

月例報告書 # 2(2005年6月)

「DSPの伝達関数の理論値と実験値の比較」

中川憲保

平成17年6月30日

1 伝達関数の評価

先月取った伝達関数について、実測値と理論値の比較を行いDSPの特性について評価する。

1.1 Through 伝達関数

Throughの伝達関数について、その実測値と理論値を比較する。理論値の計算式は T_0 をサンプリングタイム、 T_1 をDSPに付随するADCとDAC等による回路の位相遅れとおくと、以下のような式になる。

$$H_{\text{thr}}(f) = e^{-i\pi f T_0} \cdot \frac{\sin(\pi f T_0)}{\pi f T_0} \times e^{-i2\pi f T_1} \quad (1)$$

初めの項がサンプリングによる伝達関数、2番目の項が回路自体の伝達関数となっている。伝達関数の絶対値について比較したのが図1である。伝達関数の絶対値については、実測値と計算値がほぼ一致した。

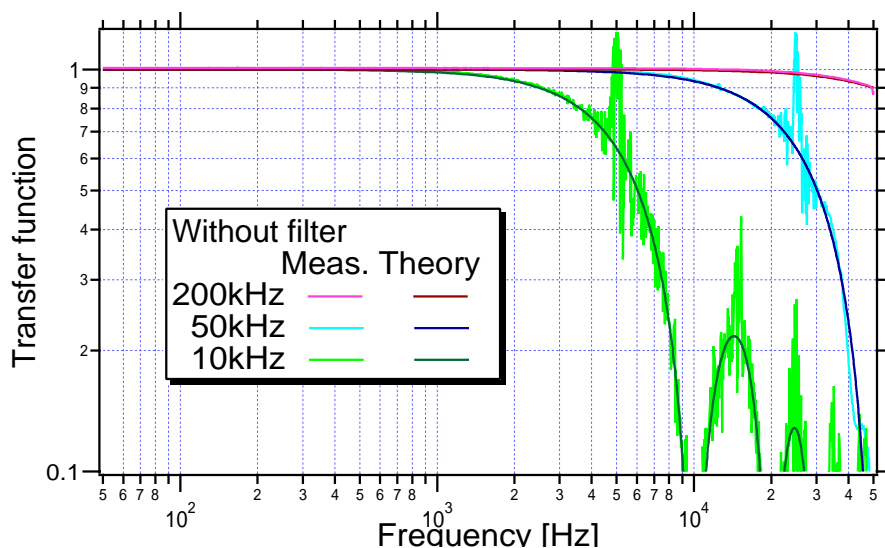


図1: Through 伝達関数 (絶対値)

次に位相遅延特性を求めた。この位相遅延特性が、最終的にはデジタル回路による遅延を表している
るので、注目する値となってくる。この位相遅延特性 t_ϕ に関しては次の式から求めた。ここで $\phi(f)$ は
伝達関数の位相実測値である。

$$t_\phi = \frac{\phi(f)}{2\pi f} \quad (2)$$

この計算結果に関してプロットしたのが図2である。

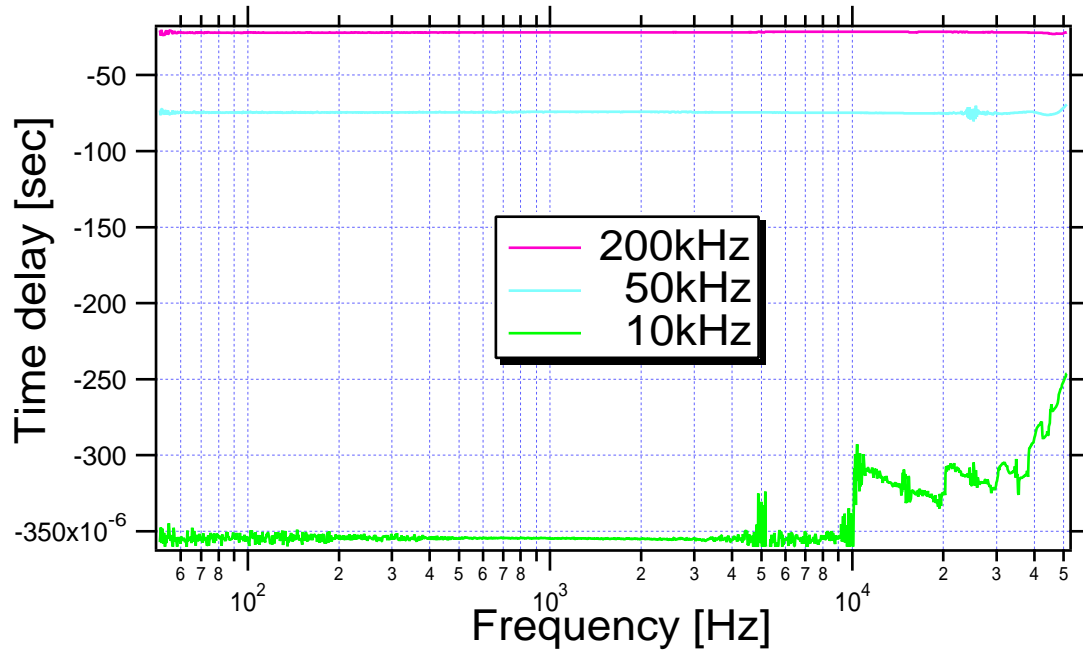


図 2: Through 位相遅延特性

図2より、各サンプリング周波数の位相遅延特性は次のようになった。

| サンプリング周波数 | 200kHz | 50kHz | 10kHz |
|--------------------------------|--------|-------|-------|
| 位相遅延特性 $t_\phi(\mu\text{sec})$ | 21.7 | 74.3 | 355 |

この値を参考に Through 伝達関数の位相の評価を行う。 t_ϕ を用いて T_1 は以下の式から求める。

$$T_1 = T_\phi - T_0/2 \quad (3)$$

この結果を式 (1) に代入して、実測値と計算値を比較してのが図3である。

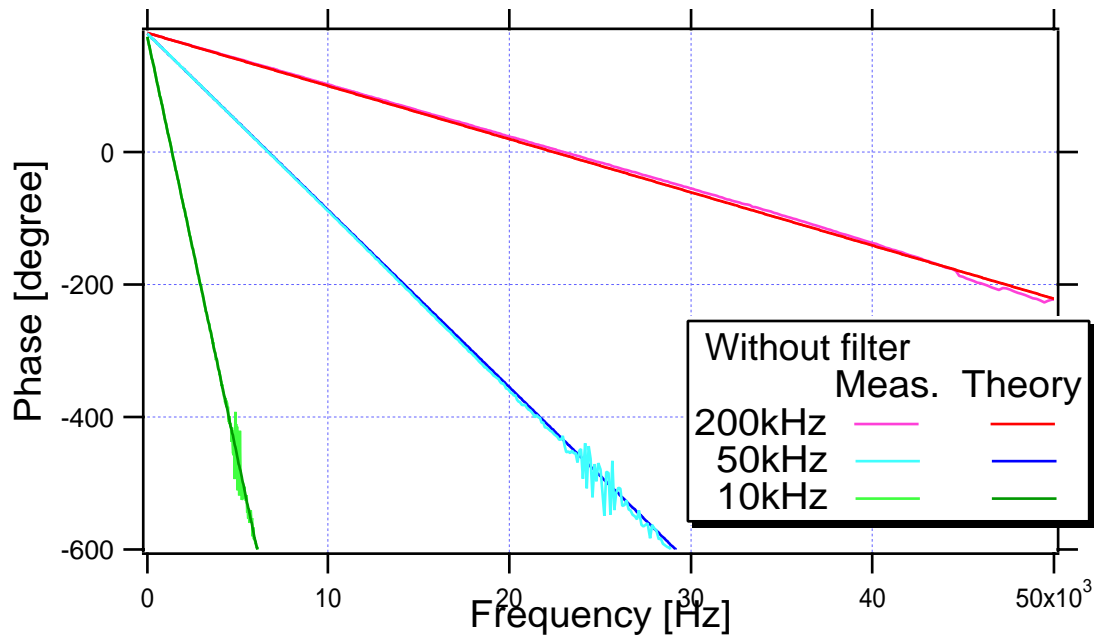


図 3: Through 伝達関数 (位相)

これより位相についても伝達関数の実測値と計算値はほぼ一致したと言える。よって DSP の Through の伝達関数は実測値と計算値が一致したので、DSP の Through を考えるときは、これからはこの理論式を信用することにする。

次にアンチエイリアシングフィルタを挿入した時の伝達関数について比較する。

1.2 Through 伝達関数 + アンチエイリアシングフィルタ

アンチエイリアシングフィルタを挿入した時についても、同様に評価を行う。用いたフィルタの特性は前回も記述したように次の通りである。

- カットオフ周波数 20kHz
- 4 次バターワースフィルタ

4 次バターワースの伝達関数の式 $H_{BW}(f)$ は $f_c (= 20\text{kHz})$ をカットオフ周波数、バターワースに特有な $Q_1 = 0.541196$ 、 $Q_2 = 1.306563$ 、 f を周波数として次の通りである。

$$H_{BW}(f) = \frac{f_c^2}{-f^2 + i\frac{f \times f_c}{Q_1} + f_c^2} \cdot \frac{f_c^2}{-f^2 + i\frac{f \times f_c}{Q_2} + f_c^2} \quad (4)$$

バターワースも含めた、DSP が Through の時の伝達関数 H_{thr+BW} は次のようになる。 T_2 はバターワース回路の素子等による位相遅れの時間である。

$$H_{thr+BW}(f) = e^{-i\pi f T_0} \cdot \frac{\sin(\pi f T_0)}{\pi f T_0} \times e^{-i2\pi f T_1} \times H_{BW}(f) \times e^{-i2\pi f T_2} \quad (5)$$

伝達関数の絶対値について比較したのが図4である。伝達関数の絶対値については、実測値の方が理論値より小さくなっているのが確認できる。このことより、アンチエイリアシングフィルタが純粋な4次のバターワースフィルタでない可能性が考えられる。

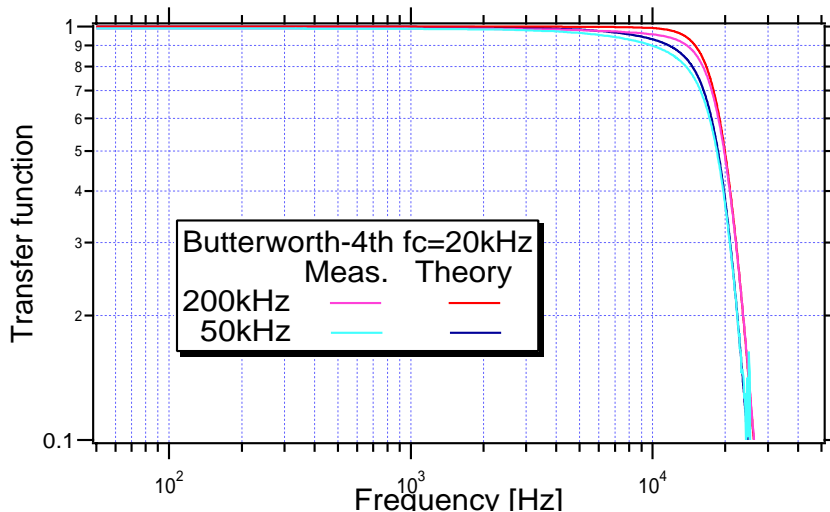


図 4: Through+Butterworth 伝達関数（絶対値）

次に同じように位相遅延特性 $T_{\phi 2}$ を求めた。サンプリング周波数が 200kHz、50kHz の値については実測値から、バターワースの値については計算式から求めた物を図5にプロットした。

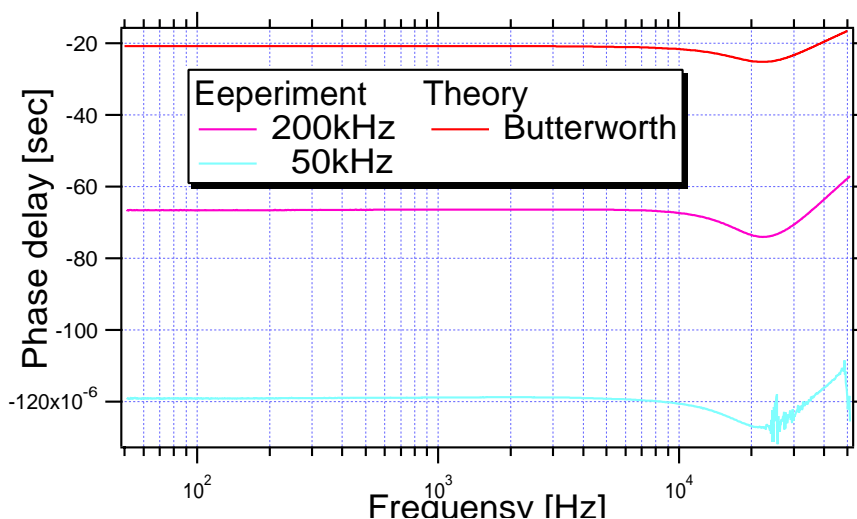


図 5: Through+Butterworth 位相遅延特性

図5より、各サンプリング周波数の位相遅延特性は次のようになった。

| サンプリング周波数 | Butterworth(T_B) | 200kHz | 50kHz |
|------------------------------------|----------------------|--------|-------|
| 位相遅延特性 $T_{\phi 2}(\mu\text{sec})$ | 20.7 | 66.4 | 119 |

この値を参考に Through 伝達関数の位相の評価を行う。 T_1 は Through で測った値を用い、そこに $T_{\phi 2}$ 、バターワースでの位相遅延 T_B を用いて T_2 は以下の式から求める。

$$T_2 = T_{\phi 2} - T_0/2 - T_1 - T_B \quad (6)$$

この結果を式 (5) に代入して、実測値と計算値を比較してのが図 6 である。

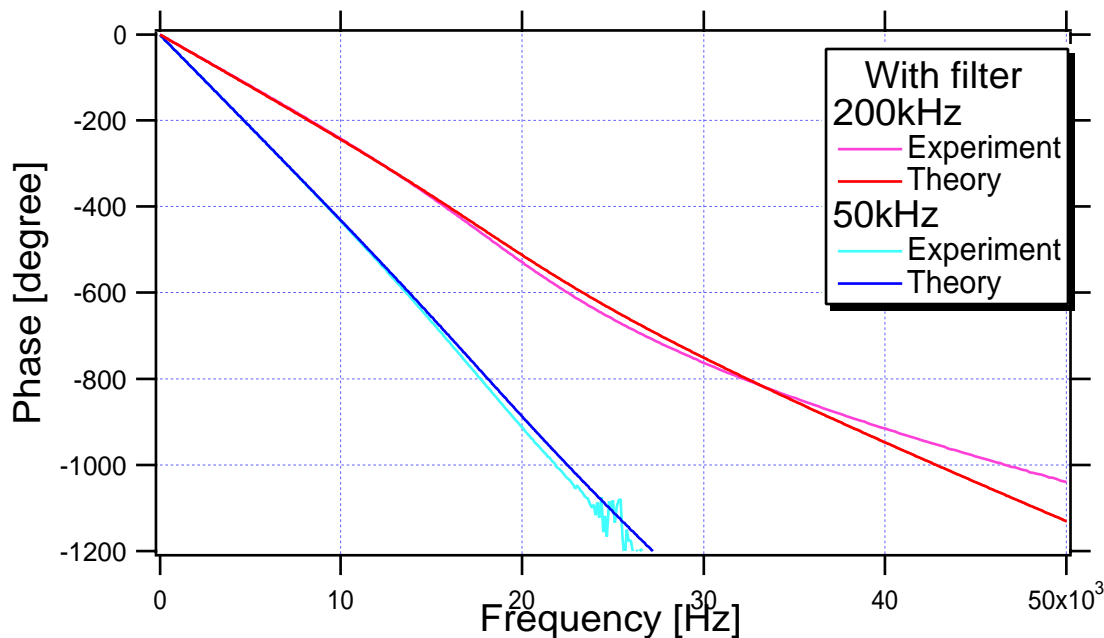


図 6: Through 伝達関数 (位相)

これより位相に関しては、10kHz あたりまでは実測値と計算値が位置しているが、それ以降においてはずれが目立つ。やはりこのアンチエイリアシングフィルタが純粋な 4 次バターワースでない可能性がある。いずれにせよ、このアンチエイリアシングフィルタを用いると、遅延が大きくなるので、今後の実験では使わないことにする。

1.3 考察

200kHz サンプルングで行った時の遅延について次の表にまとめる。

| | サンプリング周波数のみを考えたとき (T_0) | ADC、DAC 等 DSP 回路の遅延も含めた時 (T_1) | Butterworth 回路の遅延も含めると ($T_B + T_2$) |
|------------|-----------------------------|------------------------------------|--|
| 5 °ずれる周波数 | 5.55kHz | 0.64kHz | 0.21kHz |
| 10 °ずれる周波数 | 11.1kHz | 1.28kHz | 0.42kHz |

この表からも、位相のずれを考えるとアンチエイリアシングフィルタを挿入するのは厳しいと考えられ、このフィルタは用いないことにする。ただ、干渉計にデジタル回路を用いるときにはこういったアンチエイリアシングフィルタ等は必要になってくるので、新たに作成するか購入する必要が出てくることになる。

2 来月の予定

- デジタルフィルタのプログラムの勉強、解析。
- CLIO 用 Demodulator の作成
- 秋の物理学会の概要作成
- AMALDI6 の proceeding 作成 (8月末まで)