

原始ブラックホール 大きさと成長

原田知広
京都大学理学部

日本物理学会 2005年秋季大会 @ 大阪市立大学 2005年9月12日-15日

目次

1. 原始ブラックホールの概観
2. 原始ブラックホールの大きさ
3. 原始ブラックホールの成長
4. まとめ

1. 原始ブラックホール(PBH)の理論的発見

初期宇宙において、太陽質量より小さい質量のブラックホールが原始ゆらぎからできたかも知れない。(Hawking 1971)

$$M_{\text{PBH}} \simeq M_{\text{H,f}} \simeq \frac{c^3 t}{G} \simeq 10^{15} \text{g} \left(\frac{t}{10^{-23} \text{s}} \right).$$

Mon. Not. R. astr. Soc. (1971) **152**, 75-78.

GRAVITATIONALLY COLLAPSED OBJECTS OF VERY LOW MASS

Stephen Hawking

(Communicated by M. J. Rees)

(Received 1970 November 9)

SUMMARY

It is suggested that there may be a large number of gravitationally collapsed objects of mass 10^{-5} g upwards which were formed as a result of fluctuations in the early Universe. They could carry an electric charge of up to ± 30 electron units. Such objects would produce distinctive tracks in bubble chambers and could form atoms with orbiting electrons or protons. A mass of 10^{17} g of such objects could have accumulated at the centre of a star like the Sun. If such a star later became a neutron star there would be a steady accretion of matter by a central collapsed object which could eventually swallow up the whole star in about ten million years.

Hawking 輻射

ブラックホールは量子論的效果によって熱的な放射をおこない蒸発する。
(Hawking 1974)

$$T \simeq 1\text{GeV} \left(\frac{M}{10^{13}\text{g}} \right)^{-1}, \quad \tau \simeq 10^5 \text{y} f(M)^{-1} \left(\frac{M}{10^{13}\text{g}} \right)^3.$$

Nature Vol. 248 March 1 1974

Black hole explosions?

QUANTUM gravitational effects are usually ignored in calculations of the formation and evolution of black holes. The justification for this is that the radius of curvature of space-time outside the event horizon is very large compared to the Planck length $(G\hbar/c^3)^{1/2} \approx 10^{-33}$ cm, the length scale on which quantum fluctuations of the metric are expected to be of order unity. This means that the energy density of particles created by the gravitational field is small compared to the space-time curvature. Even though quantum effects may be small locally, they may still, however, add up to produce a significant effect over the lifetime of the Universe $\approx 10^{17}$ s which is very long compared to the Planck time $\approx 10^{-43}$ s.

The purpose of this letter is to show that this indeed may be the case: it seems that any black hole will create and emit particles such as neutrinos or photons at just the rate that one would expect if the black hole was a body with a temperature of $(\kappa/2\pi)(\hbar/2k) \approx 10^{-6} (M_{\odot}/M)K$ where κ is the surface gravity of the black hole¹. As a black hole emits this thermal radiation one would expect it to lose mass. This in turn would increase the surface gravity and so increase the rate of emission. The black hole would therefore have a finite life of the order of $10^{71} (M_{\odot}/M)^{-3}$ s. For a black hole of solar mass this is much longer than the age of the Universe. There might, however, be much smaller black holes which were formed by fluctuations in the early Universe². Any such black hole of mass less than 10^{15} g would have evaporated by now. Near the end of its life the rate of emission would be very high and about 10^{30} erg would be released in the last 0.1 s. This is a fairly small explosion by astronomical standards but it is equivalent to about 1 million 1 Mton hydrogen bombs.

10¹⁵gのPBHが現在蒸発している。

何もなくなるのか、プランク質量10⁻⁵gのものが残るのか？

PBHに関する基本的な単純な仮定 (Carr 1975)

- 状態方程式: $p = k\rho$ 、輻射流体なら $k = 1/3$
- 形成条件: Jeans長より大きく、宇宙分離長より小さいゆらぎ

$$\delta_{\text{crit}} = k < \delta < 1 \text{ at horizon crossing time}$$

- 質量: ホライズン質量で形成され、その後ほとんど変わらない
- 形成確率 ($\epsilon(M)$): 質量 M のゆらぎの標準偏差)

$$\beta(M) \simeq \epsilon \exp \left[\frac{-\delta_{\text{crit}}^2}{2\epsilon(M)^2} \right]$$

- 質量関数(スケール不変なゆらぎの場合)

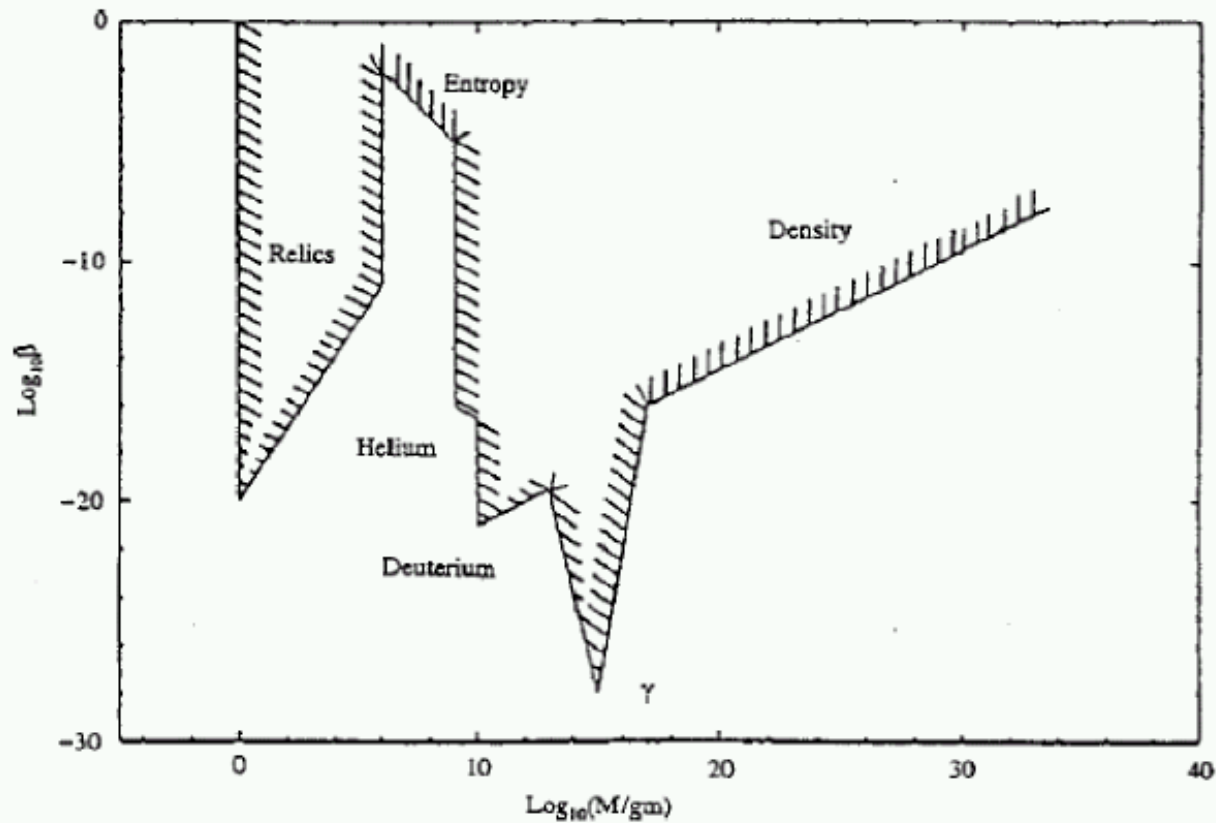
$$\frac{dn}{dM} \propto M^{-\alpha}, \quad \alpha = 1 + \frac{1 + 3k}{1 + k}.$$

- 現在のPBHの密度パラメータ

$$\Omega_{\text{PBH}} = \beta \Omega_{\text{rad}}(1+z) \simeq 10^6 \beta \left(\frac{t}{1\text{s}} \right)^{-1/2} \simeq 10^{18} \beta \left(\frac{M}{10^{15}\text{g}} \right)^{-1/2}.$$

PBHに対する観測からの制限

- Hawking放射
- ダークマター
- プランク質量の残存物



Carr 2003

いろいろな物理のプローブとしてのPBH

PBHが見つければ非常におもしろい

たとえ見つからなくても非常におもしろい

- 初期宇宙のプローブ
- 高エネルギー物理のプローブ
- 量子重力のプローブ

初期宇宙のプローブとしてのPBH

■ インフレーション

- それ以前のPBHを薄めるが、ゆらぎもつくり出す
- ゆらぎのスペクトル、インフラトンのポテンシャル

$$\epsilon(M) \simeq \left(\frac{V^{3/2}}{M_{\text{Pl}}^3 V'} \right)_H .$$

- 再加熱過程、tachyonic instability (Suyama et al. 2005)

■ 状態方程式

- QCD相転移 (Jedamzik 1997)、Hagedorn的シナリオ

■ 重力定数の変動

- Brans-Dicke理論、重力記憶 (Barrow 1993)

■ Braneworldシナリオ

ダークマターとしてのPBH

- 宇宙のダークマター
- 銀河のダークマター ($\sim 0.5 M_{\text{solar}}$): 重力レンズ
 - inflaton potential (Yokoyama 1997), QCD相転移 (Jedamzik 1997)
- PBH連星による重力波放射
 - $\sim 0.5 M_{\text{solar}}$: 重力波観測 (Nakamura et al. 1997)
 - $\sim 10^{-7} M_{\text{solar}}$ (TeVスケール) (Inoue & Tanaka 2003)
- 銀河中心の超大質量ブラックホール (10^6 - $10^8 M_{\text{solar}}$)
 - 超大質量ブラックホールの種になる可能性 (Bean & Magueijo 2002)
- プランク質量の残存物 (量子重力に依存)
 - ダークマターとして振る舞う

高エネルギー物理学のプローブとしてのPBH

Hawking輻射による黒体輻射

$$T \simeq 1\text{GeV} \left(\frac{M}{10^{13}\text{g}} \right)^{-1}, \quad \tau \simeq 10^5 \text{y} f(M)^{-1} \left(\frac{M}{10^{13}\text{g}} \right)^3.$$

- あらゆる粒子が熱的に放射
 - $M < 10^{11}\text{g}$: QCD相転移物理
- γ 線背景放射観測 (EGRET)

$$\Omega_{\text{PBH}} \leq (5.1 \pm 1.3) \times 10^{-9} h^{-2}$$

(Carr & MacGibbon 1998)

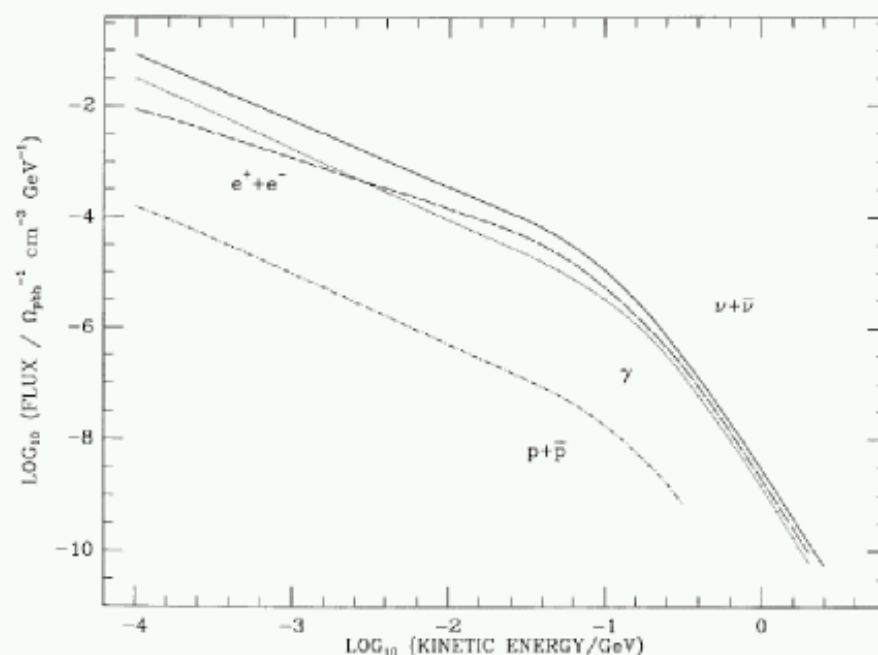
- 反陽子観測 (BESS)

$$\Omega_{\text{PBH}} \leq 6 \times 10^{-9}$$

(Maki et al. 1996)

Brane worldシナリオでの制限

- Sendouda et al. (2003, 2005)



MacGibbon & Carr 1991

2. PBHと一般相対論

PBHはいろいろな物理のプローブになる

解析はほとんどすべてPBHに関する単純な仮定に基づいている

その仮定はどれほど正しくどれほど一般的なのか？

一般相対論的な解析が必要

PBH形成に典型的なスケール

Hubbleホライズン長：宇宙膨張の典型的スケール

$$r_H = cH^{-1}.$$

Jeans長: これより大きいスケールのゆらぎは成長する

$$r_J \sim \sqrt{k}cH^{-1}.$$

ホライズン質量の重力半径

$$r_g \sim cH^{-1}.$$

宇宙分離長：これより小さいスケールのゆらぎのみ宇宙に存在する

$$r_{\text{su}} \sim cH^{-1}.$$

Jeans長より大きくて宇宙分離長より小さいスケールのゆらぎが成長する。
すこし収縮すると重力半径に入ってブラックホールができるという描像。

形成時のPBHの質量～ホライズン質量?

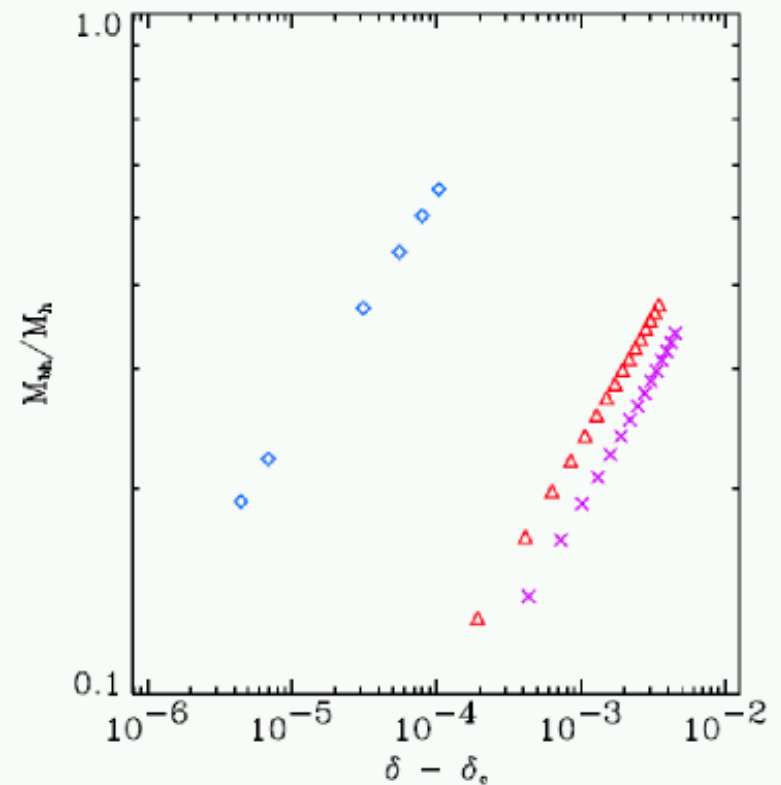
PBH形成の条件と臨界現象

PBH形成における臨界現象

- 形成条件ぎりぎりのところでブラックホール質量がスケール則に従う。
(Niemeyer & Jedamzik 1999)

$$M_{\text{PBH}} = K M_{\text{H}} (\delta - \delta_{\text{crit}})^{\eta}, \quad \eta \simeq 0.35, \quad \text{for } \delta \approx \delta_{\text{crit}}.$$

- β への観測的な制限は大きく変更される。(Niemeyer & Jedamzik 1998, Yokoyama 1998)
- 最小質量が存在するとする主張も。
(Hawke & Stewart 2002)



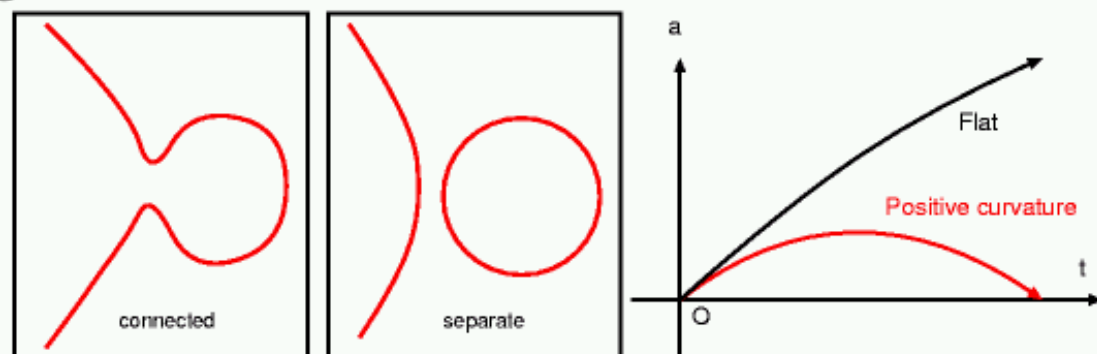
Niemeyer & Jedamzik 1999

PBH形成の密度ゆらぎの臨界値

- $\delta_{\text{crit}} = 1/3?$ (Carr 1975), $\sim 0.7?$ (Niemeyer & Jedamzik 1999), $\sim 0.4?$ (Shibata & Sasaki 1999, Musco et al. 2005) for radiation
- 物質場依存性: $\delta_{\text{crit}} = k?$ (Carr 1975)

宇宙分離長

Carr & Hawking 1974, Harada & Carr 2005a



ブラックホールになる高密度領域は正曲率Friedmann宇宙

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t)[d\chi^2 + \sin^2 \chi d\Omega^2], \quad \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{c^2}{a^2}.$$

背景は平坦なFriedmann宇宙:

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a_b^2(t)[dr^2 + r^2 d\Omega^2], \quad \left(\frac{\dot{a}_b}{a_b}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho_b}{3}.$$

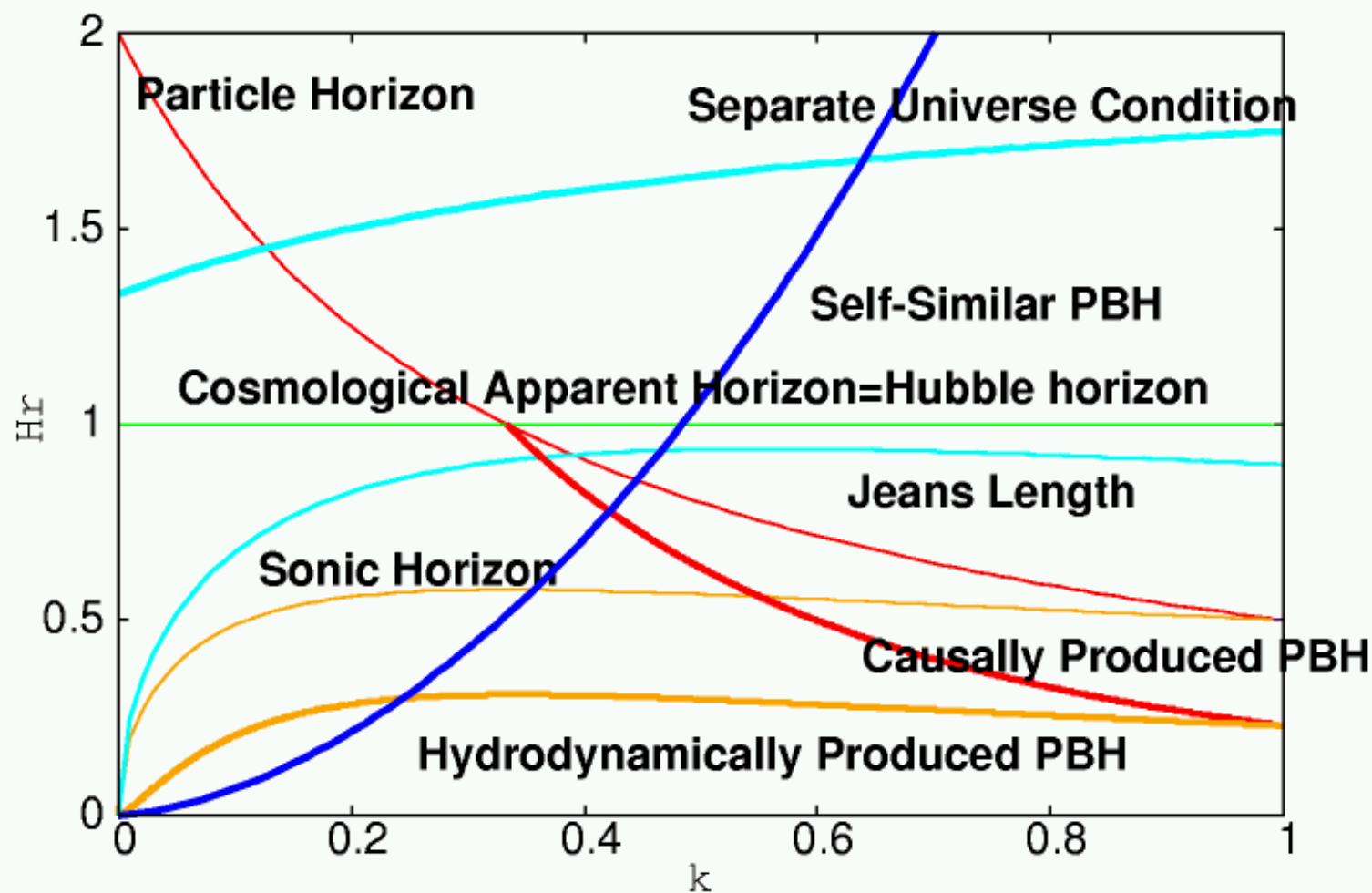
高密度領域の最大半径

$$H_b r_{\max} = \pi a_{\max} = 2\sqrt{\pi} \frac{1+3k}{3(1+k)} \frac{\Gamma\left(\frac{2+3k}{1+3k}\right)}{\Gamma\left(\frac{3(1+k)}{2(1+3k)}\right)} = O(1).$$

ブラックホールの大きさの上限

局在化したゆらぎの場合はより強い制限 (Harada & Carr 2005a)

- Causally produced PBH
- Hydrodynamically produced PBH



3. PBHの成長

PBHはおおむねホライズン質量でできた。

PBHは膨張宇宙の中で物質に囲まれて存在してきた。

PBHは現在までに非常に大きな質量を吸い込んできたかもしれない。

Newton的議論

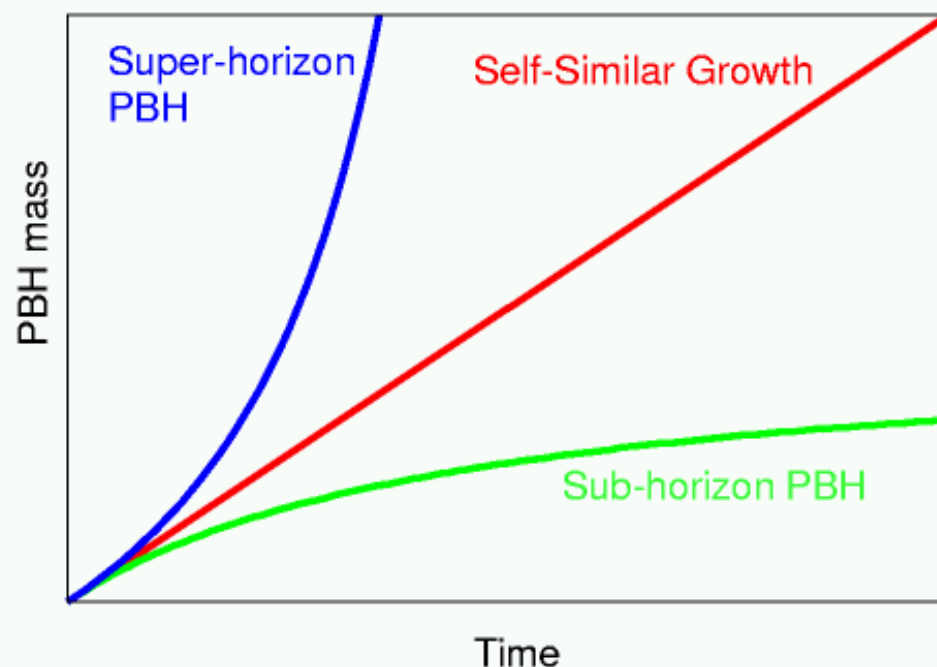
Zeldovich & Novikov (1967)

PBHへの質量降着

$$\frac{dM}{dt} = 4\pi\alpha r_A^2 v_s \rho_{\text{FRW}},$$
$$r_A = GM/v_s^2, \quad \alpha = O(1).$$

相対論的流体の場合

$$\frac{dM}{dt} \simeq \frac{GM^2}{c^3 t^2}.$$



sub-horizon PBHでは質量降着は小さい。

Hubbleホライズン長のPBHは自己相似的に成長する。

super-horizon PBHはさらにはやく成長する。

ただしこの議論は宇宙膨張を無視している。

宇宙膨張を含めた、一般相対論による解析

PBH：漸近的に平坦でない、真空でない、時間依存するブラックホール

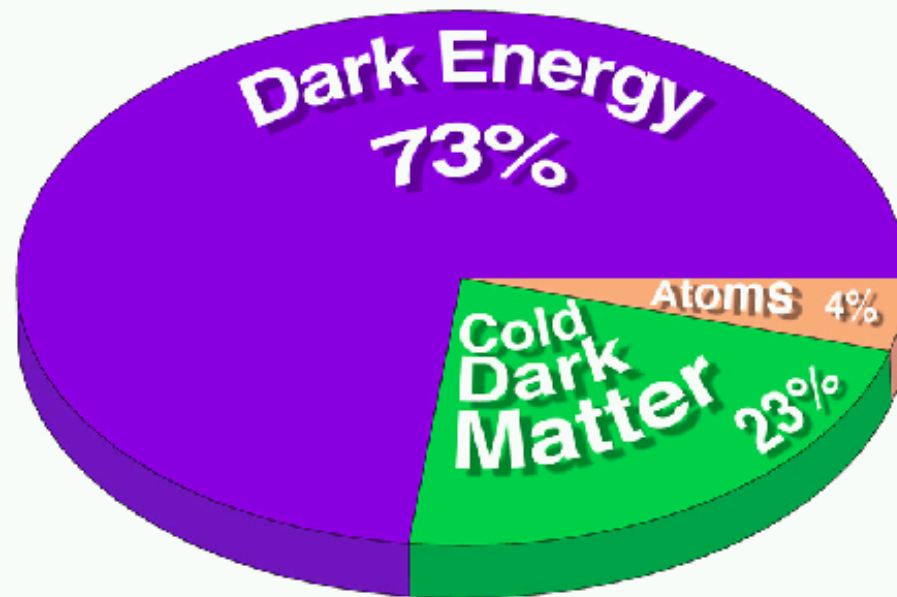
通常の流体では宇宙膨張を考慮すると自己相似的な成長はありえない

- Carr & Hawking 1974, Bicknell & Henriksen 1978a,b

通常の流体の数値相対論によれば、PBH形成後質量降着は一般に小さい。

- Nadezhin, Novikov & Polnarev 1978, Novikov & Polnarev 1980, Niemeyer & Jedamzik 1999, Shibata & Sasaki 1999, Hawke & Stewart 2002, Musco et al. 2005

新しい宇宙論からの動き



現在の加速膨張の発見 → Dark energy

- Quintessence (Bean & Magueijo 2002, Custodio & Horvath 2005)
- Ghost field (A. Frolov 2004, Mukohyama 2005)
- Dark energy, Phantom energy (Babichev et al. 2002, 2005)
- 宇宙項の効果を入れた数値相対論 (Musco et al. 2005)

Braneworldシナリオにおける形成・成長

- Guerdens et al. 2002, Clancy et al. 2003, Kawasaki 2004

疑問点

- 流体ではない物質場でPBH成長の仕方は大きく変わるのか?
- Hubbleホライズンより大きなブラックホールは可能か?
- 可能なら、それは宇宙でどのように成長するか?
- それは宇宙論的に意味があるか?

PBH成長の数値相対論 (Harada & Carr 2005b)

スカラー場：宇宙論のスーパースター

■ インフレーション・再加熱・ダークマター・ダークエネルギーなど
基礎方程式

■ Einstein方程式

$$G_{ab} = 8\pi T_{ab}, \quad T_{ab} = \Psi_{,a}\Psi_{,b} - \frac{1}{2}g_{ab}\Psi_{,c}\Psi_{,c}.$$

■ スカラー場の運動方程式

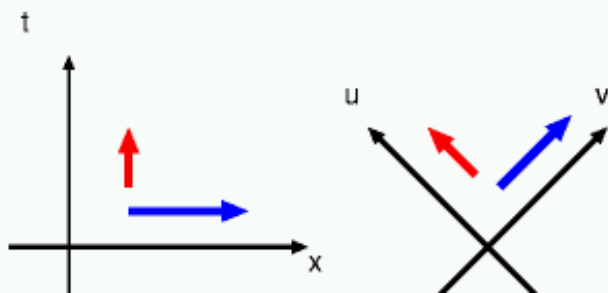
$$\square\Psi = 0.$$

数値相対論：Einstein方程式の数値解を求める

■ ここでは、retarded timeとadvanced timeを座標とする

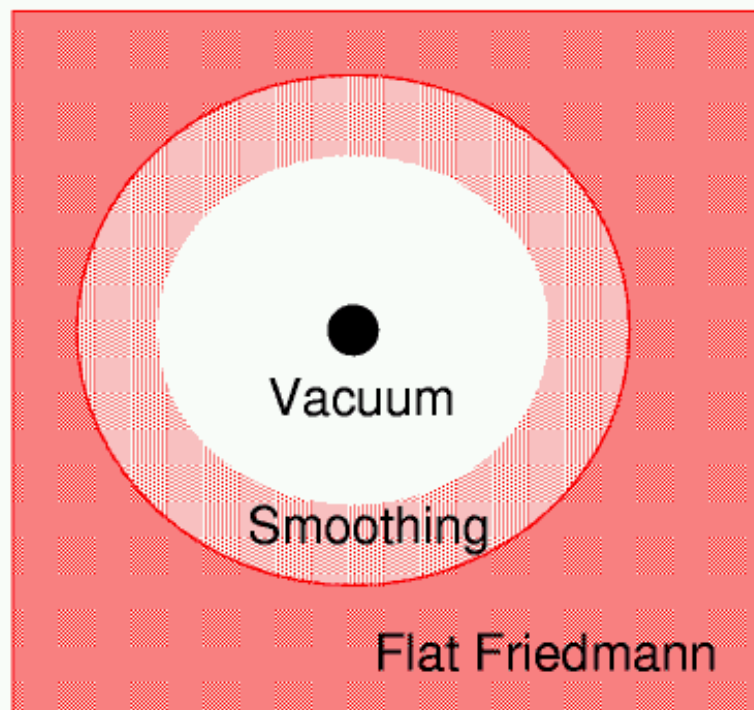
$$ds^2 = -a^2(u, v)dudv + r^2(u, v)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2).$$

■ ホライズンを追うことができる。スカラー場の特性曲線。

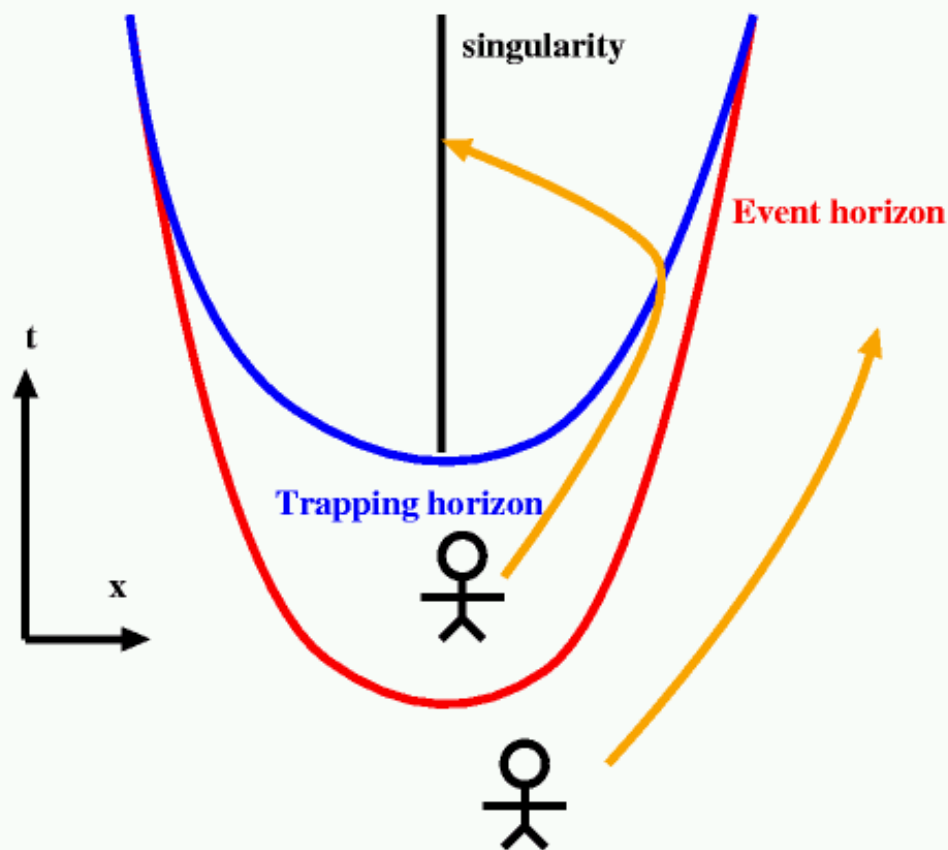


初期データ / ブラックホールホライズン

Schwarzschild + Flat Friedmann



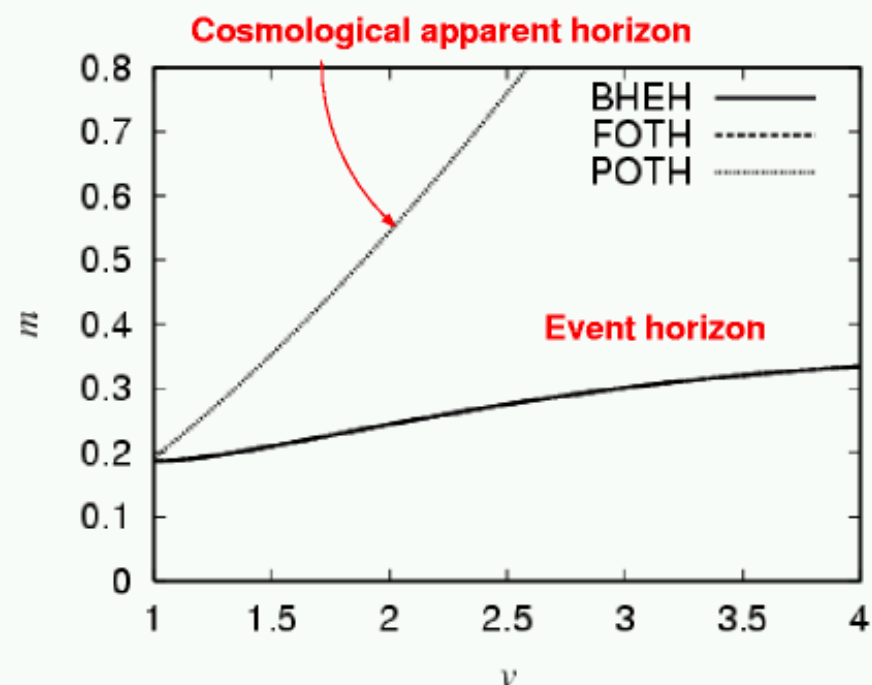
Event horizonとTrapping horizon



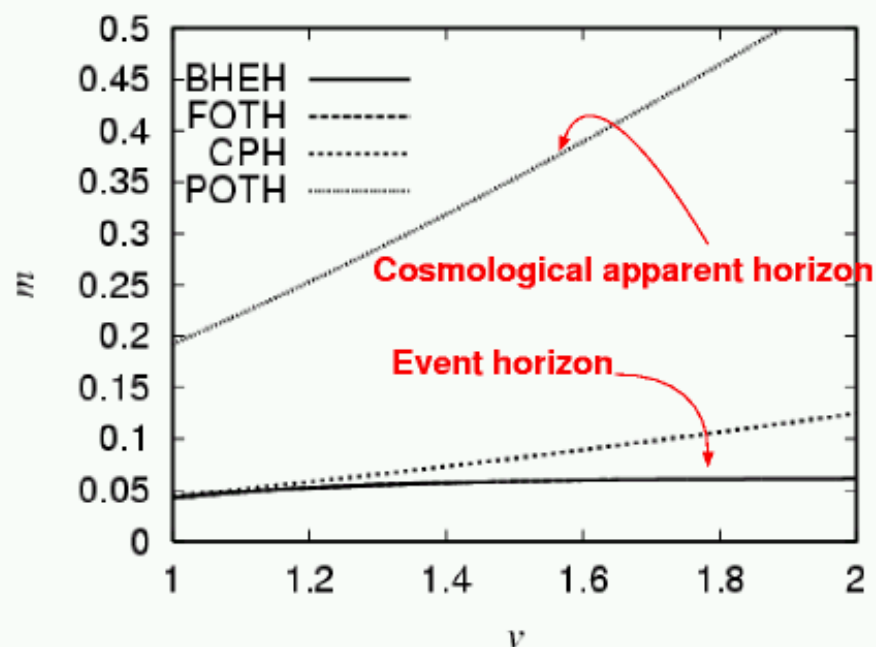
時間依存するブラックホールでは
Event horizon \neq Trapping horizon
ここではEvent horizonをブラック
ホールホライズンとする

sub-horizon PBHの質量降着は小さい

PBHとHubbleホライズンが同程度
($BHEH/CAH=0.97$)



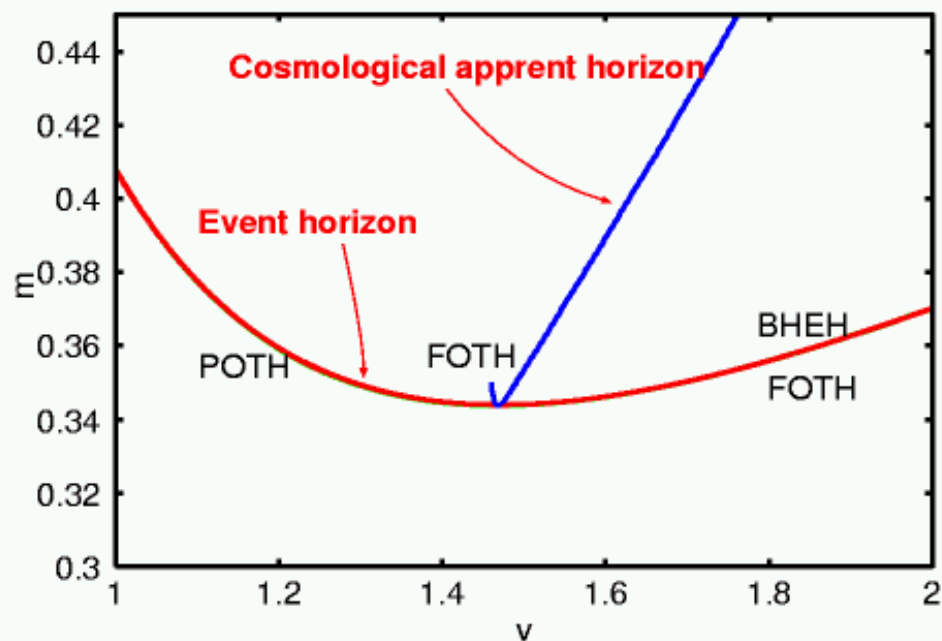
PBHがHubbleホライズンより小さい
($BHEH/CAH=0.22$)



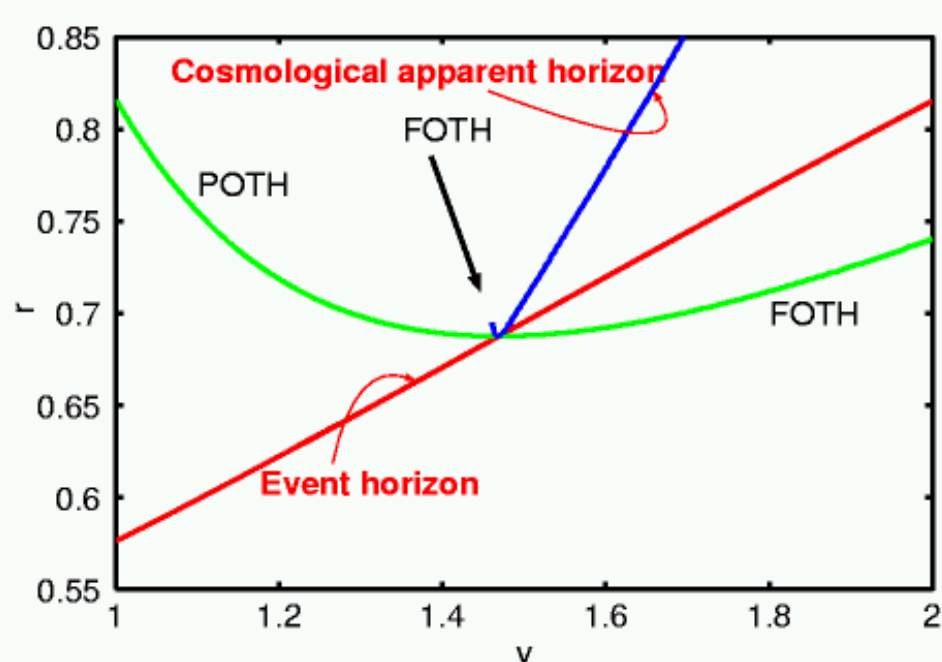
PBHの質量は増えるが、その成長は自己相似的なものよりずっとおそい。
Hubbleホライズン長のPBHの質量獲得が最大で、約2倍になる。
sub-horizon PBHの場合、Newton的議論がなりたつ。

super-horizon PBHの質量減少 (Harada & Carr 2005c)

■ ブラックホールの質量



■ ブラックホールの面積は増大



ブラックホールの質量が減少する!
ブラックホールは定義によりスカラー場を常に吸い込むのだが...

Hawkingの面積定理には合致。
時間がたつとHubbleホライズンより小さくなる

なぜsuper-horizon PBHの質量は減少するのか?

ブラックホールの質量の時間変化

$$m_{\text{BHEH},v} = -\frac{8\pi r^2 r_{,u} (\Psi_{,v})^2}{a^2}.$$

ingoing null expansion ($r_{,u}$)は通常負だが、宇宙膨張によって零になったり正になったりし得る。

(零になるところがCosmological Apparent Horizon~Hubble horizon。)

$$\begin{aligned} m_{\text{BHEH},v} &> 0 \quad \text{for } r_{,u} < 0 \quad (\text{inside CAH}), \\ m_{\text{BHEH},v} &= 0 \quad \text{for } r_{,u} = 0 \quad (\text{CAH}), \\ m_{\text{BHEH},v} &< 0 \quad \text{for } r_{,u} > 0 \quad (\text{outside CAH}). \end{aligned}$$

一般相対論的な宇宙膨張の効果が支配的になる

- ホライズンスケールのPBHの降着は阻害される。
- super-horizon PBHの降着率は負になる。つまり質量が減る。

エネルギー条件はすべて満たされていることに注意。

super-horizon PBHに関する考察

質量 (= エネルギー) が減少する

- Misner-Sharpエネルギーは球対称ではほぼ一意的な準局所的エネルギーの定義
- Event horizonがブラックホールホライズンとして不適當である可能性がある。→ Trapping horizonなどへの変更。

時空構造がワームホールのようになる

- 漸近領域がふたつになり、正則な中心は存在しない。
- Friedmann宇宙の摂動から古典的な過程で形成することはできない。
- 形成にはなんらかの量子ゆらぎが必要。

結果の安定性

- 球対称から少しずれていてもこうした性質は変更を受けない。
- 物質場が零質量スカラー場でなくてもこうした性質は現れる。

4. まとめ

PBHは、初期宇宙の化石であり観測可能な現象を引き起こす。PBHは、初期宇宙・高エネルギー物理・相対論的重力・量子重力のプローブになる。

PBHの動力学(形成・成長)はまだ良くわかっていない。

PBHの大きさ

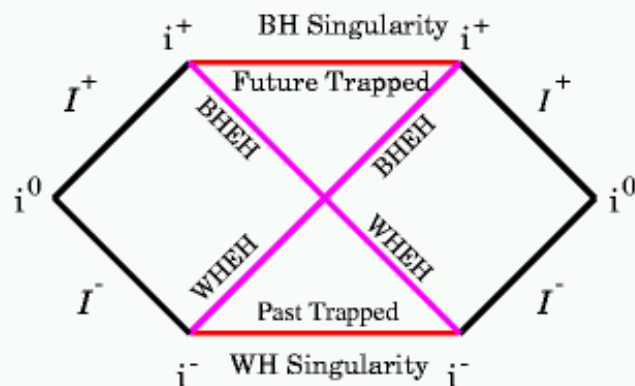
- 臨界現象によってホライズン質量よりずっと小さいものも可能
- 上限は宇宙分離長によって決まる

PBHの成長

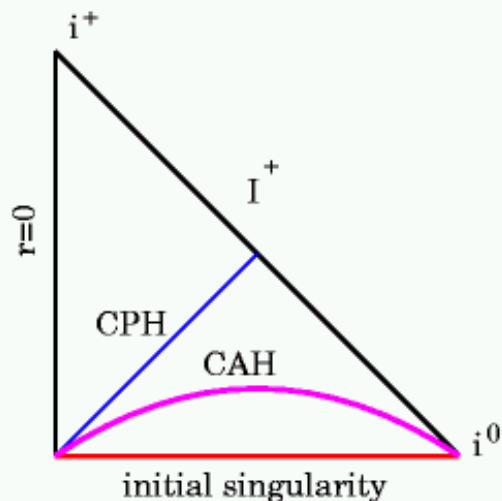
- ニュートンの議論は自己相似的成長を示唆する。
- しかし、一般相対論的な宇宙膨張の効果が非常に重要である。
- Hubbleホライズン長程度かそれ以下の場合、質量降着は小さい。
- Hubbleホライズン長を越えるPBHは質量が減少する。

super-horizon PBHのワームホールの時空構造

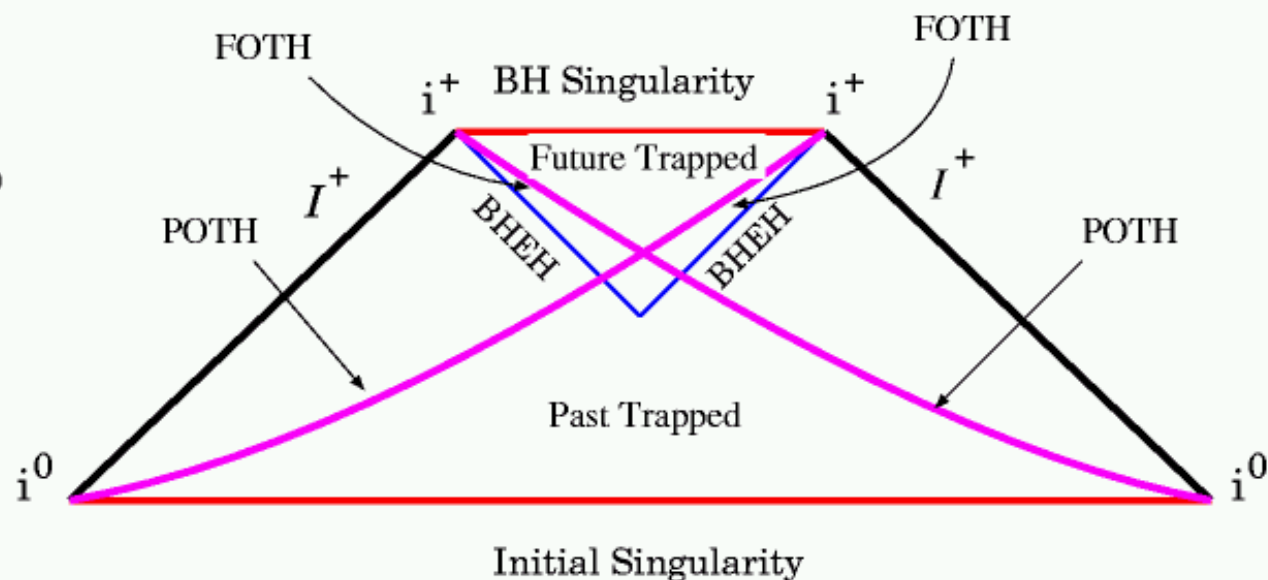
Schwarzschild時空



平坦なFriedmann時空



super-horizon PBHとして可能な時空図



漸近領域が二つある。正則な中心はない。