2017年9月13日

13p-T21-1

物理学会秋季大会

宇都宮大学

大規模構造観測で探る宇宙と摂動論

Cosmology with large-scale structure observations and perturbation theory

樽家篤史

（基礎物理学研究所）

講演内容

宇宙の大規模構造にもとづく観測的宇宙論

宇宙の大規模構造の観測と精密宇宙論

摂動論にもとづく大規模構造の理論的記述

課題と展望

共同研究者

岡アキラ
小山和哉
斎藤俊
高田昌広
西道啓博
橋本一彦
平松尚志
松原隆彦
山本一博
…

Francis Bernardeau
Stéphane Colombi
Sandrine Codis
Yann Rasera
Yong-Seon Song
Patrick Valageas
…

宇宙の大規模構造

<u>宇宙論的スケール</u>にわたって存在する質量分布の非一様性

メガパーセク(Mpc) ～ギガパーセク(Gpc)

※ 1 Mpc＝10^6 pc ~300万光年

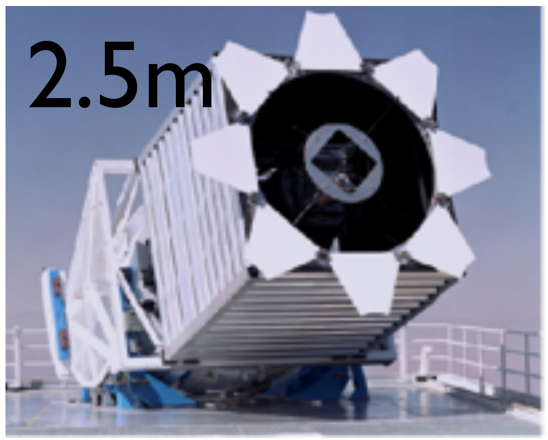
標準的シナリオでは

- 質量分布の大半は冷たい暗黒物質（Cold Dark Matter, CDM）
- 原始密度ゆらぎを種に、宇宙膨張の影響下で重力不安定性により構造が発達・進化（→宇宙論の情報を豊富に含む）

銀河赤方偏移サーベイによる銀河の３次元地図をもとに研究が進められている（最近は重力レンズ観測などもある）

銀河赤方偏移サーベイ

〜 大規模構造を探る窓 〜



スローンデジタル
スカイサーベイ
(ニューメキシコ)

すばる望遠鏡
(ハワイ)

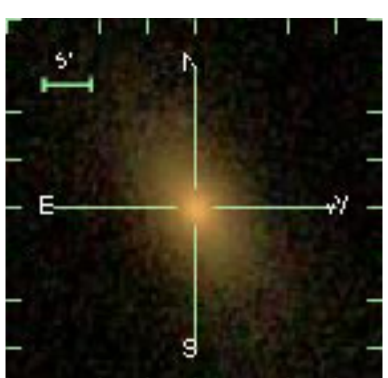
光学望遠鏡で銀河１個１個を分光（スペクトル）観測

→ 銀河の赤方偏移 z を決定

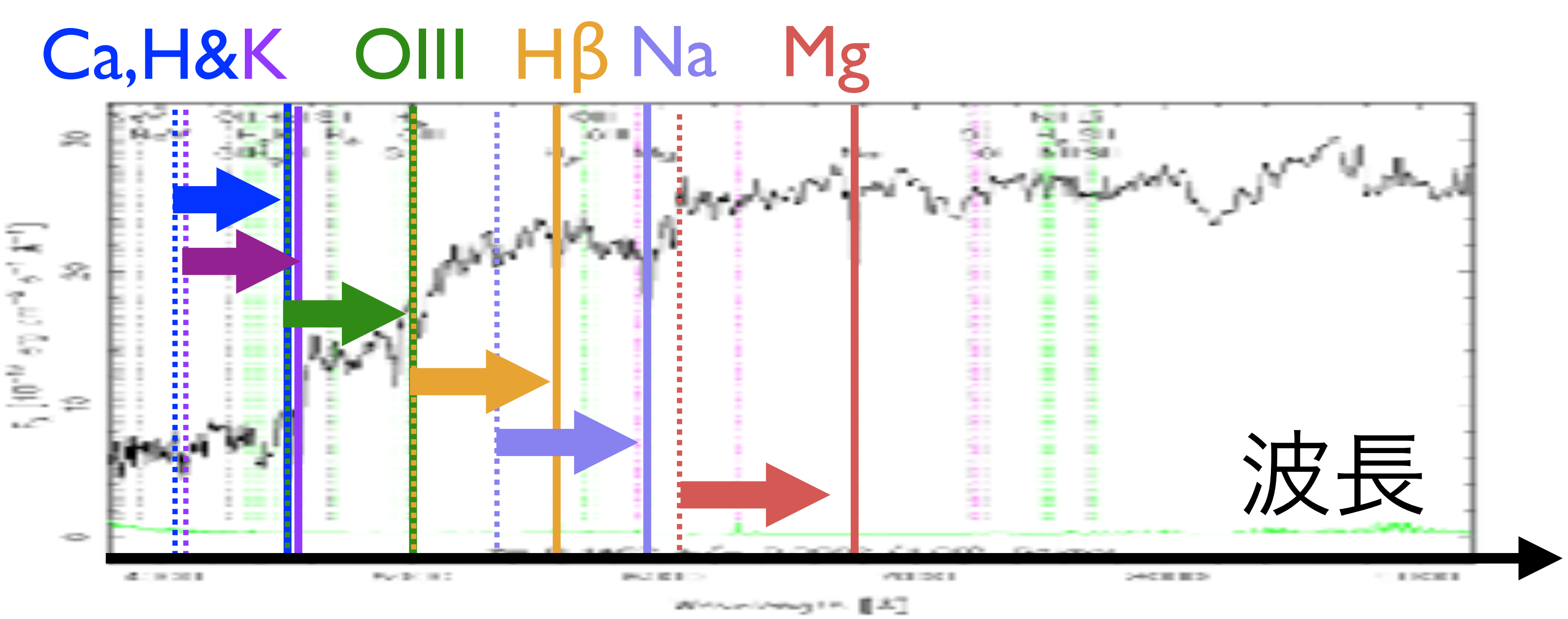
$$z = \Delta\lambda/\lambda$$

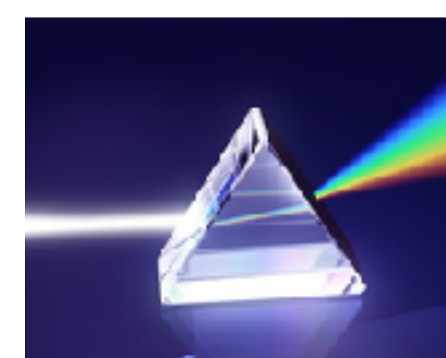
（奥行きの ‘距離’ 指標に）

遠方銀河

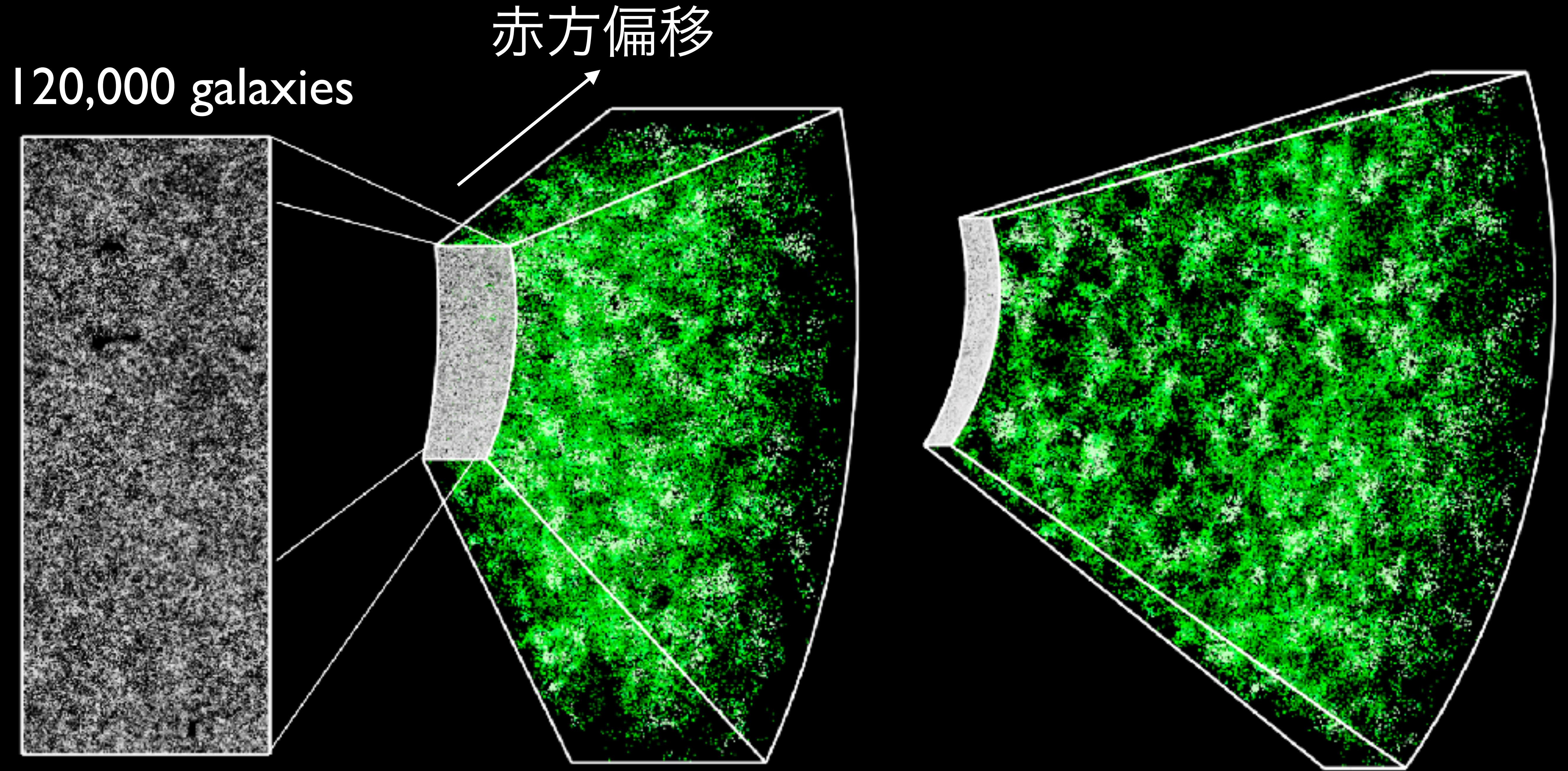


SDSS SkyServer





銀河分布の３次元地図

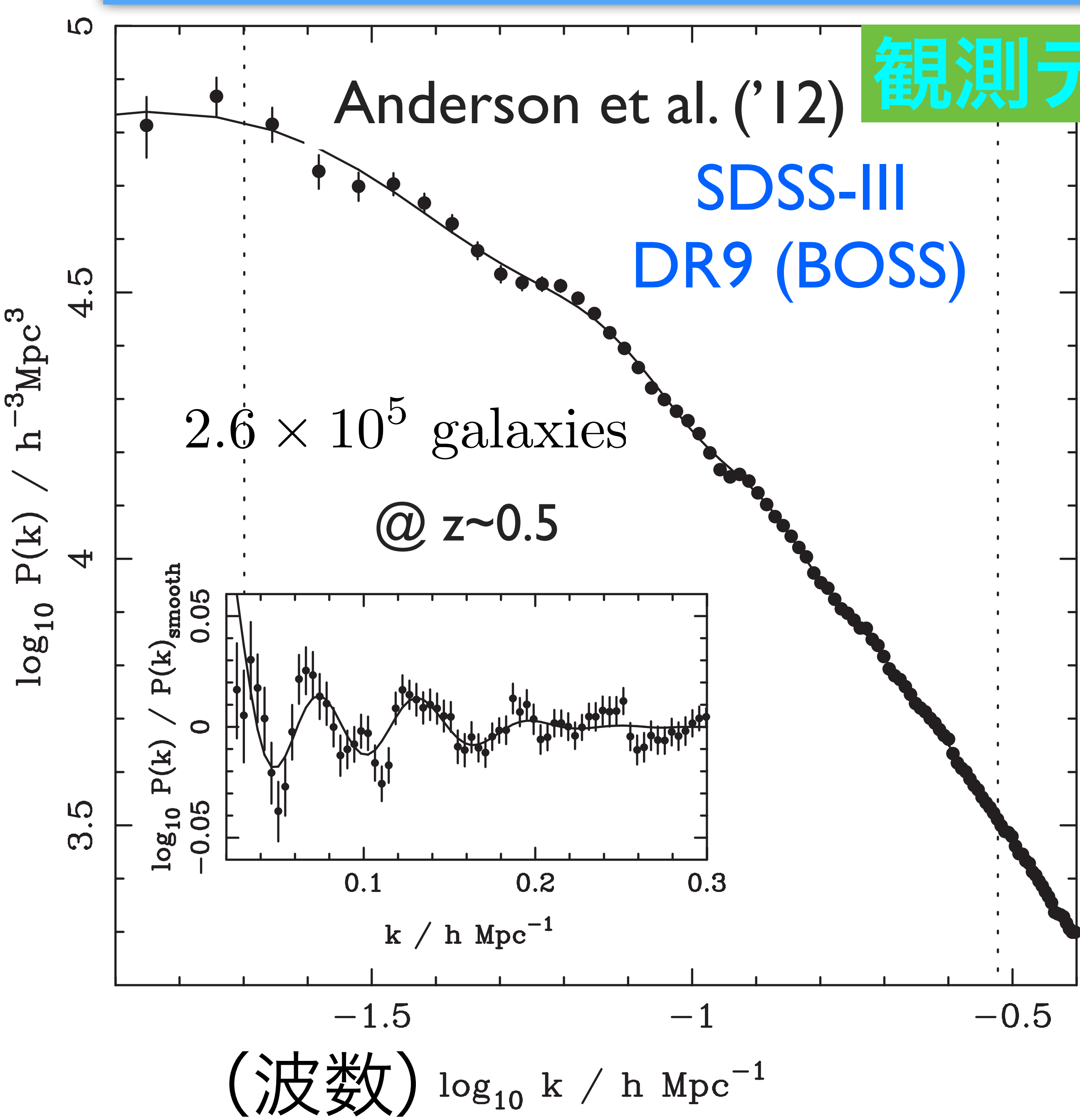


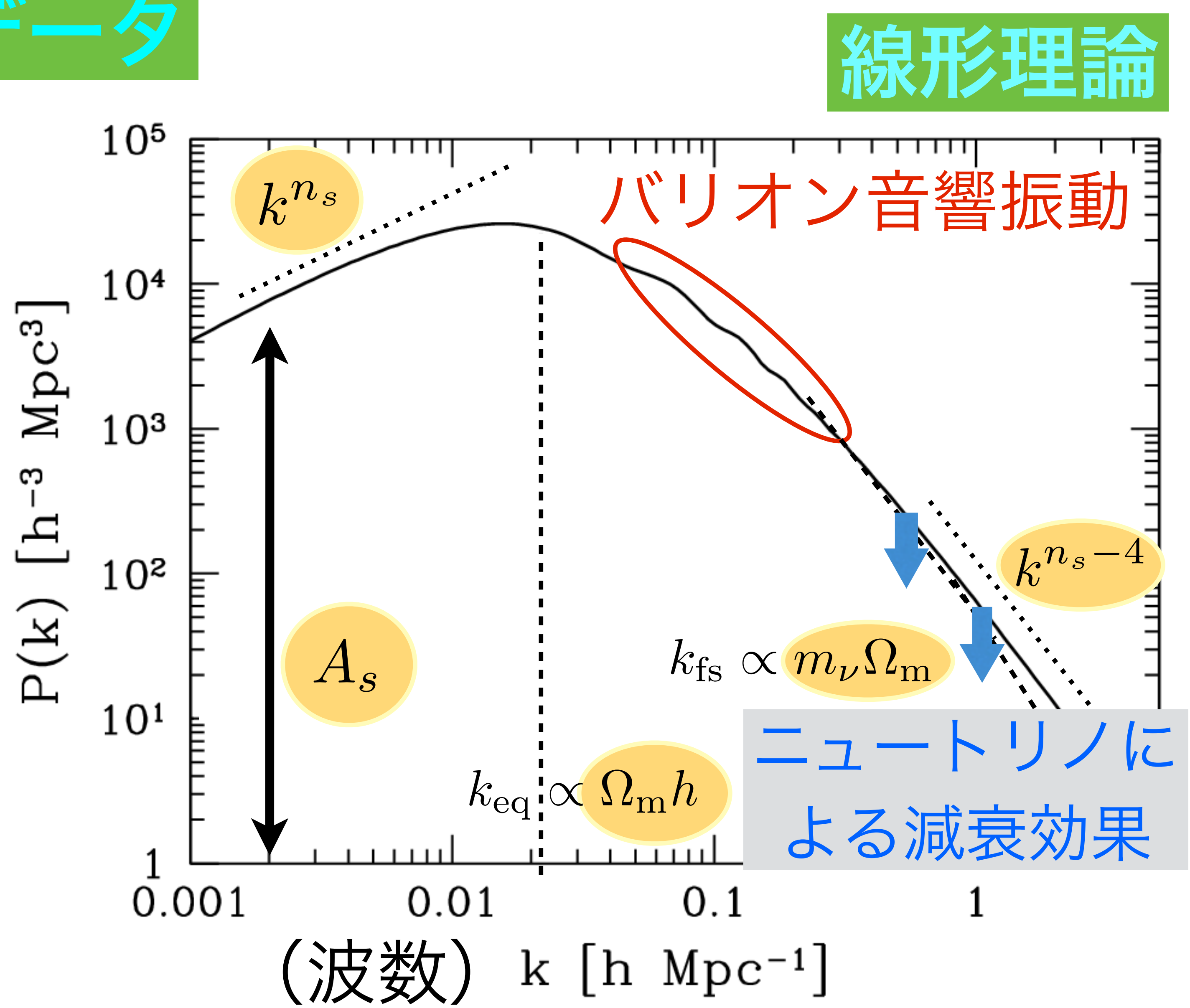
http://www.sdss.org/press-releases/astronomers-map-a-record-breaking-1-2-million-galaxies-to-study-the-properties-of-dark-energy/

パワースペクトル

密度場

$$\delta(\vec{x}) = \frac{n(\vec{x})}{\overline{n}} - 1 = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{k}} \delta(\vec{k})\, e^{i\,\vec{k}\cdot\vec{x}} \Rightarrow P(k) = \frac{1}{N_k} \sum_{|\vec{k}|=k} |\delta(\vec{k})|^2$$





ル

- 原始密度ゆらぎの性質
- 宇宙のエネルギー組成・宇宙膨張のパラメーター

インフレーションモデルの制限

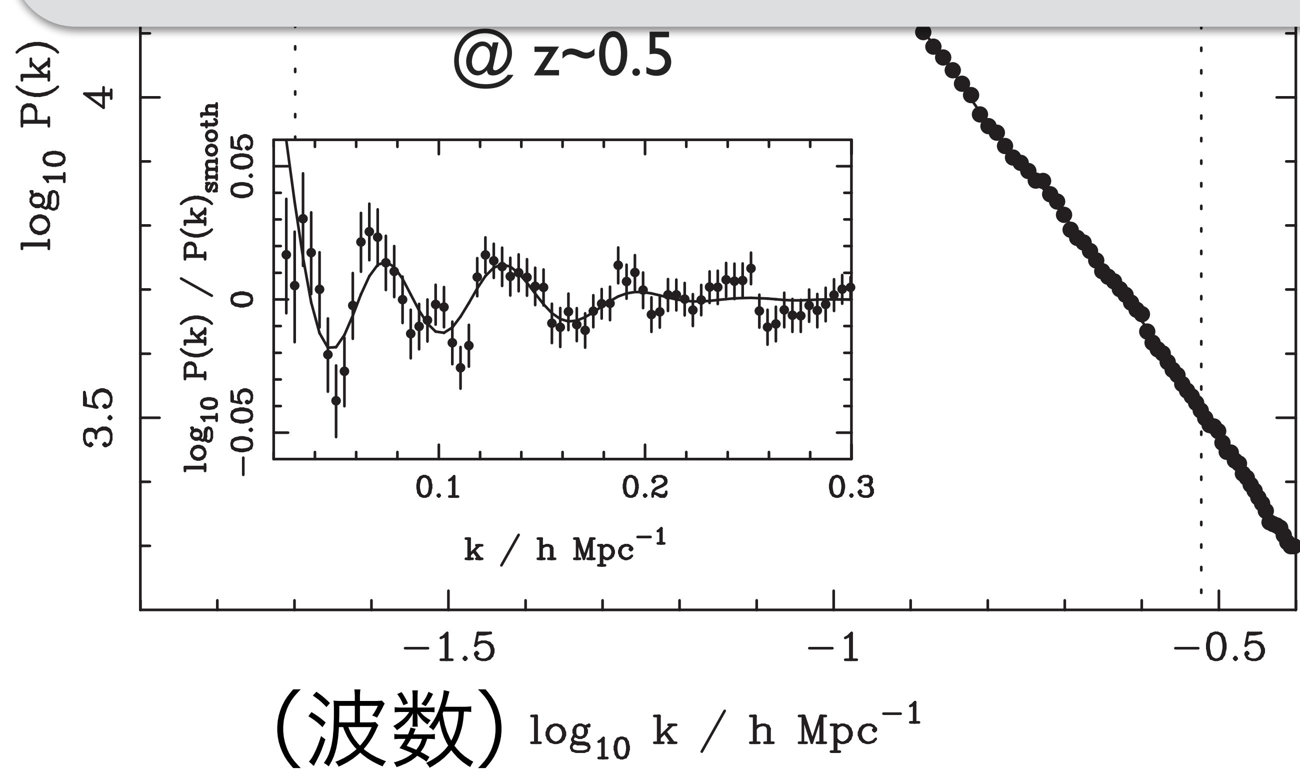
ダークエネルギーの状態方程式

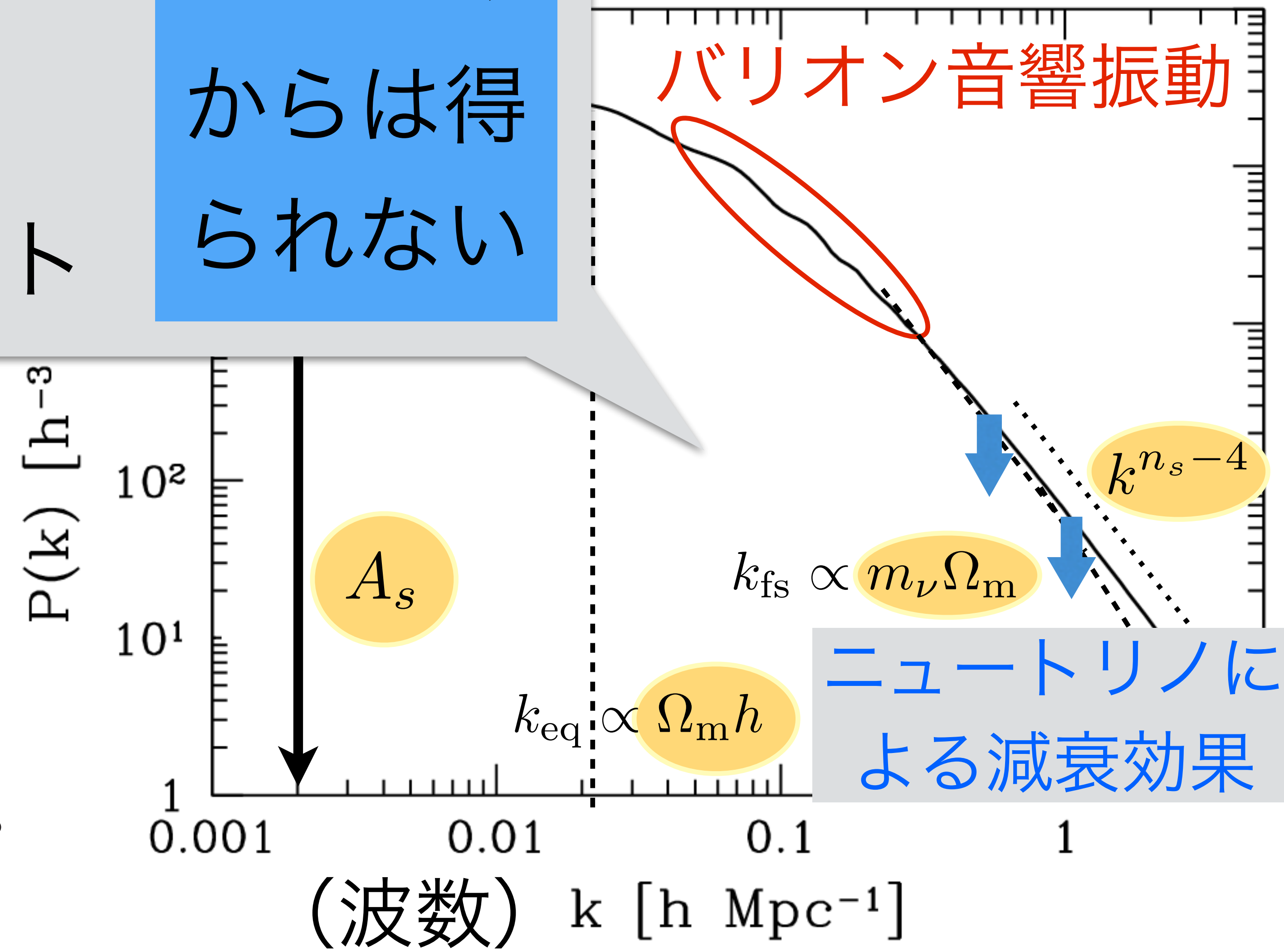
ニュートリノ質量和の制限

宇宙論スケールでの重力テスト

CMBだけからは得られない

$$= \frac{1}{N_k}\sum_{|\vec{k}|=k}|\delta(\vec{k})|^2$$





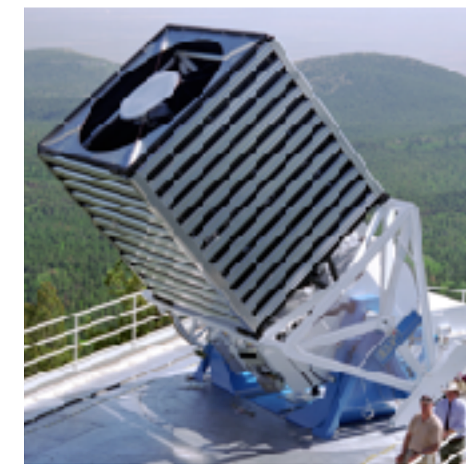
宇宙論観測の世界的競争

望遠鏡を占有化し、これまで以上に深く広域にサーベイを行う

HETDEX
(2017~)

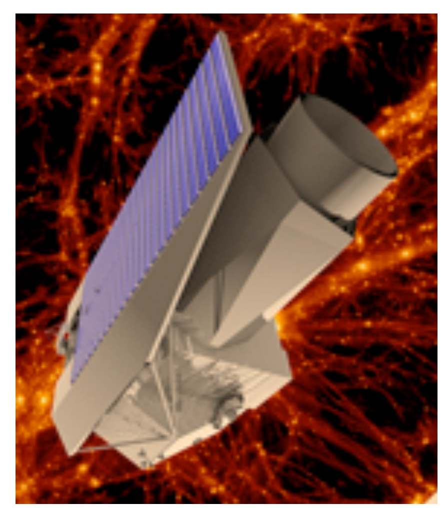
BOSS
(~2014)

eBOSS
(2014~)



DESI
(2018+)

LSST (2022+)



EUCLID
(2020)

WFIRST
(2024+)

すばる望遠鏡による宇宙論観測

FastSound

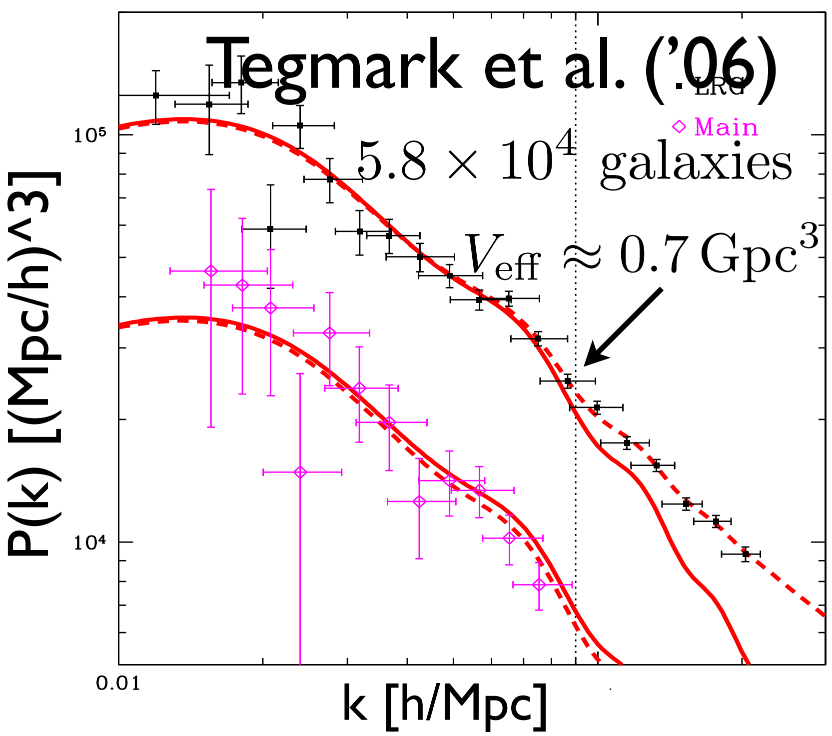
FastSound
(2012~2014)

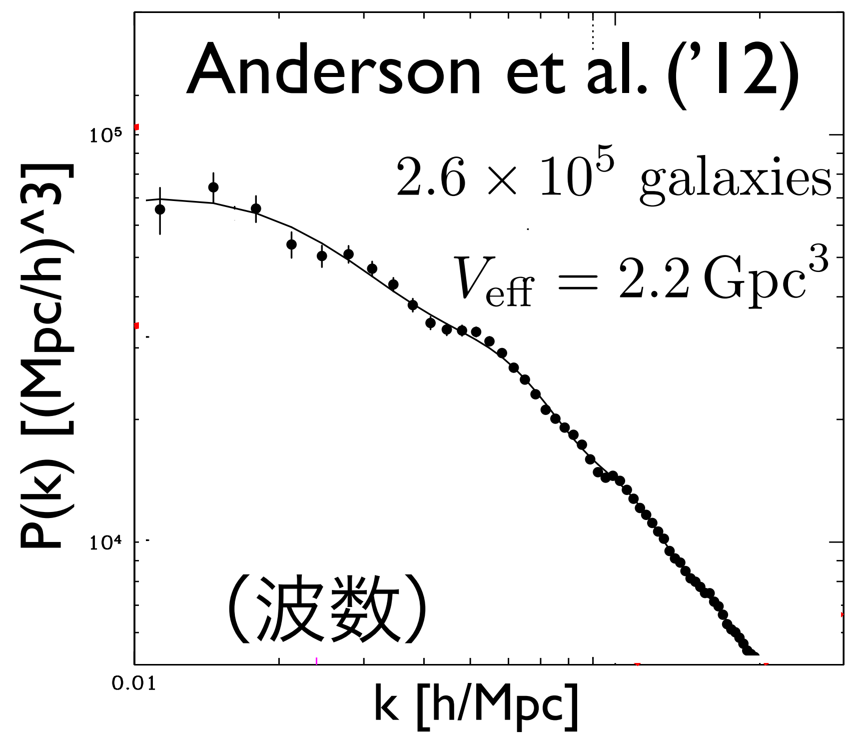
Hyper-Suprime Cam (2014~)

SuMIRe Prime Focus Spectrograph (2018~)

精密宇宙論研究の暗雲

大規模観測により観測データの統計精度は飛躍的に向上





$10^7 \sim 10^9$ galaxies

$V_{\rm eff} \gtrsim 10\,{\rm Gpc}^3$

~1% precision

質のよい統計データで新しい宇宙論が拓ける可能性

その一方、

観測・理論双方の系統誤差が結論に影響を与える可能性

(その影響を考慮すべき、理論テンプレートに取り込むべき)

１０年前までは、

宇宙論パラメーターの解析に用いられた理論テンプレート

(Tegmark et al.'06)

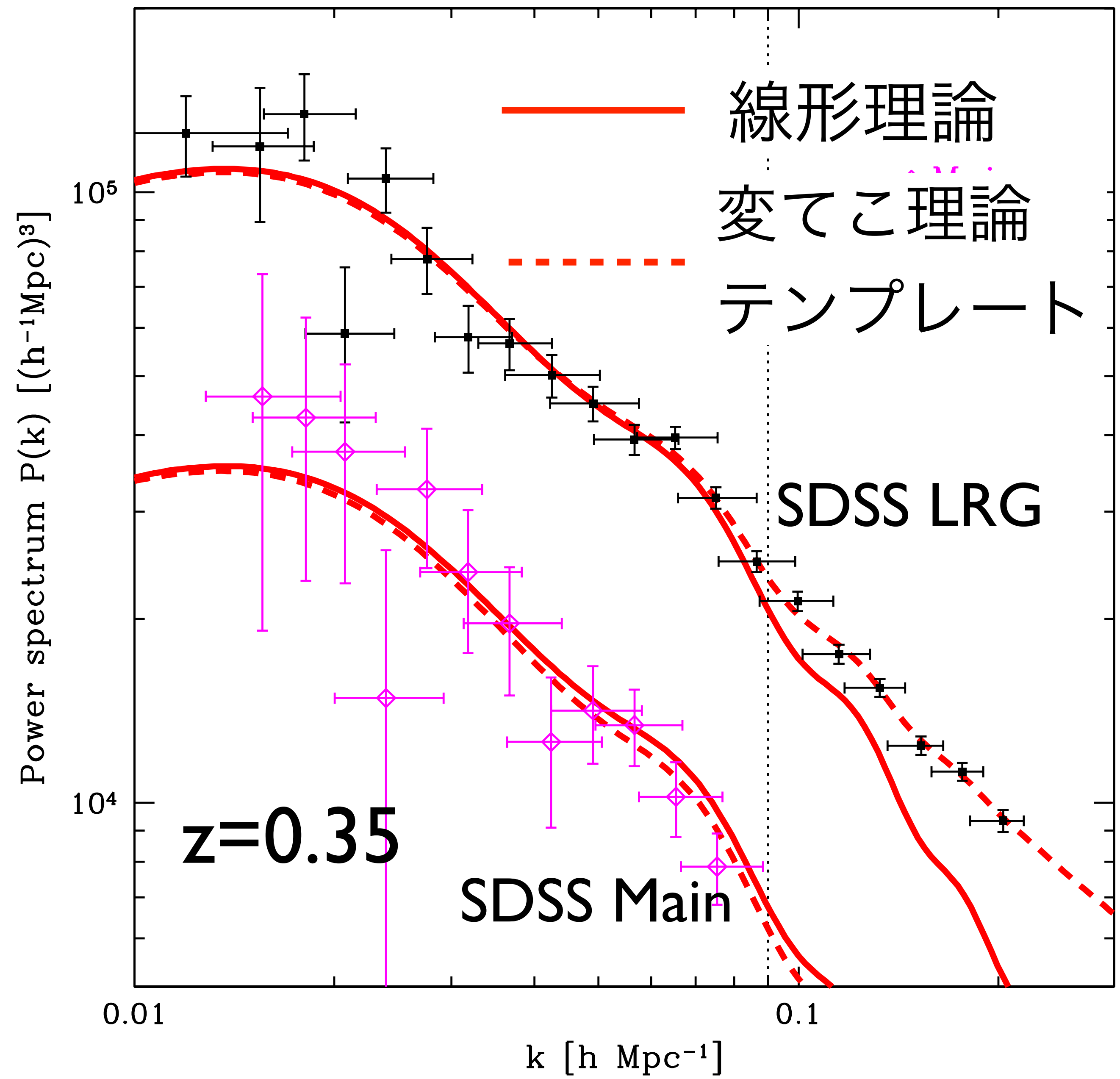
$$P_{\rm g}(k) = P_{\rm dewiggled}(k) b^2 \frac{1 + Q_{\rm nl} k^2}{1 + 1.4k},$$

$$P_{\rm dewiggled}(k) = W(k) \underline{P(k)} + [1 - W(k)] \underline{P_{\rm nowiggle}(k)}$$

$$W(k) \equiv e^{-(k/k_*)^2/2}$$

線形理論

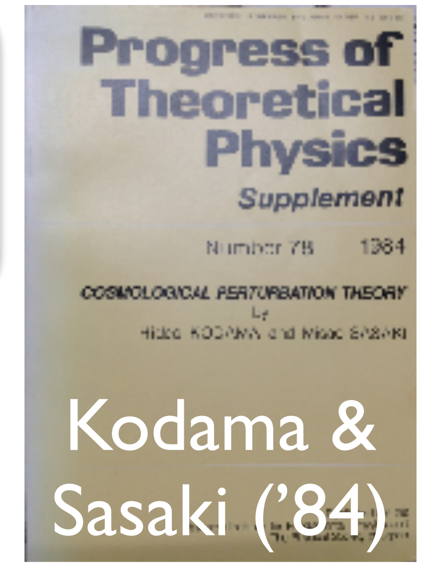
● ：フィッティングパラメーター



引用件数 1,000以上　　**これからの精密観測では許されない**

理論と観測をつなぐ

線形理論　パブリックなCMBボルツマンコードによる高精度・高速計算 (camb, class,…)



線形

質量密度ゆらぎ：$\delta \equiv \dfrac{\rho_{\mathrm{m}}}{\bar{\rho}_{\mathrm{m}}} - 1$

非線形重力進化

赤方偏移空間ゆがみ

銀河バイアス

非線形な
系統的効果

観測銀河の個数密度ゆらぎ：$\delta_{\mathrm{gal}} \equiv \dfrac{n_{\mathrm{gal}}}{\bar{n}_{\mathrm{gal}}} - 1$

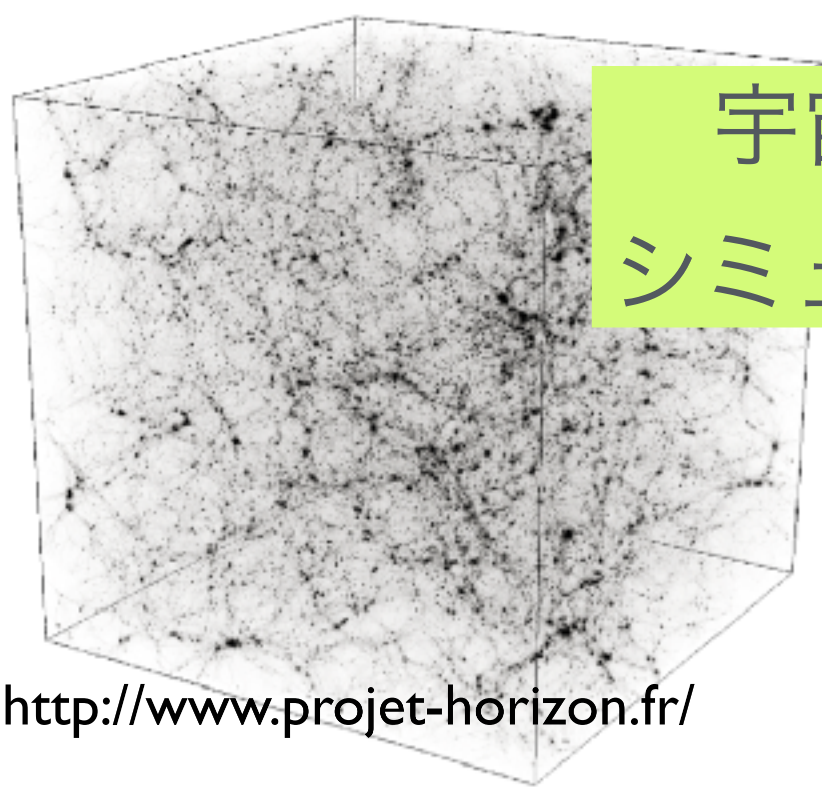
大規模構造を記述する

膨張宇宙での質量密度分布の重力進化

＋ 観測的効果（赤方偏移空間歪み、銀河バイアス、…）

質量密度分布→ 冷たい暗黒物質、バリオン、ニュートリノ

膨張宇宙・重力進化→ 相対論からのずれ（修正重力理論）

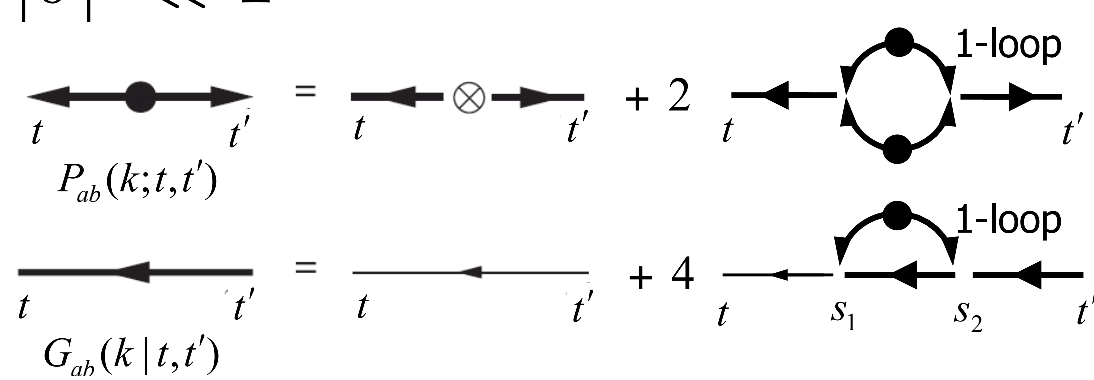


http://www.projet-horizon.fr/

宇宙論的N体
シミュレーション

摂動論にもとづく
解析計算

$|\delta| \ll 1$



その派生・発展版としてフィッティング公式、ハローモデルなど

大規模構造の摂動論

弱重力 → ニュートン重力　& ゆらぎの波長 << ハッブル半径

冷たい暗黒物質(CDM) + バリオン ≈ 圧力ゼロの渦なし流体

(無衝突ボルツマンの単一流近似)

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{1}{a}\vec{\nabla}\cdot\left[(1+\delta)\vec{v}\right] = 0$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\dot{a}}{a}\vec{v} + \frac{1}{a}(\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\,\vec{v} = -\frac{1}{a}\vec{\nabla}\Phi$$

$$\frac{1}{a^2}\nabla^2\Phi = 4\pi G\,\bar{\rho}_{\rm m}\,\delta$$

Juszkiewicz ('81), Vishniac ('83), Goroff et al. ('86), Suto & Sasaki ('91), Makino, Sasaki & Suto ('92), Jain & Bertschinger ('94), ...

標準摂動論

$|\delta| \ll 1$

パワースペクトル

$$\delta = \delta^{(1)} + \delta^{(2)} + \delta^{(3)} + \cdots$$

$$\langle \delta(\boldsymbol{k};t)\delta(\boldsymbol{k}';t)\rangle = (2\pi)^3\,\delta_{\rm D}(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{k}')\,P(|\boldsymbol{k}|;t)$$

標準摂動論の概要

*n*次の摂動解

デルタ関数　　線形密度場（ガウス場）

$$\delta^{(n)}(\boldsymbol{k};t)=\int\frac{d^3\boldsymbol{k}_1\cdots d^3\boldsymbol{k}_n}{(2\pi)^{3(n-1)}}\,\delta_{\rm D}(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_{12\cdots n})\,F_n(\boldsymbol{k}_1,\cdots,\boldsymbol{k}_n)\,\delta^{(1)}(\boldsymbol{k}_1;t)\cdots\delta^{(1)}(\boldsymbol{k}_n;t)$$

摂動論カーネル

パワースペクトル

$$\langle\delta(\boldsymbol{k};t)\delta(\boldsymbol{k}';t)\rangle=(2\pi)^3\,\delta_{\rm D}(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{k}')\,P(|\boldsymbol{k}|;t)$$

線形密度場に対して統計平均

$$P(k;t)=\underbrace{P_{11}(k;t)}_{\text{線形オーダー}}+\underbrace{P_{22}(k;t)+P_{13}(k;t)}_{\text{高次補正（1ループ補正）}}+\cdots$$

ループ補正項は多次元積分を含む

$$P_{22}(k;t)=2\int\frac{d^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3}\{F_2(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{p},\boldsymbol{p})\}^2\,P_{11}(|\boldsymbol{k}-\boldsymbol{p}|;t)P_{11}(p;t)$$

$$P_{13}(k;t)=6\,P_{11}(k;t)\int\frac{d^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3}\{F_3(\boldsymbol{k},\boldsymbol{p},-\boldsymbol{p})\}^2\,P_{11}(p;t)$$

先駆的研究

パワースペクトルに対する解析的表式（1ループ）

Suto & Sasaki ('91)

Makino, Sasaki & Suto ('92)

VOLUME 66, NUMBER 3 PHYSICAL REVIEW LETTERS 21 JANUARY 1991

Quasinonlinear Theory of Cosmological Self-Gravitating Systems

Yasushi Suto and Misao Sasaki
Uji Research Center, Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University, Uji 611, Japan
(Received 18 June 1990)

Nonlinear effects of self-gravitating systems in cosmology are considered on the basis of perturbation theory. In particular, we examine several cases in which evolution of the power spectrum of density fluctuations can be analytically calculated. In some cases, nonlinearity suppresses the growth of fluctuations relative to linear theory, and the power transfer via nonlinear mode coupling is sensitive to the specific shape of the underlying fluctuation spectrum. The result is in good agreement with recent numerical simulations.

PACS numbers: 98.60.Mp, 05.45.+b, 98.80.Dr

ct, artificial two-body relaxation, and so on. Hence, of great value to check the numerical simulation and validity by other analytical methods. In this paper, present a quasinonlinear perturbation analysis, folng the formalism developed by Juszkiewicz[3] and niac,[4] to see the weakly nonlinear effect on the nological density fluctuations. We found that the er-order perturbations can be analytically integrated power-law–type spectra of density fluctuations. The lts clearly illustrate the role of primordial spectrum e on the subsequent nonlinear evolution of cosmocal gravitating systems, as suggested by the earlier erical works.[1,2]

xpand the density fluctuations as a perturbation s:

$$\delta(\mathbf{k},t)\equiv\delta_1(\mathbf{k},t)+\delta_2(\mathbf{k},t)+\delta_3(\mathbf{k},t)+\cdots,$$

re the expressions for the above perturbations can be d in Ref. 4. To second order, the spectrum reduces

PHYSICAL REVIEW D VOLUME 46, NUMBER 2 15 JULY 1992

Analytic approach to the perturbative expansion of nonlinear gravitational fluctuations in cosmological density and velocity fields

Nobuyoshi Makino
Uji Research Center, Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University, Uji 611, Japan and Department of Physics, Hiroshima University, Higashi-Hiroshima 724, Japan

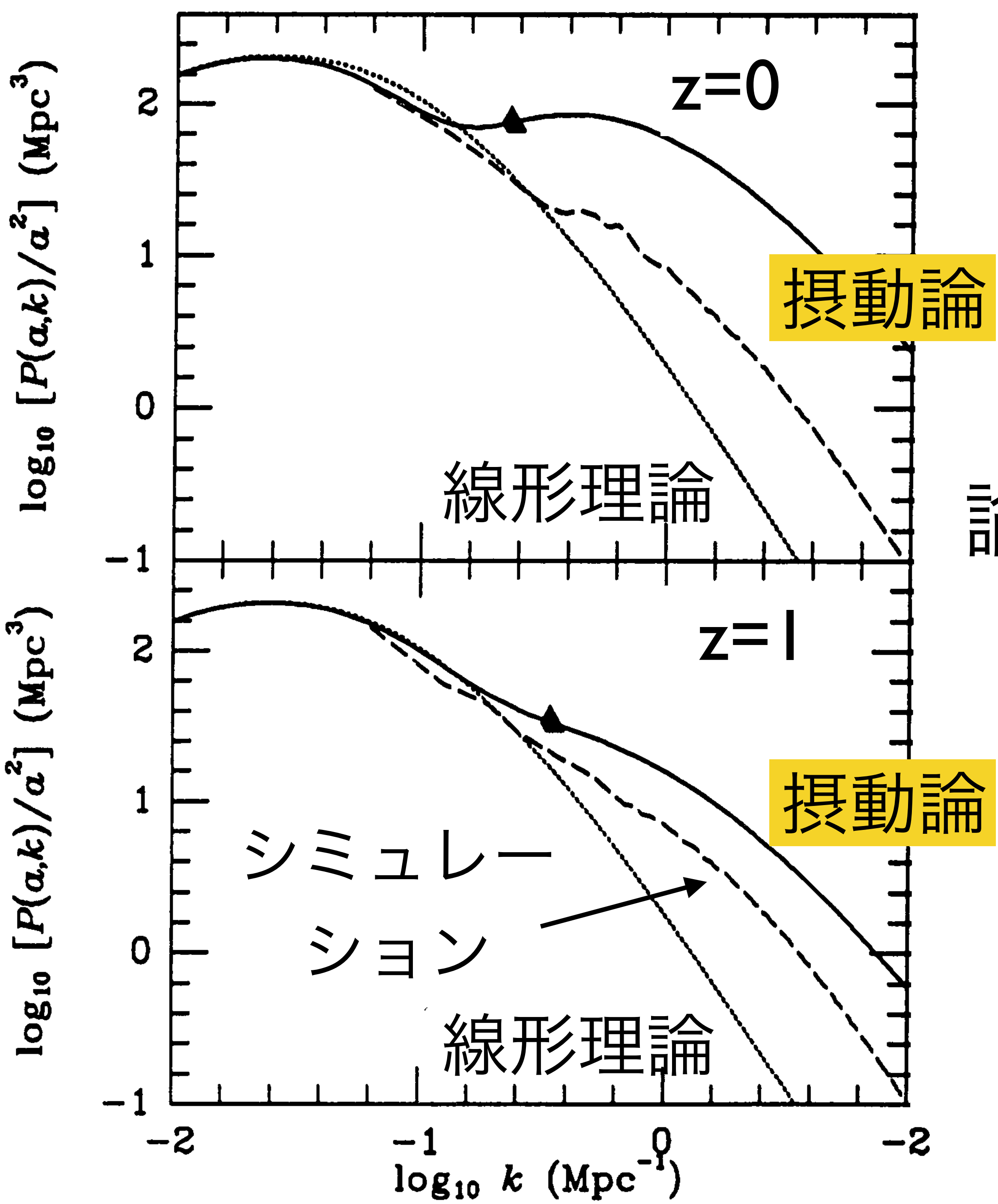
Misao Sasaki
Department of Physics, Kyoto University, Kyoto 606, Japan

Yasushi Suto
Uji Research Center, Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University, Uji 611, Japan
(Received 5 February 1992)

Equations of self-gravitating systems in the Universe are solved by expanding as perturbation series in Fourier space. The formulas for the higher-order terms are given for density and velocity fields. We ap-

摂動論は使えない！…？

CDMスペクトル



定性的にしかシミュレーションのふるまいと一致しない！？

当時のシミュレーションは、摂動論が適用できる領域で十分な精度・解像度がなかった

ボックスサイズ：100Mpc

粒子数：144^3

Jain & Bertchinger ('94)

また、そんな大スケールの観測もなかった

バリオン音響振動 (BAO)

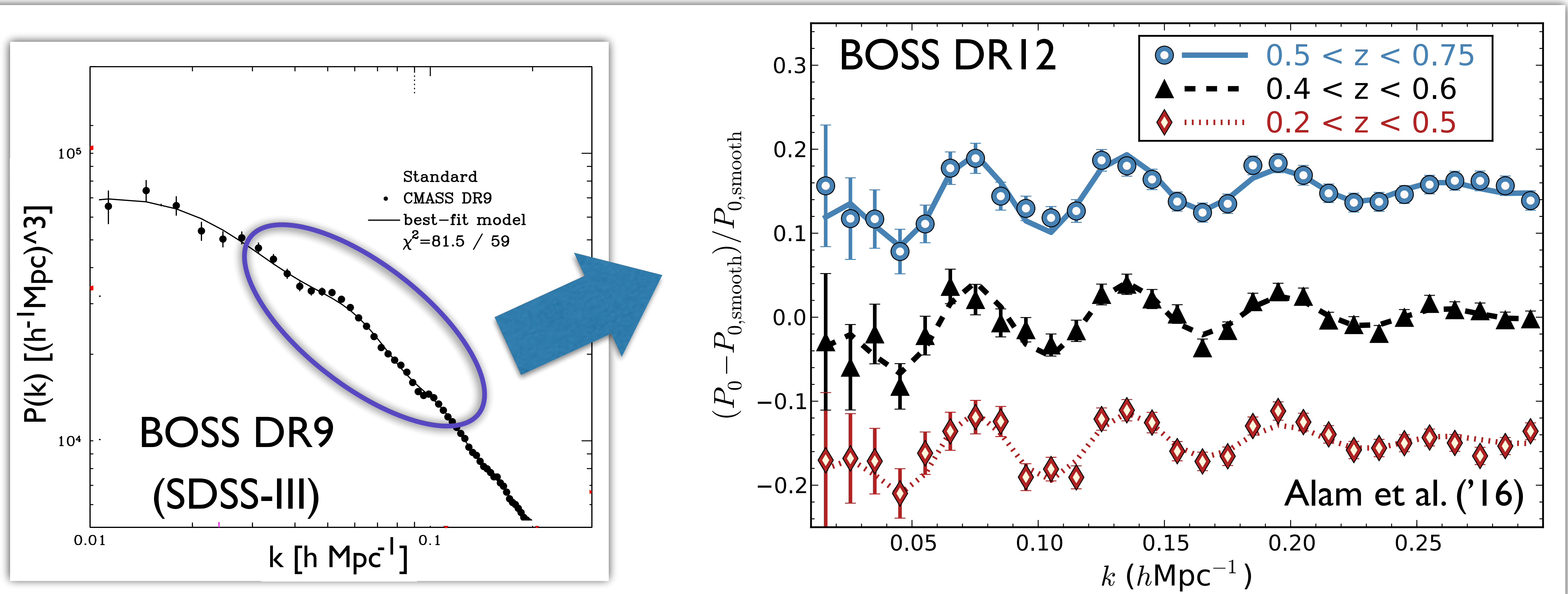
(Baryon Acoustic Oscillations)

- 宇宙晴れ上がり前のバリオン-光子流体の痕跡

  (⇔ 宇宙マイクロ波背景放射の音響振動)

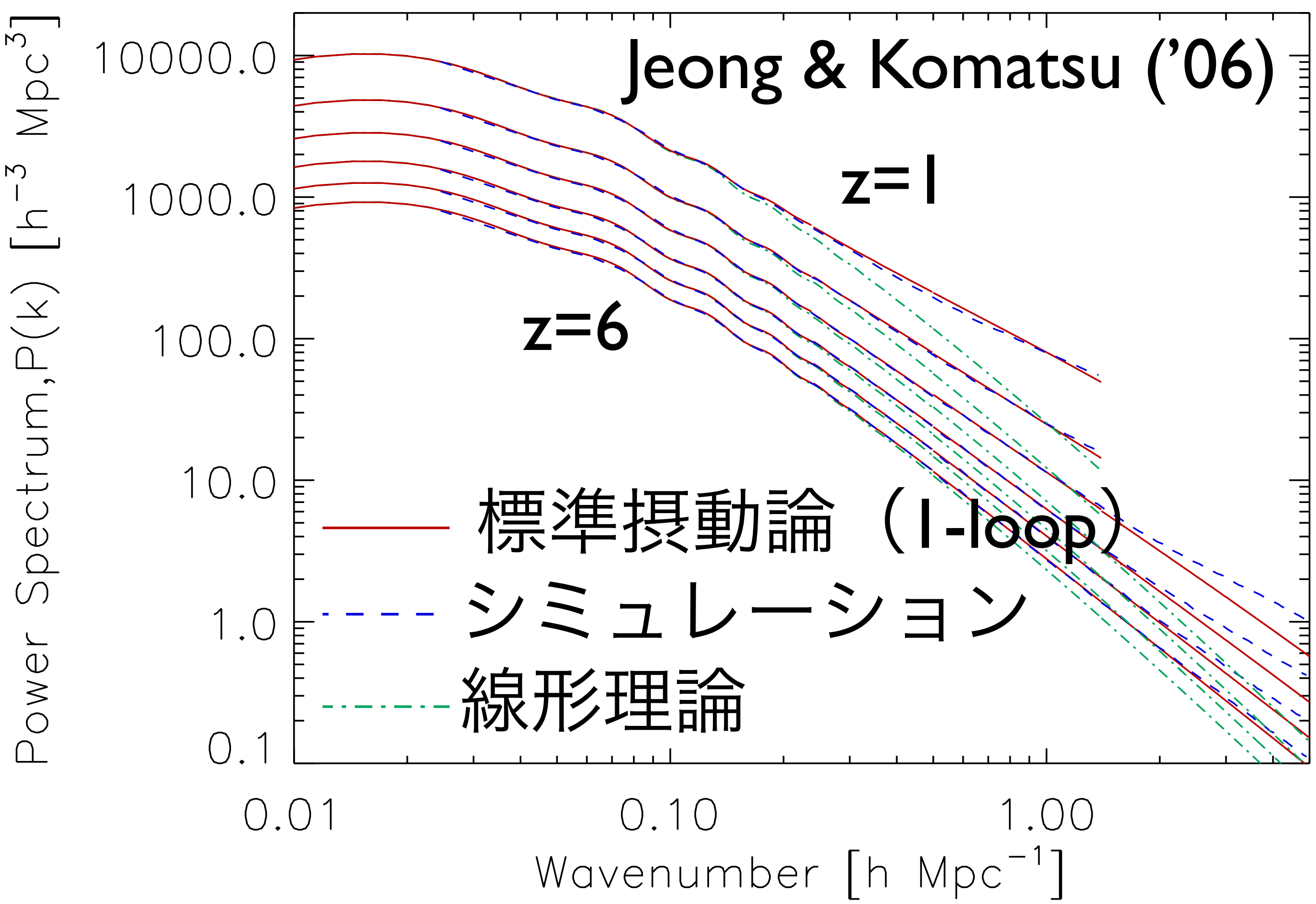
- 振動スケール は「標準ものさし」になる

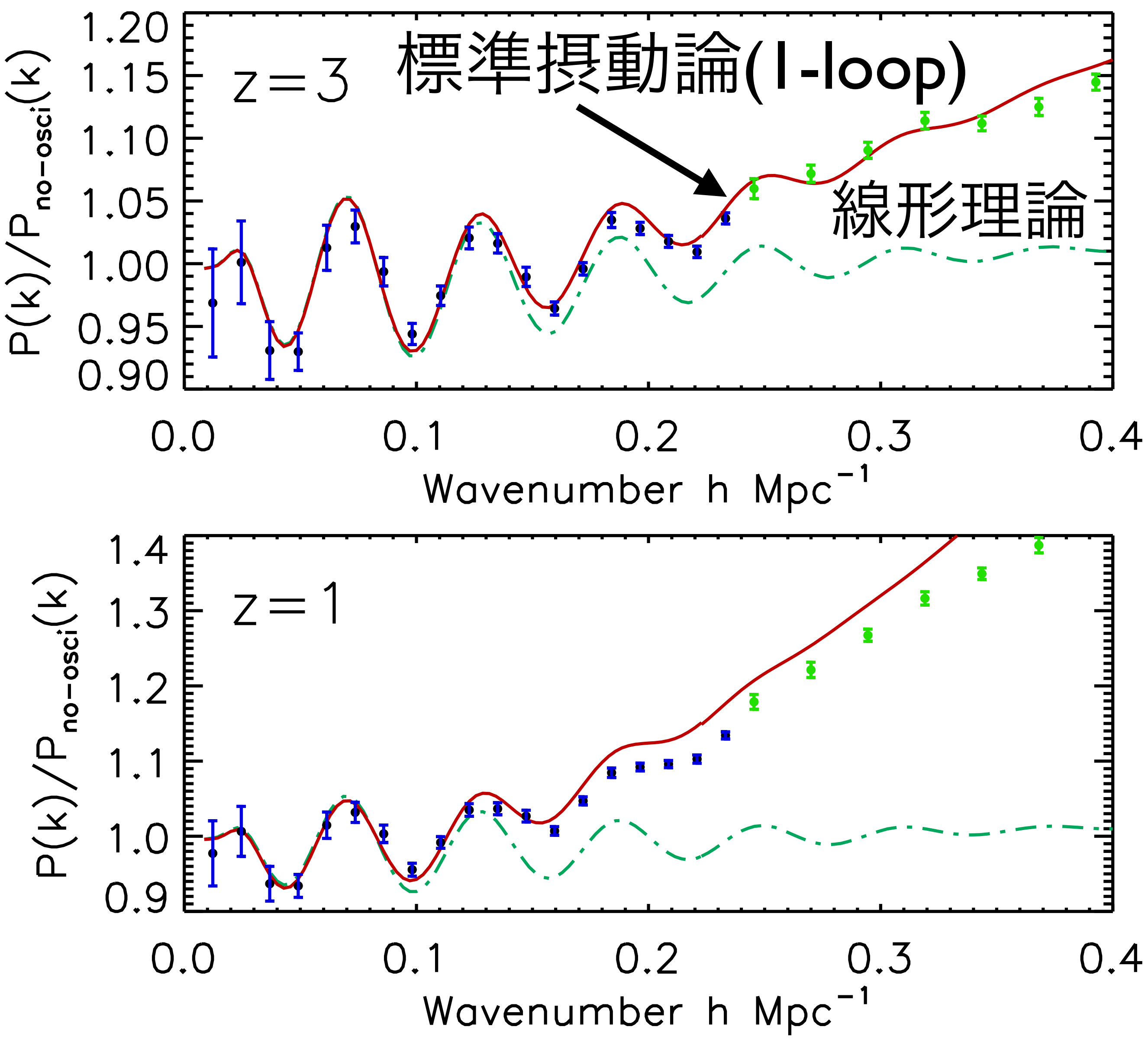
  → 遠方宇宙の宇宙膨張診断（加速膨張の起源に迫る手がかり）



摂動論の再生

バリオン音響振動の非線形重力進化の記述に使えそうだ





重力の非線形性が弱い領域なら、

標準摂動論の高次ループ計算でもっと広い範囲を記述できる？

標準摂動論の苦難

高次補正項をどんどん足してもよくなるわけではない

1ループ

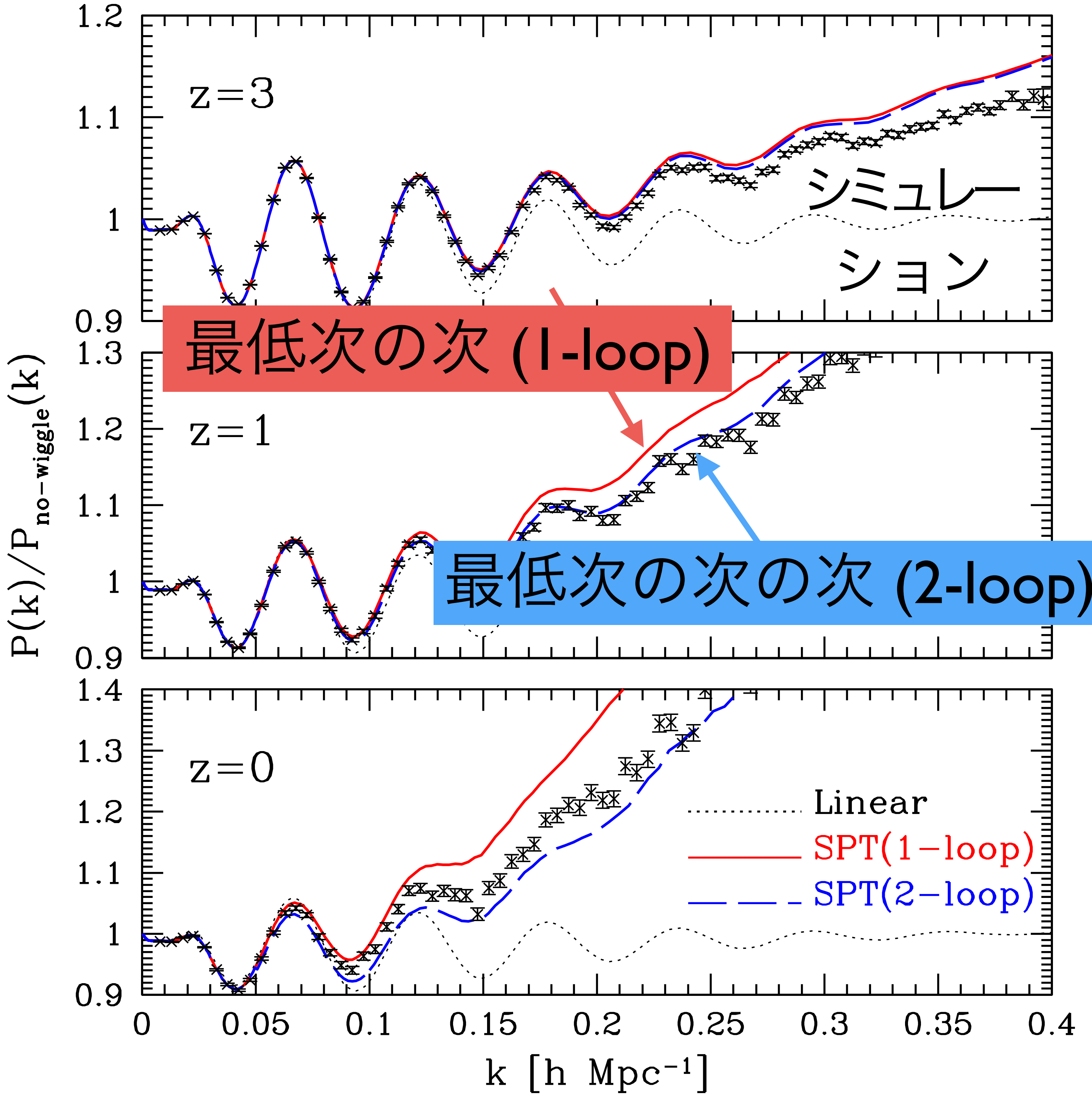
正の寄与→過大評価気味

2ループ

負の寄与→low-zで過小評価

展開の収束性の向上が必要

AT, Nishimichi, Saito & Hiramatsu ('09)



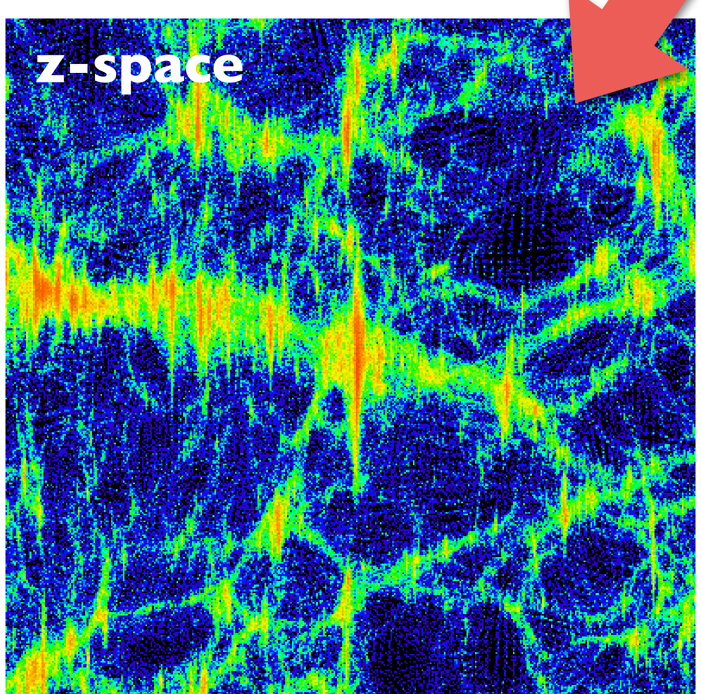
赤方偏移空間ゆがみ (RSD)

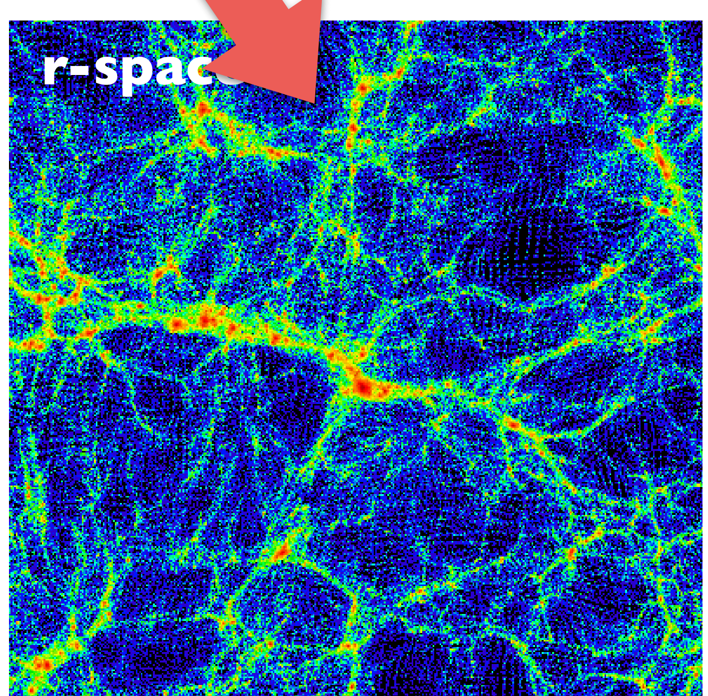
(Redshift-Space Distortions)

銀河の特異速度場がドップラー効果を通じて赤方偏移測定に影響、銀河クラスタリングの統計的等方性が破れる

観測される見かけの位置(赤方偏移空間)　　実際の位置

$$\vec{\mathbf{s}} = \vec{\mathbf{r}} + \frac{(\vec{\mathbf{v}}\cdot\hat{\mathbf{z}})}{a\,H(z)}\,\hat{\mathbf{z}}\,; \quad \begin{cases} \mathbf{v} & :\ \text{銀河の速度場} \\ \hat{\mathbf{z}} & :\ \text{観測者の視線方向} \end{cases}$$





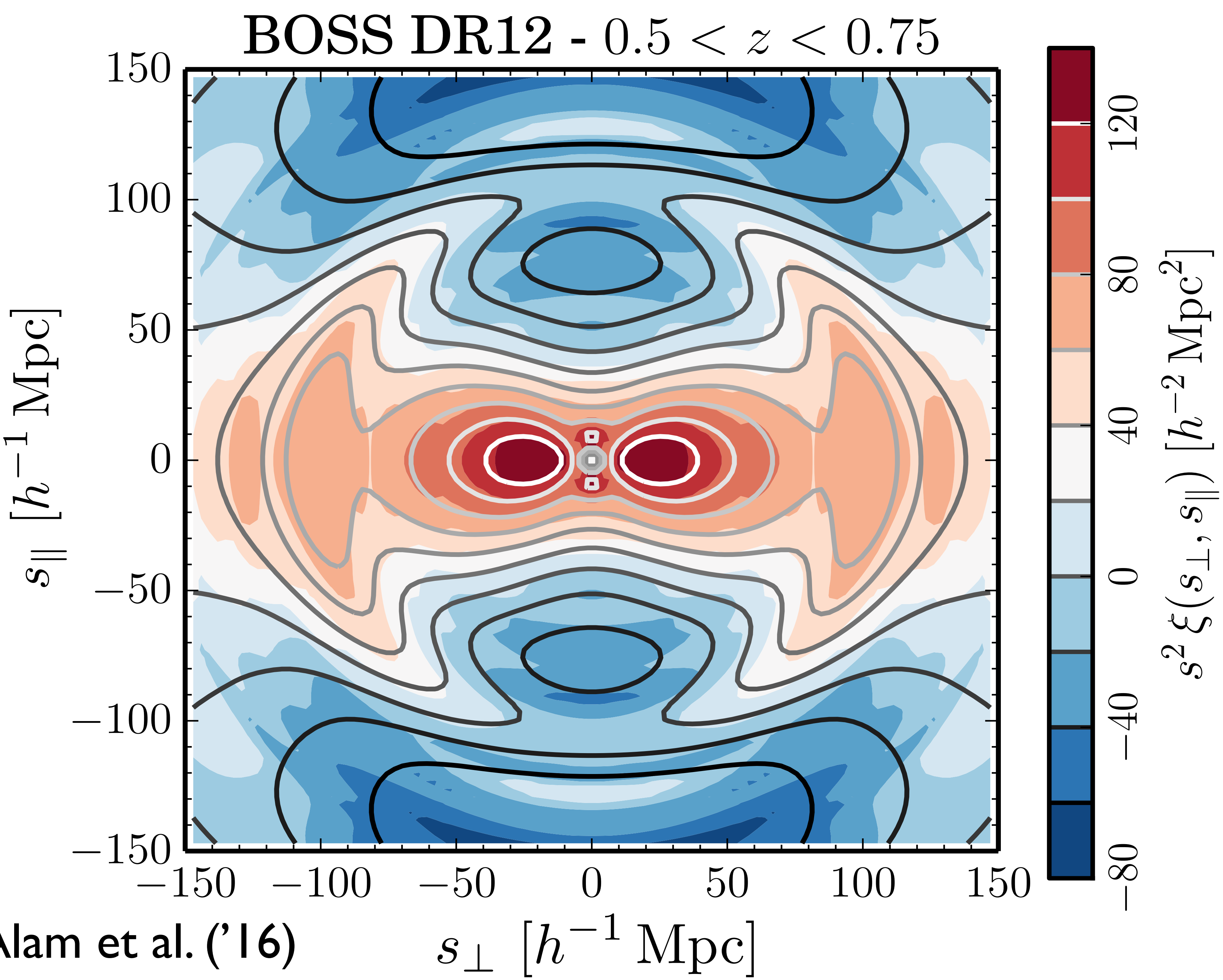
実空間と赤方偏移空間は非線形な関係になっている

（速度場が r に依存）

シミュレーション：西道

赤方偏移空間ゆがみ (RSD)

(Redshift-Space Distortions)



Alam et al. ('16)

て赤方偏移測定

方性が破れる

河の速度場

測者の視線方向

赤方偏移空間は

関係になっている

速度場が r に依存)

ョン：西道

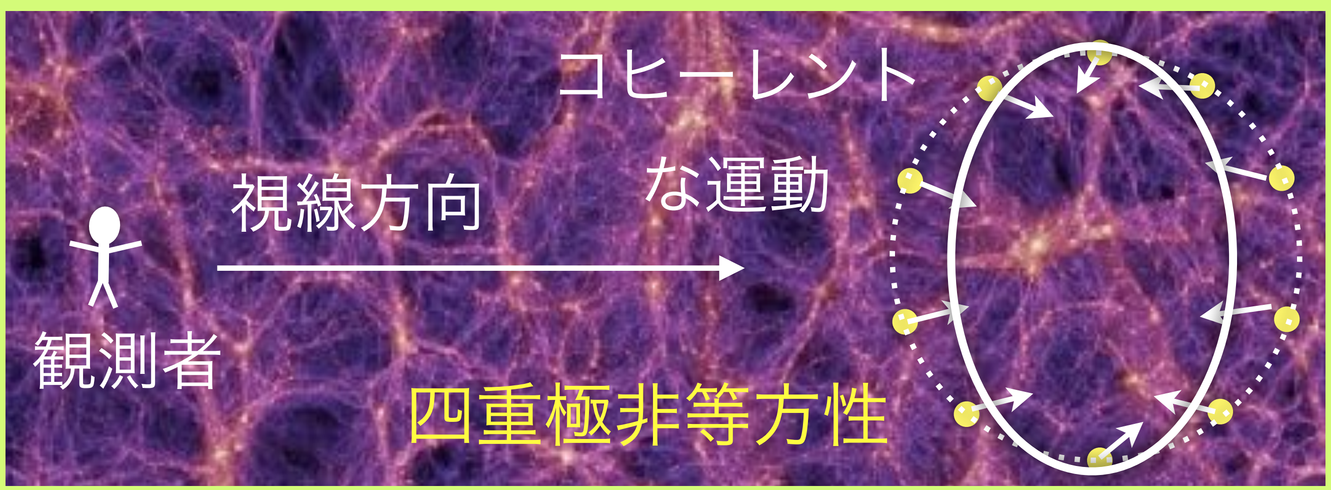
重力のプローブとしてのRSD

線形Kaiser 公式 (Kaiser '87)

$$\delta^{(\mathrm{S})}(\vec{k}) = (1 + f\mu^2)\,\delta(\vec{k})$$

赤方偏移空間の密度場　　実空間の密度場

μ : 波数ベクトルと視線方向の方向余弦



重力由来の密度ゆらぎの成長率

$$f(z) \equiv \frac{d \ln D_+}{d \ln a}$$

線形成長因子

スケール因子

成長率パラメーター'f' を決定できれば宇宙論的スケールでの重力のテストに使える

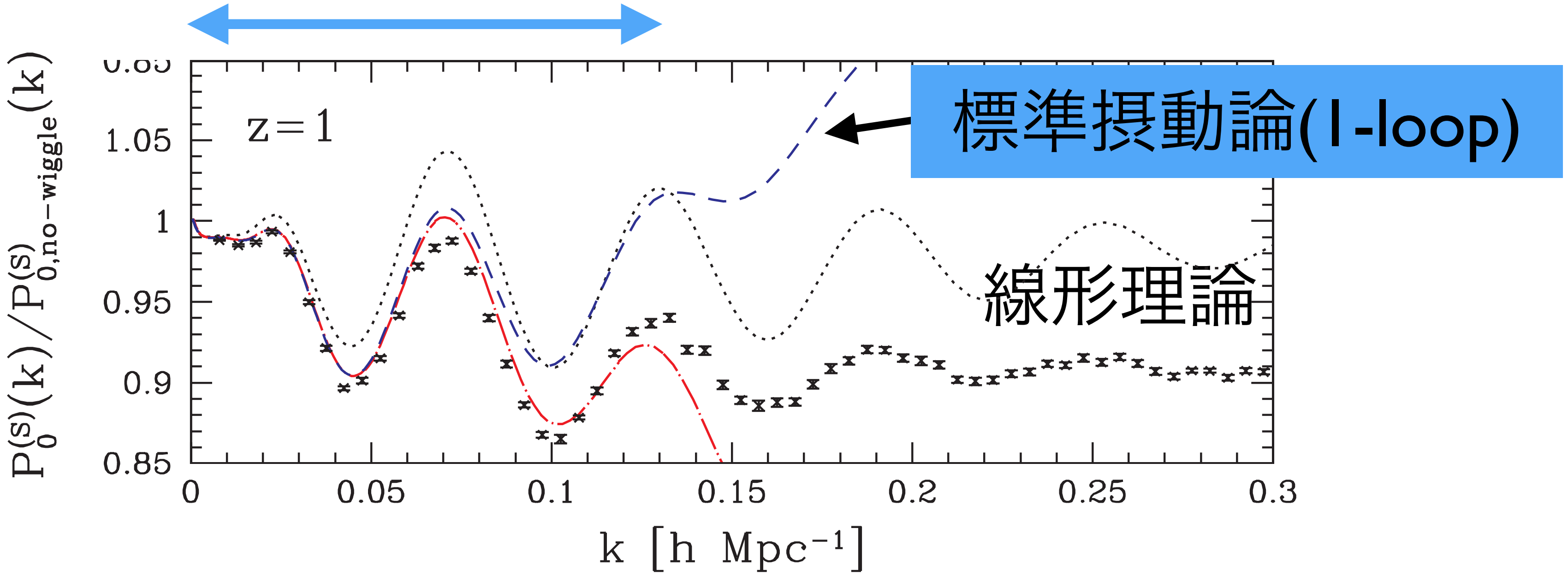
e.g., Linder ('08); Guzzo et al. ('08); Yamamoto et al. ('08); Percival & White ('09)

ただし、

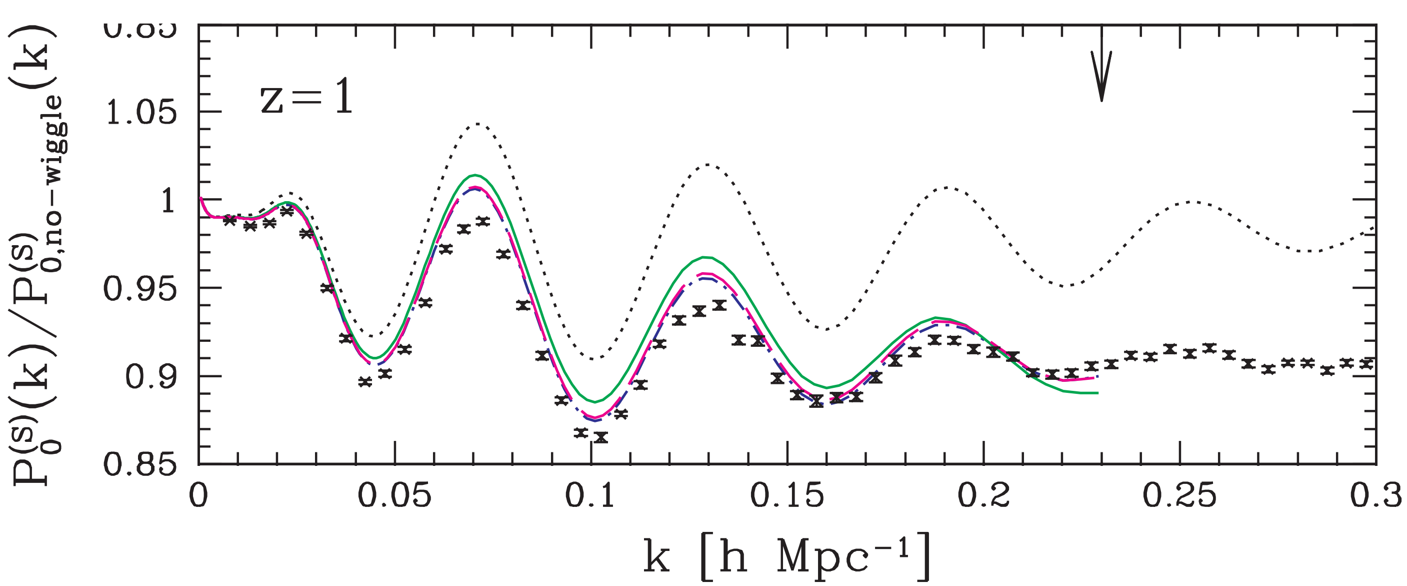
線形理論の適用範囲は狭い→非線形性の取り扱いが本質的

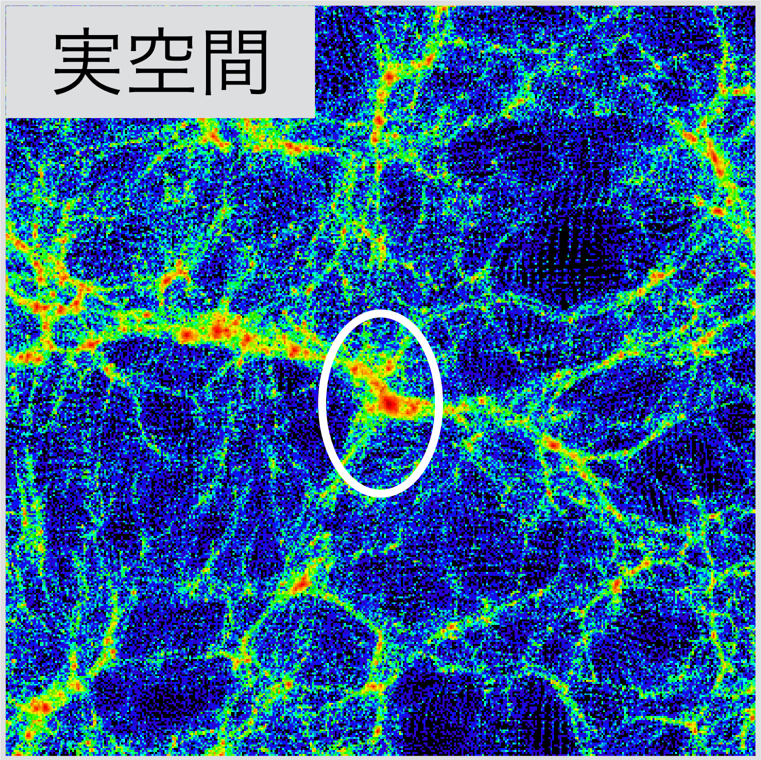
摂動論の苦難

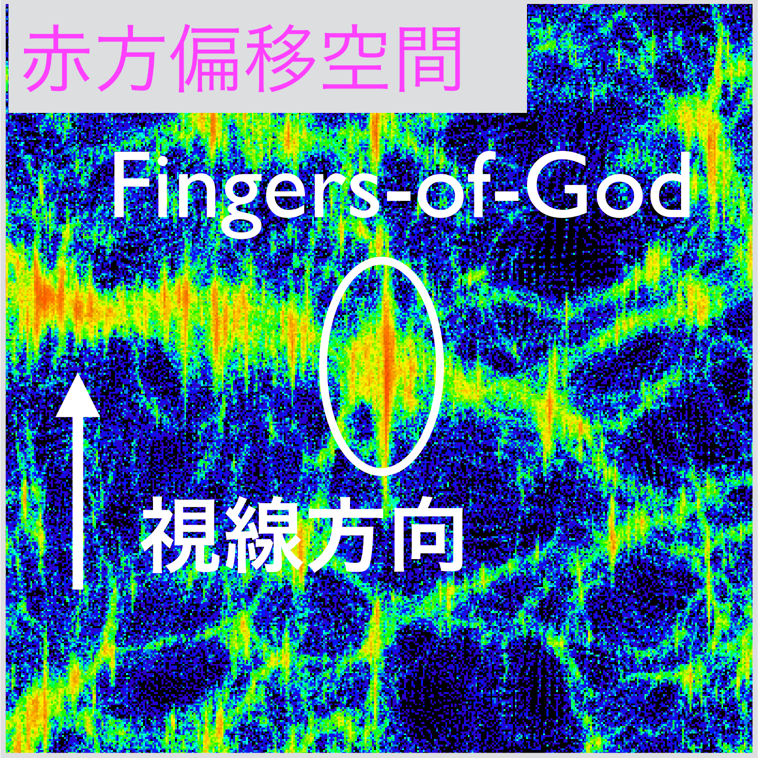
実空間ならここまで合うけど



手で減衰項を加えても（ガウス・ローレンツ型）







AT, Nishimichi & Saito ('10)

非摂動成分（ハロー）の影響が大スケールにも現れる

摂動計算を改良する

バリオン音響振動の非線形進化

密度揺らぎを微小量として摂動展開する標準摂動論を

非摂動量を導入して展開を再構成（再和・くりこみ）

（プロパゲーター）

➡ 精度・収束性が向上、適用範囲が広がる（高速化にも成功）

AT & Hiramatsu ('08)
AT, Nishimichi, Saito & Hiramatsu ('09)
AT, Bernardeau, Nishimichi & Codis ('12)

赤方偏移空間ゆがみ

パワースペクトルの厳密な表式をキュムラント展開

で書き換え、非摂動項を特定・分離後、摂動展開

➡ 線形 Kaiser 公式の非線形拡張版を導出

AT, Nishimichi & Saito ('10)
AT & Nishimichi ('11)

プロパゲーター

Crocce & Scoccimarro ('06); AT & Hiramatsu ('08); Bernardeau et al. ('08)

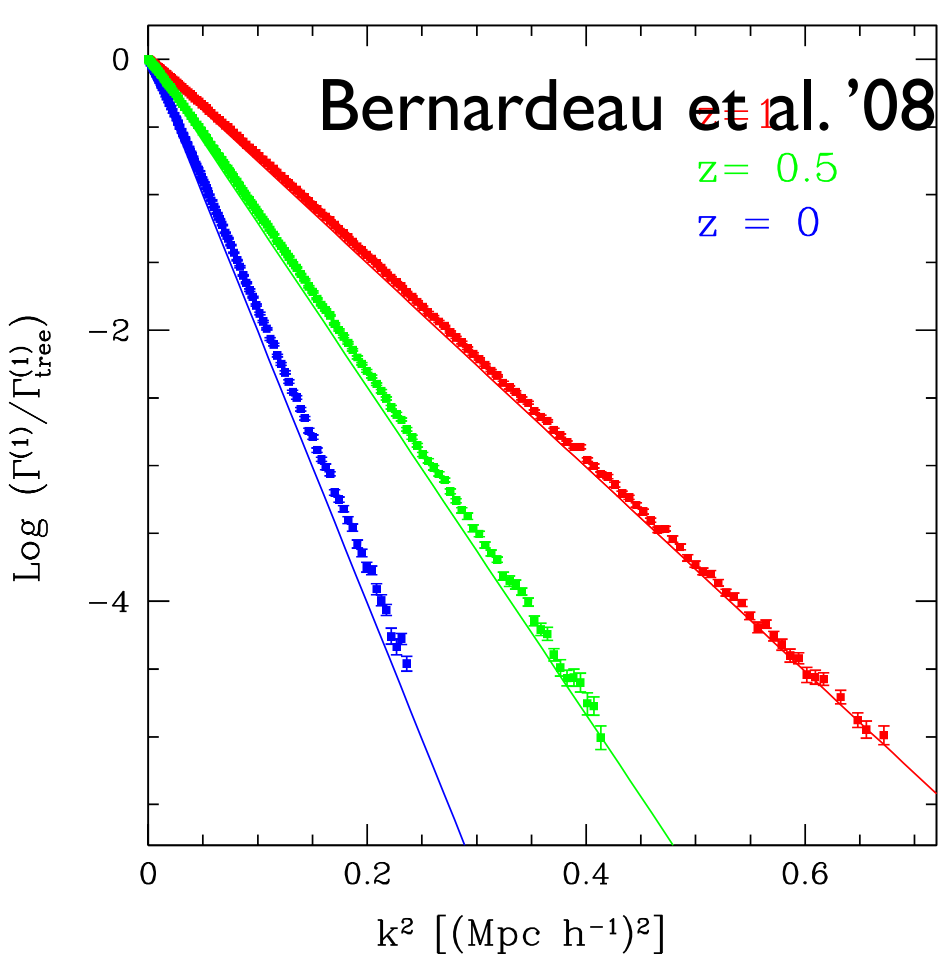
時間発展した（非線形）密度場

初期（線形）密度場

プロパゲーター

$$\left\langle \frac{\delta\,\delta_{\rm m}(\boldsymbol{k};t)}{\delta\,\delta_0(\boldsymbol{k}')} \right\rangle \equiv \delta_{\rm D}(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\,\Gamma^{(1)}(k;t)$$

初期密度場についての統計平均



ラージk極限で摂動の系統的足し上げ

→ 指数的（ガウス）減衰

（シミュレーションを再現）

くりこみ型摂動計算に組み込むことで展開の収束性が向上

Closure　AT & Hiramatsu ('08); AT et al ('09)

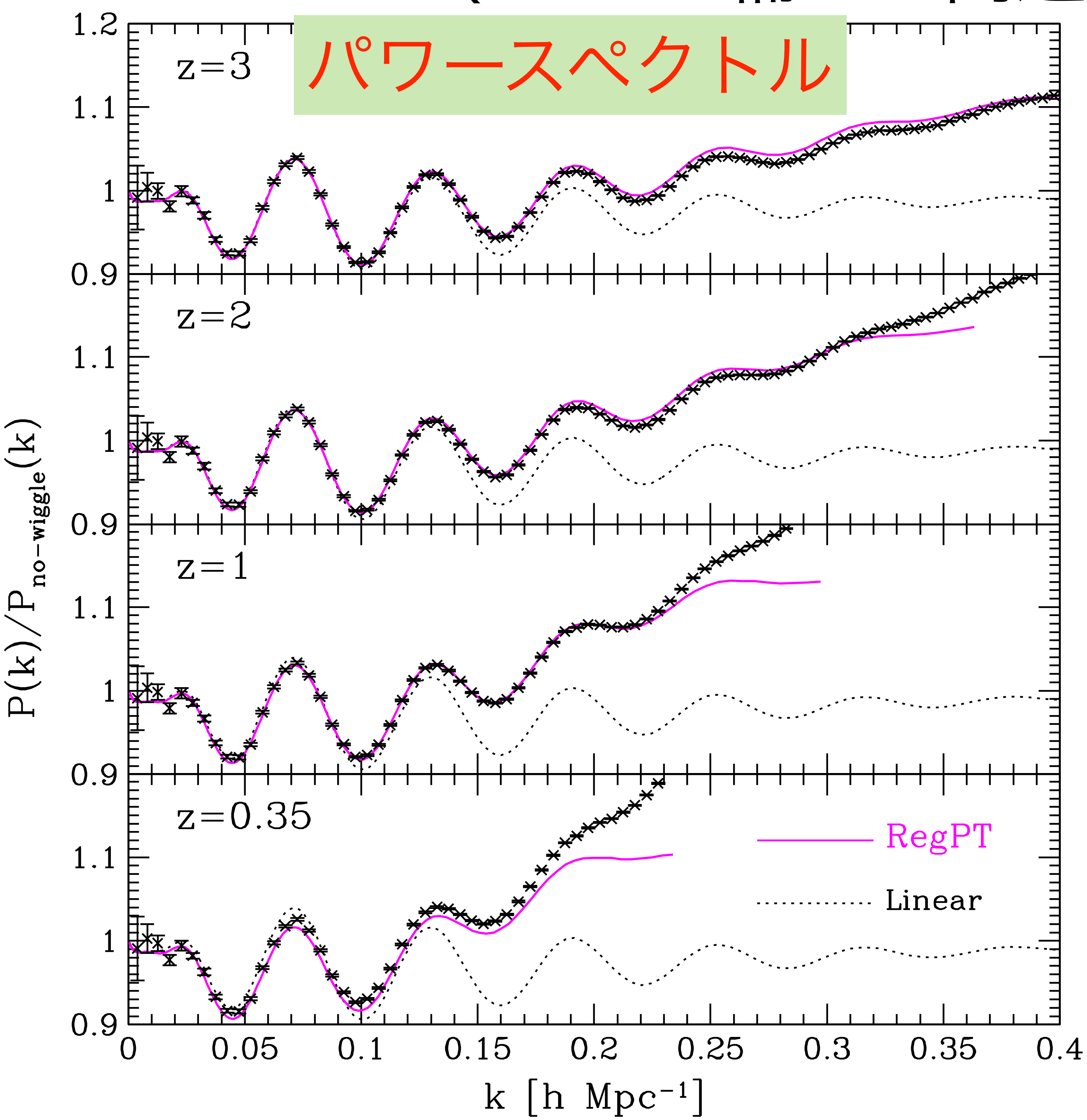
RegPT　AT et al ('12)

改良された摂動論

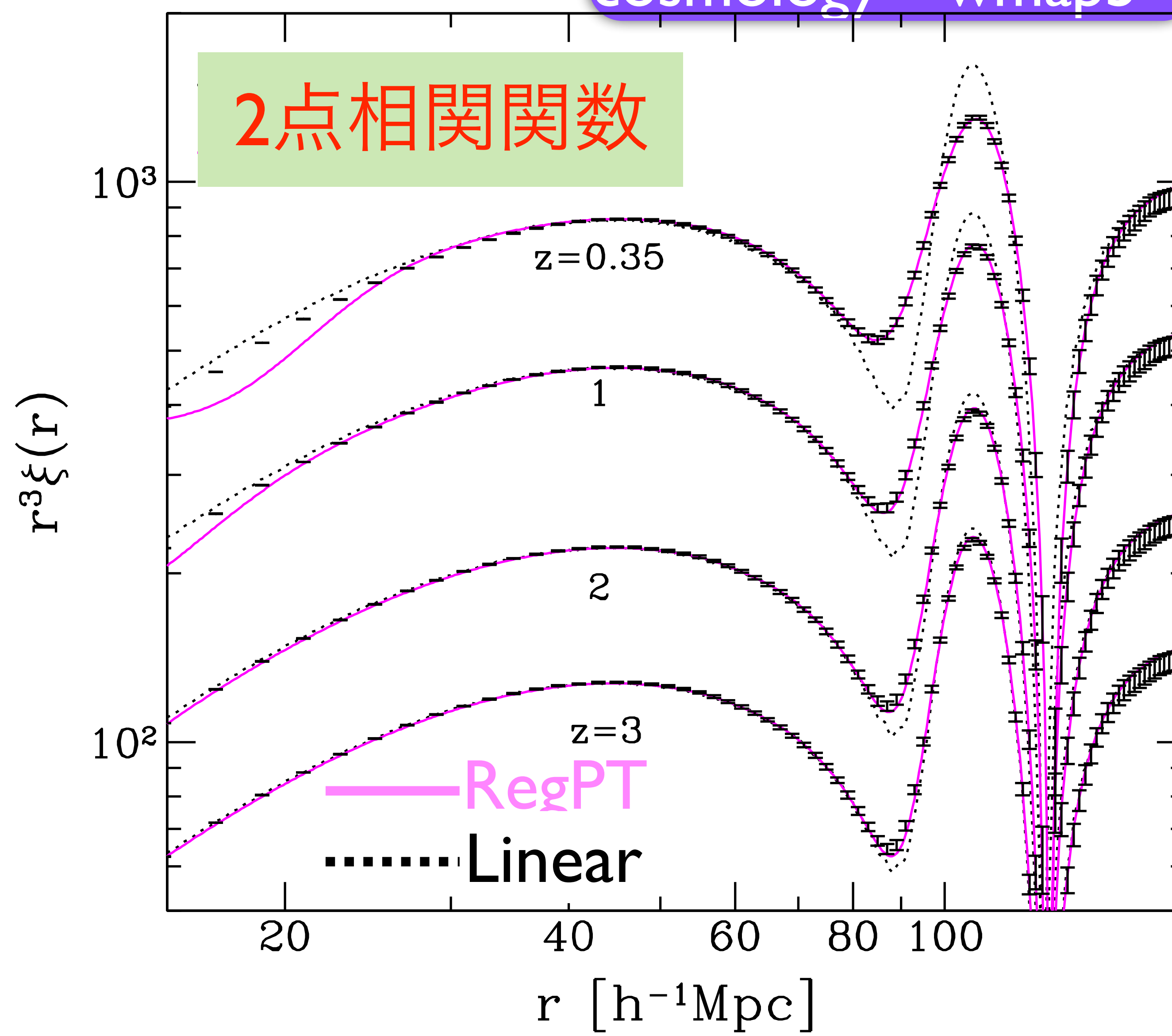
RegPT くりこみ摂動計算パブリックコード
（2ループ補正＋高速計算）

$L_{\rm box} = 2,048\,h^{-1}\,{\rm Mpc}$
\# of particles ：$1,024^3$
\# of runs ：60
cosmology ：wmap5

パワースペクトル



2点相関関数



AT, Bernardeau, Nishimichi & Codis ('12)

拡張版Kaiser公式

AT, Nishimichi & Saito ('10)

$\Delta u_z \equiv u_z(\mathbf{r}) - u_z(\mathbf{r}')$
$\mathbf{x} \equiv \mathbf{r} - \mathbf{r}'$

赤方偏移空間のパワースペクトル（厳密）

$$P^{(\mathrm{S})}(\mathbf{k}) = \int d^3\mathbf{x}\, e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \left\langle e^{-ik\mu f \Delta u_z} \{\delta(\mathbf{r}) + f\nabla_z u_z(\mathbf{r})\} \{\delta(\mathbf{r}') + f\nabla_z u_z(\mathbf{r}')\} \right\rangle$$

u_z :規格化された視線速度場

キュミュラント表記に書き直し

非摂動項を分離、残りを展開

θ : 速度発散場 $(\sim \delta)$

$$P^{(\mathrm{S})}(k,\mu) = e^{-(k\mu f\sigma_{\mathrm{v}})^2} \left[P_{\delta\delta}(k) + 2f\mu^2 P_{\delta\theta}(k) + f^2\mu^4 P_{\theta\theta}(k) + A(k,\mu) + B(k,\mu) \right]$$

非摂動減衰項
(フリーパラメーター含む)

非線形 Kaiser 項

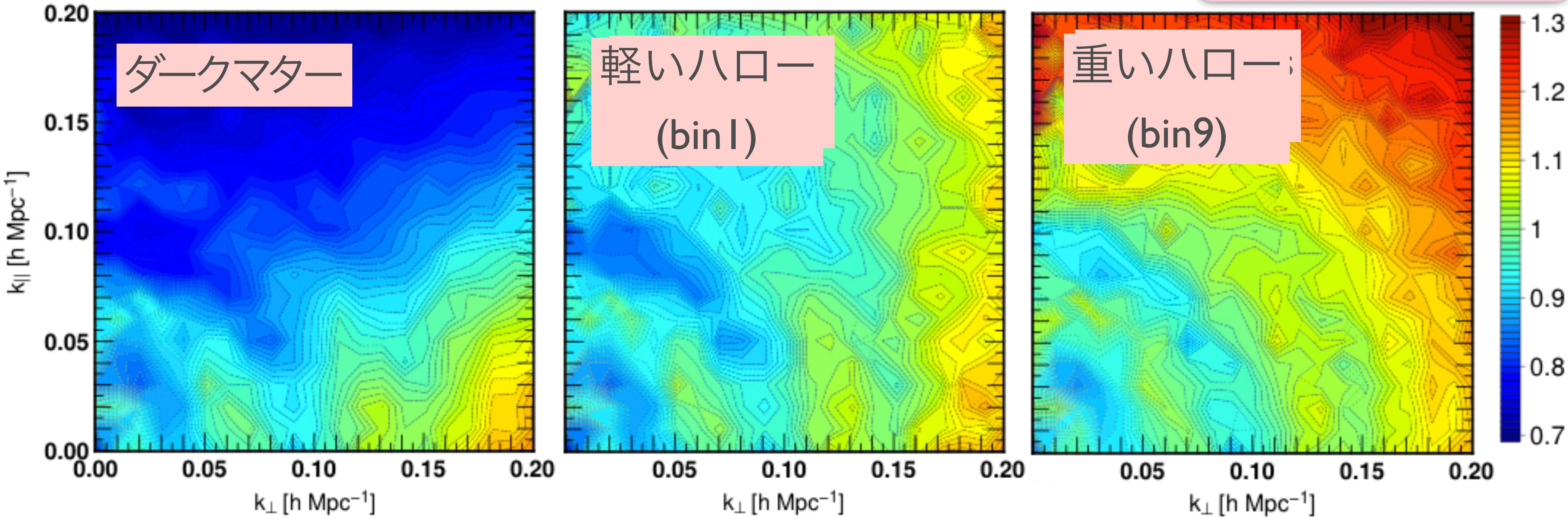
高次補正（バイスペクトル
＋パワースペクトル^2）

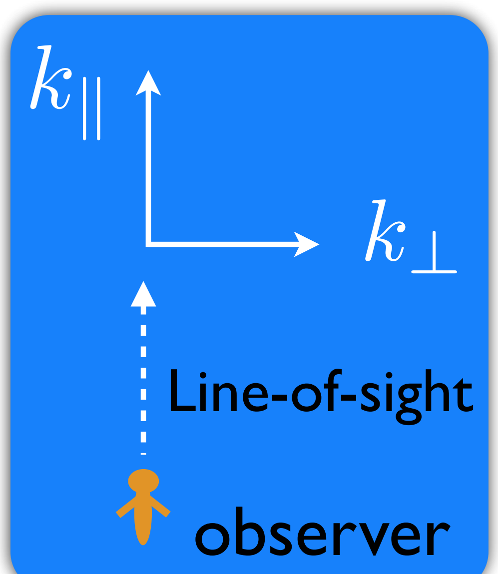
(c.f.) 線形Kaiser公式: $P^{(\mathrm{S})}(k,\mu) = (1 + f\,\mu^2)^2\, P_{\delta\delta}(k)$

拡張公式のパフォーマンス

シミュレーション

$$\frac{P_{\rm halo}(k_{||},k_\perp)}{(b^2+f\,\mu^2)^2 P_{\rm lin,no\text{-}wiggle}(k)}$$

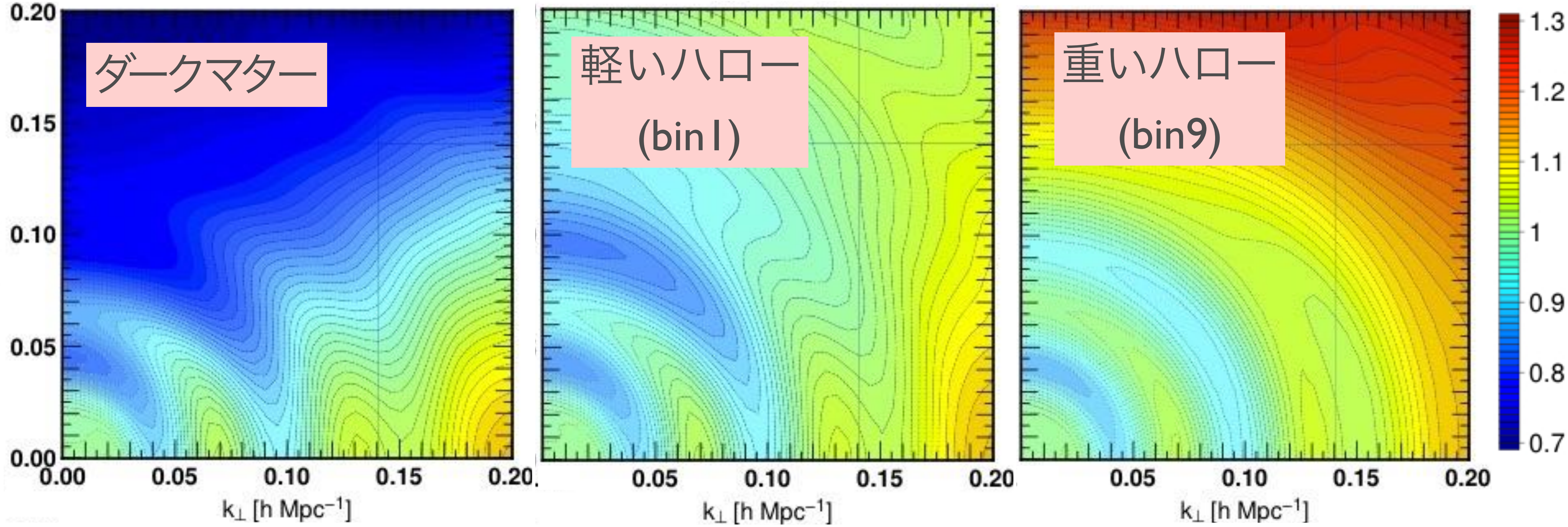


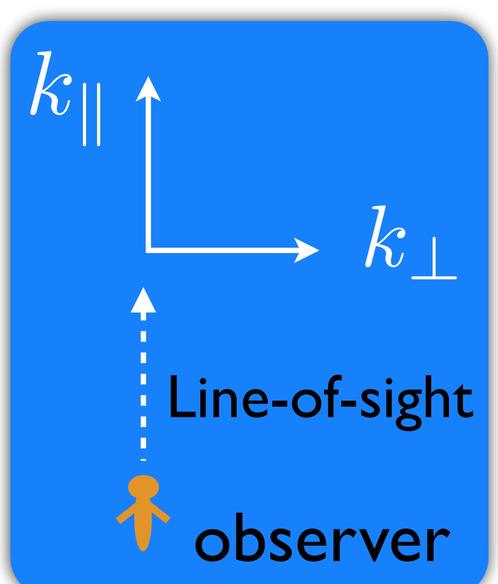


拡張公式のパフォーマンス

拡張版Kaiser公式

$$\frac{P_{\rm halo}(k_{||},k_\perp)}{(b^2+f\,\mu^2)^2 P_{\rm lin,no\text{-}wiggle}(k)}$$



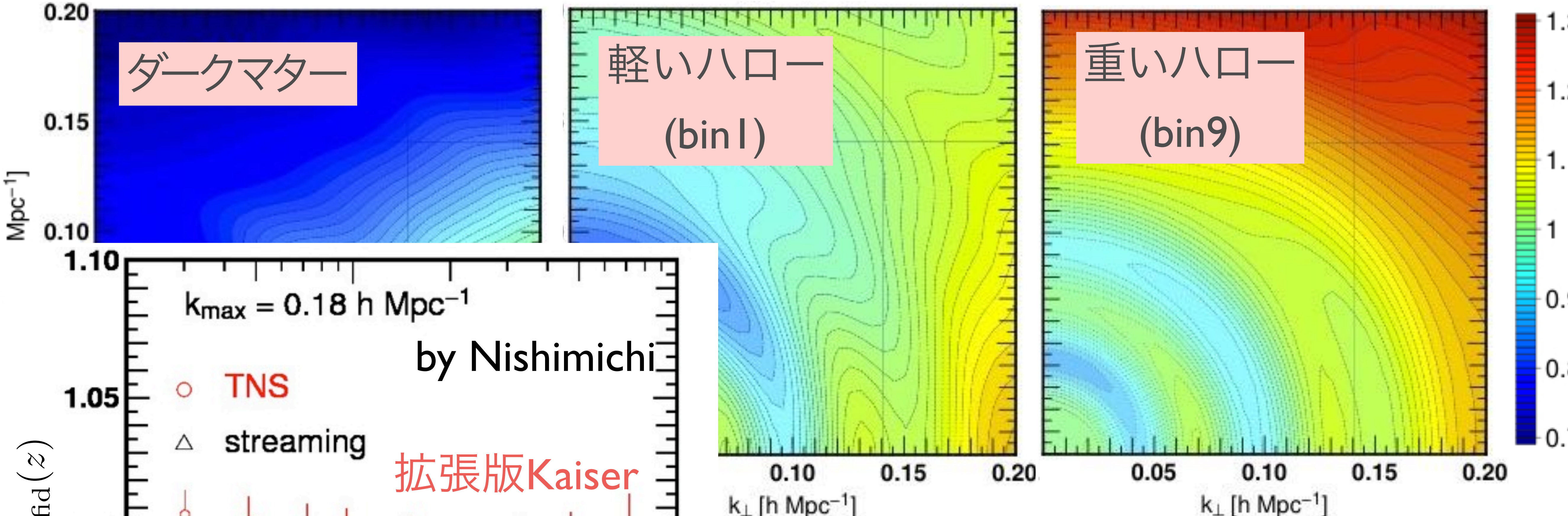


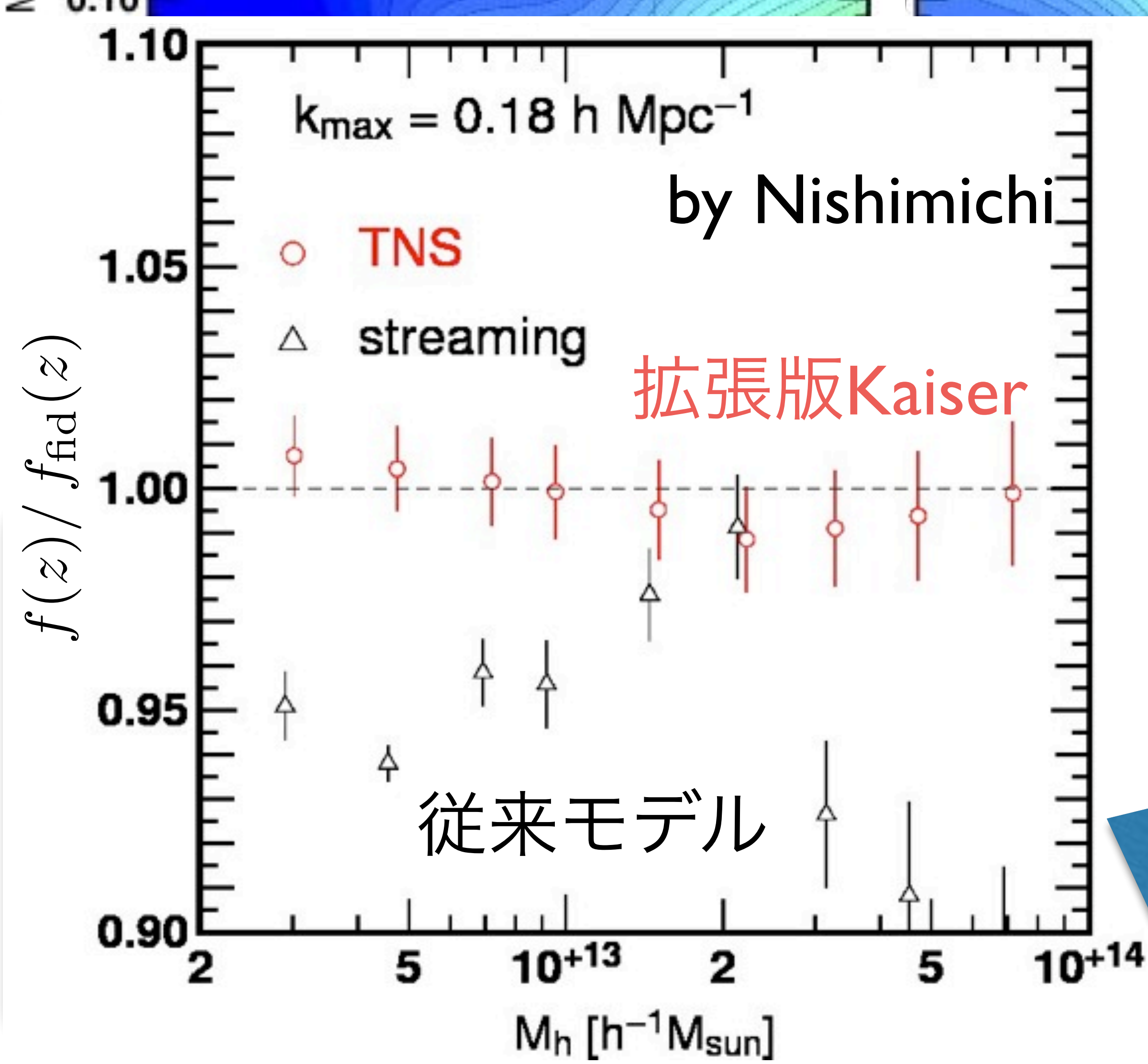
くりこみ摂動計算による予言

拡張公式のパフォーマンス

拡張版Kaiser公式

$$\frac{P_{\rm halo}(k_{||},k_{\perp})}{(b^2+f\,\mu^2)^2 P_{\rm lin,no\text{-}wiggle}(k)}$$



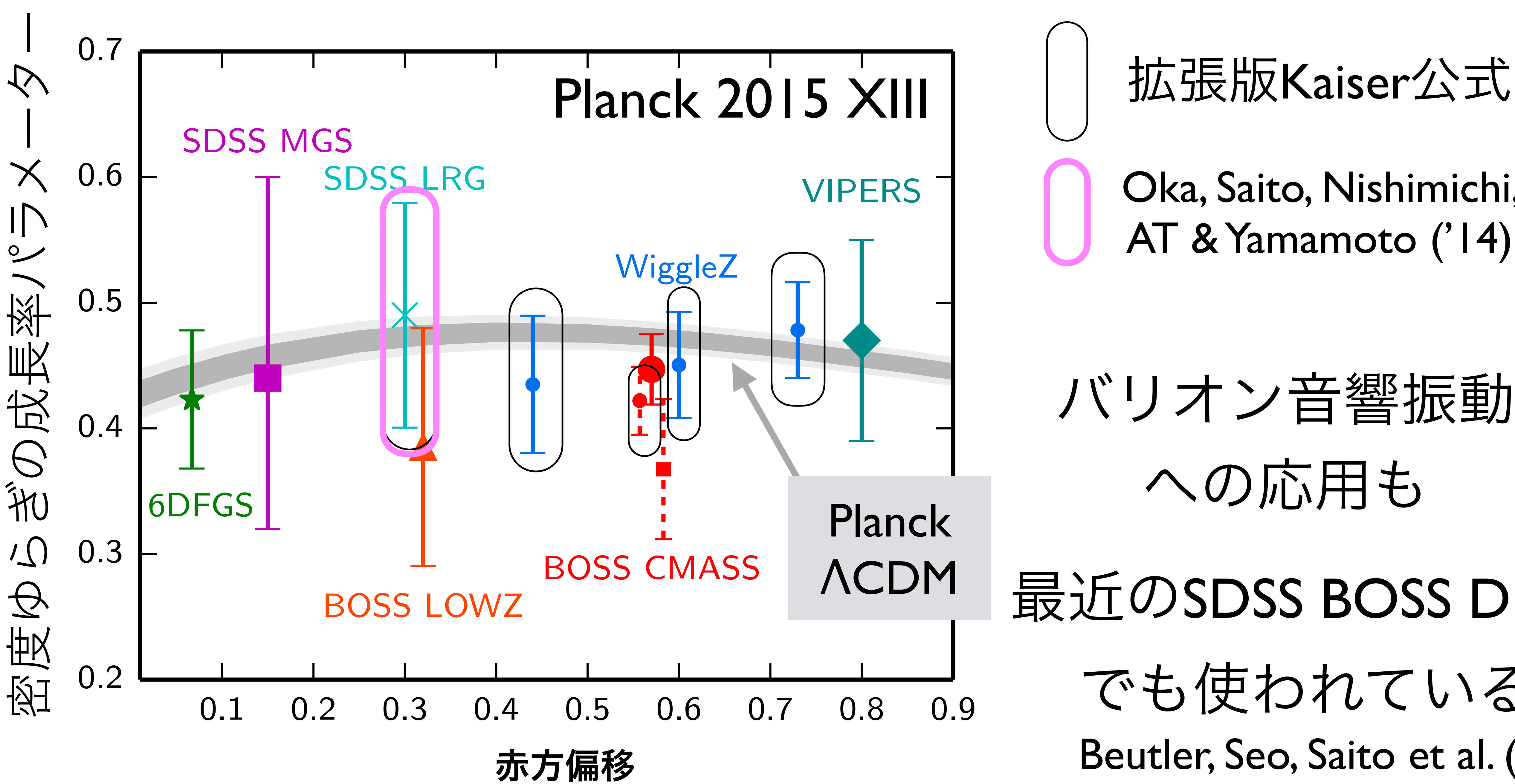


くりこみ摂動計算による予言

ブラインドフィットして求めた
成長率パラメーター'f'

観測への応用

摂動論にもとづく理論テンプレートが実データへと応用され始めた



バリオン音響振動への応用も

最近のSDSS BOSS DR12でも使われている

Beutler, Seo, Saito et al. ('16)

広がる用途と応用

ニュートリノ質量の観測的制限

Saito, Takada & AT ('08, '09, '11), Zhao, Saito et al. ('13), Beutler, Saito et al. ('14)

修正重力理論と観測的制限

Koyama, AT & Hiramatsu ('09), AT, Nishimichi, Bernardeau et al. ('15), Y-S.Song, AT, Linder, Koyama et al. ('15), AT ('16)

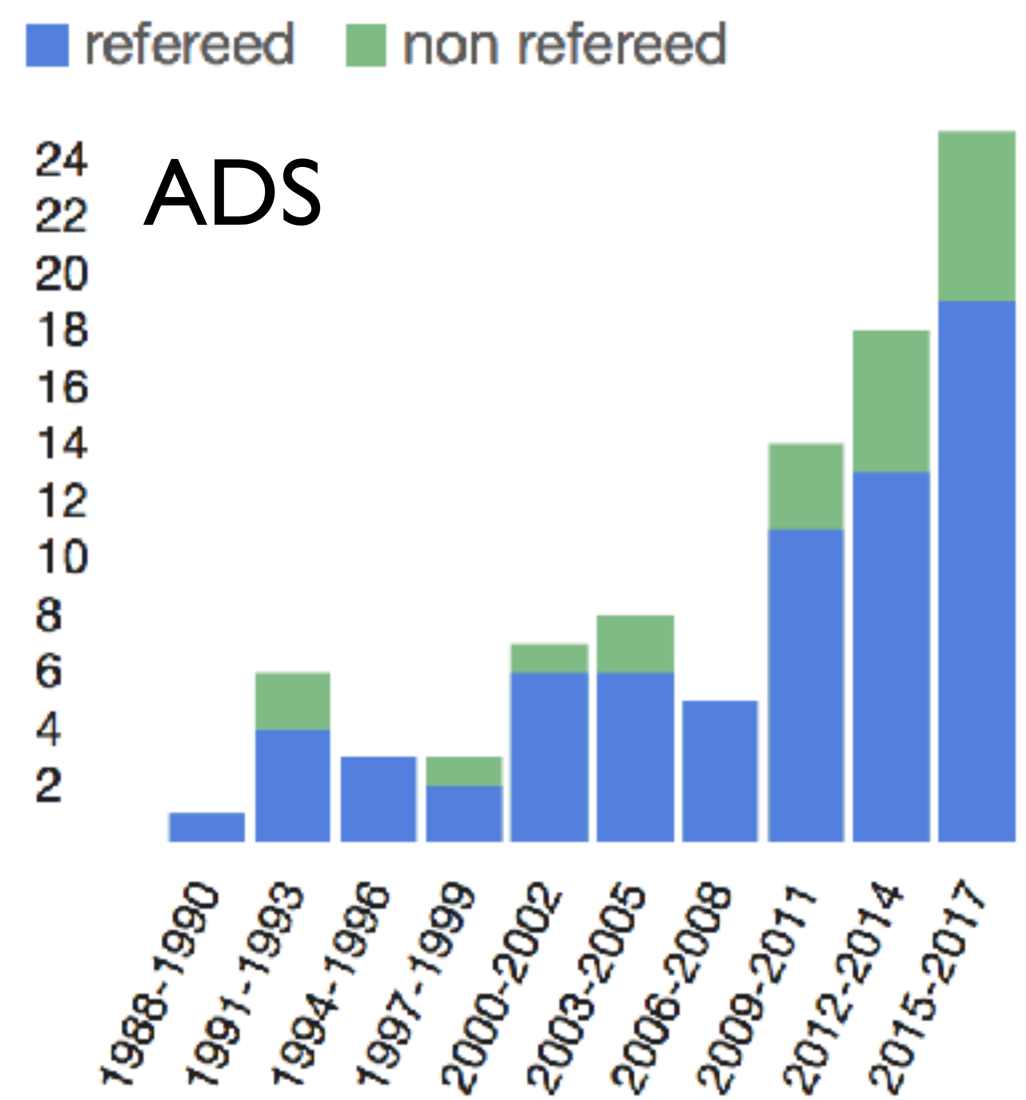
バイスペクトルの宇宙論的応用

Yokoyama, Matsubara & AT ('14), Hashimoto, AT, Matsubara et al. ('15), Hashimoto, AT & Yann ('17)

銀河・ハローバイアスの記述法

Matsubara ('11, '12, '14), Saito, Baldauf et al. ('14), Matsubara & Desjacques ('16)

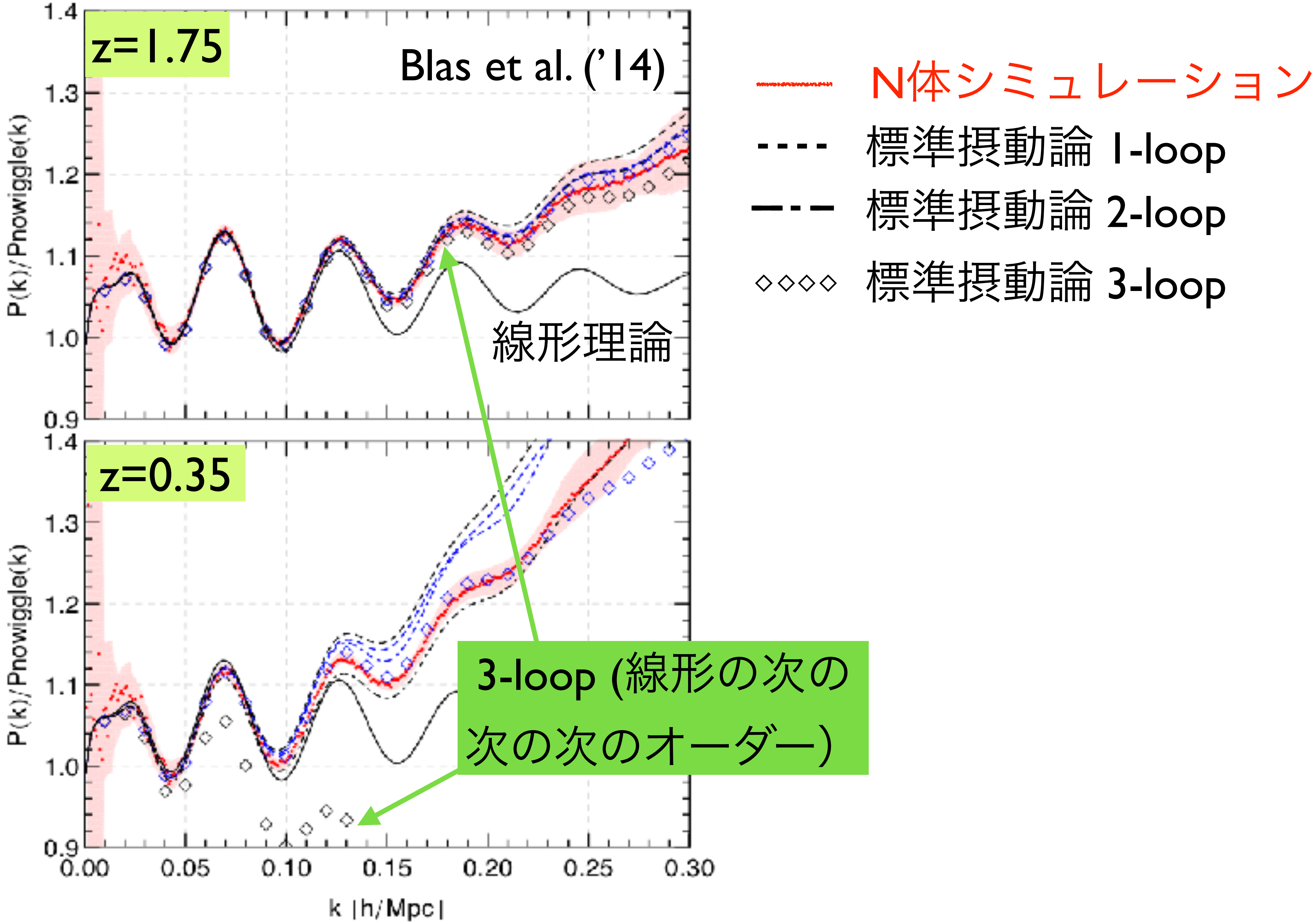
"perturbation theory" in title & "large-scale structure" in abstract



その他、パワースペクトル共分散、応答関数、…

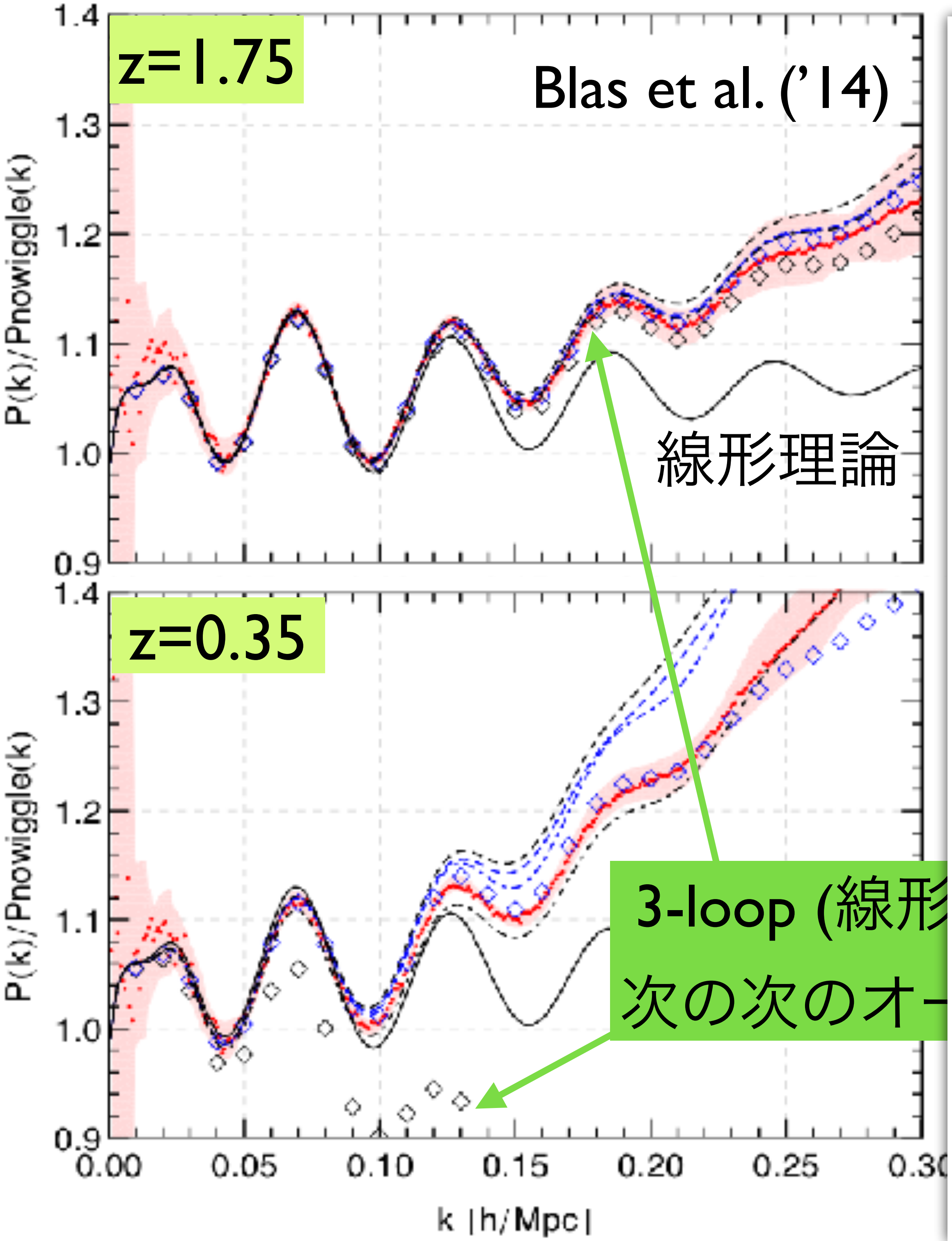
摂動計算のトラブル

さらに高次を計算すると（3-loop）、逆に悪くなった！

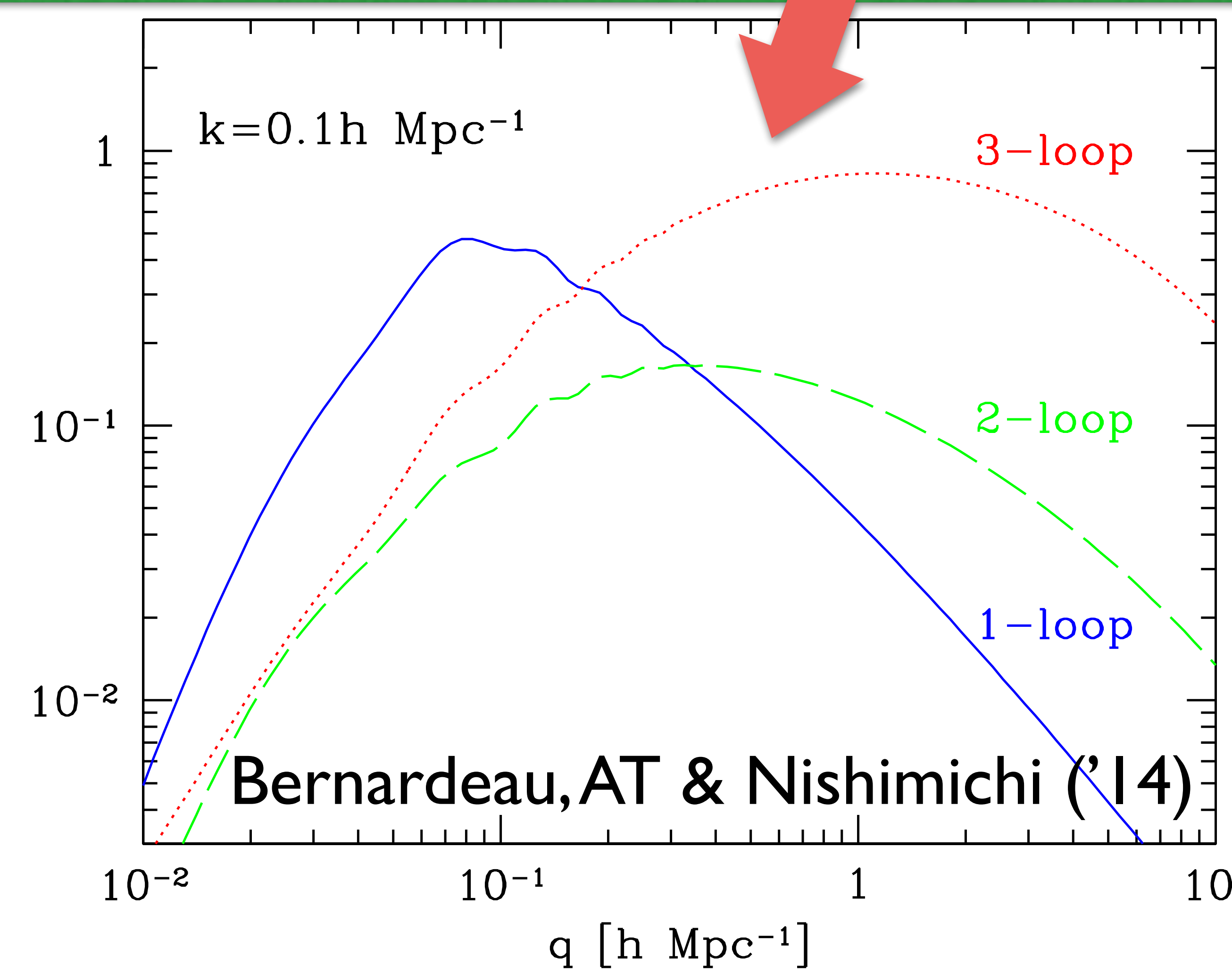


摂動計算のトラブル

さらに高次を計算すると（3-loop）、逆に悪くなった！



$$P_{\text{n-loop}}(k) \propto \int d\ln q\, K_{\text{n-loop}}(k,q)\, P_0(q)$$



（高次にいくと）

小スケールからすごく大きな寄与!!

原因

摂動計算の高次は小スケールからの寄与がすごく大きくなる

一方、シミュレーションだと小スケールからの寄与はむしろ抑制

Nishimichi, Bernardeau & AT ('16,'17)

⇒ 摂動論の破綻！

そもそも

摂動計算の拠り所にしていた基礎方程式に問題がある

$$\frac{\partial\delta}{\partial t}+\frac{1}{\mathrm{a}}\vec{\nabla}\cdot\left[(1+\delta)\vec{\mathrm{v}}\right]=0$$

$$\frac{\partial\vec{\mathrm{v}}}{\partial t}+\frac{\dot{a}}{a}\vec{\mathrm{v}}+\frac{1}{a}(\vec{\mathrm{v}}\cdot\vec{\nabla})\vec{\mathrm{v}}=-\frac{1}{a}\vec{\nabla}\Phi$$

$$\frac{1}{a^2}\nabla^2\Phi=4\pi G\,\bar{\rho}_{\mathrm{m}}\,\delta$$

無衝突ボルツマンの単一流近似

→小スケールで近似が破れる

$$-\frac{1}{\rho_{\mathrm{m}}}\frac{1}{a}\nabla\tau_{ij}$$

有効場理論的アプローチ

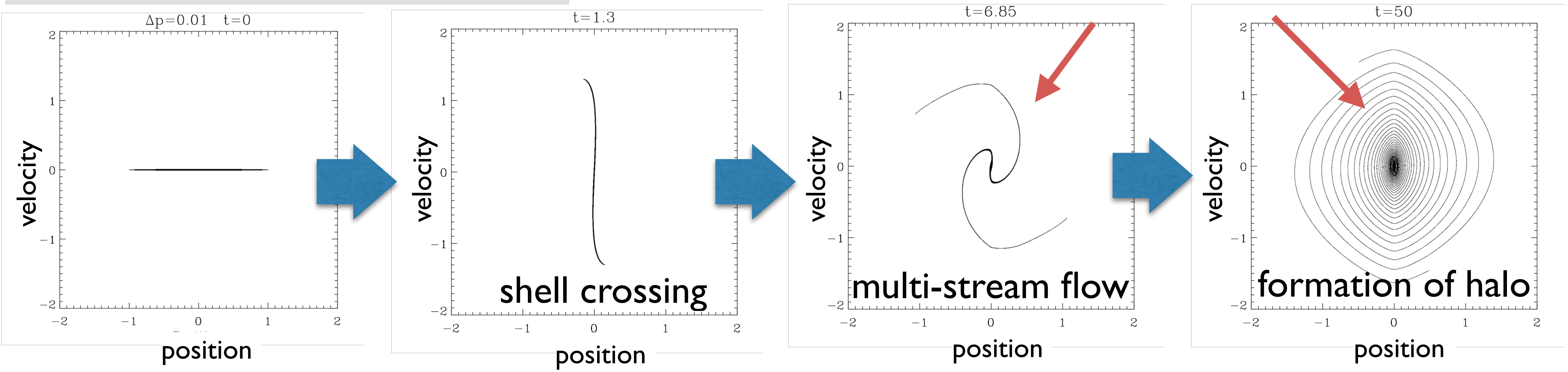
（パラメーターを導入）

Baumann et al. ('12), Carrasco et al. ('12)

原因

1次元重力系の時間発展

単一流近似で扱えない



$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{1}{a}\vec{\nabla}\cdot\left[(1+\delta)\vec{v}\right] = 0$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\dot{a}}{a}\vec{v} + \frac{1}{a}(\vec{v}\cdot\vec{\nabla})\vec{v} = -\frac{1}{a}\vec{\nabla}\Phi$$

$$\frac{1}{a^2}\nabla^2\Phi = 4\pi G\,\bar{\rho}_m\,\delta$$

無衝突ボルツマンの単一流近似

→小スケールで近似が破れる

$$-\frac{1}{\rho_{\rm m}}\frac{1}{a}\nabla\tau_{ij}$$

有効場理論的アプローチ

（パラメーターを導入）

Baumann et al. ('12), Carrasco et al. ('12)

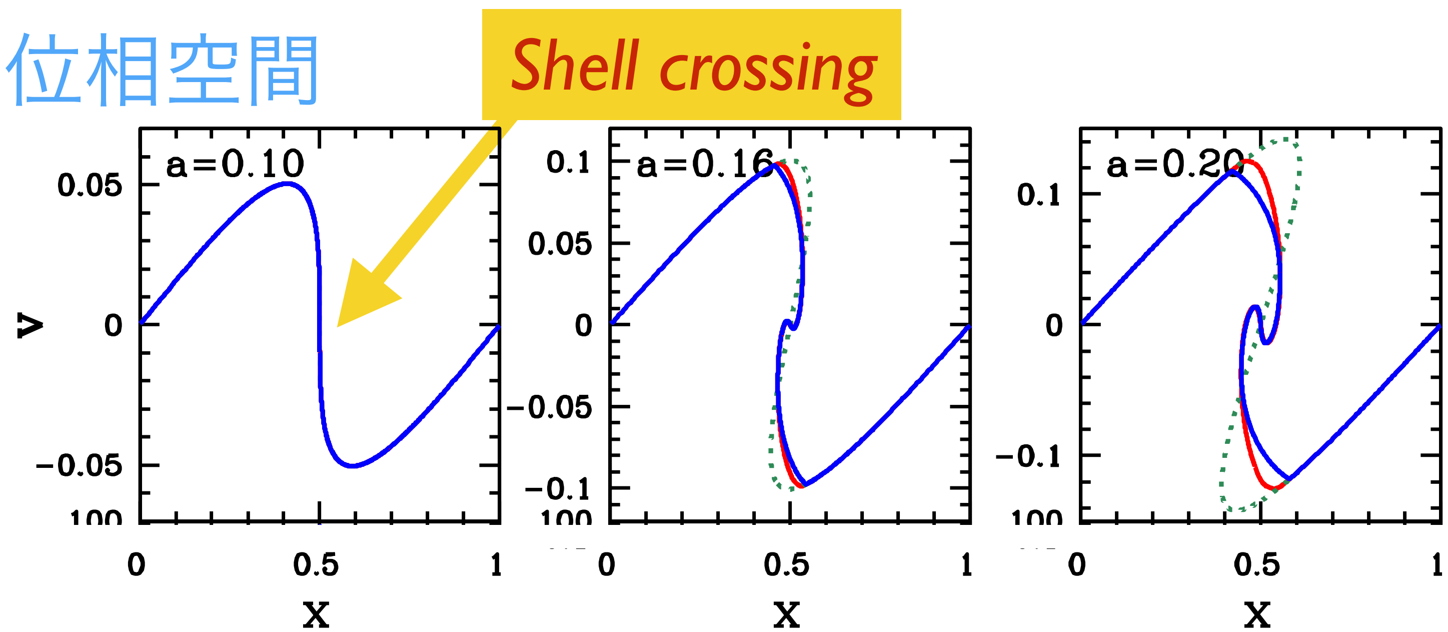
1次元ポストコラプス摂動論

AT & Colombi ('17)

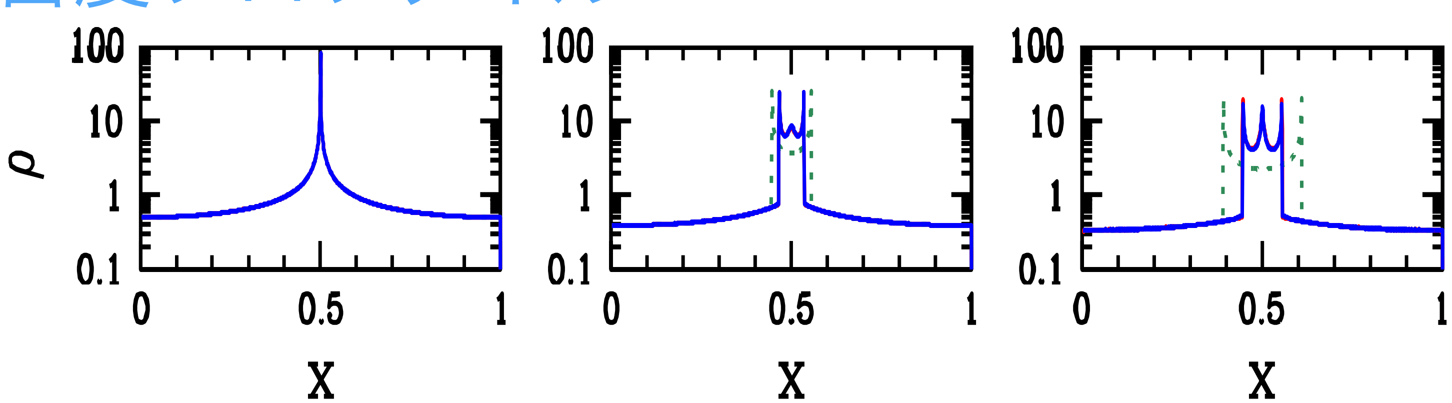
ラグランジアンアプローチにもとづく

単一流近似を超えた取り扱い

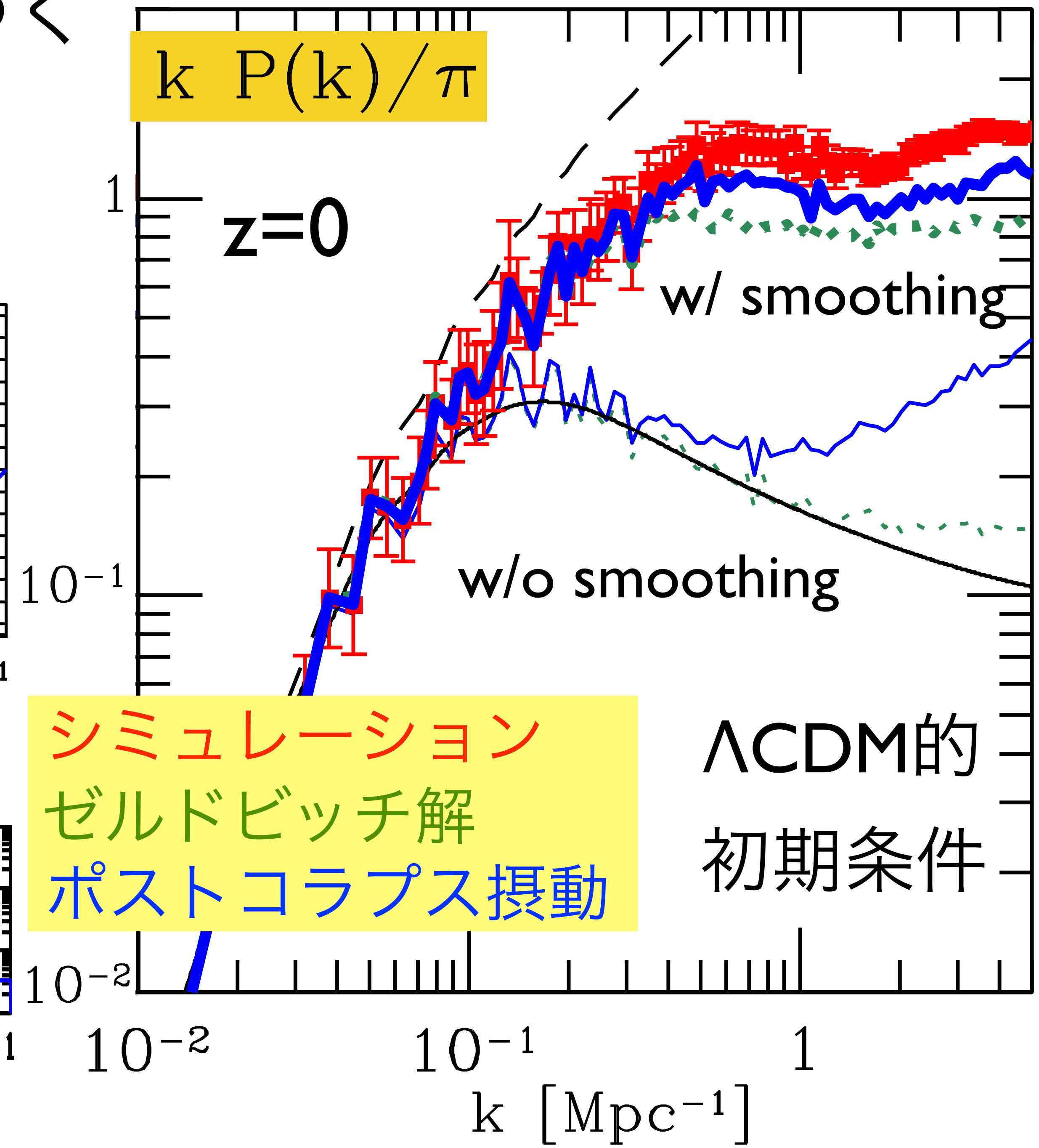
位相空間



密度プロファイル



（無次元）パワースペクトル



理論予言を劇的に改善！（適切なスムージングも必要）

まとめ

摂動論的アプローチにもとづく宇宙の大規模構造
の理論的記述と精密宇宙論観測への応用

大スケール・高赤方偏移の観測の進展に伴い

摂動計算の用途が広がり、観測への応用が進んでいる

摂動論の改良・拡張
（くりこみ・高速化、etc）

バリオン音響振動の測定
赤方偏移空間ゆがみの測定
修正重力理論の制限
ニュートリノ質量の制限、etc...

課題

単一流近似をこえる扱い→ 新しいブレークスルー？
有効場理論的アプローチ？
（６次元）無衝突ボルツマンシミュレーションとのシナジー