学系についての解析的關係式を得ることができた. 直焦点型についてこの式と従来のチェレンコフ望遠鏡での実測値とを比較すると, 入射角を大きくしていった場合の漸近的な性質としてそれぞれが一致することが確かめられた. またカセグレン型についてもレイトレースプログラムと Consistent であった. IACTs の光学デザインを比較検討する上で, 望遠鏡形状とスポットサイズを結びつけるのに有用な式をまとめることが出来た.

### 7.2 一枚鏡からなるカセグレン型望遠鏡による光軸方向のコンパクト化に関する考察

カセグレン型望遠鏡でチェレンコフ望遠鏡としての要求光学性能を満たしながら光軸方向のコンパクト化を行うための考察を行った. カメラを望遠鏡中心に設置し, 従来のチェレンコフ望遠鏡での典型的な鏡のぼけの効果  $0.3\text{mrad}$  を入れた一枚鏡としてクラシカルカセグレン型と Ritchy-Chrétien 型のレイトレースシミュレーションを行い,  $1^\circ$  入射で像サイズ  $0.05$  RMS 以下という条件下が満たされる主鏡焦点距離と副鏡位置の条件を得ることが出来た.

### 7.3 カセグレン光学系によるコストダウンの可能性

上のレイトレースシミュレーションによって, コマ収差の影響を受けない Ritchy-Chrétien 型の方が副鏡を主鏡により近づけられることが分かった. 副鏡を主鏡に最大限近付けた場合, 主鏡口径  $30\text{m}$  に対して主鏡-副鏡間距離は  $6\text{m}$  になり, これは回転放物面型の主鏡-カメラ間の距離の  $\frac{1}{6}$  にあたる. 一方, 従来使用されて

いる直径 80cm 小型球面鏡と組み合わせでは球面鏡による近似が不十分であるため、像サイズの条件を満たすには Ritchy-Chrétien 型で主鏡-副鏡間距離を 20 m まで広げる必要があることが分かった。これについてはより小型の球面鏡を用いることで改善の傾向がみられることから、今後小型鏡の組み合わせについて改良が進めば、従来の直焦点型よりも光軸方向のコンパクト化が可能なカセグレン光学系は大口径化に有効な解であると考えられる。

## 7.4 今後の課題

本考察により、カセグレン型チェレンコフ望遠鏡の採用による光軸方向の小型化の可能性としてその上限値を得ることが出来た。今後の課題として、どのようなタイプの複合鏡と組み合わせれば副鏡をより近付けられるかについて調べる必要がある。また要求される形状精度などの値が妥当なコストで実現可能かどうかについても検討を行う必要があるだろう。コンパクト化を進めたカセグレン望遠鏡は、従来の直焦点型と比べて大きな入射角で反射する光学系となるため、反射率の角度依存性など新たに考慮しなおすべき事柄がまだいくつか存在するものと考えられる。

また、カセグレン光学系の広視野チェレンコフ望遠鏡への応用の可能性についても今回検討は行っていない。本考察により解析に必要な道具の準備はほぼ揃っているため、検討を行ってみる価値はあるかもしれない。

今後具体化してくるであろう 30m 級の次世代光学望遠鏡計画とも情報の交換をしつつ、大気チェレンコフの特色を生かした望遠鏡の開発を目指したい。



# Chapter 8

## 謝辞

本研究を行うにあたり，2年間御指導をいただきました森正樹教授に深く感謝いたします。自由な雰囲気で行わせていただいたご恩を，いつも締め切りギリギリで見えていただくという仇で返してしまいました。いつか恩返しができるよう精進したいと思います。

吉越貴紀助教授には本研究の基礎段階から様々な助言をいただきました。何度も夜遅くまでご指導いただきました。あの夜のおかげでピンチを何とか乗り越えることができました，という夜がいくつも思い出されます。どうもありがとうございました。榎本良治助教授にも多くの助言をいただきました。特に物理や様々な物事に対する心構えを教えていただいたことに感謝したいと思います。Woomeraでの作業では度々ご心配をおかけしました。経験を通してご教授頂けた何が大切かということは，今後もずっと忘れないだろうと思います。また，初めての現地作業であたふたする中，熱心に御指導いただいた東海大学の河内明子助教授に感謝いたします。準備の大切さと現場での意思の力の重要さを学ばせていただきました。

信州大学の木舟正教授，京都大学の谷森達教授を始め，CANGAROOグループを支える先生方，事務の方々に感謝いたします。これまでのグループの一員としての2年間は，貴重な体験の連続でした。多くの人に支えられていることを実感した日々でした。初めての観測作業で右も左も分からない中，観測スケジュールについて暖かい助言を頂きました内藤統也助教授に感謝いたします。事務手続きを始め様々なサポートにより快適な研究環境を支えていただいた宇宙線研究所の小林範子様感謝いたします。

宇宙線研究所の先輩方，同期の方々には，公私共に大変お世話になりましたことを深く感謝いたします。優しい気配りと多方面の深い造詣で何度も助けていただいた原敏様，明るいムードとさりげない心遣いで何度も助けていただいた土屋兼一様，数々の的確な助言と学生部屋の大石理子様，楽しい学生生活の場をずっと守ってこられた株木重人様，Woomeraでの楽しい日々と計算機についての多くのサポートを頂きました足立裕樹様，普段から数え切れないほどのサポートを頂き，長い夜の話し相手になっていただいていた木内隆太様に感謝いたします。そして，2年間の学生生活を日々楽しく過ごすことが出来，無事に今というときを迎えることができたことについて，同期の川崎祥様と湯浅翠様に深く感謝いた

します。

京都大学宇宙線研究室の学生の皆様に感謝いたします。特に、大きなトラブルもなく平和なシフトは人徳の成せるわざと信じています片桐秀明様、不安いっばいの初めての観測の日々においしい料理で心を和ませていただきました西田大輔様、不慣れな M2 ふたりにシフトリーダーとして様々な助言とお心遣いをいただき表に影にサポートをいただきました中森健之様、そして文字通り苦楽を共にし今や私の思い出の 1 ページに確実に刻まれてしまった東悠介様に特に感謝いたします。

甲南大学の林清一様には、望遠鏡コントロールについて直接の教えていただき、またたびたびメールで暖かいご助言を頂きましたことに感謝いたします。

Adelaide 大学の Greg Thornton 氏にはシフトで大変お世話になりましたことを感謝いたします。一緒にシフトで楽しい時間を過ごすことが出来ました Victor Stamanescu 氏に感謝いたします。また、見知らぬ日本人を温かく迎えてくれたオーストラリアの方々に感謝いたします。

大学が近いこともあり、度々お世話になりました茨城大学の鈴木進佑様、鈴木俊考様に感謝します。

本論文の執筆にあたり、以下の方々の修士論文を参考にさせていただきました。[21], [22], [21], [23], [24], [25], [26], [27]。改めて感謝いたします。

最後に、大学院生としてここにいられることについて最も大きなサポートとなってくれた両親に、ありがとうございました。

# Appendix A

## 収差に関する具体的な計算

### A.1 収差関数の導出

実際に収差関数を計算する手順について説明する．図 A.1 のように入射瞳上の点  $(r, \theta)$  を通り  $\nu$  軸方向に  $\alpha$  傾いた光線が，焦点面上の点  $(X(r, \theta; \alpha), Y(r, \theta; \alpha))$  に到達するものとして， $(X(r, \theta; \alpha), Y(r, \theta; \alpha))$  を  $r, \theta, \alpha$  の関数として展開する．

#### A.1.1 ザイデルの 5 収差

最終的に角度情報を求めたいので， $X, Y$  を  $f$  で割った式を考える．この式を  $(h, \alpha) = (0, 0)$  で Taylor 展開する．

$$\frac{X(h, \theta, \alpha)}{f} = \sum_{j,k,l}^{j \geq k} h^j \alpha^l (s_{j,k,l} \cos^k \theta + t_{j,k,l} \sin^k \theta) \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{Y(h, \theta, \alpha)}{f} = \sum_{j,k,l}^{j \geq k} h^j \alpha^l (u_{j,k,l} \cos^k \theta + v_{j,k,l} \sin^k \theta) \quad (\text{A.2})$$

ただし， $\cos \theta, \sin \theta$  は元々  $h$  の積として導入された項であるため，次数に関して  $j \geq k$  が成り立つ必要がある．

ここで次のような条件から  $s_{j,k,l}, t_{j,k,l}, u_{j,k,l}, v_{j,k,l}$  に制限を加える．

1.  $X(h, \theta, \alpha), Y(h, \theta, \alpha)$  は一価関数である．すなわち  $X(h, \theta, \alpha) = X(-h, \theta + \pi, \alpha), Y(h, \theta, \alpha) = Y(-h, \theta + \pi, \alpha)$  である．
2. X 軸方向に傾いた光束が軸対象な光学系に入射するので，XZ 平面に対して平面对象性を持つ．すなわち  $X(h, \theta, \alpha) = X(h, -\theta, \alpha), Y(h, \theta, \alpha) = -Y(h, -\theta, \alpha)$
3. 光学系は軸対象である．すなわち， $X(h, \theta, 0), Y(h, \theta, 0)$  は軸対象でなければならない．このとき  $X(h, \theta - \pi/2, 0) = Y(h, \theta, 0)$  である．また  $-\alpha$  傾けた時を考えると  $X(h, \theta, \alpha) = -X(h, \theta + \pi, -\alpha), Y(h, \theta, \alpha) = -Y(h, \theta + \pi, -\alpha)$  が成り立つ．

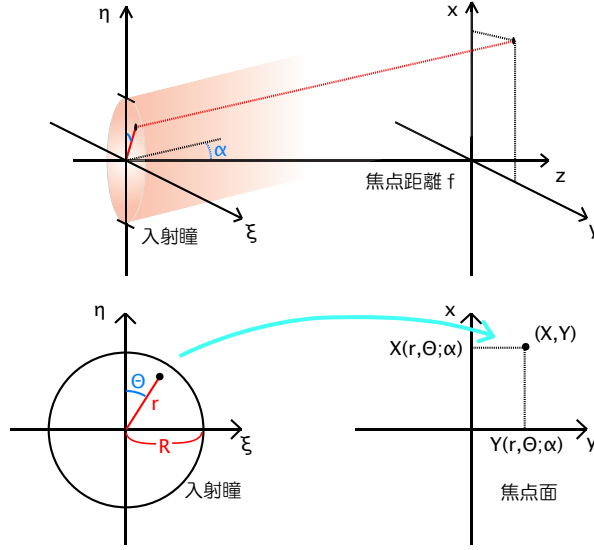


Figure A.1: 光線収差の模式図を示す .

すなわち,  $\forall i, j, k \in Z(i \geq j \geq 0, k \geq 0)$  で,  $X(h, \theta, \alpha)$  について以下が成り立たなければならない<sup>1</sup>.

$$h^j \alpha^l (s_{j,k,l} \cos^k \theta + t_{j,k,l} \sin^k \theta) = (-h)^j \alpha^l (s_{j,k,l} (-\cos \theta)^k + t_{j,k,l} (-\sin \theta)^k) \quad (\text{A.3})$$

$$h^j \alpha^l (s_{j,k,l} \cos^k \theta + t_{j,k,l} \sin^k \theta) = h^j \alpha^l (s_{j,k,l} \cos^k \theta + t_{j,k,l} (-\sin \theta)^k) \quad (\text{A.4})$$

$$h^j \alpha^l (s_{j,k,l} \cos^k \theta + t_{j,k,l} \sin^k \theta) = -h^j (-\alpha)^l (s_{j,k,l} (-\cos \theta)^k + t_{j,k,l} (-\sin \theta)^k) \quad (\text{A.5})$$

$Y(h, \theta, \alpha)$  についても同様 .

$$h^j \alpha^l (u_{j,k,l} \cos^k \theta + v_{j,k,l} \sin^k \theta) = (-h)^j \alpha^l (u_{j,k,l} (-\cos \theta)^k + v_{j,k,l} (-\sin \theta)^k) \quad (\text{A.6})$$

$$h^j \alpha^l (u_{j,k,l} \cos^k \theta + v_{j,k,l} \sin^k \theta) = -h^j \alpha^l (u_{j,k,l} \cos^k \theta + v_{j,k,l} (-\sin \theta)^k) \quad (\text{A.7})$$

$$h^j \alpha^l (u_{j,k,l} \cos^k \theta + v_{j,k,l} \sin^k \theta) = -h^j (-\alpha)^l (u_{j,k,l} (-\cos \theta)^k + v_{j,k,l} (-\sin \theta)^k) \quad (\text{A.8})$$

これより以下のことが導かれる .

$$\begin{aligned} j + k &\equiv 0 \pmod{2} \\ k + l &\equiv 1 \pmod{2} \\ t_{j,k,l} &= 0 \\ u_{j,k,l} &= 0 \\ k &= 1 \quad \text{if } l = 0 \text{ and } j \neq 0 \\ s_{j,1,0} &= v_{j,1,0} \quad \text{if } l = 0 \text{ and } j \neq 0 \end{aligned}$$

$j \geq k$  の制限を外すため, 改めて  $j, k, l$  を次のように定義しなおす . すなわち,  $\forall j, k, l \in Z(j \geq 0, k \geq 0, l \geq 0)$  について,  $X(h, \theta, \alpha)$ ,  $Y(h, \theta, \alpha)$  は次のような形

<sup>1</sup>このように円盤上で定義される直交多項式は *Zernike* 多項式と呼ばれている

をしている .

$$\frac{X(h, \theta, \alpha)}{f} = \sum_{j,k,l} s_{j,k,l} h^{2j} \alpha^l (h \cos \theta)^k \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{Y(h, \theta, \alpha)}{f} = \sum_{j,k,l} v_{j,k,l} h^{2j} \alpha^l (h \sin \theta)^k \quad (\text{A.10})$$

ここで,  $h$  と  $\alpha$  の次数の和である  $N = 2j + k + l$  は Taylor 展開の次数である .  
ただし ,

$$\begin{aligned} k + l &\equiv 1 \pmod{2} \\ k &= 1 \text{ if } l = 0 \text{ and } j \neq 0 \end{aligned}$$

これを  $N = 3$  まで展開する .

$$\begin{aligned} \frac{X(h, \theta, \alpha)}{f} &= A_{0,0,1} \alpha \\ &+ A_{0,1,1} h \cos \theta \\ &+ (A_{1,0,1} + A_{0,2,1} \cos^2 \theta) h^2 \alpha \\ &+ A_{1,1,0} h^3 \cos \theta \\ &+ (A_{0,1,2} - B_{0,1,2}) h \alpha^2 \cos \theta \\ &+ B_{0,1,2} h \alpha^2 \cos \theta \\ &+ A_{0,0,3} \alpha^3 \\ \frac{Y(h, \theta, \alpha)}{f} &= A_{0,1,1} h \sin \theta \\ &+ A_{1,1,0} h^3 \sin \theta \\ &+ B_{0,1,2} h \alpha^2 \sin \theta \\ &+ B_{0,2,1} h^2 \alpha \sin^2 \theta \end{aligned}$$

$A_{0,0,1}$  は  $\alpha$  に比例する項で, 理想像点に対応する .

$A_{0,1,1}$  の項は入射瞳の入射位置そのものに対応する . 一般に焦点では  $A_{0,1,1} \rightarrow 0$  である .

$A_{1,0,1}, A_{0,2,1}$  と,  $B_{0,2,1}$  の項は  $h^2 \alpha$  に比例する . この項はコマ収差と呼ばれている .

$A_{1,1,0}$  の項は  $h^3$  に比例する . この項は球面収差と呼ばれている .

$B_{0,1,2}$  の項は像面の湾曲と呼ばれている .

$A_{0,1,2} - B_{0,1,2}$  の項は非点収差と呼ばれている .

$A_{0,0,3}$  の項は  $\alpha^3$  に比例し, 像の湾曲と呼ばれている .

これら 5 つの収差をあわせて, ザイデルの 5 収差と呼ぶ . また,  $N = 3$  までを考えているため 3 次収差とも呼ばれる .

## A.1.2 波面収差

光線収差では焦点で光束の位相が一致することまでは要請しなかった . しかし波動的性質が無視できなくなる光学系では, 位相についてきちんと取り扱わなければならない . 一般に人間の眼球や非常に高倍率の赤外・可視観測, 電波望遠鏡などではこのような取り扱いが必要と言われている .

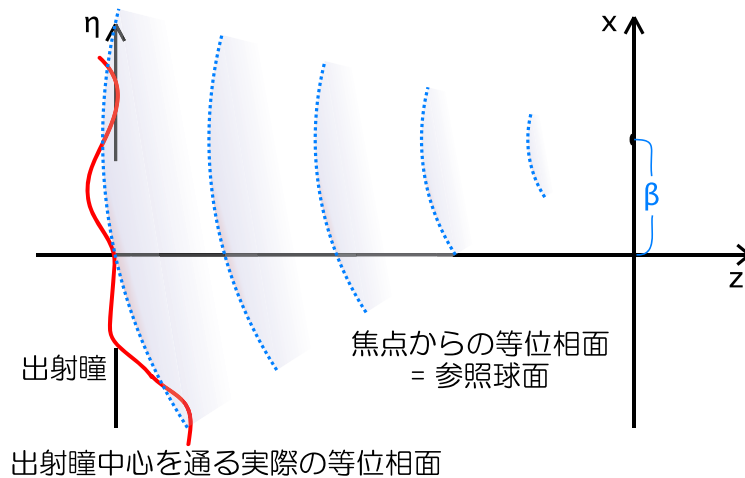


Figure A.2: 波面収差の概念図．

光線収差では入射瞳を基準に収差を定義したが，ある物点と出射瞳の中心の間の光学的距離を基準に考えるのが波面収差 (*wave-front aberration*) である．図 A.2 のように，物点から光学的距離が等しい面を参照球面と呼ぶ．入射波がこの参照球面に一致すればその物点に収束するが，実際の等位相面は異なる形状をしている．このため収差が起こると考える．

波面収差では，出射瞳の中心を基準として，ある物点からの参照球面と，入射波の実際の等位相面を比較する．出射瞳上の点  $P$  を光線収差の時同様に極座標  $(r, \theta)$  で表すことにすると，物点と  $P$  を結ぶ方向と  $(r, \theta)$  が一対一に対応する．このとき，物点から  $P$  方向に見た参照球面と実際の波面の差を  $W(r, \theta)$  とすると，スカラー関数  $W(r, \theta)$  によって方向と位相差を対応付けることが出来る．定義より  $W(0, \theta) = 0$  である．

ただし  $W(r, \theta)$  は着目する物点ごとに異なる関数である．今，光学系が軸対称であることから，物点は  $X$  軸上であると仮定して一般性を失わない．そこで光軸と物点との間の距離を  $\beta$  とし， $W(r, \theta, \beta)$  と一般化する．

### 波面収差から光線収差を導く

ここでは結果のみ示す．波面上の点は波面法線方向に進行する．つまり物点と出射瞳上の点  $(r, \theta)$  を結ぶ直線が実際の波面と交わる箇所から波面法線方向に伸ばした直線は光線収差で考えた光線に相当する．

この関係を図 A.3 に示す．この光線と焦点面との交点を  $(X, Y)$  としたとき， $r, \theta$  の微小変化に対する  $X, Y$  の変化量はそれぞれ以下のように現される．

$$\frac{dX}{f} = \sin \theta \frac{\partial W(r, \theta, \beta)}{\partial r} dr + \frac{\cos \theta}{r} \frac{\partial W(r, \theta, \beta)}{\partial \theta} d\theta \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{dY}{f} = \cos \theta \frac{\partial W(r, \theta, \beta)}{\partial r} dr - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial W(r, \theta, \beta)}{\partial \theta} d\theta \quad (\text{A.12})$$

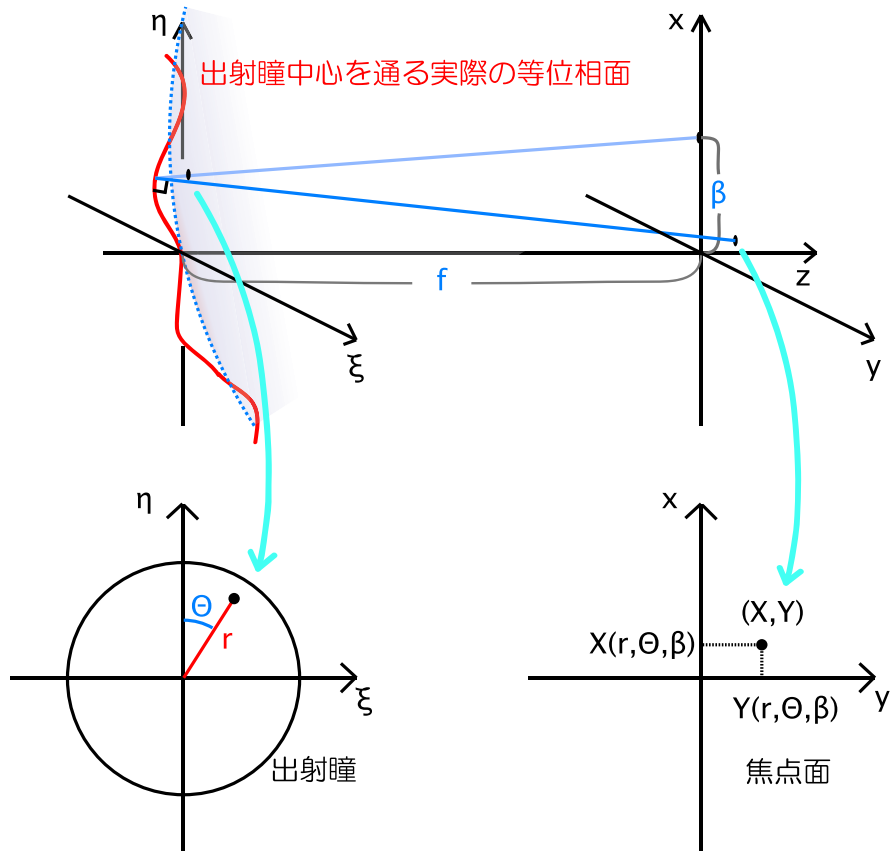


Figure A.3: 波面収差と光線収差の関係を表している。

ただし  $f$  は出射瞳から焦点面までの距離．この式を積分することで，波面収差から光線収差を求めることができる．

#### 波面収差の級数展開

光線収差のときと同様に，波面収差も級数展開することができる．4次での展開を結果のみ示す．

$$\begin{aligned}
 W(h, \theta, \beta) = & w_{0,0,0} r^0 \beta^0 \cos^0 \theta \\
 & + w_{0,0,2} r^0 \beta^2 \cos^0 \theta \\
 & + w_{1,1,2} r^1 \beta^1 \cos^1 \theta \\
 & + w_{1,1,2} r^2 \beta^0 \cos^0 \theta \\
 & + w_{1,1,3} r^1 \beta^3 \cos^1 \theta \\
 & + w_{2,0,2} r^2 \beta^2 \cos^0 \theta \\
 & + w_{2,2,2} r^2 \beta^2 \cos^2 \theta \\
 & + w_{3,1,1} r^3 \beta^1 \cos^1 \theta \\
 & + w_{4,0,0} r^4 \beta^0 \cos^0 \theta
 \end{aligned}$$

これを先ほどの波面収差と光線収差の関係式に代入して積分することで，ザイデルの5収差に対応する波面収差の項が分かる．





# Bibliography

- [1] H E S S Collaboration : F Aharonian. Resolving the extragalactic background light with gamma-ray spectra from distant blazars, 2005.
- [2] T C Weekes et al. VERITAS: the Very Energetic Radiation Imaging Telescope Array System. *Astroparticle Physics*, 17:221, 2002.
- [3] S. Eidelman, K.G. Hayes, K.A. Olive, M. Aguilar-Benitez, C. AMSLER, D. ASNER, K.S. Babu, R.M. Barnett, J. Beringer, P.R. Burchat, C.D. Carone, C. Caso, G. Conforto, O. Dahl, G. D'Ambrosio, M. Doser, J.L. Feng, T. Gherghetta, L. Gibbons, M. Goodman, C. Grab, D.E. Groom, A. Gurtu, K. Hagiwara, J.J. Hernández-Rey, K. Hikasa, K. Honscheid, H. Jawahery, C. Kolda, Kwon Y., M.L. Mangano, A.V. Manohar, J. March-Russell, A. Masoni, R. Miquel, K. Mönig, H. Murayama, K. Nakamura, S. Navas, L. Pape, C. Patrignani, A. Piepke, G. Raffelt, M. Roos, M. Tanabashi, J. Terning, N.A. Törnqvist, T.G. Trippe, P. Vogel, C.G. Wohl, R.L. Workman, W.-M. Yao, P.A. Zyla, B. Armstrong, P.S. Gee, G. Harper, K.S. Lugovsky, S.B. Lugovsky, V.S. Lugovsky, A. Rom, M. Artuso, E. Barberio, M. Battaglia, H. Bichsel, O. Biebel, P. Bloch, R.N. Cahn, D. Casper, A. Cattai, R.S. Chivukula, G. Cowan, T. Damour, K. Desler, M.A. Dobbs, M. Drees, A. Edwards, D.A. Edwards, V.D. Elvira, J. Erler, V.V. Ezhela, W. Fetscher, B.D. Fields, B. Foster, D. Froidevaux, M. Fukugita, T.K. Gaisser, L. Garren, H.-J. Gerber, G. Gerbier, F.J. Gilman, H.E. Haber, C. Hagmann, J. Hewett, I. Hinchliffe, C.J. Hogan, G. Höhler, P. Igo-Kemenes, J.D. Jackson, K.F. Johnson, D. Karlen, B. Kayser, D. Kirkby, S.R. Klein, K. Kleinknecht, I.G. Knowles, P. Kreitz, Yu.V. Kuyanov, O. Lahav, P. Langacker, A. Liddle, L. Littenberg, D.M. Manley, A.D. Martin, M. Narain, P. Nason, Y. Nir, J.A. Peacock, H.R. Quinn, S. Raby, B.N. Ratcliff, E.A. Razuvaev, B. Renk, G. Rolandi, M.T. Ronan, L.J. Rosenberg, C.T. Sachrajda, Y. Sakai, A.I. Sanda, S. Sarkar, M. Schmitt, O. Schneider, D. Scott, W.G. Seligman, M.H. Shaevitz, T. Sjöstrand, G.F. Smoot, S. Spanier, H. Spieler, N.J.C. Spooner, M. Srednicki, A. Stahl, T. Stanev, M. Suzuki, N.P. Tkachenko, G.H. Trilling, G. Valencia, K. van Bibber, M.G. Vincter, D. Ward, B.R. Webber, M. Whalley, L. Wolfenstein, J. Womersley, C.L. Woody, O.V. Zenin, and R.-Y. Zhu. Review of Particle Physics. *Physics Letters B*, 592:1+, 2004.

- 
- [4] B. Rossi. *High Energy Particles*. Prentice-Hall, Inc., 1952.
- [5] Rene A. Ong. *Physics Reports* 305, 1998.
- [6] D. Heck, J. Knapp, J.N. Capdevielle, G. Schatz, and T. Thouw, 2005.
- [7] R. Mirzoyan, D. Sobczynska, E. Lorenz, and M. Teshima. Tagging Single Muons by Ultra-Fast Timing, to be published in Proc. Cherenkov 2005, Peliseau, France, Apr. 27-29, 2005.
- [8] Werner Hofmann. How to focus a Cherenkov telescope. *J.PHYS.G*, 27:933, 2001.
- [9] A. M. Hillas. Proceedings of ICRC 1985. volume 3, 445.
- [10] A. V. Plyasheshnikov and G. F. Bignami. *Nuovo Cim*, 8C, 39, 1985.
- [11] GEMINI Project. Enabling a Giant Segmented Mirror Telescope for the Astronomical Community.
- [12] 海部宣男. 望遠鏡. 岩波講座 物理の世界. 岩波書店, 1st edition, 2005.
- [13] Masanori Iye, Hiroshi Karoji, Hiroyasu Ando, Norio Kaifu, and Keiichi Kodaira. Current performance and on-going improvements of the 8.2 m subaru telescope. *PUBL.ASTRON.SOC.JAP.*, 56:381, 2004.
- [14] X. Li, X. Cui, W. Guo, Z. Zhu, G. Xiao, and Y. Zheng. Strategies of primary mirror segment fabrication for CFGT. In *High-Power Laser Ablation V. Edited by Phipps, Claude R. Proceedings of the SPIE, Volume 5494, pp. 329-339 (2004).*, pages 329–339, September 2004.
- [15] R. Cornils et al. The optical system of the H.E.S.S. II telescope. *Astroparticle Physics*, 20:129, 2003.
- [16] J. M. Davies and E.S. Cotton. Design of the quartermaster solar furnace. *Solar Energy*, 1, 1957.
- [17] A. Akhperjanian and V. Sahakian. Performance of a 20 m diameter cherenkov imaging telescope. *Astroparticle Physics*, 21, 2004.
- [18] Murk Bottema and R. A. Woodruff. Third order aberrations in Cassegrain-type telescopes and coma correction in servo-stabilized images. *Applied Optics*, 10, 1971.
- [19] Max Born and Emil Wolf. *PRINCIPLES OF OPTICS*. Tokai University Press, 5th edition, 1975.

- 
- [20] Albert Schliesser and Razmick Mirzoyan. Wide-field prime-focus Imaging Atmospheric Cherenkov Telescopes: A systematic study. *Astroparticle Physics*, 24:382, 2005.
  - [21] K. Tsuchiya. Master's thesis, Univ. Tokyo, 2001.
  - [22] M. Ohishi. Master's thesis, Univ. Tokyo, 2002.
  - [23] R. Kiuchi. Master's thesis, Univ. Tokyo, 2005.
  - [24] R. Kiuchi. Master's thesis, Univ. Tokyo, 2005.
  - [25] T.Nakamori. Master's thesis, Kyoto Univ., 2005.
  - [26] S. Kawasaki. Master's thesis, Univ. Tokyo, 2006.
  - [27] M. Yuasa. Master's thesis, Univ. Tokyo, 2006.